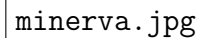


**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR  
FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**



minerva.jpg

**Licenciatura en Estadística**

**Control Estadístico del Paquete R**

**”UNIDAD CINCO”**

**Práctica 22 - Prueba de hipótesis estadísticas. Una población .**

**Alumna:  
Martha Yoana Medina Sánchez**

**Fecha de elaboración  
Santa Ana - 23 de noviembre de 2015**

## 1. PRUEBA DE HIPÓTESIS ACERCA DEL VALOR DE UNA PROPORCIÓN.

Una muestra de 100 empleados que habían estado en contacto con sangre o derivados de ésta, fue examinada por presentar evidencia serológica de hepatitis B. Se encontró que 23 de ellos presentaron reacción positiva. ¿Puede concluirse a partir de estos datos que la proporción de los positivos es mayor que 0.15? Tome un nivel de significancia del 5 %.

El contraste de hipótesis se realizará en los siguientes pasos:

1. Formular las hipótesis

Sea  $p$  la proporción de positivos en la población

$$H_0: p \leq 0.15$$

$$H_1: p > 0.15$$

2. Establecer  $n$  y  $\alpha$

$$n = 100 \text{ } \alpha = 0,05$$

3. Determinar el estadístico de prueba

$$z_0 = \hat{p} - p_0 / \sqrt{p_0(1-p_0)/n}$$

4. Definir el criterio o regla de decisión (región crítica o zona de rechazo)

$$\text{Región crítica (RC)} = z_0 > z_{0,05} = 1.645$$

5. Calcular el valor del estadístico de prueba

$$\hat{p} = 23/100 = 0.23,$$

$$p_0 = 0.15,$$

$$z_0 = 0.23 - 0.15 / \sqrt{0.15(1-0.15)/100} = 0.24$$

6. Aplicar el criterio de decisión

Como  $z_0 > 1.645$ , rechazamos  $H_0: p \leq 0.15$

Es decir, se concluye que el porcentaje de los positivos es mayor al 15 %.

```
# Construyendo una función en R para realizar la prueba de hipótesis.
Prueba.prop <- function(x, n, po, H1="Distinto", alfa=0.05)
{
  op <- options();
  options(digits=2)
  pe=x/n #calcula la proporción muestral
  SE <- sqrt((po * (1-po))/n) # calcula la varianza de la proporción muestral
  Zo <- (pe-po)/SE #calcula el estadístico de prueba
  # Si lower.tail = TRUE (por defecto), P[X <= x], en otro caso P[X > x]
  if (H1 == "Menor" || H1 == "Mayor")
  {
    Z <- qnorm(alfa, mean=0, sd=1, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
    # calcula los valores críticos de la distribución N(0;1) en el caso de una
    # prueba unilateral
    valores <- rbind(Prop_Estimada=pe, Prop_Hipotetica=po, Z_critico=Z, Estadistico= Zo)
```

```

}
else
{
Z <- qnorm(alfa/2, mean=0, sd=1, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
# calcula los valores cr\iticos de la distribuci\on N(0;1) en el caso de una
# prueba bilateral
valores <- rbind(Prop_Estimada=pe, Prop_Hipotetica =po, Z_critico_menor=-Z,
Z_critico_mayor =Z, Zo)
} # esto es para encontrar los valores cr\iticos
if (H1 == "Menor")
{
if (Zo < -Z) decision <- paste("Como Estadistico <", round(-Z,3),
", entonces rechazamos Ho")
else decision <- paste("Como Estadistico>=", round(-Z,3),
", entonces aceptamos Ho")
}
if (H1 == "Mayor")
{
if (Zo > Z) decision <- paste("Como Estadistico >", round(Z,3),
", entonces rechazamos Ho")
else decision <- paste("Como Estadistico <=", round(Z,3),
", entonces aceptamos Ho")
}
if (H1 == "Distinto")
{
if (Zo < -Z) decision <- paste("Como Estadistico <", round(-Z,3),
", entonces rechazamos Ho")
if (Zo > Z) decision <- paste("Como Estadistico >", round(Z,3),
", entonces rechazamos Ho")
else decision <- paste("Como Estadistico pertenece a [", round(-Z,3), ",",
round(Z,3), "], entonces aceptamos Ho")
} # esto para llevar a cabo los contraste de hip\otesis
print(valores)
print(decision)
options(op) # restablece todas las opciones iniciales
}
# note que en la funci\on anterior, el argumento "H1" especifica el
# tipo de contraste que se est\realizando, bilateral (H1= "Distinto") o
# unilateral (H1= "Menor" o H1= "Mayor") ejecute las siguientes instrucciones y
# comente sobre los resultados y diferencias obtenidas en cada caso.
Prueba.prop(23, 100, 0.15, H1="Menor", alfa=0.05)

##           [,1]
## Prop_Estimada 0.23
## Prop_Hipotetica 0.15
## Z_critico      1.64
## Estadistico    2.24

```

```
## [1] "Como Estadístico >= -1.645 , entonces aceptamos Ho"

Prueba.prop(23, 100, 0.15, H1="Mayor", alfa=0.05)

##           [,1]
## Prop_Estimada 0.23
## Prop_Hipotetica 0.15
## Z_critico      1.64
## Estadístico    2.24
## [1] "Como Estadístico > 1.645 , entonces rechazamos Ho"

Prueba.prop(23, 100, 0.15, H1="Distinto", alfa=0.05)

##           [,1]
## Prop_Estimada 0.23
## Prop_Hipotetica 0.15
## Z_critico_menor -1.96
## Z_critico_mayor 1.96
## Zo              2.24
## [1] "Como Estadístico > 1.96 , entonces rechazamos Ho"
```

R ya tiene incorporada una función para realizar contraste sobre proporciones, únicamente debemos familiarizarnos con los parámetros correspondientes. La función a utilizar es `prop.test()`, y los parámetros son los siguientes:

- En `x` se especifica el número de elementos en la muestra que tienen la característica de interés.
- En `n` se especifica el tamaño de la muestra.
- En `p` se indica el valor de la proporción poblacional indicado en la hipótesis poblacional (proporción hipotética).
- En `alternative` se especifica si corresponde a un contraste bilateral (`alternative="two.sided"`) o unilateral (`alternative="less."` `alternative="greater"`).
- `Conf.level` se especifica el nivel de significancia utilizado para realizar el contraste.

```
# ejecutar las siguientes instrucciones y comparar con los obtenidos por la
# función que se ha creado previamente.
prop.test(x=23, n=100, p=0.15, alternative="less", conf.level=0.95)

##
## 1-sample proportions test with continuity correction
##
## data: 23 out of 100, null probability 0.15
## X-squared = 4.4118, df = 1, p-value = 0.9822
## alternative hypothesis: true p is less than 0.15
```

```
## 95 percent confidence interval:
## 0.0000000 0.3111509
## sample estimates:
##      p
## 0.23

prop.test(x=23, n=100, p=0.15, alternative="greater", conf.level=0.95)

##
## 1-sample proportions test with continuity correction
##
## data: 23 out of 100, null probability 0.15
## X-squared = 4.4118, df = 1, p-value = 0.01785
## alternative hypothesis: true p is greater than 0.15
## 95 percent confidence interval:
## 0.1640827 1.0000000
## sample estimates:
##      p
## 0.23

prop.test(x=23, n=100, p=0.15, alternative="two.sided", conf.level=0.95)

##
## 1-sample proportions test with continuity correction
##
## data: 23 out of 100, null probability 0.15
## X-squared = 4.4118, df = 1, p-value = 0.03569
## alternative hypothesis: true p is not equal to 0.15
## 95 percent confidence interval:
## 0.154215 0.326941
## sample estimates:
##      p
## 0.23

# note que si cambiamos la instrucció\ 'on p=0.15 a por ejemplo p=0.18, obtenemos
# diferentes resultados, sin embargo, los intervalos de confianza (regi\ 'on de
# aceptaci\ 'on) permanecen sin cambio.
```

## 2. PRUEBA DE HIPÓTESIS SOBRE UNA MEDIA, VARIANZA CONOCIDA.

Los siguientes datos corresponden a la longitud medida en centímetros de 18 pedazos de cable sobrantes en cada rollo utilizado:

```
Medidacable <- c(9.0, 3.41, 6.13, 1.99, 6.92, 3.12, 7.86, 2.01, 5.98, 4.15, 6.87,
                 1.97, 4.01, 3.56, 8.04, 3.24, 5.05, 7.37);
Medidacable
```

```
## [1] 9.00 3.41 6.13 1.99 6.92 3.12 7.86 2.01 5.98 4.15 6.87 1.97 4.01 3.56
## [15] 8.04 3.24 5.05 7.37
```

Basados en estos datos ¿podemos decir que la longitud media de los pedazos de cable sobrante es mayor de 4 cm? Suponga población normal con desviación típica poblacional igual a 2.45 y un nivel de significancia de 5%.

Escribir una función en R para realizar dicho contraste, la función debe permitir realizar contraste bilaterales y los dos tipos de contrastes unilateral. Sugerencia, modificar la función utilizada para el contraste de una proporción y la siguiente estructura.

El contraste de hipótesis se realizará en los siguientes pasos:

1. Formular las hipótesis  
Sea  $\mu$  la media poblacional  
 $H_0: \mu \leq 4$   
 $H_1: \mu > 4$
2. Establecer *alfa*  
 $\alpha = 0.05$
3. Determinar el estadístico de prueba  
 $z_0 = (\bar{x} - \mu_0) / \sqrt{\sigma^2 / n}$
4. Definir el criterio o regla de decisión (región crítica o zona de rechazo)  
Región crítica (RC) =  $z > z_{0.05} = 1.645$
5. Calcular el valor del estadístico de prueba  
 $z_0 = 5.038 - 4 / \sqrt{2.45^2 / 18} = 1.798$
6. Aplicar el criterio de decisión  
Como  $z_0 > 1.645$ , rechazamos  $H_0: \mu \leq 4$

Es decir, se concluye que la longitud media de los pedazos de cable sobrantes es mayor a 4 cm.

### 3. PRUEBA DE HIPÓTESIS SOBRE UNA MEDIA, VARIANZA DESCONOCIDA.

```
Medidacable <- c(9.0, 3.41, 6.13, 1.99, 6.92, 3.12, 7.86, 2.01, 5.98, 4.15, 6.87,
                1.97, 4.01, 3.56, 8.04, 3.24, 5.05, 7.37);
Medidacable

## [1] 9.00 3.41 6.13 1.99 6.92 3.12 7.86 2.01 5.98 4.15 6.87 1.97 4.01 3.56
## [15] 8.04 3.24 5.05 7.37

# Construyendo una función en R para realizar la prueba de hipótesis.
Prueba.mediavaricono <- function(mu, sigma, n, H1="Distinto", alfa=0.05)
{
  op <- options();
```

```

options(digits=8)
media=mean(Medidacable) #calcula la media
ES <- sqrt((sigma^2)/n)
Zo <- (media-mu)/ES #calcula el estadístico de prueba
# Si lower.tail = TRUE (por defecto),  $P[X \leq x]$ , en otro caso  $P[X > x]$ 
if (H1 == "Menor" || H1 == "Mayor")
{
  Z <- qnorm(alfa, mean=0, sd=1, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
  # calcula los valores críticos de la distribución  $N(0;1)$  en el caso de una
  # prueba unilateral
  valores <- rbind(Media_Estimada=media, Media_Hipotetica=mu, Z_critico=Z, Estadistico= Zo)
}
else
{
  Z <- qnorm(alfa/2, mean=0, sd=1, lower.tail = FALSE, log.p = FALSE)
  # calcula los valores críticos de la distribución  $N(0;1)$  en el caso de una
  # prueba bilateral
  valores <- rbind(Media_Estimada=media, Media_Hipotetica=mu, Z_critico_menor=-Z,
  Z_critico_mayor =Z, Zo)
} # esto es para encontrar los valores críticos
if (H1 == "Menor")
{
  if (Zo < -Z) decision <- paste("Como Estadistico <", round(-Z,3),
                                ", entonces rechazamos Ho")
  else decision <- paste("Como Estadistico>=", round(-Z,3),
                        ", entonces aceptamos Ho")
}
if (H1 == "Mayor")
{
  if (Zo > Z) decision <- paste("Como Estadistico >", round(Z,3),
                                ", entonces rechazamos Ho")
  else decision <- paste("Como Estadistico <=", round(Z,3),
                        ", entonces aceptamos Ho")
}
if (H1 == "Distinto")
{
  if (Zo < -Z) decision <- paste("Como Estadistico <", round(-Z,3),
                                ", entonces rechazamos Ho")
  if (Zo > Z) decision <- paste("Como Estadistico >", round(Z,3),
                                ", entonces rechazamos Ho")
  else decision <- paste("Como Estadistico pertenece a [", round(-Z,3), ",",
round(Z,3), "], entonces aceptamos Ho")
} # esto para llevar a cabo los contraste de hipótesis
print(valores)
print(decision)
options(op) # restablece todas las opciones iniciales

```

```
}
# note que en la funci\on anterior, el argumento "H1" especifica el
# tipo de contraste que se est\o realizando, bilateral (H1= "Distinto") o
# unilateral (H1= "Menor" o H1= "Mayor") ejecute las siguientes instrucciones y
# comente sobre los resultados y diferencias obtenidas en cada caso.
Prueba.mediavaricono (4, 2.45, 18, H1="Menor", alfa=0.05)

##                [,1]
## Media_Estimada  5.0377778
## Media_Hipotetica 4.0000000
## Z_critico       1.6448536
## Estadistico     1.7971095
## [1] "Como Estadistico >= -1.645 , entonces aceptamos Ho"

Prueba.mediavaricono (4, 2.45, 18, H1="Mayor", alfa=0.05)

##                [,1]
## Media_Estimada  5.0377778
## Media_Hipotetica 4.0000000
## Z_critico       1.6448536
## Estadistico     1.7971095
## [1] "Como Estadistico > 1.645 , entonces rechazamos Ho"

Prueba.mediavaricono (4, 2.45, 18, H1="Distinto", alfa=0.05)

##                [,1]
## Media_Estimada  5.0377778
## Media_Hipotetica 4.0000000
## Z_critico_menor -1.9599640
## Z_critico_mayor  1.9599640
## Zo              1.7971095
## [1] "Como Estadistico pertenece a [ -1.96 , 1.96 ], entonces aceptamos Ho"
```