АНАЛИЗ НА ЗАДАЧА

Битови проблеми

Алгоритъмът за деление не се различава принципно в различните бройни системи. Деление на 3=112 в двоична бройна система е същото като деление на 11 в десетична бройна система. Следва, че и признакът за делимост на 3 в двоична бройна система е същият като признака за делимост на 11 в десетична: „разликата от сумата на цифрите на четно място и сумата на цифрите на нечетно място трябва да се дели на 11 (в двоична – на 3); нещо повече, остатъкът при деление на цялото число на 11 (в двоична 3) е равен на остатъка, който дава тази разлика при деление на 11 (3 в двоична бройна система).“

Това може да се докаже, разбира се, и формално. Нека числото е записано в бройна система с основа *p* и *di* са числовите стойности на цифрите му. Тогава:

Признакът следва от факта, че -1 на четна степен е 1, а на нечетна е -1.

От казаното следва, между другото, че, ако в записа има единица и има решение на задачата с водещи нули, те могат да се преместят накрая на числото, без свойствата „делимост на 3“ и „липса на последователни единици“ да се нарушат. Тогава полученото число става със старши бит 1 и, следователно, представлява по-добро решение на задачата. Затова можем да считаме, че най-старшият бит е 1.

Ако означим броя на прочетените нули от стандартния вход със *z*, а броя на прочетените единици с *o*, то:

* при *o* = 0 са прочетени само нули, числото е със стойност 0: дели се на 3 и няма последователни единици, следователно самият входен запис е решение на задачата;
* при *o* = 1, задачата, очевидно, няма решение: никоя степен на двойката не се дели на 3;
* при *z* < *o*-1 няма достатъчно нули, които да разделят единиците и двоичният запис на всяко такова число има поне две последователни единици (принцип на Дирихле);
* при *z* = *о*-1 желаният запис е определен еднозначно:. Той се дели на 3, само ако *z* се дели на 3 (съгласно по-горните разсъждения).

Във всички останали случаи решение съществува и можем да изберем различни алгоритми за намирането му. Умно „изчерпване“, последователно намаляващо от най-голямата възможна стойност, което спира при първо намерено решение, върши работа, защото, всъщност, прави не повече от две стъпки. Най-бърз би бил, разбира се, конструктивен алгоритъм за създаване на желания запис. Авторът се е спрял на такъв: в зависимост от остатъка *r*, който дава *z* при деление на 3, се извършва следното:

* извежда се водещата единица;
* извеждат се *t* двойки символи 01. Броят *t* се определя от *r*, а именно: ако *r*=0, то *t*=*o*-1; ако *r*=1, то *t*=*o*-3; ако *r*=2, то *t*=*o*-2;
* при *r*=1 изходът се допълва с 00101, а при *r*=2 – с 001;
* дописват се към изхода оставащите нули (ако има такива).

Съгласно разсъжденията най-горе, полученият запис представлява двоично число без последователни единици, което се дели на 3. Тъй като в него единиците са изнесени на най-лявата възможна позиция, това число е и най-голямото с търсените свойства.

*Автор: Павлин Пеев*