Proceso Poisson

Erika Martínez Meneses

2024-10-15

Drive Thru

El tiempo de llegada a una ventanilla de toma de órdenes desde un automóvil de un cierto comercio de hamburguesas sigue un proceso de Poisson con un promedio de 12 llegadas por hora.

$$\lambda_0 = 12, \beta = 1/12$$

a) ¿Cuál será la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas sea a lo más de 20 minutos?

$ α = 3, x = 20min = 1/3 $ (Distribución Gamma)

$P(T \leq 1/3)$ con $\alpha = 3$

```r
pgamma(1/3, 3, 12)

## [1] 0.7618967
```

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera de una persona esté entre 5 y 10 segundos?

Distribución exponencial

$$P\left(\frac{5}{3600} \leq T \leq \frac{10}{3600}\right)$$

```r
pexp(10/3600, 12) - pexp(5/3600, 12)

## [1] 0.01625535
```

c) ¿Cuál será la probabilidad de que en 15 minutos lleguen a lo más tres personas?

Distribución Poisson porque dice a lo más 3 personas

$P(X \leq 3)$, lambda será $\lambda = 12 * \frac{1}{4} = 3$ porque dice en 15 min

```r
ppois(3,3)

## [1] 0.6472319
```

d) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas esté entre 5 y 10 segundos?

Distribución Gamma

$P\left(\frac{5}{3600} \leq T \leq \frac{10}{3600}\right)$ con $\alpha = 5$

```
pgamma(10/3600, 3, 12) - pgamma(5/3600, 3, 12)

## [1] 5.258533e-06
```

e) Determine la media y varianza del tiempo de espera de tres personas.

Distribución Gamma

$\mu = \alpha * \beta = \frac{\alpha}{\lambda}$ y $\sigma^2 = \alpha * \beta^2 = \frac{\alpha}{\lambda^2}$

```
mu = 3/12
cat("Media:", mu, "\n")

## Media: 0.25

varianza = 3/(12^2)
cat("Varianza: ", varianza, "\n")

## Varianza:  0.02083333

sigma = sqrt(varianza)
cat("Desviación estandar:", sigma)

## Desviación estandar: 0.1443376
```

f) ¿Cuál será la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas exceda una desviación estándar arriba de la media?

$1 - P(T > \mu + \sigma)$ con $\alpha = 3$

```
1 - pgamma(mu+sigma, 3, 12)

## [1] 0.1491102
```

Entre partículas

Una masa radioactiva emite partículas de acuerdo con un proceso de Poisson con una razón promedio de 15 partículas por minuto. En algún punto inicia el reloj.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en los siguientes 3 minutos la masa radioactiva emita 30 partículas?

$P(X = 30)$ con $\lambda = 15 * 3$ (Distribución Poisson)

```
dpois(30, 15*3)
```

```
## [1] 0.00426053
```

Otra forma de resolverlo

```r
lambda = 15/60

dpois(30, (15/60)*180)

## [1] 0.00426053
```

b) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran cinco segundos a lo más antes de la siguiente emisión?

$P\left(T \leq \frac{5}{60}\right)$ con $\lambda = 15$ (Distribución exponencial)

```r
pexp(5/60, 15)

## [1] 0.7134952
```

c) ¿Cuánto es la mediana del tiempo de espera de la siguiente emisión?

$\mu(T)$ con $\lambda = 15$ (Distribución exponencial)

```r
qexp(0.5,15)

## [1] 0.04620981
```

d) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran a lo más cinco segundos antes de la segunda emisión?

$P\left(T \leq \frac{5}{60}\right)$ con $\alpha = 2$ y $\lambda = 15$ (Distribución gamma)

```r
pgamma(5/60, 2, 15)

## [1] 0.3553642
```

e) ¿En que rango se encuentra el 50% del tiempo central que transcurre antes de la segunda emisión?

$P(Q_{0.25} \leq T \leq Q_{0.75}) =$

$P(a \leq T_2 \leq b) = 0.5$ con $\alpha = 2$ y $\lambda = 15$ (Distribución gamma)

```r
a = qgamma(0.25, 2, 15)
b = qgamma(0.75,2, 15)
cat("El 50% del tiempo central que transcurre antes de la segunda emisión
de encuentra entre ", a ,"y", b)

## El 50% del tiempo central que transcurre antes de la segunda emisión
de encuentra entre  0.06408525 y 0.179509
```