UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Licenciatura en Estadística

Control Estadístico del Paquete R

"UNIDAD TRES"

Alumna:
Erika Beatríz Guillén Pineda

Fecha de elaboración
Santa Ana - 27 de noviembre de 2015

Como hemos visto, R tiene algunas funciones paragenerar números aleatorios. Para estos números aleatorios, podemos ver la distribución usando histogramas y otras herramientas. Lo que queremos hacer ahora, es generar nuevos tipos de nÃºmeros aleatorios e investigar qué tipo de distribuciÃ$^3 ntienen$.

TEOREMA DEL LÍMITE CENTRAL.

El Teorema del Límite Central (TLC) informa acerca de la distribución de muestreo de medias de muestras con tamaño n. RecuÃºrdese que bÃ¡sicamente existen tres tipos de información que se desea conocer sobre una distribución:

1. dónde estÃ¡ el centro,
2. quÃ© tanto varía, y
3. cómo estÃ¡ repartida.

El Teorema del Límite Central establece que sí las observaciones X1, X2, X3,....,Xn son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con una distribución de probabilidad cualquiera y en la cual cada una de ellas tenga la misma media y la misma varianza (ambas finitas).

Entonces el promedio muestral tiene una distribución con media y varianza que tiende hacia una distribuciÃ$^3 nN(0,1)amedidaquentiendeainfinito$.

Cómo podemos comprobar esto? La simulación es un excelente camino.

1. Activa tu directorio de trabajo

```
getwd()

## [1] "C:/Users/User/Documents/TODAS_PRACTICAS"

setwd("C:/Users/User/Documents/TODAS_PRACTICAS")
```

2. Crea un nuevo script y llmarle: Sript16-Simulación del TLC
3. Simular el Teorema del Límite Central con datos binomial

   Consideremos n repeticiones independientes y sea X el número de veces que ocurre un suceso A. Sea p igual a P(A) y supongamos que este nÃºmero es constante para todas las repeticiones consideradas.

   El teorema central del lÃmite nos indica que:

   $X - E[X]/sqrt(V(X)) = X - np/sqrt(npq)$ es aproximadamente N(0,1).

   - **Ejemplo 1:**

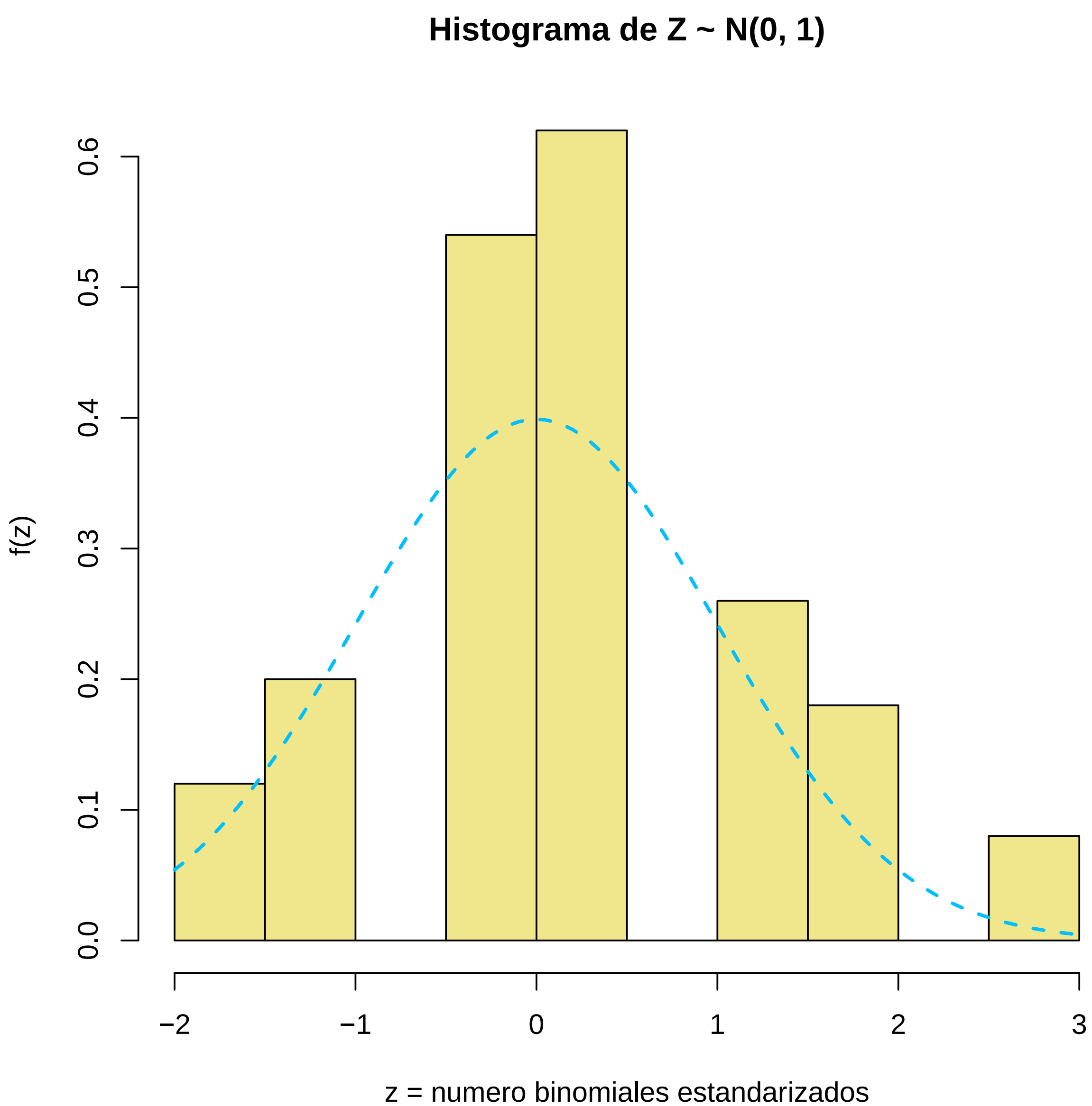
Generar 100 nÃºmeros aleatorios de una distribución binomial con parÃ¡metros n=10 (número de ensayos o pruebas), y p=0.25 (probabilidad de éxito)

```
# tm= tamaÃ±o de la muestra

tm=100; n <- 10; p <- 0.25

# generando las 100 nÃºmeros aleatorios

S = rbinom(tm, n, p)

# estandarizando cada una de las observaciones

Z = (S-n*p)/sqrt(n*p*(1-p)); Z
```

```
##   [1] -0.3651484  2.5560386 -0.3651484  1.0954451 -0.3651484 -0.3651484
##   [7]  1.0954451 -0.3651484 -0.3651484 -0.3651484 -1.0954451  1.8257419
##  [13]  0.3651484  1.0954451  1.0954451  0.3651484  0.3651484 -0.3651484
##  [19] -1.0954451  0.3651484  0.3651484 -0.3651484  0.3651484 -1.0954451
##  [25]  0.3651484 -0.3651484 -1.0954451  0.3651484  0.3651484  1.8257419
##  [31]  1.0954451  1.0954451  0.3651484 -0.3651484 -1.0954451  0.3651484
##  [37]  0.3651484  2.5560386  0.3651484  0.3651484 -0.3651484 -0.3651484
##  [43]  0.3651484 -1.8257419 -0.3651484 -1.0954451  0.3651484 -0.3651484
##  [49] -0.3651484  1.8257419 -0.3651484 -0.3651484 -1.0954451  1.8257419
##  [55]  1.0954451 -0.3651484  1.8257419 -0.3651484 -0.3651484 -1.8257419
##  [61]  0.3651484  0.3651484  0.3651484  0.3651484 -0.3651484 -1.8257419
##  [67]  2.5560386  1.8257419  0.3651484  1.0954451  0.3651484  1.8257419
##  [73]  0.3651484 -1.8257419 -0.3651484 -0.3651484 -1.0954451  0.3651484
##  [79]  0.3651484 -1.8257419 -1.8257419  0.3651484 -0.3651484  1.0954451
##  [85] -1.0954451  1.0954451  0.3651484  0.3651484  1.8257419 -0.3651484
##  [91] -1.0954451  0.3651484  1.0954451  0.3651484  1.0954451  1.0954451
##  [97] -0.3651484  2.5560386  1.8257419  0.3651484
```

La variable X tiene los resultados, y podemos ver la distribución de los números aleatorios en X con un histograma

```
hist(Z, main="Histograma de Z ~ N(0, 1)",
     xlab="z = numero binomiales estandarizados",
ylab="f(z)", prob=TRUE, col="khaki")

curve(dnorm(x, 0, 1), col = "deepskyblue", lty=2, lwd=2, add=TRUE)
```



La distribución muestra un gráfico aproximadamente normal. Esto es, en forma de campana, centrada en 0 y con desviación esándar 1.

4. Simular el TLC con datos de una distribución normal.

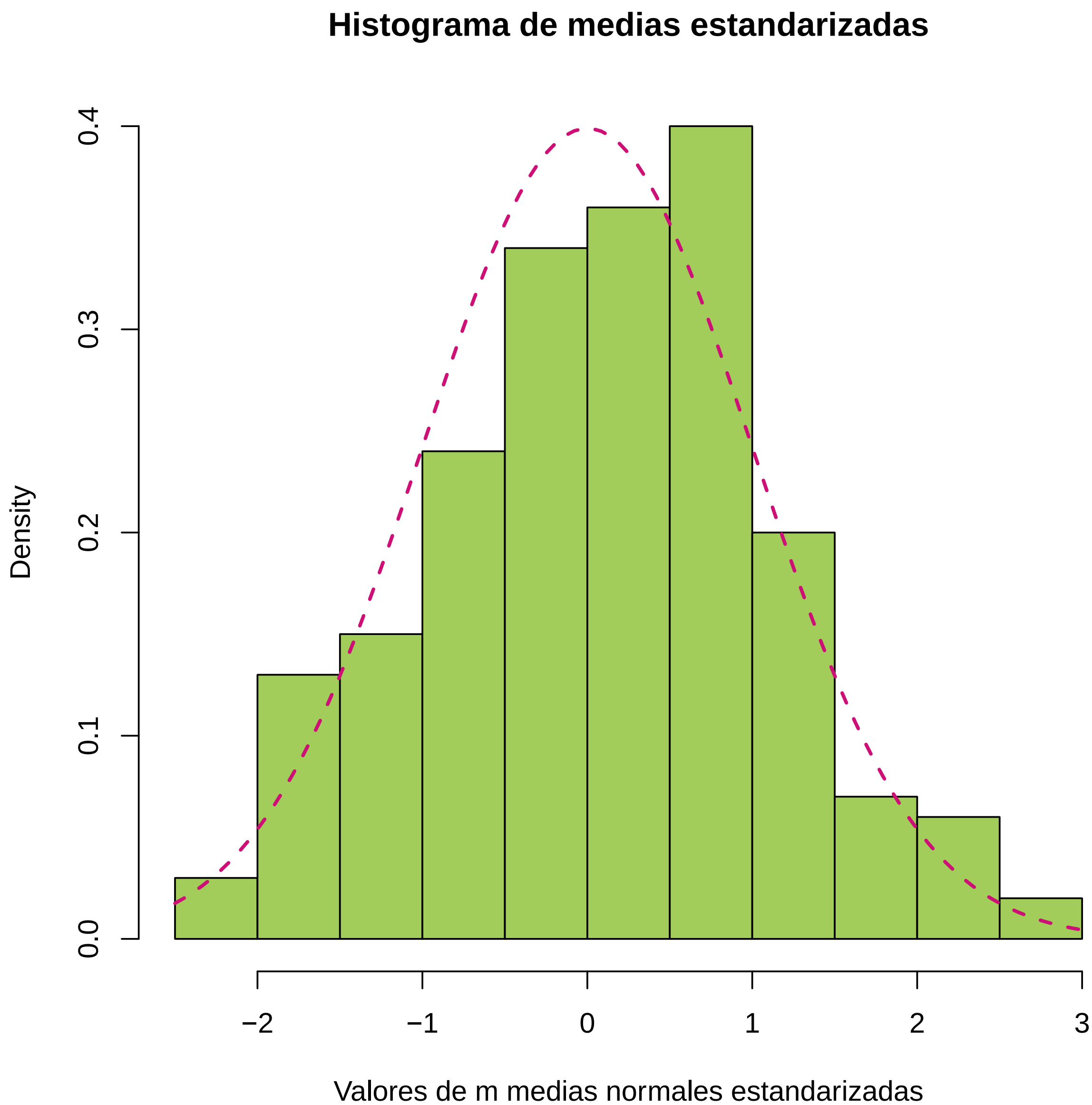
El teorema central del límite establece que $\tilde{X} - \mu/(s/sqrt(n))$ que tiende a N(0,1)

- **Ejemplo 2:**

Suponga que X_i es normal con media $\mu = 5$ y desviación estándar $s = 5$. Entonces necesitamos una función para encontrar el valor de $\tilde{X} - \mu/(s/sqrt(n))$

```
simulNorm <- function(mu,sigma, m=5, n=100)
{
```

```
vectMedias <<- numeric(0)
MediasEstand <<- numeric(0)
for (i in 1:m)
{
X = rnorm(n, mu, sigma)
# genera n valores normales
vectMedias[i] <<- mean(X)
MediasEstand[i] <<- (vectMedias[i] - mu)/(sigma/sqrt(n))
}
}
mu=5; sigma=5
m <- 200
# n?mero de muestras o medias a obtener
simulNorm(mu, sigma, m)
hist(MediasEstand, main="Histograma de medias estandarizadas",
xlab="Valores de m medias normales estandarizadas",
prob=TRUE, col="darkolivegreen3")
curve(dnorm(x, 0, 1), col = "deeppink3", lty=2, lwd=2, add=TRUE)
```

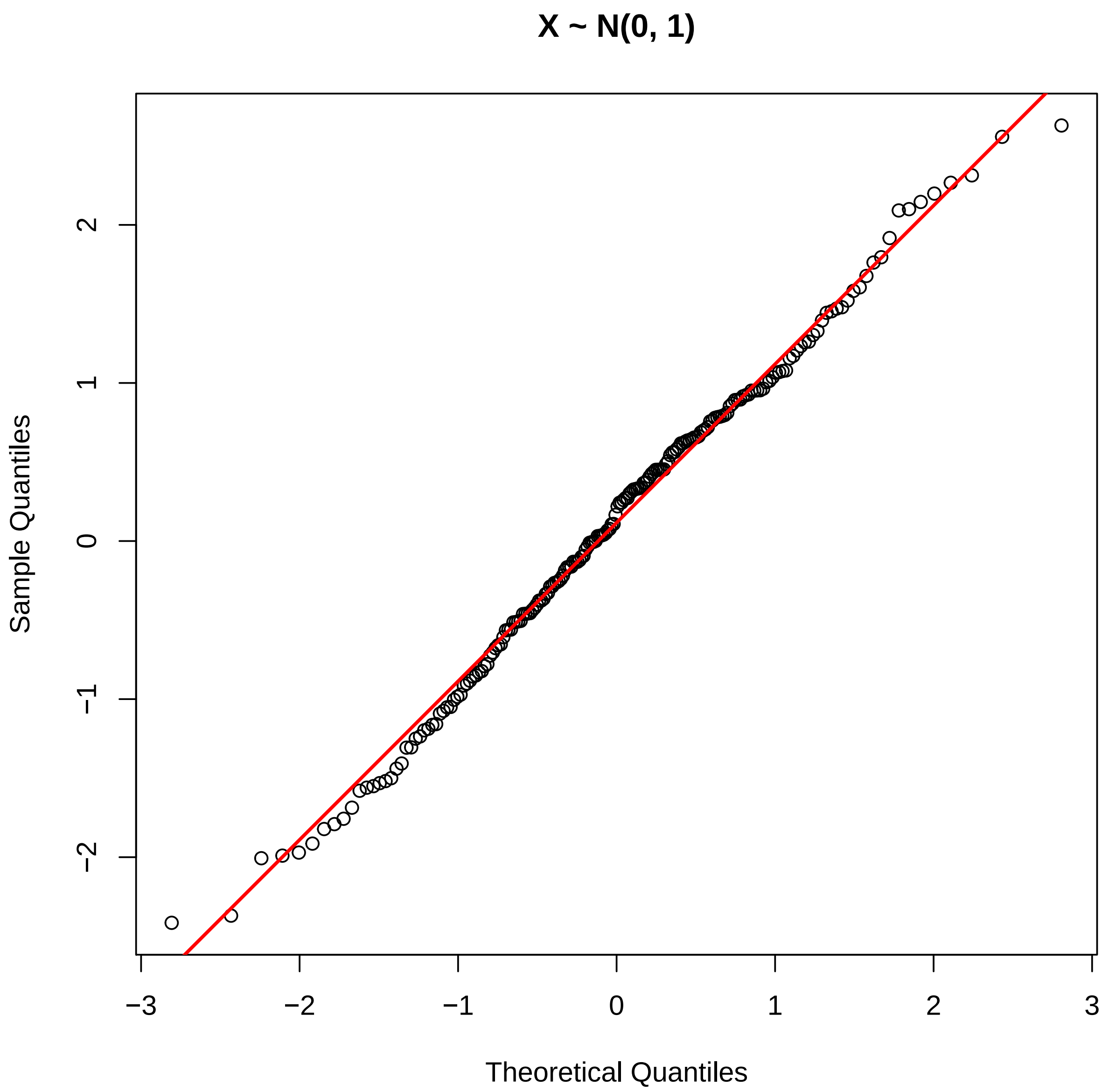


5. Un mejor gráfico que el histograma para decidir si los datos aleatorios son aproximadamente normal es el llamado grvafico de ”probabilidad normal”. La idea básica es graficar los cuantiles de sus datos contra los correspondientes cuantiles de la distribuci?n normal. Los cuantiles de un conjunto de datos preferidos son la Mediana, Q_1 y Q_3 los más generales. El cuantil q es el valor en los datos donde q*100 %. También el cuantil 0.25 es Q_1, el cuantil 0.5 es la mediana y el cuantil 0.75 es Q_3. Los cuantiles para la distribución teórica son similares, sólo cambia el número de puntos datos menores, o sea el área a la izquierda del monto especificado. Por ejemplo, la mediana parte el área por debajo de la curva de densidad en la mitad.

   El gráfico de probabilidad normal es fácil de leer si conoce cómo. Esencialmente, si el gr?fico parece una l?nea recta entonces los datos son aproximadamente normal. Está línea no es una línea de regresión. La línea es trazada a través de los puntos formados por el primer y tercer cuartil.

R hace todo esto fácil con las funciones qqnorm(), más generalmente qqplot(), y qqline() la cual traza una línea de referencia (no una línea de regresión).

```
qqnorm(MediasEstand, main="X ~ N(0, 1)")

#muestra la l?nea

qqline(MediasEstand, lty=1, lwd=2, col="red")
```

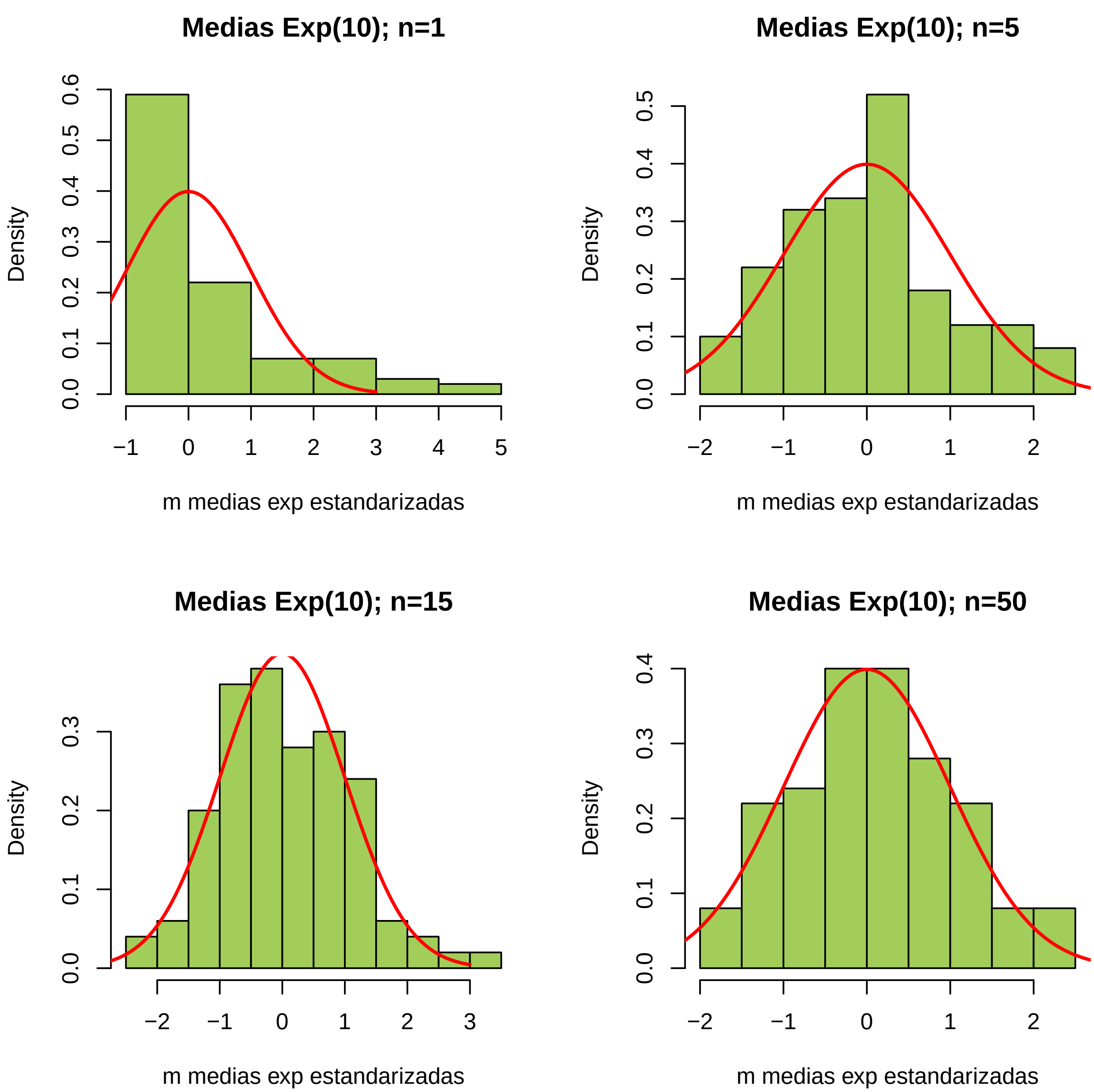


6. Simular el Teorema del Límite Central con datos exponencial
Un ejemplo de una distribución sesgada es la exponencial. Necesitamos conocer que sí tiene media $\mu = 10$, entonces la desviación estándar s es también 10, por eso sólo necesitamos especificar la media.

Vamos a simular para varios valores de n. Para cada una de las m=100 muestras, n ser? 1, 5, 15, 50 (el número de valores aleatorios en cada uno de los promedios).

```
simulExp <- function(mu, m=5, n=100)
{
razon <- 1/mu
vectMedias <<- numeric(0)
MediasEstand <<- numeric(0)
for (i in 1:m)
{
X = rexp(n, razon)
# genera n valores exponenciales
vectMedias[i] <<- mean(X)
MediasEstand[i] <<- (vectMedias[i] - mu)/(mu/sqrt(n))
 }
}
par(mfrow=c(2,2))

# para n=1

mu=10
m <- 100; n <- 1
simulExp(mu, m, n)
hist(MediasEstand, main="Medias Exp(10); n=1",
     xlab="m medias exp estandarizadas",
prob=TRUE, col="darkolivegreen3")
xvals = seq(from=-3, to=3, by=0.01)
points(xvals, dnorm(xvals, 0, 1), col = "red", type="l", lty=1, lwd=2)

# para n=5

n <- 5
simulExp(mu, m, n)
hist(MediasEstand, main="Medias Exp(10); n=5",
     xlab="m medias exp estandarizadas",
prob=TRUE, col="darkolivegreen3")
xvals = seq(from=-3, to=3, by=0.01)
points(xvals, dnorm(xvals, 0, 1), col = "red", type="l", lty=1, lwd=2)

# Repita este proceso para n=15 y n=50

# Para n=15

n <- 15
simulExp(mu, m, n)
hist(MediasEstand, main="Medias Exp(10); n=15",
     xlab="m medias exp estandarizadas",
```

```
prob=TRUE, col="darkolivegreen3")
xvals = seq(from=-3, to=3, by=0.01)
points(xvals, dnorm(xvals, 0, 1), col = "red", type="l", lty=1, lwd=2)

# Para n=50

n <- 50
simulExp(mu, m, n)
hist(MediasEstand, main="Medias Exp(10); n=50",
     xlab="m medias exp estandarizadas",
prob=TRUE, col="darkolivegreen3")
xvals = seq(from=-3, to=3, by=0.01)
points(xvals, dnorm(xvals, 0, 1), col = "red", type="l", lty=1, lwd=2)
```

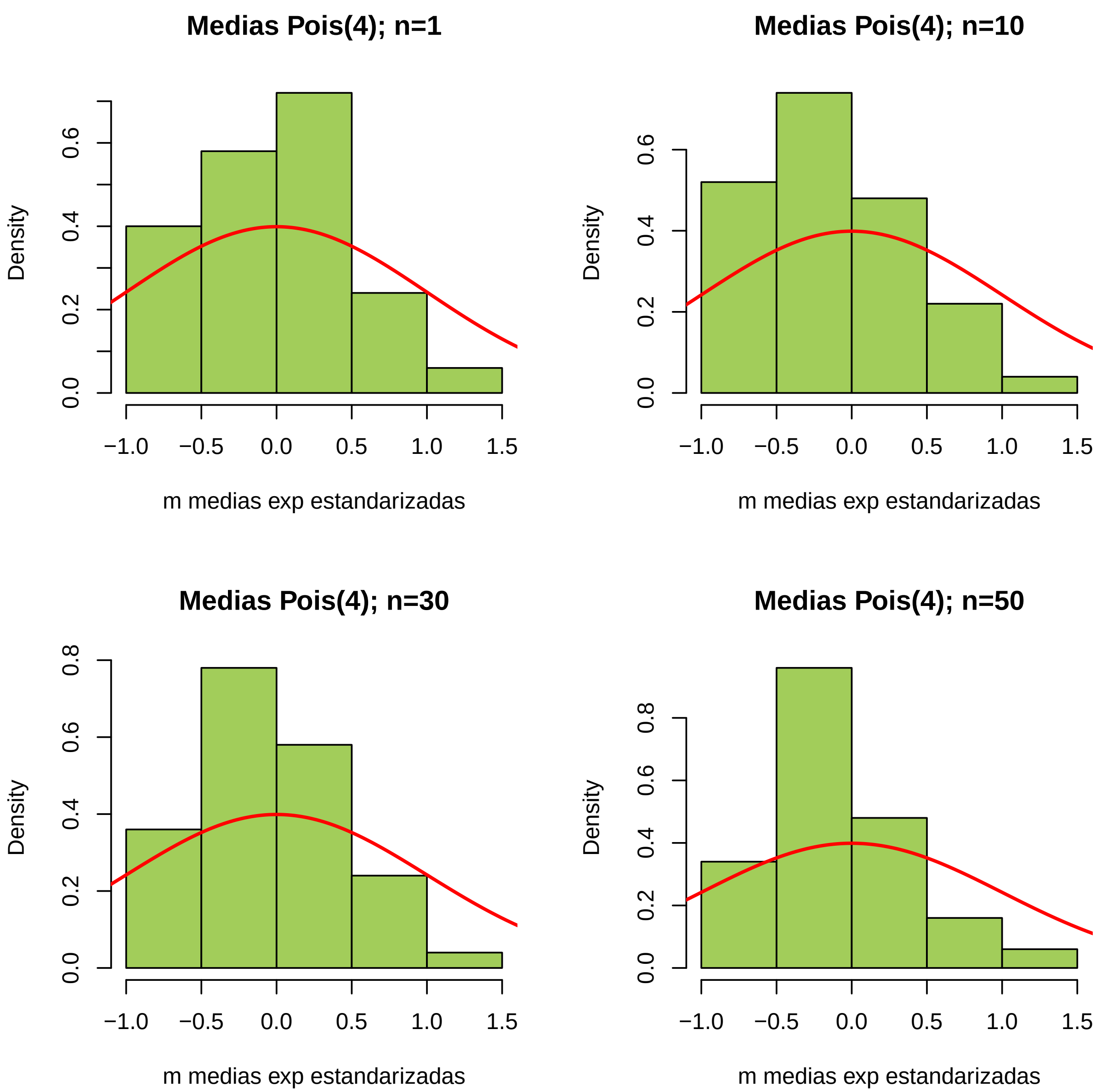


Observe que el histograma tiene una forma muy acampanada entre n=15 y n=50, aunque justo en n=50 parece todavía ser un poco sesgada.

1. Ejercicios.

```
simulPoiss <- function(mu, m=5, n=100)
{

vectMedias <<- numeric(0)
MediasEstand <<- numeric(0)
for (i in 1:m)
{
X = rpois(n, mu)
# genera n valores exponenciales
vectMedias[i] <<- mean(X)
MediasEstand[i] <<- (vectMedias[i] - mu)/(mu/sqrt(n))
 }
}
par(mfrow=c(2,2))

# para n=1

mu=4
m <- 100; n <- 1
simulPoiss(mu, m, n)
hist(MediasEstand, main="Medias Pois(4); n=1",
     xlab="m medias exp estandarizadas",
prob=TRUE, col="darkolivegreen3")
xvals = seq(from=-3, to=3, by=0.01)
points(xvals, dnorm(xvals, 0, 1), col = "red", type="l", lty=1, lwd=2)

# para n=10

mu=4
simulPoiss(mu, m, n)
hist(MediasEstand, main="Medias Pois(4); n=10",
     xlab="m medias exp estandarizadas",
prob=TRUE, col="darkolivegreen3")
xvals = seq(from=-3, to=3, by=0.01)
points(xvals, dnorm(xvals, 0, 1), col = "red", type="l", lty=1, lwd=2)

# para n=30

mu=4
```

```
simulPoiss(mu, m, n)
hist(MediasEstand, main="Medias Pois(4); n=30",
     xlab="m medias exp estandarizadas",
prob=TRUE, col="darkolivegreen3")
xvals = seq(from=-3, to=3, by=0.01)
points(xvals, dnorm(xvals, 0, 1), col = "red", type="l", lty=1, lwd=2)

# Para n=50

mu=4
simulPoiss(mu, m, n)
hist(MediasEstand, main="Medias Pois(4); n=50",
     xlab="m medias exp estandarizadas",
prob=TRUE, col="darkolivegreen3")
xvals = seq(from=-3, to=3, by=0.01)
points(xvals, dnorm(xvals, 0, 1), col = "red", type="l", lty=1, lwd=2)
```


Medias Pois(4); n=1
Medias Pois(4); n=10
Medias Pois(4); n=30
Medias Pois(4); n=50
Density
m medias exp estandarizadas
−1.0 −0.5 0.0 0.5 1.0 1.5
0.0 0.2 0.4 0.6 0.8