

Eingereicht von:  
**Christian Limbacher, B.A.**

Angefertigt am  
**Institut für Betriebliche  
Finanzwirtschaft – Abteilung  
Asset Management**

Beurteiler:  
**Assoz. Univ.-Prof.  
Dr. Johann Burgstaller**

September 2018

# **SCHIEFE UND KURTOSIS VON AKTIENRENDITEN**



**Masterarbeit**  
zur Erlangung des akademischen Grades  
**Master of Science**  
im Masterstudium  
**Finance and Accounting**

## **Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Masterarbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt bzw. die wörtlich oder sinngemäß entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Die vorliegende Masterarbeit ist mit dem elektronisch übermittelten Textdokument identisch.

Linz, September 2018

---

Christian Limbacher, B.A.

## **Gender-Klausel**

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass in dieser Arbeit die weibliche Form der männlichen gleichgestellt wird und lediglich aus Gründen der besseren Lesbarkeit die männliche Form gewählt wurde. Es wird nochmals ausdrücklich darauf hingewiesen, dass Frauen in dieser Arbeit gleichermaßen wertgeschätzt und angesprochen sind.

## Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis .....	V
Tabellenverzeichnis .....	VI
1. Einleitung.....	1
1.1. Problemstellung.....	1
1.2. Zielsetzung .....	2
1.3. Themenabgrenzung.....	4
2. Dichtefunktionen von Wertpapierrendite-Verteilungen .....	5
2.1. Bachelier und das Random Walk-Modell im Finanzwesen.....	5
2.2. Die Normalverteilung in der finanzwirtschaftlichen Praxis .....	6
2.2.1. Die Eigenschaften der Normalverteilung und ihre Rolle in der Portfoliotheorie .....	7
2.2.2. Die Normalverteilungshypothese im Risikomanagement.....	9
2.2.3. Grenzen der Anwendung der Normalverteilungsannahme .....	10
2.3. Schiefe und Kurtosis im Überblick .....	11
2.3.1. Die Schiefe, das dritte (zentrale) Verteilungsmoment .....	12
2.3.2. Die Kurtosis, das vierte (zentrale) Verteilungsmoment .....	13
2.4. Evolution der wissenschaftlichen Modellierung von Renditeverteilungen .....	14
2.4.1. Die $\alpha$ -stabile-Verteilung .....	14
2.4.1.1. Die Summenstabilität der $\alpha$ -stabilen Verteilung.....	15
2.4.1.2. Die Dichtefunktion von $\alpha$ -stabilen Verteilungen.....	16
2.4.1.3. Infinite Varianz und Anzahl der Momente.....	17
2.4.1.4. Validität der $\alpha$ -stabilen Verteilung für das Finanzwesen .....	17
2.4.2. Mischverteilungsmodelle und der Spezialfall der Student-t-Verteilung.....	18
2.4.3. Hyperbolische Verteilungsfunktion .....	19
2.5. Leptokurtosis auf realen Aktienmärkten – Beispiel: DAX-Renditen .....	21
2.5.1. Eintrittswahrscheinlichkeit von Extremereignissen .....	22
2.5.2. Die Anwendung eines Pareto-Modelles zur Beschreibung der DAX- Renditeverteilung .....	22
2.5.3. DAX Tagesrenditen und die Heteroskedastizität .....	23
2.6. Der Zusammenhang zwischen Heteroskedastizität und Leptokurtosis.....	24
2.6.1. Empirische Evidenz zur Heteroskedastizität auf Aktienmärkten.....	24
2.6.2. Einbindung von heterogenen Varianzen in finanzwissenschaftliche Modelle .....	26
2.6.3. Heterogene Anlagestrategien als mögliche Ursache der Heteroskedastizität.....	27

2.6.4.	Die Informationszugangsrate als Volatilitäts-Trigger .....	28
2.6.5.	Heteroskedastizität und das Black-Scholes-Modell .....	30
3.	Verteilungsanalyse am österreichischen Aktienmarkt .....	32
3.1.	Datengrundlage .....	32
3.2.	Analyse der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.....	32
3.2.1.	Schiefe und Kurtosis der ATX-Indexrenditen .....	32
3.2.2.	Schiefe und Kurtosis der Renditeverteilung österreichischer Aktien .....	35
3.3.	Zeitreihenabhängigkeit von ATX-Indexrenditen .....	37
3.4.	Interpretation der Analyseergebnisse .....	39
4.	Die Rolle von Verteilungseigenschaften im Risikocontrolling .....	40
4.1.	Einordnung des unternehmensbezogenen Risikomanagements .....	40
4.2.	Der VaR als etablierter Standard für Institute aus dem Finanzwesen .....	41
4.3.	Die Schwächen des VaR .....	42
4.4.	Die Reaktion auf Unzulänglichkeiten etablierter Modelle und Regularien.....	42
4.5.	Das Modell des Expected Shortfall als Erweiterung des VaR .....	43
4.6.	Die Berücksichtigung unwahrscheinlicher Ereignisse durch Stresstests .....	44
4.7.	Forderung nach einem alternativen Risikoverständnis.....	45
4.7.1.	Erweiterung der Theorie der Brownschen Bewegung .....	45
4.7.2.	Modellierung von Renditezeitreihen durch die fraktale Geometrie .....	46
4.7.2.1.	Grundlagen der Fraktalen Geometrie.....	46
4.7.2.2.	Zeitreihen als Fraktale Objekte .....	49
4.7.2.3.	Die Rauheit der wilden Zufälligkeit als Risikomaß.....	50
4.7.2.4.	Die Fraktale Markthypothese (FMH) .....	51
4.7.2.5.	Die Adaptive Fraktale Markthypothese (AFMH) .....	52
4.7.2.6.	Zusammenfassende Bemerkungen zur fraktalen Finanzmathematik 52	
5.	Höhere Momente in der Portfolio-Theorie .....	53
5.1.	Präferenzen von Investoren für höhere Momente im Überblick.....	54
5.2.	Wissenschaftliche Forschung zur Schiefepräferenz im Kontext der Portfoliotheorie .....	56
5.2.1.	Höhere Momente und die Nutzentheorie .....	56
5.2.2.	Erweiterung neoklassischer Portfoliomodelle um das dritte und vierte Verteilungsmoment .....	57
5.3.	Finanzmarktanomalien und das dritte Verteilungsmoment.....	59
5.3.1.	Der MAX-Effekt – eine Finanzmarktanomalie mit Bezug zur Schiefe von Renditeverteilungen .....	60
5.3.2.	Methodik und Ergebnisse der MAX-Analyse von Bali/Cakici/Whitelaw .....	62

5.3.3.	Lotteriepräferenz als statuierte Ursache für den MAX-Effekt .....	63
5.3.4.	Beziehung zwischen MAX-Effekt und dem dritten Verteilungsmoment.....	64
5.3.5.	Der <i>long shot bias</i> und dessen Existenz auf Wertpapiermärkten .....	65
5.3.6.	Ein Exkurs in Richtung Behavioral Finance .....	66
5.3.7.	Lotterieeffekt und das Gambling-Verhalten von Privatanlegern .....	70
5.3.8.	Der MAX-Effekt und die Beta-Anomalie.....	72
5.3.9.	Konträre Ergebnisse bezüglich des Zusammenhanges zwischen MAX-Effekt und Lotteriepräferenz .....	73
5.3.10.	<i>Lottery-like stocks</i> als Teilmenge von <i>high-attention stocks</i> .....	75
5.4.	Untersuchung des MAX-Effektes am österreichischen Aktienmarkt.....	76
5.4.1.	Datenmaterial und Vorgangsweise .....	77
5.4.2.	Berechnungsergebnisse zum MAX-Effekt .....	78
5.4.3.	Schlussfolgerung aus der Untersuchung des MAX-Effektes am österreichischen Aktienmarkt .....	79
5.5.	Der Zusammenhang zwischen Schiefe und Rendite am österreichischen Aktienmarkt .....	80
5.5.1.	Methodik für die Analyse des Schiefe-Effektes.....	81
5.5.2.	Ergebnisse zum Schiefe-Effekt.....	82
5.5.3.	Simulation einer Handelsstrategie mit der Schiefe als Entscheidungsparameter.....	83
5.6.	Erklärungsansätze für die empirischen Ergebnisse .....	86
5.6.1.	Stellungnahme zum möglichen Einfluss des <i>survivorship bias</i> .....	86
5.6.2.	Die Ergebnisse im Kontext der Neuen Erwartungstheorie .....	87
5.6.3.	Die Schiefepräferenz und der <i>mean reversion effect</i> .....	88
5.6.4.	Schlussfolgerungen aus der empirischen Analyse im Überblick .....	89
6.	Zusammenfassung .....	90
	Literaturverzeichnis.....	94

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Normalverteilungen mit Erwartungswert von 0 und unterschiedlicher Varianz ...	8
Abbildung 2: Dichtefunktionen mit unterschiedlicher Schiefe .....	12
Abbildung 3: Dichtefunktionen mit unterschiedlicher Kurtosis .....	13
Abbildung 4: Symmetrische Paretoverteilungen in Abhängigkeit von $\alpha$ .....	15
Abbildung 5: Gegenüberstellung: Normalverteilung – hyperbolische Verteilung.....	20
Abbildung 6: doppelt logarithmische Darstellung der kumulierten Häufigkeitsverteilung von DAX-Tagesrenditen .....	23
Abbildung 7: Autokorrelationsfunktion der quadrierten DAX-Renditen .....	25
Abbildung 8: Gegenüberstellung: Histogramm der ATX Renditen zur Normalverteilung .....	33
Abbildung 9: Linker Ausläufer der ATX-Renditeverteilung .....	34
Abbildung 10: Diskrete ATX-Renditen im Zeitverlauf.....	37
Abbildung 11: Normalverteilte Renditeausschläge.....	37
Abbildung 12: Korrelation ATX-Renditen.....	38
Abbildung 13: Korrelation quadrierter ATX-Renditen.....	38
Abbildung 14: Generierungsprozess der Koch-Kurve.....	47
Abbildung 15: Koch-Kurve mit zufälligem Element.....	48
Abbildung 16: Resultate der Untersuchungen von Bali/Cakici/Whitelaw zum MAX-Effekt ....	63
Abbildung 17: Hypothetische Bewertungsfunktion .....	67
Abbildung 18: Gegenüberstellung von objektiver und subjektiver Wahrscheinlichkeit .....	68
Abbildung 19: Performance-Vergleich der MAX-Portfolios .....	79
Abbildung 20: Verhältnis der Schiefe zur durchschnittlichen Rendite... ..	81
Abbildung 21: Performance-Vergleich der Schiefe-Portfolios (1988-2016).....	83
Abbildung 22: Histogramm zu den Monatsrenditen des Schiefe-Differenzportfolios .....	84
Abbildung 23: Kumulierte Renditen der Schiefe-Strategie ohne Reinvestitionen.....	85
Abbildung 26: Schiefe-Strategie; 3 Monate Haltedauer.....	86
Abbildung 27: Schiefe-Strategie; 5 Monate Haltedauer... ..	86

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Pro und Kontra zu verschiedenen Verteilungen im Überblick .....	21
Tabelle 2: JB-Teststatistik; ATX Index-Renditen .....	35
Tabelle 3: Verteilungseigenschaften österreichischer Aktien.....	36
Tabelle 4: MAX-Effekt am österreichischen Aktienmarkt.....	79
Tabelle 5: Schiefe-Effekt am österreichischen Aktienmarkt.....	82

## **1. Einleitung**

Beginnend mit einer Erörterung der Problemstellung wird vorerst das Kernthema der vorliegenden Arbeit eingekreist. Neben der Benennung der zentralen Forschungsthemen beinhaltet das einleitende Kapitel zudem einen Überblick über den Aufbau der Arbeit sowie ergänzende Erläuterungen zur Themenabgrenzung.

### **1.1. Problemstellung**

Von auffälligen Kursformationen, die sich auf Zeitfenster von wenigen Sekunden beschränken, über die Bildung von sektorbezogenen Spekulationsblasen, bis hin zur weltweiten Finanzkrise – auf den Finanzmärkten lässt sich eine beträchtliche Anzahl unterschiedlich skaliert Phänomene beobachten, deren Gemeinsamkeit vielfach darin besteht, dass sie sich durch etablierte Theorien und Modelle der modernen Finanzmarkttheorie nicht oder nur unzulänglich erklären respektive antizipieren lassen. Vor dem Hintergrund zahlreicher Diskrepanzen zwischen finanzwirtschaftlicher Theorie und Empirie ist die wissenschaftliche Forschung daher gefordert, nicht zuletzt Kernelemente der etablierten Finanzmarktlehre in den Mittelpunkt ihrer kritischen Diskussion zu stellen. Die Relevanz entsprechender Bestrebungen erwächst dabei insbesondere dadurch, dass im Zuge sich ausweitender Interdependenzen auf globalen Märkten, Modellfehler im Zusammenhang mit kapitalmarktorientierten Anwendungen zunehmend stärkere Auswirkungen auf immer umfassendere Wirtschaftssysteme sowie, in Konsequenz, auf das zivile Leben entfalten.

Die Finanztheorie ist grundsätzlich als Erfahrungswissenschaft zu deklarieren, womit an deren Ausgangspunkt in konsequenter Weise empirische Erkenntnisse stehen (Guo, 2002, 6). Angesichts wiederkehrender Ausnahmesituationen, zu denen bspw. die bekannten Finanzmarkt-Crashes, aber auch ausgedehnte Boom-Phasen zählen, liefern die Erfahrungen der Marktteilnehmer und -beobachter vielfach jedoch keine empirische Evidenz für traditionelle Konzepte der Kapitalmarktlehre. Die zunehmende Auseinandersetzung mit systematischen Abweichungen realer Geschehnisse von etablierten Modellvorstellungen macht die Diskrepanz zwischen Theorie und Empirie sichtbar (Weber/Wuestemann, 2004, 13). Die Existenz wissenschaftlich belegter Kapitalmarktanomalien führt somit unweigerlich zur Hinterfragung der Paradigmen angewandter Finanzmarkttheorien. Durch die zentrale Behandlung höherer Verteilungsmomente wird in der vorliegenden Arbeit eines dieser Paradigmen in Diskussion gestellt. Es handelt sich dabei um die aus diversen Grundannahmen abgeleitete These normalverteilter Renditen. Diese Verteilungsform ist insoweit für die Anwendung in Theorie und Praxis gleichermaßen praktikabel, als sie die vollständige Beschreibung der Verteilung einer Zufallszahl



durch lediglich zwei Parameter, dem Erwartungswert und der Varianz, ermöglicht und damit die vergleichsweise einfach umzusetzende Bändigung von Risiken verspricht (Meyer, 1999, 240; Mainzer, 2007, 191).

Die empirische Evidenz zeigt jedoch, dass die Annahme normal verteilter Wertpapierrenditen nicht uneingeschränkt haltbar ist. Zu eng erscheint das Korsett der Normalverteilungshypothese, als dass sich das reale Marktgeschehen durch entsprechend restriktive Modelle abbilden ließe. Insbesondere die Beobachtung von Extremereignissen an den Wertpapierbörsen zeigt die mit der Normalverteilungsannahme in Verbindung stehende Problematik deutlich auf. Denn in Referenz zur statistischen Eintrittswahrscheinlichkeit, die außergewöhnlich hohen Kursabweichungen ausgehend von hypothetisch normalverteilten Renditen zugesprochen wird, treten diese viel zu häufig auf. In Reaktion darauf wird bereits seit Jahrzehnten die Kritik an der zu den Grundfesten der modernen Kapitalmarkttheorie zählenden Normalverteilungsannahme laut. Die jener Kritik entspringenden Ausflüsse reichen von Versuchen, bestehende Modelle entsprechenden Anpassungen zu unterwerfen, bis hin zu Forderungen für die völlige Neukonzeption finanzwirtschaftlicher Modelle.<sup>1</sup> Mit letzterem Ansatz geht dabei insbesondere der Kritikaspekt einher, dass es keineswegs dem Anspruch einer wissenschaftlichen Forschungsdisziplin genügen kann, dass finanztheoretische Modelle lediglich in sogenannten ‚normalen‘ Zeiten funktionieren. Vor allem dann nicht, wenn ein Beharren auf etablierten Modellen unter Stressbedingungen die Gefahr von Verlusten und ökonomischen Schäden in einem derartigen Ausmaß birgt, das die Summe der in den Perioden zwischen den Krisen generierten ökonomischen Gewinne mitunter zu übertreffen vermag. Eine durchaus nahe liegende Reaktion auf die dargestellte Problematik besteht in der Einbindung höherer Verteilungsmomente für die Modellierung von Renditeverteilungen, woraus sich die primäre Zielsetzung dieser Arbeit ableiten lässt.

## 1.2. Zielsetzung

Aus oben formulierter Motivation heraus beschäftigt sich die vorliegende Arbeit auf differenzierte Weise mit der Modellierung von Renditeverteilungen. Zum einen wird der Frage nachgegangen, inwieweit an Hand von, in der Literatur festgehaltenen, empirischen Untersuchungen die These der Normalverteilung aufrechterhalten werden kann respektive inwieweit verschiedene Anwendungsbereiche ein Abgehen von entsprechend restriktiven Annahmen erfor-

---

<sup>1</sup> Kraus/Litzenberger (1976) erweitern das klassische Capital Asset Pricing Model (CAPM) durch die Hinzunahme eines Schiefeparameters zum 3-Momente CAPM. In zahlreichen Studien wird seither der Mehrwert, der potenziell mit derartigen Erweiterungen klassischer Preisbildungsmodelle einhergeht, untersucht (siehe dazu die Ausführungen in Kapitel 5.2.2). Etwa sprechen sich Bao/Diks/Li (2018, 612) für eine Erweiterung anstelle einer Verwerfung des CAPM aus. Für eine grundlegende Neukonzeption von Finanzmarktmodellen und die Überarbeitung neoklassischer Grundannahmen tritt hingegen bspw. Mandelbrot (1963, 395) ein.

dern. Zum anderen findet die Form der etwaigen Abweichungen Beleuchtung. Es wird die Ausprägung der in dieser Arbeit an zentraler Stelle stehenden Parameter Schiefe und Kurtosis auf realen Aktienmärkten fokussiert und darauf aufsetzend auf jene Konzepte der finanzwissenschaftlichen Forschung eingegangen, die als Reaktion auf empirisch nachweisbare, mit Schiefe und Kurtosis behaftete Renditeverteilungen entwickelt werden. Dabei wird die Frage behandelt, inwieweit Adaptierungen bestehender Modelle den komplexen Gegebenheiten realer Märkte gerecht werden oder Forderungen nach völlig neuen Konzepten als angemessen oder gar notwendig erscheinen. Vor diesem Hintergrund findet nicht nur die Frage Beachtung, welche Folgen die Anwendung von traditionellen Konzepten auf Märkten mit nicht normalverteilten Renditen nach sich zieht, sondern es wird darüber hinaus die Frage adressiert, in welcher Weise Investoren bewusst oder unbewusst entsprechende Ausprägungen höherer Verteilungsmomente in ihre Investitionsentscheidungen einbeziehen.

Komprimiert dargestellt, sollte mit der vorliegenden Arbeit die Frage zum Nutzen respektive der Notwendigkeit einer Implementierung der Schiefe und Kurtosis in finanzwissenschaftliche Portfolio- sowie Risikomanagementmodelle, durch die konkrete Hinterfragung folgender beiden Hypothesen adressiert werden:

- Die Renditeverteilungen an den realen Wertpapiermärkten weisen Ausprägungen hinsichtlich Schiefe und Kurtosis auf, die nicht mit der Normalverteilungshypothese vereinbar erscheinen.
- Es lassen sich Präferenzen der Investoren für entsprechende Verteilungsmomente feststellen.

Eine vorrangige Intention des Autors besteht dabei darin, im Zuge der kritischen Auseinandersetzung mit den oben genannten Hypothesen, einen möglichst breiten Überblick über die Facetten, Ursachen und Implikationen zu geben, die mit den Verteilungseigenschaften von Aktienrenditen und deren wissenschaftlicher Modellierung in Verbindung stehen. Diesem Vorhaben zufolge wird der Arbeit ein entsprechend weites Betrachtungsspektrum zu Grunde gelegt, das sowohl den Bereich des institutionellen Risikomanagements, als auch den jenen des Portfoliomanagements umfasst. Im Sinne der dennoch angestrebten Implementierung einer detaillierteren empirischen Untersuchung von Verteilungseigenschaften am österreichischen Aktienmarkt, wird ausgehend von diesem breiten Betrachtungsrahmen im zweiten Teil der Arbeit schließlich verstärkt das dritte Verteilungsmoment in den Fokus gerückt und insbesondere im Kontext des Portfoliomanagements einer genaueren Betrachtung unterzogen. Unter vorrangiger Bezugnahme auf den durch Bali/Cakici/Whitelaw (2011) statuierten MAX-Effekt, sollte auf diese Weise die Evidenz wissenschaftlich fundierter Erkenntnisse bezüglich der Schiefe von Renditeverteilungen am österreichischen Aktienmarkt analysiert werden.

### 1.3. Themenabgrenzung

Die in dieser Arbeit zentrale Behandlung der Schiefe und Kurtosis von Aktienrenditen steht, wie bereits einleitend ausgeführt, untrennbar mit der Validität neoklassischer Finanzmarktmodelle im Zusammenhang, deren Hinterfragung ein großer Anteil der vorliegenden Arbeit gewidmet wird. Auch wenn über die Normalverteilungsannahme hinaus sehr wohl weitere Basisannahmen der modernen Finanzmarkttheorie in analoger Weise unter Kritik stehen, beschränkt sich die vorliegende Arbeit weitgehend auf eben jene Abweichungen, die sich im Kern auf Verteilungseigenschaften von Wertpapierrenditen beziehen. Dabei stehen sowohl für die literaturbasierte als auch die empirische Analyse der Schiefe und Kurtosis ausschließlich Verteilungen von Aktienrenditen im Fokus. Anleihen- oder Derivatemärkte finden diesbezüglich hingegen keine Betrachtung.

Angesichts des formulierten Zieles, einen möglichst breiten Überblick über die Zusammenhänge bereitzustellen, die mit der Modellierung von Renditeverteilungen in Verbindung stehen, begrenzt der reglementierte Umfang der vorliegenden Arbeit die Intensivität einer tiefgehenden Auseinandersetzung mit konkreten Detailinhalten. Es werden daher im Mittelpunkt stehende Renditeverteilungen vorrangig in einer deskriptiven Weise behandelt, indem in erster Linie die empirische Feststellbarkeit entsprechender Ausprägungen fokussiert wird. Eine detaillierte Untersuchung konkreter Ursachen von Verteilungsphänomenen ist grundsätzlich nicht von der Zielsetzung umfasst und findet lediglich bezüglich einer konkreten Analyse von Schiefepräferenzen sowie im Zusammenhang mit der Hinterfragung der Varianzvariabilität eingeschränkten Einfluss in diese Arbeit.

Im Zuge entsprechender Erklärungsansätze wird mitunter punktuell auf diverse Erkenntnisse aus dem Teilgebiet der Behavioral Finance zurückgegriffen, ohne jedoch eine vollständige Erörterung verhaltenswissenschaftlicher Theorien in die Arbeit einzubinden. Analog dazu ist bezüglich der auszugsweisen Behandlung exemplarischer Risikomanagement-Instrumente für Finanzinstitute anzumerken, dass diese in erster Linie dem Aufzeigen eines bereichsübergreifenden Einflusses finanzwissenschaftlicher Hypothesen dient. Eine umfassende Thematisierung von Risikomanagementsystemen ist indes nicht Teil dieser Arbeit. In Ergänzung dazu bleibt festzuhalten, dass die Ausführungen in den folgenden Kapiteln zwar durchaus darauf abzielen, praxisrelevante Herausforderungen aufzuzeigen, der Anspruch dieser Arbeit jedoch weder im Kontext des unternehmensbezogenen Risikomanagements noch im Zusammenhang mit der Portfoliotheorie darin besteht, neue Lösungsansätze zu generieren.

## 2. Dichtefunktionen von Wertpapierrendite-Verteilungen

Die wesentlichen Annahmen der modernen Finanztheorie entspringen einer Zeit, deren wirtschaftlichen Rahmenbedingungen mit den heutigen nur mehr bedingt vergleichbar erscheinen. Aktuell noch Anwendung findende Modelle bauen unter anderem auf Ansätzen auf, deren Begründung auf den Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts zurückreicht. Etwa gehören insbesondere das in den sechziger Jahren durch William F. Sharpe entwickelte Capital Asset Pricing Modell (CAPM), sowie auch die 1973 veröffentlichte Optionspreistheorie von Black/Scholes (1973) zu jenen Schlüsselmodellen neoklassischer Kapitalmarkttheorie, deren fundamentalen Grundzüge unter anderem auf den Erkenntnissen des französischen Mathematikers Luis Bachelier beruhen.

### 2.1. Bachelier und das Random Walk-Modell im Finanzwesen

Der von Bachelier (1900) unter dem Namen „Théorie de la spéculation“ veröffentlichten Dissertation wird eine wegbereitende Funktion für die moderne Finanzmathematik zugeschrieben. Dabei wurden die in Bacheliers Arbeit enthaltenen Erkenntnisse zur Verteilungsstruktur von Wertpapierrenditen seitens der Ökonomen über einen Zeitraum von über sechzig Jahre hinweg weitgehend ignoriert, bevor der Ökonomie-Nobelpreisträger Samuelson diese wieder aufgriff (Schachermayer/Teichmann, 2008, S. 2).

Bacheliers Pionierstatus begründet sich unter anderem in seinem Ansatz, das Thema der Spekulation an Wertpapierbörsen auf wissenschaftliche Weise einer mathematischen Analyse zu unterziehen (Kolmogorow, 1931). Dieses Vorhaben bedarf einer Einordnung des Börsengeschehens in ein definierbares Schema. Nur unter der Voraussetzung, dass jeder mögliche Zustand eines Systems sich, bspw. durch die Ausprägungen einer bestimmten Anzahl an Parametern, beschreiben lässt, ist es möglich, eine mathematische Analyse zur Betrachtung eines Änderungsprozesses innerhalb dieses Systems durchzuführen. Im Zuge einer praxisnahen Anwendung von Modellen gilt es jedoch stets zu beachten, dass ein mathematisch definiertes System nicht die Wirklichkeit selbst verkörpert, sondern lediglich als Schema zur Beschreibung der Wirklichkeit dient. Dabei können anstelle wohldeterminierter Prozesse, auch Schemata zur Anwendung kommen, in denen der Zustand eines Systems in einem Zeitmoment nur eine gewisse Wahrscheinlichkeit für den jeweils möglichen Folgezustand definiert. Unter der Voraussetzung einer im Zeitablauf konstanten Wahrscheinlichkeitsverteilung wird von einem stochastischen Prozess gesprochen.

Die Anwendung solcher stochastischer Prozesse zur Beschreibung von Vorgängen am Kapitalmarkt ist dabei auf eben jene genannte Dissertation von Bachelier zurückzuführen (Merk,

2011, 1). Bachelier statuiert darin, dass die Erforschung des dynamischen Börsengeschehens insofern nie zu einer exakten Wissenschaft werden könne, als angesichts der unzähligen relevanten Einflussgrößen deterministische Methoden nicht anwendbar seien. Die wesentliche Aussage seiner Arbeit liegt schließlich darin, dass die Veränderungen von Aktienkursen einem sogenannten Random Walk folgen. Auf exakte mathematische Vorhersagen zu hoffen, wäre nach den Aussagen Bacheliers somit zwecklos. Die empirisch beobachtbaren Kursänderungen bilden viel mehr eine Reihe von unabhängigen und gleichverteilten Zufallsvariablen. Durch diesen Ansatz ist es möglich, den temporären Zustand eines Marktes durch die Bestimmung der Determinanten für die Wahrscheinlichkeit von Renditebewegungen zu beschreiben. Die Untersuchungen von Anleihekurszeitreihen führen Bachelier schließlich zu der Erkenntnis, dass die Verteilung der Kursänderungen der von Gauß entwickelten Normalverteilung entspricht, was schlussendlich den Grundstein für die Anwendung des Normalverteilungskonzeptes in finanzwirtschaftlichen Modellen begründete. Obwohl es insbesondere durch empirisch feststellbare Anomalien in den letzten Jahrzehnten sehr wohl zur Weiterentwicklung respektive Neuentwicklung von Verteilungsmodellen in der finanzwirtschaftlichen Forschung gekommen ist, spielt das Konzept der Normalverteilung noch immer eine wesentliche Rolle in der modernen Finanzwirtschaft.

In Analogie zum finanzwissenschaftlichen Entwicklungsprozess wird zur zentralen Behandlung der Schiefe und Kurtosis in der vorliegenden Arbeit die Normalverteilung als Ausgangsbasis herangezogen. Im Zuge einer komprimierten Darlegung beispielhafter Anwendungsfälle aus den Bereichen der Portfoliotheorie wie auch des Risikomanagements werden im Folgenden mathematische Grundlagen der Normalverteilung behandelt sowie andererseits die Grenzen ihrer praktischen Anwendbarkeit auf Finanzmärkten aufgezeigt. Darauf aufbauend werden die Eigenschaften des dritten und vierten Verteilungsmomentes erläutert, bevor im Kapitel 2.3 im Rahmen einer Behandlung der Evolution finanzwissenschaftlicher Renditeverteilungsmodelle nahtlos an die hier dargestellten Erkenntnisse Bacheliers angeknüpft wird.

## **2.2. Die Normalverteilung in der finanzwirtschaftlichen Praxis**

Die Annahmen zu Eigenschaften von Renditeverteilungen weisen sowohl für das Risikomanagement von Unternehmen als auch für Anlageentscheidungen von Investoren eine hohe Relevanz auf. Dies resultiert nicht zuletzt daraus, dass entsprechende Parameter einer Dichtefunktion in praxisrelevanten Entscheidungsmodellen unmittelbar das mit einer Investition verbundene Risiko verkörpern.

### 2.2.1. Die Eigenschaften der Normalverteilung und ihre Rolle in der Portfoliotheorie

Grundsätzlich gilt es aus Investorensicht im Zuge von Investitionsentscheidungen an den Wertpapierbörsen abzuwiegen, zu welchen Anteilen das zu investierende Vermögen auf diverse Anlagemöglichkeiten aufgeteilt werden sollte (Brinkmann, 2014, 9). Die wissenschaftliche Annäherung an diese Thematik führt zur Portfoliotheorie, deren Ursprung auf die Arbeit von Markowitz (1952) zurückreicht. Eine auf der Random Walk-Hypothese aufbauende Kernaussage der Portfoliotheorie liegt darin, dass unter der Prämisse der Gewinnmaximierung, im Rahmen einer Investitionsentscheidung der erwarteten Rendite die Varianz als zweiter wesentlicher Faktor gegenüberzustellen ist. Gemäß der Terminologie aus der Stochastik, stellt dabei der Erwartungswert das erste Moment und die Varianz der Renditen das zweite zentrale Moment einer allgemeinen Verteilungsform dar. Die zentralen Momente unterscheiden sich von den absoluten Momenten insoweit, als mit ihrer Hilfe die Verteilung jeweils in Referenz zum Erwartungswert betrachtet wird, wodurch das erste zentrale Moment, wie aus nachfolgender Definition abzuleiten, stets gleich Null ist (Foata/Fuchs, 1999, 106).<sup>2</sup>

*Der Erwartungswert  $E[Z]$  einer Zufallsvariable  $Z$  gibt an, um welchen Wert eine Zufallsvariable schwankt.*

Das erste Moment offenbart dabei keine Informationen bezüglich der Ausprägungen allfälliger Schwankungen. Die Intensität der Schwankungen wird hingegen durch das zweite zentrale Moment adressiert, das der mittleren quadratischen Abweichung der in Betrachtung stehenden Zufallsvariable vom Erwartungswert entspricht (Heidorn, 2002, 108):

*Wenn  $Z$  eine Zufallszahl und  $E[Z]$  deren Erwartungswert ist, so entspricht das zweite zentrale Moment einer Zufallsverteilung*

$$E[(Z - E[Z])^2]$$

*der Varianz einer Zufallsvariable.*

Die von Markowitz zur Beschreibung des Risikos einer Anlage konkret herangezogene Maßzahl, die Standardabweichung, leitet sich schließlich aus der Quadratwurzel der Varianz ab. Der Vorteil einer Verwendung der Standardabweichung anstelle der Varianz besteht somit darin, dass sich dadurch die Zufallsvariable und deren Streuungsmaß mit gleicher Einheit be-

---

<sup>2</sup> Es wird angemerkt, dass abseits der angeführten Definitionen im Folgenden auf die vollständige Benennung der absoluten und zentralen Momente insoweit verzichtet wird, als die Adjektive ‚absolut‘ oder ‚zentral‘ nicht explizit angeführt werden. Wird innerhalb dieser Arbeit die Bezeichnung ‚Moment‘ iZm Verteilungseigenschaften verwendet, so ist im Falle des ersten Momentes das absolute, im Falle höherer Momente jeweils das zentrale Moment adressiert.

schreiben lassen. Die Dichtefunktion einer Normalverteilung stellt sich in Form einer Funktionsgleichung wie dabei folgt dar:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma * \sqrt{2 * \pi}} * e^{-\frac{1}{2} * \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$x$  ....Zufallsvariable

$\mu$  ....Erwartungswert

$\sigma$  ....Standardabweichung

Somit charakterisieren, wie angeführt, alleine die beiden ersten Momente die Ausprägung einer Normalverteilung. Dabei sind durch die Standardabweichung gleichermaßen die Stärke der Fluktuationen nahe des Erwartungswertes als auch die relative Anzahl von zu erwartenden Beobachtungen an den Rändern der Verteilung determiniert. Eine erhöhte Anzahl an großen Abweichungen geht daher unweigerlich mit einem eindeutig bestimmten Rückgang der Funktionswerte im Bereich des zentralen Erwartungswertes einher. Abbildung 1 zeigt Normalverteilungen mit jeweils einem Erwartungswert von 0 bei unterschiedlicher Standardabweichung.

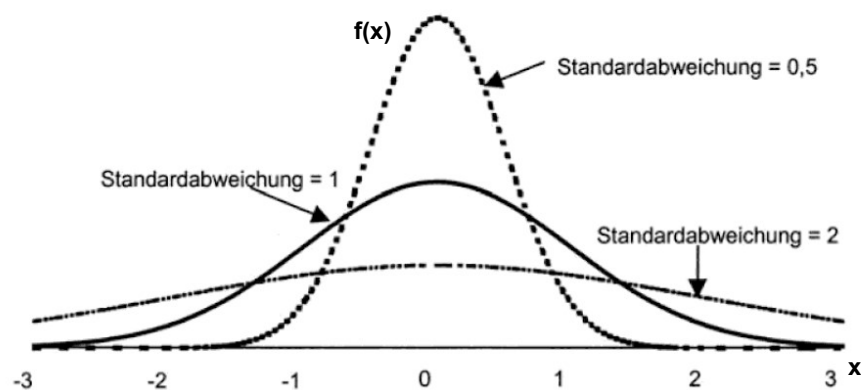


Abbildung 1: Normalverteilungen mit Erwartungswert von 0 und unterschiedlicher Varianz

Quelle: in Anlehnung an Heidorn (2002, 284)

Es gilt somit festzuhalten, dass sich mit Hilfe der Normalverteilung zwar unterschiedliche Streubreiten modellieren lassen, es jedoch unter der restriktiven Anwendung nur zweier Parameter nicht möglich ist, bspw. unsymmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilungen oder ausgeprägte Ausläufer (Fat Tails) zu modellieren. Dieser der Normalverteilung anhaftende Mangel an differenzierter Beschreibungsfähigkeit führt im Zusammenhang mit finanzwissenschaftlichen Anwendungen zu eben jenen Bestrebungen hinsichtlich alternativer Ansätze, die jedenfalls die Einbindung höherer Momente von Renditeverteilungen einschließt und die mitunter die Triebfeder für die vorliegende Arbeit bilden.

Die im Bereich der Finanzwirtschaft durch die Vererbung restriktiver Annahmen im Zuge von Modellentwicklungen evidente Relevanz dieser Thematik wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit in verschiedenen Kontexten hervorgehoben. Im Bereich des Portfoliomanagements ist an dieser Stelle insbesondere auf das bereits genannte und auf den angeführten Erkenntnissen von Markowitz basierende CAPM zu verweisen. Die weitverbreitete Anwendung dieses Bewertungsmodells trägt schließlich bedeutend zur impliziten Aufrechterhaltung der Normalverteilungshypothese an den Kapitalmärkten bei. Obgleich die Validität des CAPM im Weiteren keine gezielte Behandlung findet, wird dieses Thema schließlich insoweit wieder aufgegriffen, als in Kapitel 5.2.2 die Weiterentwicklung dieses praxisrelevanten Modells durch die Implementierung höherer Verteilungsmomente Betrachtung findet.

### **2.2.2. Die Normalverteilungshypothese im Risikomanagement**

Auch wenn im Zuge dieser Arbeit vermehrt die Portfoliotheorie als praktischer Anwendungsfall Beachtung findet, so spielt die Form und Ausgestaltung der Renditemodellierung auch jenseits der Ableitung von Anlageentscheidungen am Wertpapiermarkt eine zunehmend bedeutende Rolle. Insbesondere die Tatsache, dass die Etablierung der Normalverteilungsannahme im Sektor der Finanzinstitute Folgen hervorruft, die keineswegs nur einen überschaubaren Kern der Finanzakteure betreffen, veranlasst den Autor das Thema des Risikomanagements in der Finanzindustrie in diese Arbeit einzubinden. Dass die Ausflüsse entsprechender Modellierungen und Anwendungen durch die zunehmende Vernetzung internationaler Märkte weit über die Grenzen des Finanzsektors hinaus wirken, zeigt dabei unter anderem die vermehrt in den Mittelpunkt der Bankenregulierung gerückte Existenz systemrelevanter Banken, an deren Fortbestand zweifelsfrei ein soziales Interesse geknüpft ist. Die Bestrebungen, den Fortbestand von Finanzintermediären zu sichern, führen dabei zu einem zunehmend aufsichtsrechtlich regulierten Risikomanagement, dessen Bedeutung unter anderem durch stark schwankende Volatilitäten an Finanzmärkten gewachsen ist.

Als ein wesentliches Standardverfahren zur Risikoeinschätzung setzte sich in diesem Kontext die Value at Risk (VaR)-Methodik durch.<sup>3</sup> Der VaR liefert den maximalen Verlust, der innerhalb einer festgelegten Zeitperiode mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit nicht übertroffen wird. Der gemäß dieser Methode angegebene Betrag ist somit für ein bestimmtes Konfidenzniveau aussagekräftig, das in konzeptioneller Übereinstimmung mit der Portfoliotheorie nach Markowitz in der Praxis häufig als ein Vielfaches der Portfolio-Standardabweichung angegeben wird (Rau-Bredow, 2002, 603). Die Methodik des VaR ist zwar unter Berücksichtigung unterschiedlichster Verteilungsformen anwendbar, in der Praxis werden jedoch insbesondere

---

<sup>3</sup> Neben Instituten des Finanzwesens berichten auch Industrieunternehmen unter Verwendung von VaR-Kennzahlen über die Höhe finanzwirtschaftlicher Risiken (Rau-Bredow, 2002, 603).



im Bereich des Risikomanagements von Finanzinstituten überwiegend normalverteilte Verlustdaten unterstellt. Einerseits wird seitens der Regulierungsbehörden des Bankensektors zwar durchaus auf die Thematik der auf den Märkten beobachtbaren Stresskorrelation durch den Einsatz erweiterter Risikomaße wie bspw. den Expected Shortfall (ES) oder durch verbindlich durchzuführende Stresstests reagiert (Basel Committee on Banking Supervision, 2016, 52 ff.), andererseits ist die von Kreditinstituten verpflichtend durchzuführende Berechnung des Kreditrisikos gem. Artikel 153 Abs. 1 der Capital Requirements Regulation (CRR) als Beispiel für die verbindliche Verwendung des VaR-Modelles unter Heranziehung von normalverteilten Basisdaten zu nennen.

Vor dem Hintergrund des daraus resultierenden, hohen Stellenwertes der Normalverteilungshypothese für die supranationale Regulierung des Finanzsektors wird in den folgenden Kapiteln die Frage in den Fokus gerückt, inwieweit die Empirie ein Beharren auf klassischen Renditeverteilungsannahmen zu rechtfertigen vermag. Dabei findet die entsprechende Diskussion zu eben jener Frage wie auch die daran anschließende Einführung in die Grundlagen höherer Momente vorwiegend im Kontext der Portfoliotheorie statt, bevor im Speziellen die Thematik der empirisch feststellbaren Fat Tails im Rahmen des unternehmensbezogenen Risikomanagements unter Bezugnahme auf die hier dargestellte Problematik angewandter Maßzahlen für das Downside-Risk behandelt wird.

### **2.2.3. Grenzen der Anwendung der Normalverteilungsannahme**

Die wissenschaftliche Literatur zeigt durch die Präsentation empirischer Studien auf, dass sich die Verteilung von Renditen an den Wertpapierbörsen häufig nur bedingt in einem zufriedenstellenden Maß durch die beiden Parameter Erwartungswert und Varianz beschreiben lassen.<sup>4</sup> Daraus folgt im Zusammenhang mit relevanten und häufig auf dem Mean-Variance-Ansatz nach Markowitz beruhenden Finanzmarktmodellen die Frage, welche modellspezifischen Anpassungen ein Abgehen von der Normalverteilungsannahme erfordert. Etwa ist in Kombination mit der nachfolgend thematisierten Einbeziehung höherer Momente in die Renditemodellierung die mögliche Notwendigkeit zu diskutieren, entsprechende Investorenpräferenzen hinsichtlich der zusätzlichen Parameter in Entscheidungsmodelle zu integrieren.

Seitens der wissenschaftlichen Forschung wird bereits seit Jahrzehnten an alternativen Lösungsansätzen für die Modellierung von Renditeverteilungen gearbeitet. Die unterschiedliche Vorgangsweise für die Konzeption neuer Modellierungsformen erlaubt dabei eine Kategorisie-

---

<sup>4</sup> Konkrete wissenschaftliche Arbeiten zu entsprechenden Verteilungsanalysen werden unter Punkt 2.4 der vorliegenden Arbeit genannt. Im Kapitel 3 wird zudem unter Anwendung einer empirischen Untersuchung die Frage diskutiert, inwieweit die These normalverteilter Aktienrenditen auf dem österreichischen Aktienmarkt aufrechterhalten werden kann.

rung der neuen Ansätze entsprechend der Abgrenzung zwischen Evolution und Revolution. Einerseits halten Wissenschaftler, wie etwa der Mathematiker Benoit B. Mandelbrot, es angesichts der überproportionalen Bedeutung seltener Ereignisse als notwendig, ein völlig neues Risikoverständnis unter den Finanzmarktakteuren zu etablieren. Andererseits ist es die allgemeine Tendenz der finanzwirtschaftlichen Lehre wie auch Praxis, diagnostizierten Schwächen bestehender Systeme und Modelle durch die Adaptierung jener Ansätze zu begegnen. Im Zusammenhang mit diesen Modifizierungsbestrebungen, spielen insbesondere höhere Momente von Verteilungen eine vorrangige Rolle. Vor diesem Hintergrund erfolgt die untenstehende Darlegung grundlegender Eigenschaften der Momente dritter und vierter Ordnung im Kontext ihrer Implementierung in finanzwissenschaftliche Modelle als Reaktion auf die potenziell unzureichende Realitätsabbildung bestehender Ansätze. Die entsprechenden Ausführungen ergänzen somit die obigen genannten Definitionen der ersten beiden Verteilungsmomente.

### 2.3. Schiefe und Kurtosis im Überblick

Die Beachtung höherer Momente im Kontext einer Anpassung finanzwirtschaftlicher Modelle ist in konzeptioneller Hinsicht insoweit als eine Erweiterung des Blickwinkels zu betrachten, als die Normalverteilung, in ihrer hier gewählten Funktion als Ausgangsbasis, einen Sonderfall eines allgemeineren stochastischen Modelles mit mehr als zwei Momenten darstellt. Im Sinne einer entsprechend erweiterten Perspektive, können die Momente einer Verteilung unter Heranziehung der mathematischen Notation im Allgemeinen auf folgende Weise angeführt werden (Papoulis/Pillai, 2002, 147):

*Wenn  $Z$  eine Zufallsvariable mit  $n$ -ter Potenz und  $E[Z]$  deren Erwartungswert ist, so werden die Maßzahlen*

$$E[Z^n] \text{ bzw. } E[(Z - E[Z])^n]$$

*das  $n$ -te Moment bzw. das  $n$ -te zentrale Moment der Zufallsvariablen  $Z$  genannt.*

Das erste Moment sowie auch das zweite zentrale Moment wurden bereits behandelt. Im Folgenden wird nun Bezug auf das dritte und vierte Moment der Zufallsvariablen genommen, wobei die entsprechenden Maßzahlen

$$\frac{E[(Z - E[Z])^3]}{S[Z]^3} \quad \text{bzw.} \quad \frac{E[(Z - E[Z])^4]}{S[Z]^4}$$

als Schiefe (3. zentrales Moment) bzw. Kurtosis (4. zentrales Moment) von  $Z$  bezeichnet werden (Jondeau/Rockinger, 2003, 1704).

Die unter anderem für die Portfoliotheorie relevanten Eigenschaften, die sich mit Hilfe dieser beiden Maßzahlen darstellen lassen, werden im Folgenden näher erläutert.

### 2.3.1. Die Schiefe, das dritte (zentrale) Verteilungsmoment

$$\text{Schiefe} = \frac{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^3}{\sigma^3}$$

$n$  ... Anzahl der beobachteten Renditen

$r$  ... Renditerealisationen

$\bar{r}$  ... Renditemittelwert

$\sigma$  ... Standardabweichung

Die Schiefe stellt ein Maß für die Symmetrieeigenschaft einer Wahrscheinlichkeitsverteilung dar (Lang, 2010, 118 ff.). Im Falle der Normalverteilung nimmt das dritte Moment, auf Grund einander kompensierender positiver und negativer Abweichungen vom Erwartungswert, einen Wert von 0 an. Unterscheidet sich eine Dichtefunktion von jener der Normalverteilung derart, dass tendenziell höhere Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen im Bereich des rechten Ausläufers auftreten, so wird von einer rechtsschiefen oder auch linkssteilen Verteilung gesprochen, die mit einem positiven Wert für den Schiefeparameter einhergeht. Im Vergleich zu einer Normalverteilung steigt somit sowohl die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen knapp unterhalb des Erwartungswertes, als auch für große positive Abweichungen, wobei der Erwartungswert hierbei über dem Median liegt. Analog dazu indiziert bei einer linksschiefen Verteilung die negative Schiefe sowohl für Ereignisse knapp über des Erwartungswertes als auch für große negative Ereignisse höhere Wahrscheinlichkeiten in Referenz zur Normalverteilung. Der Erwartungswert liegt in diesem Fall unter dem Median. In Abbildung 2 wird der beschriebene Sachverhalt veranschaulicht.

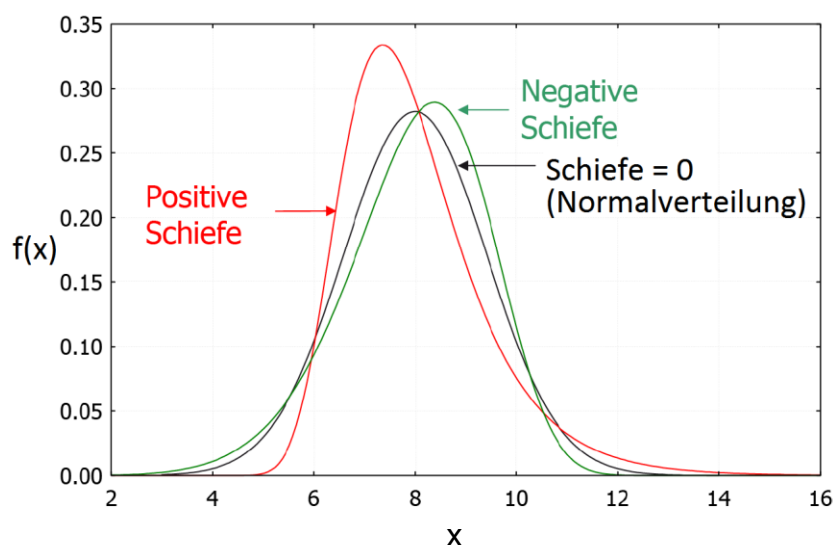


Abbildung 2: Dichtefunktionen mit unterschiedlicher Schiefe

Quelle: in Anlehnung an Persike (2008, 5)

### 2.3.2. Die Kurtosis, das vierte (zentrale) Verteilungsmoment

$$Kurtosis = \frac{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^4}{\sigma^4}$$

$n$  .... Anzahl der beobachteten Renditen

$r$  .... Renditerealisationen

$\bar{r}$  .... Renditemittelwert

$\sigma$  .... Standardabweichung

Eine bereits angeführte zentrale Kritik an den neoklassischen Kapitalmarktmodellen besteht darin, dass Ereignisse mit hohen Abweichungen zum Erwartungswert als unterrepräsentiert erscheinen. Dieser Verzerrung kann potentiell mit Hilfe der Modellintegration des vierten Momentes, der Kurtosis, entgegengetreten werden. Dieser Parameter, der auch als Wölbung bezeichnet wird, dient als Maß für die Krümmung der Dichtefunktion, indem implizit Bezug auf das Verhältnis von Eintrittswahrscheinlichkeiten an den Rändern zu jenen im mittleren Bereich der Dichtefunktion, genommen wird (Lang, 2010, 20; Romeike/Hager, 2009, 446). Dieser Vergleich erfolgt jeweils in Referenz zur Normalverteilung mit identer Varianz, wodurch das Maß der Kurtosis an sich keine absolute Aussage über die Steilheit der Wahrscheinlichkeitsfunktion trifft. Die Normalverteilung weist eine Kurtosis von 3 auf. Ein höherer Wert induziert in Referenz zur Normalverteilung gleicher Varianz einen höheren Anteil an Ereignissen mit besonders großen Abweichungen zum Erwartungswert. Es wird in diesem Fall von einer stärkeren Wölbung der Dichtefunktion oder auch von einer leptokurtischen Verteilung gesprochen.

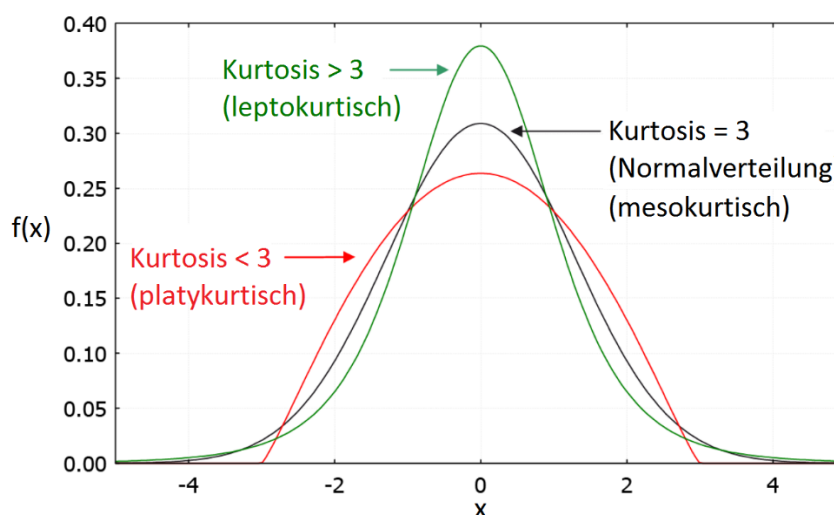


Abbildung 3: Dichtefunktionen mit unterschiedlicher Kurtosis

Quelle: in Anlehnung an Persike (2008, 7)

Mit Hilfe eines Überblickes über internationale Studien zum Thema der Renditeverteilung an Wertpapiermärkten, wird im Folgenden eine literaturbasierte Erörterung zur Praxistauglichkeit der Normalverteilungshypothese sowie der damit in Verbindung stehenden Bedeutung der Schiefe und Kurtosis für die Modellierung von Renditeverteilungen wiedergegeben.

## 2.4. Evolution der wissenschaftlichen Modellierung von Renditeverteilungen

Angesichts der Etablierung des Mean-Variance-Ansatzes zur Mitte des 20. Jahrhunderts, fordert der Mathematiker Benoit Mandelbrot (1963, 395) einen grundlegend neuen Ansatz für die Modellierung von Wertpapierkursreihen. Er argumentiert seine Forderung mit dem Argument, dass die Häufigkeitsverteilungen im Zusammenhang mit den von ihm untersuchten Fluktuationen von Baumwollpreisen eine zu spitze Ausprägung aufweisen, als dass sie mit einer Gauß-Verteilung beschrieben werden könnten. Neben der leptokurtischen Gestalt von Renditeverteilungen entdeckte Mandelbrot zudem eine weitere Tendenz des Marktgeschehens. Mit den Worten „*large changes tend to be followed by large changes – of either sign – and small changes tend to be followed by small changes*“ (Mandelbrot, 1963, 418) verweist der Wissenschaftler in seiner Arbeit auf die Thematik der Varianzheterogenität, die erst ein Jahrzehnt später wieder aufgegriffen werden sollte. Mitunter initiiert und forciert durch die Erkenntnisse und Anregungen Mandelbrots, wurde in den anschließenden Jahrzehnten versucht, diverse Verteilungseigenschaften von Wertpapierrenditen durch die Anwendung von zunehmend verfeinerten Modellierungskonzepten abzubilden. Die zentralen inhaltlichen Eckpunkte dieser Entwicklung werden im Folgenden thematisiert.

### 2.4.1. Die $\alpha$ -stabile-Verteilung

Unter Bezugnahme auf die Ergebnisse von Mandelbrot statuiert Fama (1965) die Erkenntnis, dass die von ihm untersuchten Monatsrenditen zwar nicht einer Normalverteilung, jedoch sehr wohl einer  $\alpha$ -stabilen Verteilung gehorchen. Diese Verteilungsform steht im Allgemeinen nicht im Widerspruch zur Normalverteilung (Meyer, 1999, 267 ff.; Spellmann, 2001, 150 ff.). Vielmehr stellt sie, in Übereinstimmung mit dem unter Punkt 2.3 präsentierten Konzept, eine erweiterte Modellierungsform dar, der die Normalverteilung als Sonderfall unterzuordnen ist. Sie lässt sich durch Ausprägungen von vier Parametern spezifizieren. Zu diesen Parametern gehören der Lageparameter ( $\mu$ ), der Skalierungsparameter ( $\sigma$ ), der Schiefeparameter ( $\beta$ ) sowie der sogenannte charakteristische Exponent  $\alpha$ , der ein Maß für die Kurtosis darstellt. Es lassen sich also sowohl Schiefe- als auch Kurtosis-Eigenschaften in die entsprechende Modellierung von Renditeverteilungen einbinden, wodurch das Modell der  $\alpha$ -stabilen Verteilung insbesondere die Abbildung von ausgeprägten Fat Tails in Unabhängigkeit von den ebenfalls variabel modellierbaren Symmetrieeigenschaften entsprechender Dichtefunktionen ermöglicht. Der

Spezialfall der Normalverteilung weist einen  $\alpha$ -Wert von 2 auf. In der folgenden Abbildung ist der Unterschied eines  $\alpha$ -stabilen Verteilungsmodells mit geringerem  $\alpha$ -Wert gegenüber der Normalverteilung, dargestellt. Es zeigt sich, dass sich beispielsweise die ebenfalls als Spezialfall der  $\alpha$ -stabilen Verteilung einzuordnende Cauchy-Verteilung, die ihrerseits ein  $\alpha$  von 1 besitzt, auf Grund ihrer stärkeren Wölbung geeigneter zur Abbildung von ausgeprägten Rändern erweist. Für ein  $\alpha < 2$  ähnelt die Ausprägung der Ausläufer jener einer Pareto-Verteilung, weshalb die  $\alpha$ -stabile Verteilung auch häufig als Pareto-Verteilung bezeichnet wird (Schmid/Trede, 2006, 56). In Anlehnung an die finanzwissenschaftliche Literatur werden im Weiteren somit beide Bezeichnungen synonym verwendet.

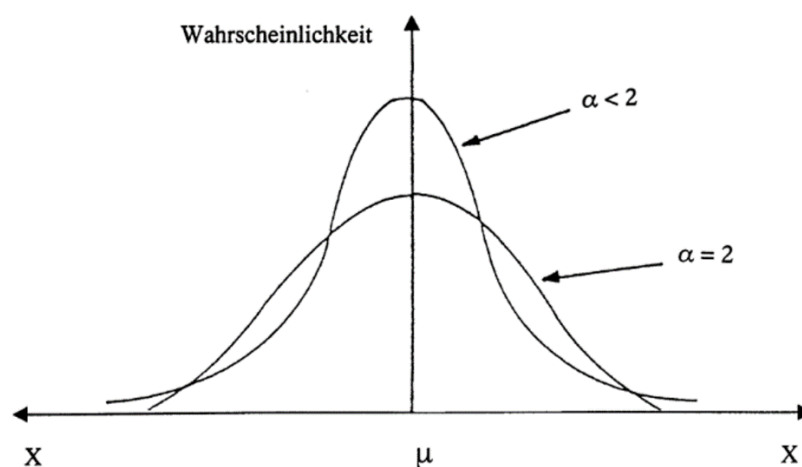


Abbildung 4: Symmetrische Paretoverteilungen in Abhängigkeit von  $\alpha$

Quelle: Meyer (1999, 268)

Auf die allgemeine formale Darstellung von  $\alpha$ -stabilen Verteilungen wird an dieser Stelle verzichtet. Es werden im Folgenden lediglich einige charakteristische Eigenschaften von Paretoverteilungen behandelt, die dem Verständnis der Praktikabilität ihrer Verwendung dienen.

#### 2.4.1.1. Die Summenstabilität der $\alpha$ -stabilen Verteilung

Der konstante  $\alpha$ -Koeffizient induziert die für das Vorliegen einer  $\alpha$ -stabilen Verteilung vorausgesetzte zentrale Eigenschaft der Summenstabilität (Nolan, 2003, 111):

Definition:  $X, X_1, \dots, X_n$  sind dann unabhängig, identisch stabil verteilte Zufallsvariablen, wenn für alle  $a, b > 0$  entsprechende  $c > 0$  und  $d \in \mathbb{R}$  existieren, sodass folgendes gilt:

$$a * X_1 + b * X_2 \stackrel{d}{=} c * X + d,$$

wobei  $\stackrel{d}{=}$  die Verteilungsgleichheit symbolisiert. Demzufolge lässt sich jede Linearkombination aus zwei oder mehreren  $\alpha$ -stabilen Verteilungen wiederum als  $\alpha$ -stabile Verteilung darstellen (Meyer, 1999, 270 ff.; Buttler/Papenbrock, 2007, 1 ff.). Die Summierung zweier entsprechender Verteilungen resultiert jedoch nur unter der Voraussetzung einheitlicher  $\alpha$ -Koeffizienten in einer neuerlichen  $\alpha$ -stabilen Verteilung. Die Eigenschaft der Summenstabilität erweist sich bezüglich Portfoliomodellierungen insoweit als überaus praktikabel, als die Verteilungsparameter von Portfolios hierdurch direkt auf Basis entsprechender Parameter der Einzelpositionen bestimmt werden können. Zudem verhalten sich summenstabile Verteilungen auch in Hinsicht auf den Betrachtungszeitraum als stabil. Somit ist es in Übereinstimmung mit der von Mandelbrot konstatierten Selbstähnlichkeit von Kursverläufen verschiedener Laufzeitbänder mittels stabiler Verteilungsmodelle möglich, Ergebnisse aus einem bestimmten Betrachtungszeitraum auf beliebig längere oder kürzere Zeiträume zu skalieren.<sup>5</sup> Die  $\alpha$ -stabile Verteilung ist damit ein geeignetes Modell, das die Skalierung von Erwartungswert und Varianz über verschiedene Zeithorizonte bei gleichzeitiger Abbildung von Schiefe- und Kurtosis-Ausprägungen ermöglicht.

Wenngleich eine gegebene Summenstabilität im Hinblick auf die Skalierung als überaus nützlich erscheint, so bleibt ergänzend darauf hinzuweisen, dass sie gleichermaßen als Anknüpfungspunkt für ein Argument herangezogen werden kann, das gegen eine Eignung der stabilen Pareto-Verteilung zur Modellierung von Aktienrenditen spricht (Weber, 2001, 55). Etwa zeigen empirische Befunde eine mit wachsendem Stichprobenumfang einhergehende Konvergenz höherer Momente auf. Infolge der Tatsache, dass sich über längere Intervalle betrachtete Renditen aus der Summe von kurzfristigen Renditen errechnen, erscheinen diese gemäß des zentralen Grenzwertsatzes in zunehmendem Maße als normalverteilt. Unabhängig von der Frage nach der allgemeinen Validität, die der Normalverteilung hinsichtlich der Beschreibung des Marktgeschehens zuzuschreiben ist, kann eine solche Konvergenz für längerfristige Renditen auch empirisch beobachtet werden (Rau-Bredow, 2002, 607). Somit widerspricht eine strikte Summenstabilität der Verteilungsparameter den realen Gegebenheiten an den Wertpapiermärkten.

#### 2.4.1.2. Die Dichtefunktion von $\alpha$ -stabilen Verteilungen

In Abhängigkeit des  $\alpha$ -Koeffizienten wird zwischen verschiedenen Formen von  $\alpha$ -stabilen Verteilungen unterschieden. Es ist jedoch nur für drei verschiedene  $\alpha$ -Werte möglich, die entsprechende Dichtefunktion in Form einer geschlossenen Formel auszudrücken. Es handelt sich dabei um die Normalverteilung, die Cauchy-Verteilung und die Arc-Sinus-Verteilung (

---

<sup>5</sup> Zum Thema der Selbstähnlichkeit von Kurszeitreihen siehe die damit in Verbindung stehenden Ausführungen zur finanzwissenschaftlichen Anwendung der fraktalen Geometrie gem. Mandelbrot/Hudson (2009) unter Punkt 4.7.2.

Meyer, 1999, 270; Nolan, 2003, 109). Es kann somit auch die Gültigkeit der angeführten Stabilitätseigenschaft nur für diese drei Spezialfälle gezeigt werden. Der Einsatz weiterer  $\alpha$ -stabiler Verteilungsmodelle wird durch die fehlende Beschreibungs- und Kalibrierungsmöglichkeit erschwert. Um diesem Problem entgegenzutreten, bedarf es aufwändiger Algorithmen, denen wiederum Effizienzüberlegungen gegenüberstehen (Buttler/Papenbrock, 2007, 4).

#### 2.4.1.3. Infinite Varianz und Anzahl der Momente

Hinsichtlich der Momente von  $\alpha$ -stabilen Verteilungen gilt für  $0 < \alpha < 2$  folgendes (Buttler/Papenbrock, 2007, 3):

$$\begin{aligned} E|X|^p &< \infty & \text{für } 0 < p < \alpha \\ E|X|^p &= \infty & \text{für } \alpha \leq p \end{aligned}$$

Während bei einem  $\alpha$  von 2 alle Momente existieren, lassen sich für  $0 < \alpha < 2$  demnach nur endliche Werte für jene Momente ableiten, deren Ordnung kleiner als der Stabilitätskoeffizient  $\alpha$  ist (Meyer, 1999, 268 ff.). Daraus folgt insbesondere, dass für  $\alpha < 2$  keine endliche Varianz vorherrscht, also bspw. die Anwendung des Cauchy- Modells mit einem  $\alpha$  von 1 nicht mit der Annahme endlicher Varianzen auskommt. Eine infinite Varianz bedeutet gleichsam, dass sie nicht existiert. Vor dem Hintergrund, dass Stichproben notwendigerweise eine Varianz besitzen, sind unendliche Varianzen schwer vorstellbar. Jedoch ist zu verdeutlichen, dass die Eigenschaft der unendlichen Varianz auf die Grundgesamtheit zu beziehen ist, und beobachtbare Effekte wie der erratische Verlauf von Stichprobenvarianzen und die Instabilität von Korrelationen im Zeitablauf die These unendlicher Varianzen durchaus stützen (Meyer, 1999, 270).

#### 2.4.1.4. Validität der $\alpha$ -stabilen Verteilung für das Finanzwesen

Teichmoeller (1971) bestätigt auf Basis seiner Untersuchung von Wertpapierrenditen grundsätzlich die von Fama statuierte Eignung der  $\alpha$ -stabilen Verteilung für die Modellierung von Aktienrenditen. Hinsichtlich der Parameter-Kalibrierung verweist Teichmoeller jedoch auf die, in Referenz zu den Ergebnissen von Fama, wesentlich stärker ausgeprägten Fat Tails realer Renditeverteilungen. Officer (1972) äußert in seiner Publikation zu Renditeverteilungen hingegen Zweifel an der Anwendbarkeit von stabilen Verteilungsmodellen. Er untersuchte die Eigenschaften der Renditeverteilungen sowohl von einzelnen Aktien als auch von Portfolios, die auf Basis eben jener Aktien gebildet wurden, und zog dabei den Schluss, dass die realen Renditeverteilungen die Eigenschaften von stabilen Verteilungen nicht umfassend widerspiegeln. Er verweist darauf, dass der  $\alpha$ -Koeffizient entgegen den bisherigen Annahmen von bspw. Fama und Teichmoeller im Zeitablauf nicht als konstant angesehen werden kann. Fama (1976) selbst widerruft schließlich die von ihm ursprünglich propagierte Eignung der Pareto-Verteilung auf Grund der Tatsache, dass sich die seinerseits untersuchten Aktienrenditen des



Dow Jones Industrial Index nicht durch eine Verteilung mit einheitlicher Leptokurtosis beschreiben lassen, was sich inkonsistent mit der bereits behandelten Stabilitätshypothese darstellt (Fama, 1976, 37).

Detaillierte Untersuchungen weisen bereits früh darauf hin, dass die allgemein beobachtbare Leptokurtosis auf eine vorherrschende Heteroskedastizität zurückzuführen ist, die ihrerseits eine Schwankung der Volatilität über den Zeitverlauf beschreibt (Praetz 1972, 49; Clark, 1973, 27). Während die Pareto-Verteilungsmodelle durch die implizite Verwendung unendlicher Varianzen zwar mit der von Mandelbrot (1963, 418) festgestellten Heteroskedastizität vereinbar sind, verweist Press (1967, 319) darauf, dass es gemäß seiner Erkenntnisse nicht notwendig ist, für die Modellierung von Aktienrenditen unendliche Varianzen heranzuziehen. Angesichts des festgestellten Zusammenhanges zwischen Varianzheterogenität und den Fat Tails, gelang es schließlich Praetz (1972) und Clark (1973), die empirisch diagnostizierte Leptokurtosis, im Gegensatz zu den Ansätzen von Mandelbrot und Fama, auch unter Verzicht von unendlichen Varianzen als Erklärungsmethode mathematisch zu beschreiben. Im Konkreten schlägt Praetz (1972, 49) hierfür die Verwendung der zu den Mischverteilungen zählenden Student-t-Verteilung zur Modellierung von Aktienrenditen vor.

#### **2.4.2. Mischverteilungsmodelle und der Spezialfall der Student-t-Verteilung**

Ein Vorzug der Verwendung von Mischverteilungsmodellen als Alternative zur  $\alpha$ -stabilen Verteilung liegt darin, dass mit ihrer Hilfe die leptokurtische Ausprägung in einer relativ einfachen Weise zu modellieren ist (Meyer, 1999, 278 f.; Winterhaller, 2003, 36 ff.). Durch die Verknüpfung mehrerer Dichtefunktionen mit unterschiedlicher Parametrisierung werden gewünschte Eigenschaften kombiniert. Die Vorgangsweise kann am Beispiel der Konzeption des sogenannten Kontaminationsmodelles erläutert werden. Dabei werden Ereignisse mit einer Wahrscheinlichkeit  $p$  der Verteilung  $f_1$ , bzw. mit einer Wahrscheinlichkeit von  $(1 - p)$  aus einer Verteilung  $f_2$  entnommen, wobei sich die jeweiligen endlichen Varianzen sowie unter Umständen auch die Mittelwerte der zugrunde gelegten Verteilungen voneinander unterscheiden. Die daraus resultierende Dichtefunktion lässt sich demnach wie folgt darstellen:

$$f(r) = p * f_1(r) + (1 - p) * f_2(r)$$

$f(r)$       *Dichtefunktion der Rendite  $r$*

$p$           *Wahrscheinlichkeit für die Entnahme aus Verteilung  $f_1$*

Auf diese Weise lässt sich etwa eine schiefe Verteilung durch die Wahl von zwei Normalverteilungen mit verschiedenen Mittelwerten konstruieren. Eine leptokurtische Ausprägung lässt

sich hingegen durch Hinzunahme einer Verteilung mit vergleichsweise hoher Varianz modellieren, die allerdings mit einer schwachen Gewichtung eingebunden wird. Auf diese Weise können große Abweichungen mit entsprechender Häufigkeit simuliert werden. Durch eine zeitlich dynamische Parametersetzung kann unter Anwendung von Mischverteilungsmodellen somit auf Änderungen in der Portfoliostruktur oder auf exogene Ereignisse reagiert werden. Mischverteilungen besitzen zwar im Allgemeinen eine endliche Varianz, im Gegensatz zu Pareto-Verteilungen sind sie jedoch nicht stabil. Im Anwendungsfall ist gemäß den bisherigen Ausführungen im Zuge der Wahl der Verteilungsmodelle zu entscheiden, auf welche der beiden vorteilhaften Eigenschaften – die endliche Varianz der Mischverteilung oder die Stabilität der Pareto-Verteilung – verzichtet werden sollte. Eine entsprechend eindeutige Aussage bezüglich der allgemeinen Vorteilhaftigkeit eines dieser Modelle scheint aus der wissenschaftlichen Literatur diesbezüglich nicht ableitbar (Meyer, 1999, 321).

Die durch Praetz (1972, 49) favorisierte Student-t-Verteilung stellt eine Sonderform einer Mischverteilung dar. Der Vollständigkeit halber sei angemerkt, dass sie durch die Verwendung einer Normalverteilung als untergeordneten Prozess in Kombination mit einer inversen Gamma-2-Verteilung für den sogenannten steuernden Prozess entsteht (Winterhaller, 2003 38). Ohne im Weiteren auf die formale Gestalt der Student-t-Verteilung einzugehen, bleibt hervorzuheben, dass ein wesentlicher Vorteil dieser spezifischen Mischverteilung gegenüber der  $\alpha$ -stabilen Verteilung darin besteht, dass die Dichtefunktion in Abhängigkeit festgelegter oder geschätzter Freiheitsgrade bekannt ist, wodurch bspw. analytische Lösungen zur Ermittlung des VaR ermöglicht werden (Meyer, 1999, 299).

### **2.4.3. Hyperbolische Verteilungsfunktion**

Im Jahr 1995 führte die Analyse von DAX-Renditen Eberlein/Keller (1995, 281) zu dem Schluss, dass die entsprechende Renditeverteilung mit hoher Genauigkeit durch eine hyperbolische Verteilungsfunktion beschrieben werden kann. Analoge Ergebnisse zeigen auch die, ebenfalls auf deutsche Aktien gerichteten, Untersuchungen durch Küchler et al. (1999) sowie die Analyse US-amerikanischer Aktien durch Rydberg (1999). Vor allem Rydberg hebt die Eignung hyperbolischer Verteilungsfunktionen für die Modellierung von Fat Tails hervor. Eberlein/Keller (1995, 281) fordern auf Grund ihrer Resultate nicht zuletzt eine Korrektur der Optionspreistheorie von Black/Scholes, die an späterer Stelle noch aufgegriffen werden sollte.

Sowie bei der t-Verteilung sind auch bei der hyperbolischen Verteilung im Gegensatz zu Modellen, die auf Grundlage der Brownschen Bewegung beruhen, die Kursänderungen nicht stetig. Durch den sogenannten Sprung-Diffusions-Prozess werden kontinuierliche Kursänderungen um diskrete Sprünge ergänzt. Darin begründet sich deren Eignung, heftige Ausschläge zu modellieren (Weber, 2001, 91). Ihre Bezeichnung verdankt die hyperbolische Vertei-

lungsfunktion dem Umstand, dass sich der Logarithmus ihrer Dichte gemäß einer Hyperbel verhält. Daraus folgt schließlich der Umstand, dass sich diese Modellierungsform besonders für die Abbildung ausgeprägter Ränder eignet (Mestel, 2008, 30). Die Behandlung der formalen Ausgestaltung der hyperbolischen Verteilung unterbleibt angesichts ihrer Komplexität, zumal sich etwa die Momente einer hyperbolischen Verteilung nicht als einfache Funktionen der Parameter darstellen lassen (Weber, 2001, 89). Zu ergänzen ist jedoch, dass die Parametrisierung der entsprechenden Dichtefunktion wiederum über einen Lage- und Skalenparameter sowie einen Schiefe- und Wölbungsparameter erfolgt, womit also auch mit Hilfe des hyperbolischen Verteilungsmodelles neben der Kurtosis ebenso die Schiefe einer Verteilung modelliert werden kann. Die Gegenüberstellung der Dichtefunktionen einer hyperbolischen Verteilung und der Normalverteilung in Abbildung 5 verdeutlicht beispielhaft die unterschiedliche Eignung zur Darstellung von Fat Tails.

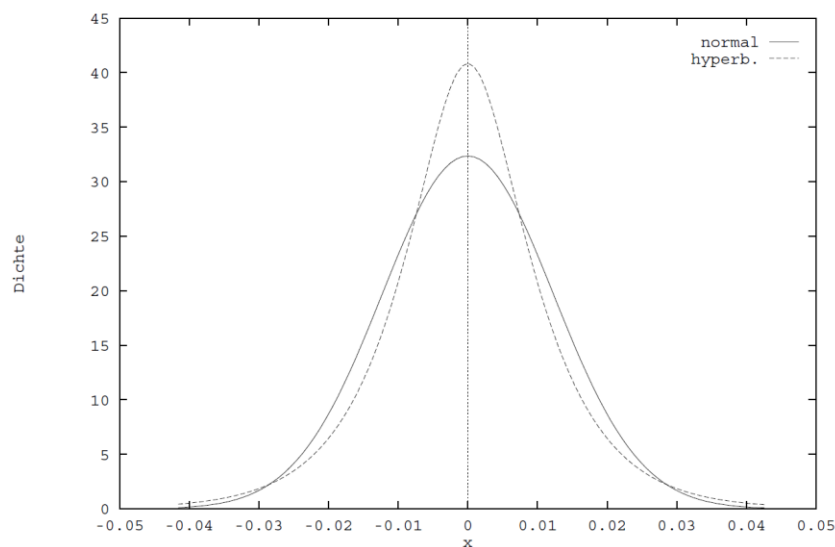


Abbildung 5: Gegenüberstellung: Normalverteilung – hyperbolische Verteilung

Quelle: Weber (2001, 87)

Tabelle 1 stellt nochmals die Vor- und Nachteile der in diesem Kapitel behandelten Verteilungsmodelle gegenüber.

	<b>Pro</b>	<b>Kontra</b>
<b>Normalverteilung</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Summenstabilität</li> <li>▪ Geschlossene Darstellung</li> <li>▪ Zentraler Grenzwertsatz</li> <li>▪ Endliche Varianz</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Schlechte Kalibrierungseigenschaften und schlechtes Fitting</li> </ul>
<b><math>\alpha</math>-stabile Verteilung</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Summenstabilität</li> <li>▪ Verallgemeinerter Grenzwertsatz</li> <li>▪ Gute Kalibrierungseigenschaften und gutes Fitting</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Keine geschlossene Darstellung</li> <li>▪ Unendliche Varianz</li> </ul>
<b>Student-t-Verteilung</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Geschlossene Darstellung</li> <li>▪ Ausgeprägte Ausläufer modellierbar</li> <li>▪ Grundsätzlich endliche Varianz</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Keine Summenstabilität</li> <li>▪ Kein zentraler Grenzwertsatz</li> </ul>
<b>Hyperbolische Verteilung</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ausgeprägte Ausläufer modellierbar</li> <li>▪ Sprünge modellierbar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Momente nicht als Funktion von Parametern darstellbar</li> <li>▪ Aufwändiger Sprung-Diffusions-Prozess</li> </ul>

Tabelle 1: Pro und Kontra zu verschiedenen Verteilungen im Überblick  
Quelle: in Anlehnung an bzw. Erweiterung zu Buttler/Papenbrock (2007, 3)

Die nachfolgenden Auszüge aus veröffentlichten Verteilungsanalysen für den deutschen Aktienmarkt verdeutlichen die Relevanz bisher dargestellter Sachverhalte. Im Speziellen wird dabei die Fat Tail-Problematik im Zusammenhang mit dem Risikomanagement von Unternehmen aus dem Finanzsektor adressiert.

## 2.5. Leptokurtosis auf realen Aktienmärkten – Beispiel: DAX-Renditen

In Übereinstimmung mit bereits genannten internationalen Studien stellt bspw. Schuppert (2009, 16) im Zuge seiner Untersuchung von DAX-Renditen unter anderem eine leptokurtische Ausprägung der ableitbaren Dichtefunktion fest. Analog dazu verweist Rau-Bredow (2002, 605) auf die hohen Kurtosis-Werte am deutschen Aktienmarkt und hebt im Speziellen die Häufung von extremen Kursauschlägen hervor. Für seine Analyse, deren wesentliche Ergebnisse im Folgenden dargestellt werden, betrachtet Rau-Bredow dabei die Tagesrenditen des bedeutendsten deutschen Aktienindex innerhalb des Zeitraumes vom 30.09.1959 bis zum 05.07.2002.

### **2.5.1. Eintrittswahrscheinlichkeit von Extremereignissen**

Rau-Bredow (2002, 605) hebt die Relevanz der Fat Tail-Problematik im Zusammenhang mit der Anwendung von VaR-Modellen im Risikomanagement im Besonderen dadurch hervor, dass er in seiner Studie die Tagesverluste, die mehr als 5 Standardabweichungen vom Mittelwert entfernt liegen, fokussiert. Die Normalverteilung attestiert derartigen Ausschlägen eine Wahrscheinlichkeit von ca. 1 zu 3 Millionen, wodurch mit einem solchen Ereignis, unter Annahme von 250 Handelstagen pro Jahr, nur alle 12.000 Jahre zu rechnen ist. Bei einer von Rau-Bredow geschätzten Volatilität der Tagesrenditen von 1,6% entspricht eine solche Abweichung einem Tagesverlust von 8%. Einschließlich dem Tag des Börsencrashes im Jahr 1987 wurde seither jedoch tatsächlich an drei Tagen ein Verlust von über 8% verzeichnet.<sup>6</sup> Die Häufigkeit dieser extremen Tagesverluste zeigt somit die latente Gefahr von unterschätzten Risiken durch die vereinfachende Modellannahme von normal verteilten Renditen in einer sehr plakativen Art und Weise auf. Darüber hinaus weisen die Untersuchungen durch Rau-Bredow darauf hin, dass auch Ausschläge mittlerer Intensität in Referenz zur Normalverteilung relativ hohe empirische Eintrittswahrscheinlichkeiten aufweisen. Dazu analoge Ergebnisse liefert auch die in Kapitel 3 präsentierte Untersuchung der Verteilung von diskreten ATX-Tagesrenditen, sodass hinsichtlich der Veranschaulichung des hier beschriebenen Sachverhaltes auf die in jenem Kapitel enthaltenen Abbildungen 8 und 9 verwiesen wird. Die in beiden Abbildungen ersichtliche Gegenüberstellung der Häufigkeitstabelle für ATX-Renditen zur Dichtefunktion einer Normalverteilung verdeutlicht die gegenständliche Diskrepanz. Abbildung 9 fokussiert dabei mit dem negativen Ast der Verteilung jenen Bereich, dem im Rahmen des unternehmensbezogenen Risikomanagements eine besonders hohe Bedeutung zukommt. Hinsichtlich der Frage, mit welchen praktischen Methoden auf die Problematik vermeintlich unwahrscheinlicher Ereignisse im Kontext der Bankenregulierung reagiert wird, ist auf die Ausführungen im Kapitel 4.6 zu verweisen. Im Folgenden wird hingegen vorerst das Phänomen der Leptokurtosis einer genaueren deskriptiven Betrachtung unterworfen.

### **2.5.2. Die Anwendung eines Pareto-Modelles zur Beschreibung der DAX-Renditeverteilung**

Rau-Bredow (2002, 605 f.) behandelt im Zuge der erwähnten Untersuchung zur Renditenverteilung am deutschen Aktienmarkt auch die Frage bezüglich eines alternativen Verteilungsgesetzes, das die Häufigkeit extremer Ausschläge zu beschreiben vermag. Er greift dabei auf eine doppelt logarithmische Darstellung zurück und stellt in seiner Analyse einen weitgehend

---

<sup>6</sup> Die entsprechenden Verluste des DAX betrugen beim Börsencrash am 19.10.1987 -9,4%, am Tag des Gorbatschow-Putsches am 19.08.1991 -9,4% und am Tag des Anschlages auf das World Trade Center am 11.09.2001 -8,5% (Rau-Bredow, 2002, 605).

linearen Zusammenhang zwischen der logarithmierten Wahrscheinlichkeit des Eintrittes eines außergewöhnlich hohen Verlustes ( $Prob[R < r]$ ) und der ebenfalls logarithmierten Verlustschranke ( $r$ ) fest. Die Abbildung 6 zeigt den entsprechenden Zusammenhang in Bezug auf die 107 größten Tagesverluste, die hinsichtlich ihrer Anzahl 1% der betrachteten Tagesrenditen umfassen.

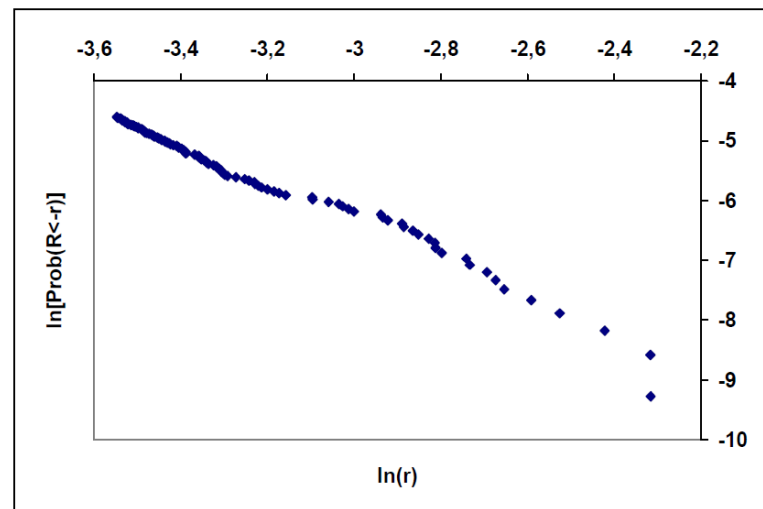


Abbildung 6: doppelt logarithmische Darstellung der kumulierten Häufigkeitsverteilung von DAX-Tagesrenditen  
Quelle: Rau-Bredow (2002, 605)

Durch Berücksichtigung folgender Äquivalenz, kommt Rau-Bredow schließlich zum Schluss, dass sich extreme Kursereignisse in geeigneter Weise durch die Heranziehung eines sogenannten Power-Laws beschreiben lassen, das einer Pareto-Verteilung entspricht:

$$\ln[Prob(R < -r)] \approx \ln(b) - \alpha * \ln(r) \Leftrightarrow Prob(R < -r) \approx b * r^{-\alpha}$$

$r$       Verlustschranke

$R$       Rendite

$b, \alpha$       Konstanten

### 2.5.3. DAX Tagesrenditen und die Heteroskedastizität

Auch in Bezug auf die Verletzung der Stationaritätsannahme, die eine im Zeitablauf homogene Varianz beinhaltet, entsprechen die Beobachtungen von DAX-Renditenzeitreihen den Ergebnissen bisher angeführter Studien. So hebt Brechtmann (1998, 8) im Zusammenhang mit seiner Analyse des deutschen Aktienmarktes neben der ebenso angemerkten Häufigkeit starker Kurseinbrüche, hervor, dass die Renditen grundsätzlich zwar unsystematisch um Null schwanken, hohe Renditeausschläge jedoch nicht einzeln auftreten, sondern sich vielmehr in

Klumpenform häufen.<sup>7</sup> Diese Beobachtung zeigt eine entsprechende Zeitreihenabhängigkeit auf und steht somit wie oben angeführt im Widerspruch zur Theorie, dass die Kursentwicklung von Aktien einer Brownschen Bewegung gleicht.

Im Allgemeinen lässt sich somit festhalten, dass europäische Studien der jüngeren Vergangenheit im Einklang mit den unter Punkt 2.4 genannten initialen, internationalen Arbeiten stehen und somit das tendenzielle Fortbestehen leptokurtischer Renditeverteilungen aufzeigen.<sup>8</sup> In Folge der nachweisbaren Fat Tails sowie auf Grund der praktischen Relevanz dieser Ausprägung, findet sich im nachfolgenden Kapitel eine kurze Erörterung möglicher Ursachen für die Leptokurtosis von Renditeverteilungen.

## **2.6. Der Zusammenhang zwischen Heteroskedastizität und Leptokurtosis**

Bereits in der Übersicht zur Evolution der Renditemodellierung wurde auf den potentiellen Zusammenhang zwischen Leptokurtosis und Heteroskedastizität verwiesen. Diese Beziehung sollte im Folgenden auf Grund ihrer Bedeutung für entsprechende Modellierungskonzepte etwas näher betrachtet werden.

### **2.6.1. Empirische Evidenz zur Heteroskedastizität auf Aktienmärkten**

Die Untersuchung von Renditeverteilungen führt über die Leptokurtosis und die Heteroskedastizität zu einer weiteren zentralen Hypothese der neoklassischen Kapitalmarkttheorie, und zwar zu jener der Kapitalmarkteffizienz gemäß Fama (1970, 383 ff.). Unter Annahme der Gültigkeit einer strengen Kapitalmarkteffizienz sind zu jeder Zeit bereits alle der zu den jeweiligen Zeitpunkten verfügbaren Informationen in den aktuellen Aktienkursen enthalten. Historische Kurse liefern demnach keine Information über die zukünftige Preisentwicklung. In Übereinstimmung mit den Ausführungen Bacheliers ist mangels weiterer Informationen jeweils der aktuelle Kurs der beste Schätzer für den zukünftigen Preis eines Wertpapiers. Diese These steht somit im Widerspruch zu den Grundzügen der technischen Aktienmarktanalyse, zumal intertemporale Abhängigkeiten von Kurszeitreihen das Fundament dieser Analyseform bilden. Zur Feststellung der Existenz etwaiger Abhängigkeiten zwischen historischen und zukünftigen

---

<sup>7</sup> Brechtmann (1998) betrachtet für seine Analysen Tageskurse des DAX-Index sowie der im DAX enthaltenen Aktien innerhalb des Beobachtungszeitraumes von 1985 bis 1995.

<sup>8</sup> Als Beispiele für Studien der jüngeren Vergangenheit sind die bereits zitierten Arbeiten von Brechtmann (1998), Küchler et al. (1999), Rydberg (1999) und Rau-Bredow (2002) zu nennen. Hinsichtlich früheren Veröffentlichungen ist auf die genannten Arbeiten von Mandelbrot (1963), Fama (1965), Press (1967), Clark (1971), Teichmoeller (1971), Officer (1972) und Praetz (1972) zu verweisen.

Renditen wurden zahlreiche Untersuchungen zur Autokorrelation von Aktienkursen publiziert (siehe bspw. Lewellen (2002), Avramov/Chordia/Goyal (2006), Anderson et al. (2013) und Sharma/Banerjee (2015)). Die Empirie zeigt dabei ein weitgehend einheitliches Bild, sodass für die allgemeine Erörterung der Heteroskedastizität an dieser Stelle exemplarisch jene Ergebnisse aufgegriffen werden, die Brechtmann im Zuge der oben genannten Analyse von DAX-Renditen ableiten konnte. Im Wesentlichen lassen diese Ergebnisse auf die Aussage schließen, dass zwar keine Indizien auf lineare Abhängigkeiten innerhalb von historischen Kurszeitreihen vorliegen, jedoch sehr wohl eine signifikante Autokorrelation der quadrierten DAX-Renditen festzustellen ist.

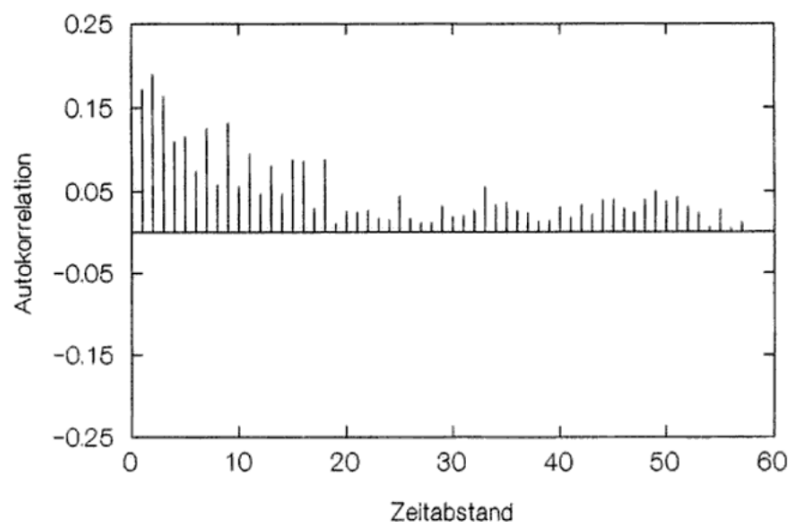


Abbildung 7: Autokorrelationsfunktion der quadrierten DAX-Renditen

Quelle: Brechtmann (1998, 16)

Abbildung 7 zeigt die durch Brechtmann festgestellte positive Autokorrelation der quadrierten DAX-Renditen, die sich mit zunehmendem Zeitabstand verringert und bis zu einer Verzögerung von 24 Tagen überhalb der für das Konfidenzniveau von 95% erforderlichen Signifikanzschranke liegt. Dieses Ergebnis vorherrschender Autokorrelation quadrierter Renditen zeigt auf, dass auf hohe Renditeausschläge tendenziell wiederum große Preisänderungen folgen, wobei die nicht gegebene lineare Korrelation gleichzeitig darauf hinweist, dass dabei keine Aussage über die Richtung der Kursbewegungen getroffen werden kann. Daraus wird deutlich, dass aus der Unkorreliertheit von Renditen keineswegs deren Unabhängigkeit zu folgern ist.

Die hier zusammengefassten Ergebnisse stimmen demnach mit den unter Punkt 2.4 angeführten Beobachtungen von Mandelbrot (1963, 418) bezüglich der Existenz von sogenannten Varianz-Bündeln überein. Auch spätere Arbeiten, wie bspw. jene von Akgiray (1989) und Kim/Kon (1994) verweisen auf intertemporale Abhängigkeiten quadrierter Aktienrenditen. In Folge des Umstandes, dass die Mittelwerte der Zeitreihen von Kursveränderungen nur unwesentlich



sentlich von Null abweichen, können die Quadrate der Renditen als Näherung für die Varianz herangezogen werden (Brechtmann, 1998, 15). Somit lässt die Autokorrelation der quadrierten Kursänderungen auf ein autoregressives Verhalten von Varianzen schließen. In Erweiterung der angeführten Ergebnisse belegt Brechtmann (1998, 17) mittels der Anwendung des Tests auf Heteroskedastizität nach Breusch/Pagan (1979), dass die Hypothese homogener Varianzen der DAX-Renditen zu einem Signifikanzniveau von 5% abzulehnen ist. Zusammengefasst unterstreicht Brechtmann zum einen die hohe vorherrschende Leptokurtosis und bestätigt zum anderen mit seinen Ergebnissen die Existenz des als Volatility-Clustering bezeichneten Phänomens der autonomen Bündelung hoher Renditeausschläge für den deutschen Aktienmarkt.

### **2.6.2. Einbindung von heterogenen Varianzen in finanzwissenschaftliche Modelle**

Obwohl Mischverteilungsmodelle sowie pareto-stabile Verteilungen sich grundsätzlich für die Erfassung von Fat Tails eignen, können sie dennoch nicht die Häufung starker Renditeausschläge abbilden. Diese Lücke sollte durch das sogenannte Autoregressive Conditional Heteroskedastic (ARCH)-Modell bzw. das weiterentwickelte Generalized ARCH (GARCH)-Modell und der damit in Verbindung stehenden Einbeziehung des dynamischen Volatilitätsverhaltens geschlossen werden. Mit Hilfe der (G)ARCH-Modelle wird nicht die Streuung einer determinierten Verteilung analysiert, sondern es wird die Volatilität als eine zeitlich variable Größe betrachtet. Dementsprechend liegt die wesentliche Kernfunktion des ARCH-Ansatzes darin, eine bedingte Varianz als Funktion der zur Verfügung stehenden Informationsmenge zu modellieren. Seit den wegweisenden Publikationen, in denen Engle (1982) das ARCH sowie Bollerslev (1986) das GARCH-Modell präsentierten, wurde das Phänomen des Volatility-Clusterings auf unterschiedlichen Märkten, wie bspw. Aktien-, Zins-, oder Währungskursmärkten beobachtet (Gaunersdorfer/Hommes, 2007, 266). In der Folge haben sich aus dem ursprünglichen ARCH- bzw. GARCH-Ansatz verschiedene Modellausgestaltungen zum Zweck der Modellierung von heteroskedastischen Verteilungen entwickelt. Einen Überblick über die in den ersten 10 Jahren nach Begründung des ARCH-Modelles veröffentlichten Arbeiten geben Bollerslev/Chou/Kroner (1992). Während eine detaillierte Behandlung der (G)ARCH-Ansätze zur Modellierung von Heteroskedastizität an dieser Stelle unterbleibt, wird vor dem Hintergrund eines möglichen Erklärungsansatzes für die Leptokurtosis im Folgenden das Augenmerk vielmehr auf die wissenschaftliche Diskussion zu den Ursächlichkeiten der Heteroskedastizität gelegt.

### 2.6.3. Heterogene Anlagestrategien als mögliche Ursache der Heteroskedastizität

Gaunersdorfer/Hommes (2007, 266) sehen die Varianzheterogenität überwiegend als Folge des Zusammenwirkens von Marktteilnehmern mit heterogenen Anlagestrategien und Anlagehorizonten. In diesem Kontext verweisen die Wissenschaftler explizit auf die Koexistenz von Entscheidern, die sich an Fundamentaldaten orientieren und Investoren, die ihre Handelsentscheidungen auf Grundlage technischer Analysen fällen. Daneben nehmen Gaunersdorfer/Hommes mit ihrem Erklärungsansatz Bezug auf das Forschungsgebiet der Behavioral Finance. Etwa formulieren sie die These, dass Volatilitätsschwankungen im Zusammenhang mit Überreaktionen der Marktteilnehmern stehen, die wiederum bereits durch De Bondt/Thaler (1985) für den US-amerikanischen Aktienmarkt nachgewiesen wurden. Ihre Argumentationen decken sich dabei mit den Basisannahmen der sogenannten Heterogeneous Agent Models (HAM), die um die Jahrtausendwende entwickelt wurden. Mit dem Fokus auf die Heterogenität der Marktteilnehmer gerichtet, sollten diese Modelle es ermöglichen, insbesondere die real beobachtbaren Volatilitätsschwankungen auf künstlichen Märkten zu reproduzieren. Perretti (2007, 373) verweist mit Hilfe einer Aufzählung wissenschaftlicher Arbeiten zu diesem Thema insbesondere auf die große Anzahl an verschiedenen HAMs, die innerhalb weniger Jahre entwickelt wurden.

Entsprechend des HAM-Konzeptes führen Lux/Marchesi (1999, 2000) in ihren beiden Publikationen die Existenz von beobachtbaren Volatility-Clusters und Fat Tails darauf zurück, dass Marktteilnehmer zwischen der Anwendung fundamentaler und charttechnischer Strategien wechseln. Ihre Ergebnisse finden schließlich durch Publikationen weiterer Wissenschaftler durchaus Bestätigung, wie Kirchler/Huber (2007, 1845) aufzeigen. Die gegenständliche Theorie beruht darauf, dass ab dem Überschreiten einer bestimmten Schwelle in Bezug auf die Größe der Gruppe von Anwendern einer technischen Handelsstrategie eine Eigendynamik hervortritt, die für eine rasche Vergrößerung eben jener Gruppe sorgt. In der Folge kommt es durch gleichgerichtete Handelsentscheidungen dazu, dass Marktwerte bei hoher Volatilität deutlich von ihren fundamentalen Werten abweichen. Mit zunehmender Abweichung steigt somit die Profitabilität fundamentaler Strategien, wodurch wiederum mehr Marktteilnehmer ihre Strategie entsprechend wechseln und somit dafür sorgen, dass der Marktwert sich wieder seinem fundamentalen Wert annähert. Die hohen Ausschläge in den Phasen mit vermehrt charttechnisch orientierten Marktteilnehmern führen demzufolge zu einer starken Ausprägung der Enden der Wahrscheinlichkeitsverteilung, womit also die Frage aufgeworfen ist, inwieweit Noise Trader tatsächlich verantwortlich für die leptokurtische Ausprägung von Renditeverteilungen sind.

Die Untersuchungen von Kirchler/Huber (2007, 1845 f.) können zwar nicht konkret die Wechsel zwischen fundamentaler und technischer Strategien als konkrete Ursächlichkeit für die Volatility-Cluster bestätigen, jedoch stellen die Autoren in ihrer Arbeit einen Zusammenhang zwischen Volatilitätszuständen und der Menge an zur Verfügung stehenden Fundamentaldaten fest. Gemäß ihren Untersuchungen determiniert die Unregelmäßigkeit neu zur Verfügung stehender Informationen das Ausmaß der Handelsaktivitäten und damit die Volatilität. Im Gegensatz zu den Vertretern der Heterogeneous Agent Models sehen Kirchler/Huber somit die sogenannten Noise Trader, die ihre Entscheidungen zumindest in bestimmten Zeitabschnitten losgelöst von fundamentalen Daten treffen, nicht als Hauptverursacher der Volatility-Cluster an. Ihren Untersuchungen zufolge sind die Varianzheterogenität der Renditen und die damit in Verbindung stehenden Fat Tails auf schwankende Informationszugangsraten zurückzuführen. Dieser Ansatz steht im Einklang mit der Arbeit von Clark (1973, 149), in der bereits darauf hingewiesen wird, dass die Leptokurtosis mit zunehmender Schwankung der Informationszugangsraten anwächst.

#### **2.6.4. Die Informationszugangsraten als Volatilitäts-Trigger**

Die Untersuchungen von Monats- und Tagesrenditen der New York- und American Stock Exchange führten bereits Roll (1988, 541 ff.) zu dem Ergebnis, dass das Ausmaß an Kurtosis in einem signifikanten Zusammenhang mit der Menge an zur Verfügung stehenden Informationen bezüglich des entsprechenden Anlagegutes steht. Seinen Ergebnissen zufolge sinkt dabei die Kurtosis einer Renditeverteilung bei der Ausblendung öffentlicher Nachrichten. Wie von Dresig (2000, 183) angeführt, bestätigen nachfolgende Untersuchungen den positiven Zusammenhang zwischen der Häufigkeit von Informationszugängen, des Handelsvolumens und der Bewertungsvolatilität. Aufbauend auf entsprechenden Korrelationen begründet sich damit ein fundamentaler Ansatz zur Erklärung nicht konstanter Volatilitäten mit zentraler Rolle der schwankenden Informationszugangsraten.

#### **■ Die schwankende Informationszugangsraten und die Normalverteilungshypothese**

Eine, über ein Zeitintervall betrachtete, Kursänderung beruht auf einer variablen Anzahl an transaktionsspezifischen Preisänderungen, die ihrerseits mitunter jeweils in Verbindung mit einem oder mehreren Informationszugängen stehen (Schmale, 1994, 198 ff.). Gemäß den Ausführungen unter Punkt 2.4 konvergiert die Verteilung von aggregierten Preisänderungen nur dann gegen eine stabile Pareto-Verteilung, wenn es sich bei den Preisänderungen um eine identisch verteilte, unabhängige Zufallsvariable handelt. Damit die aggregierten Preisänderungen über den Zeitverlauf darüber hinaus jeweils gegen dieselbe Normalverteilung, als Spezialfall der stabilen Pareto-Verteilung, konvergieren, ist es gemäß des Additionstheorems der Normalverteilung von Nöten, dass jede aggregierte Wertänderung auf einer exakt glei-

chen Anzahl an Preisänderungen pro Zeitintervall beruht. Denn eine Aggregation über  $x$  Einzeltransaktionen führt zu einer neuen Normalverteilung, die mit  $N(xa, xb)$  beschrieben werden kann, wohingegen eine Aggregation über  $y (\neq x)$  Transaktionen zu einer sich dazu unterscheidenden Normalverteilung  $N(ya, yb)$  führen würde. Erwartungswert und Varianz der resultierenden Verteilungen würden demnach voneinander abweichen. In Kombination mit dem unterstellten Zusammenhang zwischen Informationszugangs- und Handelsfrequenz setzt die Annahme, dass alle in Referenz zur Kalenderzeit gemessenen Wertänderungen eines Wertpapiers einer einheitlichen Verteilung angehören, eine konstante Informationszugangsrate voraus. In der Realität ist jedoch entgegen dieser Voraussetzung zu beobachten, dass die Marktteilnehmer etwa in Krisenzeiten mit einer relativ hohen Anzahl an Informationen pro Zeiteinheit konfrontiert werden, während ihnen in sogenannten ruhigen Zeiten selbst über längere Zeitabschnitte keine neuen Informationen zugehen.

Die angeführten Überlegungen repräsentieren somit eine mögliche Erklärung für die Existenz leptokurtisch verteilter Aktienrenditen. Insbesondere das beobachtbare Phänomen einer negativen Korrelation zwischen der Marktkapitalisierung von Unternehmen und der Leptokurtosis erscheint dazu konsistent, zumal es als plausibel erscheint, dass die Informationsfrequenz bei kleinen Unternehmen intensiver schwankt als dies bei großen der Fall ist (Schmale, 1994, 201).

### ■ Unterschiedliche Interpretation von Informationen

Neben der faktischen Schwankung der Informationszugangsrate lässt sich zudem der Aspekt einer unterschiedlichen Verarbeitung von finanzmarktrelevanten Informationen seitens der Rezipienten als relevanter Faktor für die Schwankungen von Kapitalmarktvarianzen argumentieren (Dresig, 2000, 184). Einer allgemeinen Hypothese folgend resultieren die Volatilitäten an den Märkten auf einer heterogenen Erwartungsbildung, die ihrerseits wiederum von verschiedenen Faktoren abhängt. So lassen sich Differenzen in der Erwartungshaltung etwa auf die unterschiedliche Qualität publizierter Informationen, auf differierende Interpretationen gleicher Informationen seitens der Marktteilnehmer sowie auf eine sukzessive Verarbeitungssequenz an den Märkten zurückführen. Dieser Ansatz beinhaltet Verletzungen der Hypothesen effizienter Märkte sowie rational agierender Investoren. Die Annahme von differierenden Informationsständen seitens der Marktteilnehmer ist somit nicht vereinbar mit der neoklassischen Kapitalmarkttheorie, wenngleich sie jedoch als realitätsnah anzusehen ist (Schnelle, 2009, 191). Obwohl die unterschiedliche Bewertung von Informationen durch die Empfänger unweigerlich den Aufgriff wissenschaftlich fundierter Theorien aus der Behavioral Finance nahelegt, bleiben im Zusammenhang mit einem potentiellen Erklärungsansatz für die Heteroskedastizität verhaltensorientierte Ansätze an dieser Stelle unbeachtet. Vielmehr ist

entsprechend des genannten Fokus anzumerken, dass differierende Prognosen seitens der Marktteilnehmer keineswegs zwingend mit Irrationalitäten einhergehen.

Sogenannte Informationslücken bedingen häufig die Notwendigkeit der Erstellung individueller Prognosen (Dresig, 2000, 184). Entsprechende Lücken existieren auf Grund der Tatsache, dass zur vollständigen Determinierung zukünftiger Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf realen Märkten nicht alle notwendigen Informationen zur Verfügung stehen, wodurch es den Marktteilnehmern obliegt, diese Lücken unter Heranziehung von plausiblen Annahmen zu schließen. Die investorenspezifischen Einschätzungen bezüglich bewertungsrelevanter Sachverhalte können auf Marktebene selbst bei unterstellter Rationalität der Marktteilnehmer differieren. Mit der Anzahl an Informationslücken steigt somit die Heterogenität der Bewertungen am Markt, die auf der Grundlage rationaler, individueller Prognosen beruhen. Im Zeitverlauf kommt es dabei mitunter zu notwendigen, gebündelten Revisionen individueller Prognosen der Marktteilnehmer und zu einer damit einhergehenden, gesteigerten Handelsaktivität am Markt, die wiederum mit der Bildung von Volatility-Cluster einhergeht. Daraus folgt, dass ein hoher Anteil an Informationslücken schließlich zu einer höheren Heteroskedastizität sowie zu stärker leptokurtisch ausgeprägten Renditeverteilungen führt.

#### **2.6.5. Heteroskedastizität und das Black-Scholes-Modell**

Die mit hoher Leptokurtosis im Zusammenhang stehende Problematik potentieller Modellrisiken wird in der vorliegenden Arbeit in erster Linie im Kontext des unternehmensbezogenen Risikocontrollings behandelt, da sie hier besonders plakativ erscheint. Insbesondere die in Kapitel 4 thematisierte Anwendung von VaR-Modellen zeigt die damit in Verbindung stehende Gefahr unterschätzter Risiken unmittelbar auf. Am Beispiel des Optionspreismodelles von Black/Scholes (1973) sei jedoch angemerkt, dass diese Gefahr analog in all jenen Bereichen latent ist, in denen die eingesetzten Methoden und Theorien die Normalverteilungshypothese beinhalten, selbst wenn diese, wie bspw. in der Optionspreistheorie nach Black/Scholes, nicht auf einer explizit zugrunde gelegten Annahme, sondern in impliziter Weise aus dem Prozess der Modellkonstruktion hervorgeht. Abseits einer hier unterbleibenden Behandlung der Konzeption dieses praxisrelevanten Bewertungsmodells von Black/Scholes bleibt darauf hinzuweisen, dass ein relevantes modellspezifisches Defizit des Bewertungsmodells auf die Annahme einer konstanten Volatilität zurückzuführen ist (Komazec, 2009, 75). In Folge der homogenen Varianz resultiert eine zeitlich konstante Wahrscheinlichkeitsverteilung der betrachteten Zufallsvariablen, die einer Log-Normalverteilung entspricht. Würde von der Annahme einer konstanten Volatilität abgegangen, würde die entsprechende Wahrscheinlichkeitsverteilung hingegen in Abhängigkeit des Marktsegmentes hinsichtlich der Schiefe und Kurtosis variieren. Diese Divergenz zeigt die potentielle Fehleinschätzung realer Wahrscheinlichkeiten

durch das Black-Scholes-Modell auf. In der Praxis wird versucht, diesem Defizit durch den Einsatz alternativer Modelle entgegenzutreten. Ohne auf jene Modelle konkreter einzugehen, sind etwa Binomialbaum- und Trinomialbaum-Modelle mit stochastischer Volatilität sowie die Monte-Carlo-Simulation als Beispiele für entsprechende Anwendungen zu nennen.

Nach diesem Abriss der wissenschaftlichen Literatur zu theoretischen und empirischen Analyse von Renditeverteilungen auf internationalen Aktienmärkten werden im Anschluss die Ergebnisse einer im Zuge dieser Arbeit durchgeführten Verteilungsanalyse für den österreichischen Aktienmarkt gegeben, bevor anschließend ein zwischenzeitliches Resümee zur Empirie von Renditeverteilungen gezogen wird.

### 3. Verteilungsanalyse am österreichischen Aktienmarkt

Vor dem Hintergrund obenstehender, aus der Literatur entnommenen empirischen Befunde, wurden historische Kurszeitreihen sowohl des ATX-Aktienindex als auch von einzelnen im ATX notierten Aktien analysiert, um die bisher thematisierten Phänomene hinsichtlich ihrer Existenz respektive Signifikanz am heimischen Wertpapiermarkt zu hinterfragen.

#### 3.1. Datengrundlage

Als Grundlage für die im Folgenden dargestellten Untersuchungen dienten zum einen die Tagesschlusskurse des ATX-Index innerhalb des Betrachtungszeitraumes vom 31.12.1999 bis zum 31.12.2016 und zum anderen die Tagesschlusskurse von Aktien des Prime-Marktes der Wiener Börse, wobei die für die Einzelaktien angewendeten spezifischen Auswahlkriterien unter Punkt 3.2.2 nähere Erläuterung finden. Der Download der entsprechenden Daten wurde über den Zugang zum Börseninformationssystem Thomson Reuters Eikon am Institut für betriebliche Finanzwirtschaft der Johannes Kepler Universität Linz, bzw. im Konkreten mittels des hierdurch zur Verfügung stehenden ‚Datastream‘-Tools durchgeführt. Zur Durchführung der für die Analyse notwendigen Berechnungen wurde das Tabellenkalkulationsprogramm Microsoft Excel herangezogen.

#### 3.2. Analyse der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Die nachfolgend präsentierten Untersuchungen wurden jeweils auf Basis einer relativen Tagesrendite durchgeführt, die folgendermaßen definiert ist:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

$R_t$      *diskrete Tagesrendite zum Tag  $t$*

$P_t$      *Tagesschlusskurs zum Tag  $t$*

##### 3.2.1. Schiefe und Kurtosis der ATX-Indexrenditen

Zunächst ist die in Abbildung 8 ersichtliche Gegenüberstellung eines, aus den errechneten Indexrenditen abgeleiteten, Histogrammes einerseits und einer simulierten Normalverteilung andererseits, als erstes Indiz für das Vorliegen von nicht normalverteilten Renditen zu werten. Für den dargestellten Vergleich wurden vorerst der Mittelwert (0,026%) sowie die Standardabweichung unter Normalverteilungsannahme (1,35%) der tatsächlichen ATX-Tagesrenditen ermittelt. Auf Basis dieser beiden Momente wurden mit Hilfe der in Microsoft Excel integrierten Datenanalyse-Funktion 32.000 normalverteilte Ereignisse einer normalverteilten Zufallsvariable generiert. Ausgehend von der Bandbreite zwischen minimaler und ma-

ximaler Rendite der simulierten Werte wurden hierfür die 6.610, nach obigem Schema errechneten, realen Tagesrenditen zu 28 Klassen mit einer konstanten Klassenbreite zugewiesen. Die Klassenbreite von 0,46% wurde dabei folgendermaßen bestimmt:

$$\text{Klassenbreite} = \frac{\text{Max(simulierte Zufallszahlen)} - \text{Min(simulierte Zufallszahlen)}}{27}$$

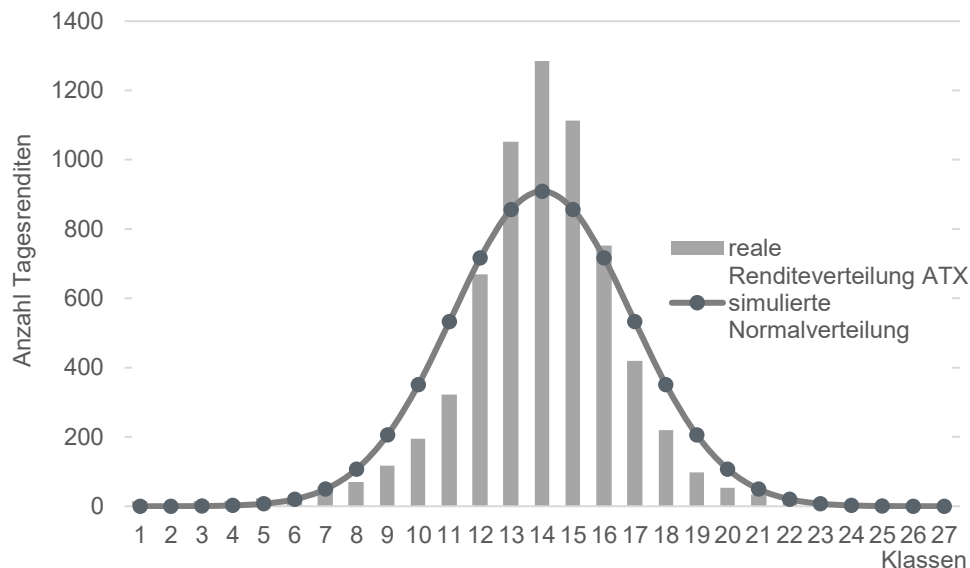


Abbildung 8: Gegenüberstellung: Histogramm der ATX Renditen zur Normalverteilung  
Quelle: eigene Darstellung

Obwohl das dargestellte Histogramm eine Annäherung der realen Renditeverteilung an die Normalverteilung erkennen lässt, ist gleichsam eine deutliche Divergenz zwischen den gegenübergestellten Wahrscheinlichkeitsverteilungen erkennbar. Im Besonderen verdeutlicht die Abbildung, dass Renditen im Bereich des Erwartungswertes deutlich häufiger, jene mit mittlerer Abweichung deutlich seltener auftreten als dies bei einer normalverteilten Zufallszahl der Fall ist. Das Bild der leptokurtischen Gestalt der Renditeverteilung vervollständigt sich durch die Fokussierung der Randbereiche. Wie in Abbildung 9 ersichtlich ist, treten bspw. Ereignisse mit großen negativen Abweichungen vom Erwartungswert in Referenz zur Normalverteilung deutlich häufiger auf (in der Klasse 1 sind alle Tagesrenditen kleiner -5,8% zusammengefasst).



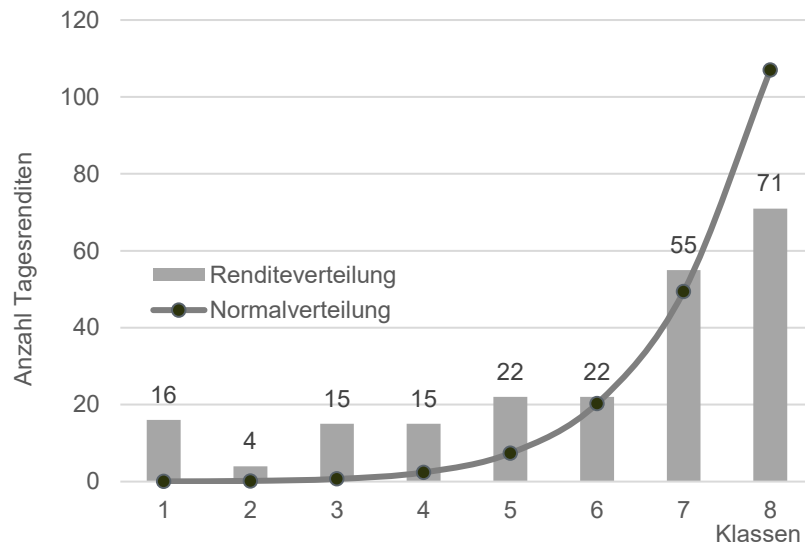


Abbildung 9: Linker Ausläufer der ATX-Renditeverteilung

Quelle: eigene Darstellung

Bei unterstellter Normalverteilung sollten Tagesverluste größer 4%, entsprechend des Umfanges an einbezogenen Tagesrenditen nur in 10 Fällen auftreten. Tatsächlich lagen die Verluste in 72 Fällen über dieser Verlustschwelle. Die Ergebnisse dieser ersten Analyse decken sich mit jenen der bisher dargestellten Untersuchungen internationaler Aktienmärkte und bestätigen zunächst begründete Zweifel an der Hypothese normalverteilter Renditen, dessen Haltbarkeit in weiterer Folge unter Verwendung des Jarque-Bera-Tests (JB-Tests) getestet wurde. Dieses Prüfverfahren ist eines von mehreren für die Prüfung auf Normalverteilung entwickelten, statistischen Testverfahren, das für die nachfolgend dargestellte Untersuchung insofern als angemessen erscheint, als dieses zum einen auf dem dritten und vierten Verteilungsmoment basiert und es sich zum anderen für große Stichprobenumfänge eignet (Opetz, 2012, 75). Für die Ablehnung der Normalverteilungshypothese wird dabei ein, vom Konfidenzniveau abhängiges, Mindestmaß für den JB-Wert gefordert. Dieser Testwert liefert dabei eine Aussage über die Konformität der realen Verteilung mit einer Normalverteilung in Abhängigkeit der geschätzten Schiefe und Kurtosis:

$$JB = \left( \frac{s^2}{6} + \frac{(k - 3)^2}{24} \right)$$

$s$             *Schiefe*

$k$             *Kurtosis*

$JB$           *Teststatistik*

Die Teststatistik ist dabei mit zwei Freiheitsgraden asymptotisch  $\chi^2$ -verteilt. Die Nullhypothese der Normalverteilung ( $H_0: s = 0; k = 3$ ) wird dann verworfen, wenn der Testwert  $JB > \chi^2(2)$  ist, wobei für ein Konfidenzniveau von 1% der kritische Schwellenwert bei 9,21 liegt (Schröder, 2012, 8). Die in Tabelle 3 dokumentierten Ergebnisse dieser Untersuchung zeigen, dass bei einem Konfidenzniveau von 99% die Hypothese normalverteilter ATX-Renditen jedenfalls abzulehnen ist.

H0: Tagesrenditen sind Normalverteilt	
<i>Prüfobjekt:</i>	ATX Indexrenditen auf Tagesbasis
<i>Betrachtungszeitraum:</i>	02.01.1991 - 31.12.2016
<i>Anzahl der Beobachtungen:</i>	6.610
<i>Schiefe:</i>	-0,135
<i>Kurtosis:</i>	10,360
<i>JB-Testwert</i>	14.941
<i>Ergebnis:</i>	Annahme der Normalverteilung wird verworfen.

Tabelle 2: JB-Teststatistik; ATX Index-Renditen

Quelle: eigene Darstellung

### 3.2.2. Schiefe und Kurtosis der Renditeverteilung österreichischer Aktien

Als weiterer Analyseschritt wurden die entsprechenden Verteilungseigenschaften österreichischer Einzelaktien untersucht. In die Untersuchung wurden dabei jene Aktientitel einbezogen, die vom 30.12.2005 bis zum 31.12.2016 durchgehend im ATX-Prime Market enthalten waren. Diese Vorgangsweise sollte insoweit Verzerrungen vermeiden, als dadurch sowohl Zu- als auch Abgänge zum bzw. vom Index nicht berücksichtigt werden. Das angeführte Kriterium wurde von 25 Aktien erfüllt. Tabelle 4 zeigt sowohl die Werte für Schiefe und Kurtosis, als auch den JB-Testwert für ausgewählte Aktien, wobei die Ergebnisse nach aufsteigendem Schiefekoeffizienten gereiht dargestellt werden.

Unternehmensaktie	Mittelwert	Schiefe	Kurtosis	JB-Wert
S IMMO	0,0297%	-0,38	30,54	90.747,0
UNIQA INSU GR AG	-0,0237%	-0,30	9,63	5.302,0
AGRANA BETEILIGUNGS	0,0273%	-0,27	9,51	5.102,8
TELEKOM AUSTRIA	-0,0218%	-0,26	12,33	10.434,5
WIENERBERGER	0,0128%	-0,24	8,36	3.467,3
OMV	0,0106%	-0,21	7,99	2.994,2
VIENNA INSURANCE GROUP A	-0,0051%	0,06	12,15	10.006,5
PALFINGER	0,0506%	0,08	7,39	2.306,5
LENZING	0,0712%	0,09	6,32	1.321,7
ERSTE GROUP BANK	0,0287%	0,10	8,93	4.203,0
RAIFFEISEN BANK INTL.	0,0110%	0,11	8,71	3.908,3
UBM DEVELOPMENT	0,0460%	0,12	28,76	79.371,7
VERBUND	-0,0035%	0,14	8,12	3.143,6
VOESTALPINE	0,0564%	0,16	9,56	5.150,8
MAYR-MELNHOF KARTON	0,0298%	0,21	6,30	1.322,6
IMMOFINANZ	0,0291%	0,26	53,13	300.567,5
EVN	-0,0037%	0,30	8,51	3.668,8
DO & CO REST.& CATER.	0,0862%	0,31	8,93	4.255,1
ANDRITZ	0,0780%	0,40	13,42	13.065,6
ROSENBAUER INTL.	0,0636%	0,45	10,31	6.479,8
Semperit AG Holding	0,0260%	0,56	10,74	7.322,1
SCHOELLER-BLECKMANN	0,0713%	0,57	10,95	7.706,0
FLUGHAFEN WIEN	0,0322%	0,72	17,36	24.921,6
WOLFORD	0,0212%	1,48	26,02	64.418,3
OBERBANK	0,0280%	2,78	44,62	210.882,9

Tabelle 3: Verteilungseigenschaften österreichischer Aktien

Quelle: eigene Darstellung

Zunächst zeigen die Werte für die JB-Teststatistik, dass die Renditeverteilungen der Einzelaktien wesentlich stärker von der Normalverteilung abweichen, als das bei den Indexrenditen der Fall ist. Zu bemerken ist die große Bandbreite, innerhalb der sich der jeweilige Schiefeffizient der Aktien bewegt. Diese reicht von -0,38 (S Immo AG) bis zu +2,78 (Oberbank). Während für die Einzelaktien mehrheitlich eine positive Schiefe festgestellt werden kann, weist die Verteilung der Indexrenditen eine relativ geringe negative Schiefe auf.<sup>9</sup> Die Werte für die Kurtosis liegen durchgängig deutlich über dem Referenzwert der Normalverteilung. Für 21 der Aktien liegen die Werte für die Kurtosis zwischen 6,30 und 17,36, und bei fünf Aktien deutlich über 20. Die Ergebnisse zeigen somit nicht nur die stark leptokurtisch ausgeprägte Gestalt der Renditeverteilungen österreichischer Aktien auf, sondern werfen vor allem durch die große

<sup>9</sup> Bei einem Vergleich der festgestellten Parameter von Index- und Aktienrenditen ist zu beachten, dass sich die jeweiligen Analysen zum einen nicht auf den selben Zeitraum beziehen und zudem nur jene Einzelaktien betrachtet wurden, die über den 10-jährigen Betrachtungszeitraum durchgehend im ATX enthalten waren.

Bandbreite, innerhalb der sich die Schiefe-Koeffizienten bewegen, die Frage auf, inwieweit Investoren entsprechende Parameter in ihre Kauf- und Verkaufsentscheidungen einfließen lassen. Diese Thematik stellt in konsistenter Weise den Schwerpunkt des zweiten Teiles der vorliegenden Arbeit dar, und wird demgemäß im Kapitel 5 wieder aufgegriffen.

### 3.3. Zeitreihenabhängigkeit von ATX-Indexrenditen

In Anbetracht des thematisierten Zusammenhanges zwischen Leptokurtosis und Heteroskedastizität, wurde das Thema der Volatilitätseigenschaften insoweit in die durchgeführten Untersuchungen integriert, als die Zeitreihenabhängigkeit der ATX-Renditereihe untersucht wurde. Hierzu kann im Allgemeinen festgehalten werden, dass auch hinsichtlich des autoregressiven Verhaltens von Varianzen die empirischen Untersuchungen der ATX-Tagesrenditen im Einklang mit den oben dargestellten, zentralen Aussagen der wissenschaftlichen Literatur stehen. Auch auf dem österreichischen Aktienmarkt ist die deutliche Bildung von Volatilitäts-Bündeln erkennbar. Die Abbildungen 10 und 11 zeigen eine Gegenüberstellung der diskreten ATX-Tagesrenditen für den Zeitraum zwischen dem 03.01.1991 und dem 18.08.2017 zu den Renditeausschlägen einer simulierten Normalverteilung.

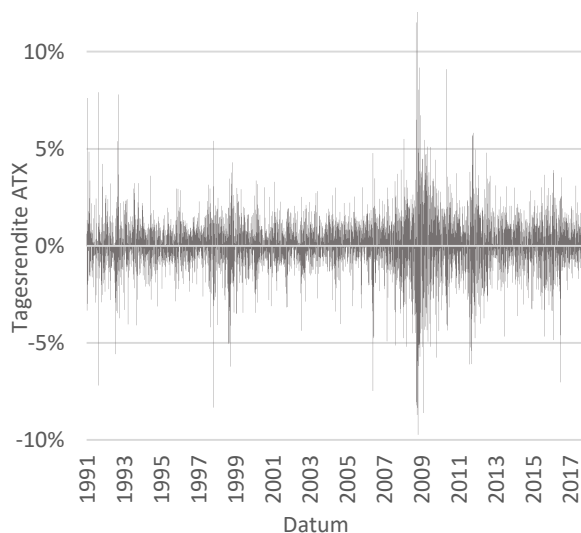


Abbildung 10: Diskrete ATX-Renditen im Zeitverlauf  
Quelle: eigene Darstellung

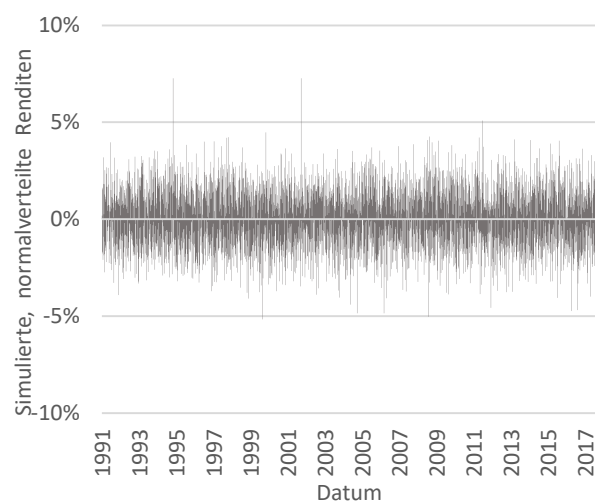


Abbildung 11: Normalverteilte Renditeausschläge  
Quelle: eigene Darstellung

Die Darstellung der realen Renditeausschläge zeigt Perioden mit deutlich gehäuft auftretenden, hohen Renditeausschlägen, die sich mit ruhigeren Phasen abwechseln. Im Besonderen ist für den Zeitraum während der Subprime-Krise gegen Ende des Jahres 2008 eine intensive Anhäufung hoher Renditeausschläge erkennbar. Neben dem Vorliegen von Volatilitäts-Bündeln zeigt das Diagramm das Phänomen auf, dass die Volatilität im Zeitverlauf auch nach

sehr turbulenten Perioden wieder auf ein bestimmtes Ausgangsniveau zurückkehrt. Eine dauerhafte Zu- oder Abnahme der Volatilität ist also nicht beobachtbar. Entsprechend dieser Rückkehr zum langfristigen Durchschnitt wird in diesem Zusammenhang vom sogenannten *mean reverting* gesprochen (Fouque/Papanicolaou/Sircar, 2000, 101). Zur weiteren Untersuchung von Zeitreihenabhängigkeiten ist in den Abbildungen 12 und 13 die Autokorrelation der ATX-Renditen bzw. jene in Bezug auf die quadrierten Indexrenditen für den Zeitraum vom 03.01.2005 bis zum 30.12.2015 dargestellt. Es wurde hierfür berechnet, in welchem Ausmaß eine Rendite, respektive dessen Quadrat, des Tages  $t$  mit der Rendite, respektive der quadrierten Rendite, des Tages  $t-x$  korreliert. Durch die Berechnung der Korrelationskoeffizienten für die Werte 1 bis 200 für  $x$  wurde schließlich ein Bild generiert, das Indizien für eine allenfalls bestehende Zeitreihenabhängigkeit zu liefern vermag.

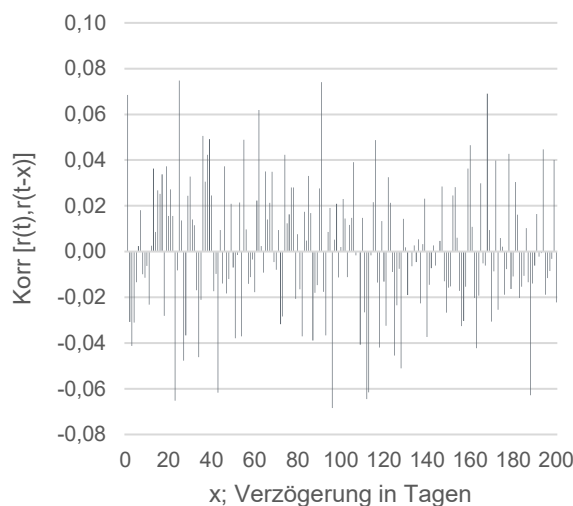


Abbildung 12: Korrelation ATX-Renditen  
Quelle: eigene Darstellung

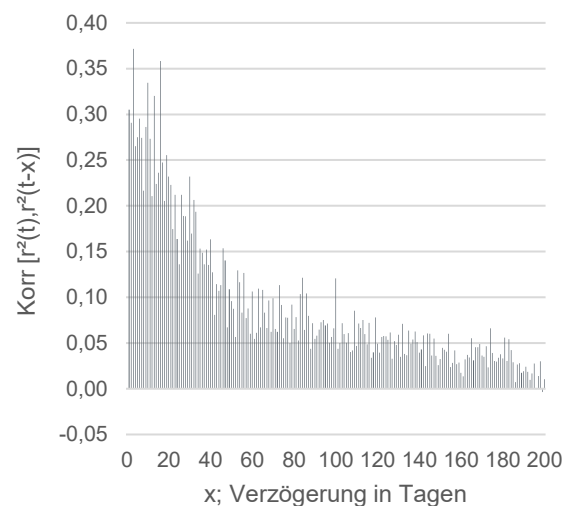


Abbildung 13: Korrelation quadrierter ATX-Renditen  
Quelle: eigene Darstellung

Auf Basis der Tagesrenditen scheint unter Berücksichtigung des Vorzeichens keine regelmäßige Abhängigkeit ersichtlich. Sehr deutlich ist hingegen die Zeitreihenabhängigkeit aus dem Diagramm der quadrierten Renditen abzulesen, die mit wachsendem Zeitabstand der zueinander ins Verhältnis gesetzten quadrierten Renditen kontinuierlich abnimmt. Der Rückgang der Korrelation ist dabei innerhalb der ersten 50 Handelstage besonders stark ausgeprägt und verlangsamt sich bei entsprechend höherer Betrachtungsspanne.

### 3.4. Interpretation der Analyseergebnisse

Die dargelegten Resultate der Untersuchung österreichischer Index- und Aktienrenditen stehen im Einklang mit der angeführten, in der Literatur festgehaltenen Empirie. Die Deutlichkeit der festzustellenden Leptokurtosis sowie der hohen positiven und negativen Werte für die Schiefe lässt die bereits vielfach artikuliert Forderung nach alternativen Modellierungsformen und die daraus erwachsenden sowie in der Praxis beobachtbaren Bestrebungen, neoklassische Finanzmarkttheorien zu erweitern, jedenfalls nachvollziehbar erscheinen. Im Besonderen spricht die diagnostizierbare Heteroskedastizität von Wertpapierrenditereihen auf Grund der ihr zuzuschreibenden Ursächlichkeit für die Leptokurtosis von Renditeverteilungen dafür, von der Annahme einer konstanten Varianz abzugehen und die Weiterentwicklung bzw. Etablierung von Modellen mit variablem Varianzansatz zu forcieren. Zwar erfährt die mögliche Anwendung einer bedingten Prognostizierbarkeit von Volatilitäten für die Portfoliosteuerung im Folgenden keine Behandlung. Die diagnostizierte Heteroskedastizität dient jedoch in dieser Arbeit insoweit in elementarer Weise, als sie gemäß den Ausführungen in Kapitel 2.6.4 als Anknüpfungspunkt für die Hinterfragung der Normalverteilungshypothese Verwendung findet.

In einem Zwischenresümee kann festgehalten werden, dass sowohl gemäß der Schlüsse aus der Literaturanalyse, als auch in Anbetracht der empirischen Untersuchungsergebnisse, die These der Normalverteilung jedenfalls für bestimmte praxisrelevante Anwendungsbereiche nicht in zufriedenstellendem Ausmaß als erfüllt angesehen werden kann.<sup>10</sup> Die großen Bandbreiten bezüglich Schiefe und Kurtosis werfen Fragen sowohl hinsichtlich des unternehmensbezogenen Risikomanagements als auch hinsichtlich der Portfolioselektion von privaten und institutionellen Marktteilnehmern auf. In Bezug auf das Risikomanagement von Unternehmen, insbesondere von jenen aus dem Finanzsektor, zeigt sich vor allem die Leptokurtosis von Wertpapierrenditen als relevanter Faktor für einen möglichen Einsatz von alternativen oder angepassten Risikomanagementmodellen. Demgemäß finden im Folgenden spezifische Inhalte des unternehmensbezogenen Risikocontrollings mit vorrangigem Bezug auf die leptokurtische Eigenschaft von Renditeverteilungen Betrachtung, bevor in Kapitel 5 der Schiefe-Parameter im Kontext des Portfoliomanagements in den Mittelpunkt der Betrachtung gerückt wird.

---

<sup>10</sup> Diese Schlussfolgerung steht insbesondere im Einklang mit den Untersuchungen europäischer Aktienmärkte durch: Eberlein/Keller (1995), Brechtmann (1998), Rydberg (1999), Küchler et al. (1999), Rau-Bredow (2002), Egan (2007).

## 4. Die Rolle von Verteilungseigenschaften im Risikocontrolling

Wenngleich das Themengebiet der risikoorientierten Unternehmenssteuerung durch die folgenden Ausführungen keinesfalls eine umfassende Behandlung erfährt, ist es jedoch dem eingangs dieser Arbeit formulierten Anspruch eines angestrebten Überblickes geschuldet, die Bedeutung der bisher präsentierten Ergebnisse für eben jenen Bereich zu thematisieren.

### 4.1. Einordnung des unternehmensbezogenen Risikomanagements

Unter dem Risikomanagement-Begriff kann im Allgemeinen die Zusammenfassung aller Aktivitäten innerhalb eines Unternehmens verstanden werden, die sich mit Chancen und Gefahren befassen (Gleißner, 2016, 1). Während die Chancen-Dimension des Risikos im Besonderen im Zuge der Entscheidungsplanung von Kapitalanlagestrategien Einbindung in entsprechende Risikomanagementsysteme findet, wird das unternehmensbezogene Risikomanagement im engerem Sinn vermehrt mit der Abwehr von Gefahren bzw. Krisen in Verbindung gebracht. In diesem Zusammenhang bleibt, unter Verzicht einer umfassenden Darlegung spezifischer Grundlagen von Risikomanagementsystemen, darauf zu verweisen, dass relevante Modelle für die Quantifizierung dieser Gefahrenpotenziale wiederum auf den bereits behandelten Grundbausteinen der neoklassischen Kapitalmarkttheorie aufbauen und Entscheidungsmodelle etwa auf der durch Bernoulli begründeten und durch von Neumann und Morgenstern erweiterten Nutzentheorie fußen. Als wesentlichster Risikoparameter entwickelte sich damit auch in diesem Bereich die Standardabweichung. Zwar zeigen Wissenschaftler wie Roy (1952) und Kraus/Litzenberger (1976) mit ihren Arbeiten bereits früh die Notwendigkeit alternativer Risikoparameter auf, doch erst in den 1990er Jahren können sich neue Risikomaße durchsetzen.

Entsprechend des engeren Risikomanagement-Verständnisses werden im Folgenden vor allem die sogenannten Downside-Risks in den Fokus genommen. Die häufig vorzufindende Konzentration auf ausschließlich negative Ereignisse folgt in erster Linie aus der Intention, existenzgefährdende Risiken zu minimieren. Aus theoretischer Sicht ist die Verwendung verlustorientierter Risikomaße mit einer Annäherung der wirtschaftlichen Entscheidungstheorie an die verhaltenswissenschaftlich fundierte Risikowahrnehmung zu assoziieren (Gleißner, 2016, 2). Im Konkreten steht diese Annäherung im Einklang mit den unter Punkt 5.3.4 angeführten Inhalten der *prospect theory* nach Kahneman/Tversky. Als eines der bedeutsamsten Maße für das Downside-Risk im Risikomanagement ist der bereits mehrfach erwähnte VaR zu nennen. Er beschreibt unter der Zugrundelegung einer bestimmten Verteilungsform das Quantil der entsprechenden Verlustfunktion, d. h. die Höhe des Verlustes, der zu einer bestimmten Wahrscheinlichkeit innerhalb eines zu definierenden Zeitraumes nicht überschritten

wird. Er liefert jedoch auf Grund seiner Konzeptionierung keine Informationen zum erwarteten Verlust im Falle des Eintritts eines Schadensereignisses jenseits des entsprechenden Quantils (Rockafellar/Uryasev, 2002, 1444).

## **4.2. Der VaR als etablierter Standard für Institute aus dem Finanzwesen**

Vor allem durch die Implementierung des VaR in das Baseler Rahmenwerk zur Beaufsichtigung von Banken entwickelte sich dieser zum Standardmaß des Risikomanagements sowie der Regulierung von Finanzinstituten (Kaplanski/Levy, 2007, 1888). Wenngleich sich der VaR nicht nur innerhalb des Finanzsektors als zentrales Risikomaß durchgesetzt hat, sondern auch Industrieunternehmen sowohl zur internen Risikosteuerung als auch im Zuge der externen Berichterstattung diesen Risikoparameter heranziehen, sollte die praktische Relevanz des VaR durch den folgenden Exkurs in den Bereich der aufsichtsrechtlichen Bankenregulatorik aufgezeigt werden.

Durch die weitgehende Übernahme der regulatorischen Empfehlungen des Basel Committee on Banking Supervision (BCBS) in (multi-)nationale Rechtsakte sind Kredit- und Finanzinstitute staatenübergreifend dazu verpflichtet, ein Mindestmaß an Eigenmitteln bereitzuhalten. Die Eigenmittelvorschriften sind für Kreditinstitute innerhalb der Europäischen Union weitgehend in der EU-Verordnung mit der Bezeichnung Capital Requirement Regulation (CRR) festgelegt. Unter freiwilliger Anwendung sogenannter, durch das BCBS definierter, interner Modelle, leitet sich das Ausmaß der regulatorischen Eigenmittel in Bezug auf bestimmte Risikoarten von der Höhe des Portfolio-VaR ab. Die Möglichkeit der Anwendung interner Modelle besteht dabei für die Quantifizierung von Markt- und Kreditrisiken, wobei die praktische Relevanz jener Ansätze insbesondere dadurch gegeben ist, dass die Anwendung von internen Modellen anstelle der Standardansätze im Regelfall geringere Eigenmittelanforderungen verspricht. Der in der CRR enthaltene Internal Model Approach legt zur Quantifizierung der mit dem Portfolio eingegangenen Marktrisiken die zwingende Verwendung des VaR unter Anwendung eines Konfidenzniveaus von 99% fest. Die Berechnung hat dabei auf Basis der Daten des unmittelbar zurückliegenden, einjährigen historischen Zeitraumes zu erfolgen.



### 4.3. Die Schwächen des VaR

Der Value at Risk weist als Risikomaß jedoch einige Schwachstellen auf. Wie Atzner et al. (1999, 2003) feststellen, verhält sich der VaR nicht subadditiv und stellt somit kein kohärentes Risikomaß dar. Es besteht also die Möglichkeit, dass die Summe der VaR von Teilportfolios geringer ist als der VaR des Gesamtportfolios. Zudem kann sich die mathematische Ermittlung des VaR bei nicht normalverteilten Basisdaten als äußerst aufwändig gestalten. In den überwiegenden Fällen findet demnach hinsichtlich der zugrundeliegenden Verlustverteilung die Normalverteilungsannahme Verwendung. Auch die in der CRR implementierten VaR-Methoden enthalten ausschließlich die Normalverteilungsannahme. Dadurch stellt sich der VaR als ein bestimmtes Vielfaches der Standardabweichung eines Portfolios dar, sodass sich Änderungen zum Risikoverständnis gem. Markowitz lediglich auf eine veränderte Terminologie beschränken (Rau-Bredow, 2002, 603). Vor dem Hintergrund der bereits aufgezeigten empirischen Evidenz zum Vorliegen von Fat Tails realer Renditeverteilungen stellt sich dieser Umstand jedenfalls als problematisch heraus, denn die Anwendung des VaR unter Normalverteilungsannahme führt tendenziell dazu, dass die Risiken von Extremabweichungen durch die entsprechenden Quantifizierungsprozesse regelmäßig unterschätzt werden. Zur Verdeutlichung dieses Problems ist auf die unter Punkt 3.2 bereits diskutierte und in Abbildung 9 verdeutlichte Häufung relativ hoher Tagesverluste des ATX-Index zu verweisen. Um dem entsprechenden Modellrisiko entgegenzutreten, propagiert etwa Rau-Bredow (2002, 606) die Modifizierung der regulatorisch vorgeschriebenen Methoden zur Ermittlung der Eigenmittel von Finanzinstituten durch die Anwendung einer bereits vorgestellten  $\alpha$ -stabilen Verteilung.

### 4.4. Die Reaktion auf Unzulänglichkeiten etablierter Modelle und Regularien

Die Ereignisse rund um die Finanzkrise im Jahr 2008 brachte die mit den Fat Tails in Verbindung stehende Problematik von nicht im Blickwinkel des Risikomanagements stehenden Extremereignissen eindrucksvoll zum Vorschein. Als Reaktion darauf setzte das BCBS intensive Maßnahmen zur Verbesserung der regulatorischen Vorkehrungen, deren sukzessive Umsetzung selbst über die kommenden Jahre noch andauern wird. Die Behörden adressieren die Thematik von Extremszenarien durch zusätzliche Kontrollmaßnahmen. Vorerst wurde in Reaktion auf die vergangene Finanzkrise, als eine von zahlreichen Ad-hoc-Maßnahmen für die dringlichsten Schwachstellen, die zusätzliche Berechnung eines stressed-VAR für Marktrisiken vorgeschrieben (CRR, Artikel 363 Abs. 3). Gemäß dieser Vorschrift ist der VaR zwar nach derselben Methodik, jedoch unter Zugrundelegung simulierter Stressbedingungen zu berechnen. Bereits 2016 formulierte das ECBS schließlich den Ersatz dieser Kombination aus VaR

und stressed-VaR durch den Expected Shortfall (ES) unter Verwendung einer Stressperiode in Form der schlechtesten 12-Monats-Periode seit 2007 (Basel Committee on Banking Supervision, 2016, 52 ff.). Die Umsetzung dieser Maßnahme sollte bis zum Ende des Jahres 2019 erfolgen.

#### **4.5. Das Modell des Expected Shortfall als Erweiterung des VaR**

Der auch als Conditional Value at Risk (CVaR) bezeichnete ES liefert den Durchschnitt der Verluste, die ein bestimmtes Quantil überschreiten und gibt somit Auskunft über den erwarteten Verlust für jenen Fall, dass dieser größer als der VaR ausfällt. Im Gegensatz zum VaR zählt der ES auf Grund seiner subadditiven Eigenschaft zu den kohärenten Risikomaßen (Rockafellar/Uryasev, 2002, 1443). Zudem besteht ein praxisrelevanter Vorteil des ES in dessen einfachen technischen Handhabung im Zuge von Minimierungsanwendungen (Rockafellar/Uryasev, 2002, 1444). In Summe eignet sich der ES grundsätzlich zur Adressierung der Fat-Tail-Problematik, worin auch die Beweggründe für die oben genannte Implementierung des ES in die aufsichtsrechtlichen Bestimmungen liegen. Da aus der Konzipierung des ES folgt, dass er bei gleichem Konfidenzniveau gegenüber dem VaR stets höhere Ergebnisse liefert, wird im Zuge der oben genannten Implementierung des ES von Finanzinstituten der 99%-VaR (und 99%-stressed VaR) durch den 97,5%-ES ersetzt werden.

Ogleich der ES gute Möglichkeiten bietet, mit Fat Tails in Verbindung stehende Risiken abzubilden, hängt die Aussagefähigkeit dieses Risikomaßes stark von den Basisdaten ab. Extremereignisse gehen naturgemäß mit der Eigenschaft einher, sehr selten aufzutreten. Um solch seltene Ereignisse in die zu ermittelnde Erwartungsgröße einfließen zu lassen, bedarf es Annahmen zu Eintrittswahrscheinlichkeiten. Gemäß des BCBS-Konzeptes erfährt diese Thematik wie erwähnt durch die Verwendung einer historischen Periode mit besonders großen Verlusten ihre Berücksichtigung (BCBS, 2016, 53). Hierdurch wird eine Problematik sichtbar, die jeglichen, auf historischen Daten basierenden Modellen anhaftet – die potenziell fehlende Berücksichtigung von sogenannten Emerging Risks, also Risikopotenziale die sich nicht aus der Betrachtung historischer Stresssituationen projizieren lassen.

#### 4.6. Die Berücksichtigung unwahrscheinlicher Ereignisse durch Stress-tests

Für ein entsprechend unerwartetes Extremereignis findet nicht zuletzt auch im finanzwirtschaftlichen Sektor die Metapher des schwarzen Schwanes Verwendung, die auf Popper (1935) zurückführen ist (Taleb, 2012, 81 ff). Popper verweist in seiner Arbeit auf die latente Widerlegbarkeit von Annahmen, die auf empirischen Analysen aufbauen. Entsprechend der von Popper vertretenen Theorie der Falsifikation lässt sich eine Hypothese wie die Aussage, dass alle Schwäne weiß sind, durch die ausschließliche Sichtung weißer Schwäne nicht beweisen, jedoch durch eine gegenteilige Beobachtung, wie der Sichtung lediglich eines schwarzen Schwanes, widerlegen (Popper, 1935, 1). In Anlehnung an Popper sind beispielsweise die Anschläge des 11. Septembers 2001 oder die Subprime-Krise aus dem Jahr 2008 als schwarze Schwäne zu kategorisieren. Wenngleich derartige, unvorhersehbare Ereignisse nicht nur in negativer Ausprägung erscheinen, stehen im Kontext des Risikomanagements mit Gefahren behaftete Extremereignisse im Fokus. Dabei kommt das Dilemma zum Vorschein, dass einerseits der zukünftige Eintritt historisch nicht beobachtbarer Geschehnisse gem. der Falsifizierungstheorie keinesfalls ausgeschlossen werden kann, andererseits keine Wahrscheinlichkeitsinformationen existieren, die für die Berücksichtigung entsprechender Ereignisse in verteilungsbasierten Modellen unabdingbar sind.

Um Ereignisse, zu denen kein verwertbares statistisches Zahlenmaterial existiert, dennoch in Risikomanagementsysteme zu integrieren, wird in der Praxis die Möglichkeit wahrgenommen, auf Szenario-Analysen zurückzugreifen. Beispielsweise haben sich Stresstests zu einem bedeutenden Bestandteil des Risikomanagements von Finanzinstituten entwickelt (Deutsche Bundesbank, 2004, 80). Die Schwierigkeit im Zusammenhang mit der Simulation von Krisenszenarien liegt grundsätzlich darin, diese herausfordernd aber plausibel zu gestalten (Varotto, 2012, 3133). Die Szenarien können dabei auf historischen oder hypothetischen Daten beruhen. Während die Probleme von historisch abgeleiteten Stressszenarien in Verbindung mit seltenen Ereignissen bereits angeführt wurden, ist anzumerken, dass ihre Vorteilhaftigkeit in der Plausibilität der Basisdaten liegt. Immerhin sind die als Inputdaten Verwendung findenden Ereignisse in der Vergangenheit tatsächlich eingetreten. Durch hypothetische Stresstests kann das Problem des mangelnden statistischen Zahlenmaterials zwar umgangen werden, jedoch haftet dieser Methode das Beurteilungsproblem hinsichtlich der Plausibilität von Eingangsvariablen an. Somit sind Modelle auf Basis hypothetischer Szenarien tendenziell stärker mit Modellrisiken behaftet, als das bei historisch orientierten Stresstests der Fall ist.

Die hier skizzierten Bestrebungen der Finanzregulatoren, die Fat Tails realer (Verlust-) Verteilungen stärker zu adressieren, verdeutlichen zum einen die durch leptokurtische Verteilungen

induzierten Problematiken und zeigen zum anderen das vorhandene Bewusstsein über potentielle Folgen einer ungenügenden Berücksichtigung vorherrschender Leptokurtosis auf. Es bleibt an dieser Stelle nochmals explizit darauf zu verweisen, dass dieser Exkurs betreffend das institutionelle Risikomanagement im Sinne einer Vervollständigung des Überblickes über die Einflussbereiche von Verteilungsmodalitäten in die vorliegende Arbeit integriert ist. Hinsichtlich der in diesem Kapitel behandelten Themen und Aufzählungen ist demgemäß kein Anspruch auf Vollständigkeit gegeben. Insbesondere die auszugsweise aus dem Bereich der aufsichtsrechtlichen Regulatorik entnommenen Sachverhalte sind explizit als exemplarische Darlegungen zu verstehen. Eine hier nicht erfolgte, detailliertere Untersuchung einzelner Sachverhalte, wie beispielsweise die nur bedingte Anwendbarkeit der angeführten internen Modelle, würde jeweils einer detaillierten Betrachtung umfassender Rahmenbedingungen bedürfen.

#### **4.7. Forderung nach einem alternativen Risikoverständnis**

Die Betrachtung der gegenwärtigen Finanzmarktregulierung zeigt die Anwendung einer Methodik, die in gewisser Weise einen dualen Ansatz darstellt. Dabei impliziert die zu verteilungsbasierten Modellen parallel Anwendung findende Analyse von Krisenszenarien ein Eingeständnis über die eingeschränkte Validität stochastischer Modelle. Selten auftretende Extremereignisse schränken die Anwendbarkeit etablierter neoklassischer Modelle auf die Zeitintervalle zwischen eben jenen Ereignissen ein. Verteilungsbasierte Modelle sollten in gewisser Weise den profitablen Betrieb in gewöhnlichen Zeiträumen gewährleisten, und die Krisensicherheit parallel dazu durch Stresstests und Szenarioanalysen sichergestellt werden. Alleine die Tatsache, dass bereits vor Eintritt der Subprime-Krise Szenarioanalysen von Finanzinstituten verpflichtend durchzuführen waren, führt vor Augen, dass die Problematik der am Kapitalmarkt in Erscheinung tretenden schwarzen Schwäne auch durch das angeführte duale Regulierungskonstrukt wohl nicht vollständig gelöst werden kann. Zudem kann es aus wissenschaftlicher Sichtweise als unbefriedigend erscheinen, dass finanzwissenschaftliche Modelle nicht in der Lage sind, das Marktgeschehen in einer allgemeingültigen Form zu beschreiben.

##### **4.7.1. Erweiterung der Theorie der Brownschen Bewegung**

Hinsichtlich der wissenschaftlichen Auseinandersetzung mit etwaigen Unzulänglichkeiten der angewandten Modellierung von Renditeverteilungen wird im Folgenden Bezug auf die Arbeiten des, bereits im Zusammenhang mit der Heteroskedastizität genannten, Mathematikers Benoit Mandelbrot genommen. Ausgehend von seinen Analysen zu Fat Tails und der Varianzinhomogenität von Renditezeitreihen begründete Mandelbrot einen grundlegend alternativen Ansatz für die Beschreibung der Eigenschaften von Renditeverteilungen. Mandelbrot/Hudson

(2009, 47 ff.) fordern angesichts der enormen Auswirkungen von Extremereignissen die intensivere Einbindung von Ausnahmezuständen in finanzwissenschaftliche Theorien. Anstelle der Optimierung der Effizienz von Modellen für die mit geringer Volatilität behafteten Phasen, sollte der Fokus verstärkt auf die Vermeidung von mitunter existenzgefährdenden, großen Verlusten gelegt werden. Zwar wird dieser Forderung in Form der behandelten Szenarioanalysen in weiten Teilen bereits nachgekommen, jedoch unterscheidet sich der von Mandelbrot/Hudson gewählte Ansatz grundlegend von der diskutierten dualen Methodik, indem die Autoren die Konstruktion einer Modellierungsform für Wertpapierrenditen anstoßen, die durch eine Kalibrierung weniger Parameter die Nachbildung von Renditezeitreihen mit variabler Volatilität erlauben sollte. Auch Mandelbrot/Hudson stützen ihre Kritik an gängigen Finanzmarktmodellen auf die Häufung von Extremereignissen. Anstelle der Erweiterung etablierter Modelle durch Hinzunahme von Parametern wie etwa der Kurtosis, setzen die Autoren jedoch bei der eingangs dieser Arbeit behandelten Kernthese stochastischer Renditemodellierungen – der Brownschen Bewegung – an. Zum Zweck der Modellierung von Renditeverteilungen erweitern sie diese zur These der fraktionalen Brownschen Bewegung in multifraktionaler Zeit (Mandelbrot/Hudson, 2009, 298).

#### **4.7.2. Modellierung von Renditezeitreihen durch die fraktale Geometrie**

Im Konkreten besteht die Erweiterung des Basismodelles in erster Linie darin, dass Mandelbrot/Hudson (2009, 49) in Folge seiner Erkenntnisse zur Varianzheterogenität die Handelszeit im Modellierungsvorgang als variabel ansehen und sich diese nicht im Gleichlauf zur linearen Uhr- bzw. Kalenderzeit befindet. Der Ansatz beruht dabei auf der von Mandelbrot begründeten fraktalen Geometrie, die eine Erweiterung der euklidischen Geometrie darstellt und insbesondere in Folge der publizierten Arbeiten von Mandelbrot (1977) und Mandelbrot (1982) auch in verschiedenen Wissenschaftszweigen fernab von finanzwirtschaftlichen Themenbereichen Anwendung findet (Mandelbrot/Hudson, 2009, 46; Dill, 2016, 120). Mandelbrot gelingt es, vorhandene Ansätze zu iterierten Funktionssystemen, die bspw. durch Cantor, Peano, Hilbert oder Koch (Aufzählung gem. Dill, 2016, 120) seit dem Ende des 19. Jahrhunderts veröffentlicht wurden, in ein einheitliches Konzept einzubinden, das die Darstellung und Beschreibung komplexer Objekte ermöglicht.

##### **4.7.2.1. Grundlagen der Fraktalen Geometrie**

Ohne an dieser Stelle zu tief in die Materie der fraktalen Geometrie einzutauchen, ist hinsichtlich einer Einordnung dieses relativ jungen Teilbereiches der Mathematik anzuführen, dass es sich bei Fraktalen aus mathematischer Sichtweise um Mengen mit verbundenen Eigenschaften und Regeln handelt (Dill, 2016, 120 ff.). Hiervon sollten im Folgenden die Selbstähnlichkeit, die Generierungsvorschriften und die fraktale Dimension hervorgehoben werden.

## ■ Die Selbstähnlichkeit

Die Selbstähnlichkeit beschreibt die Identität oder Ähnlichkeit eines Objektes mit den Bausteinen, aus denen dieses Objekt besteht. Es wird dabei zwischen einer exakten Selbstähnlichkeit, die mit einer Identität bestimmter Teilmengen einhergeht, und einer strukturellen Selbstähnlichkeit, bei der sich die Identität auf bspw. stochastische Parameter fraktaler Bausteine beschränkt, unterschieden. Bei Vorliegen einer exakten Selbstähnlichkeit ist es grundsätzlich möglich, Fraktale in disjunkte Teilmengen aufzuteilen, die wiederum durch Transformation der Ausgangsmengen entstehen (Dill, 2016, 121).

## ■ Die Generierungsvorschrift

Fraktale werden durch die Anwendung von Generierungsvorschriften gebildet. Ein definierter Initiator dient als Basisobjekt oder Grundbaustein eines Fraktals. Es stellt den kleinstmöglichen Ausschnitt eines fraktalen Objektes dar. Ausgehend vom Basisobjekt wird gemäß der Generierungsvorschrift in iterativer Anwendung ein transformierter Initiator zum vorangegangenen Fraktal hinzugefügt.

## ■ Beispiel eines fraktalen Objektes

Der Erläuterung der fraktalen Dimension wird vorerst ein Beispiel für die Generierung eines fraktalen Objektes mit exakter Selbstähnlichkeit vorangestellt. In Abbildung 14 ist der Generierungsprozess der sogenannten Koch-Kurve veranschaulicht. Der Initiator besteht aus einer einfachen Geraden (Dill, 2016, 122). Gemäß der Transformationsvorschrift wird diese Gerade gedrittelt und das mittlere Teilstück durch zwei Kopien desselben ersetzt. Das Fraktal wird schließlich konstruiert, indem dieser Vorgang für jedes, zunehmend kleiner werdende, gerade Teilstück wiederholt wird, sodass nach jeder Iteration die Länge der Kurve im Verhältnis von 1 zu  $4/3$  anwächst.

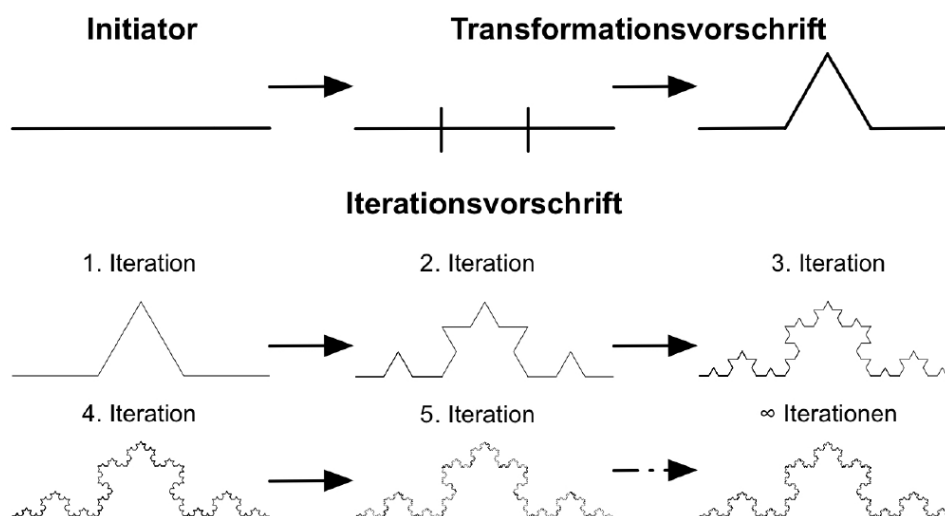


Abbildung 14: Generierungsprozess der Koch-Kurve

Quelle: Dill (2016, 122)

## ■ Die fraktale Dimension

Anhand der Koch-Kurve sollte nun die fraktale Dimension als numerisches Maß für die Rauheit eines Objektes erläutert werden. Hier tritt insoweit die Erweiterung der euklidischen Geometrie zum Vorschein, als diese nur (glatte) geometrische Objekte mit ganzzahliger Dimension beschreibt, fraktale Objekte hingegen eine gebrochene Dimension aufweisen können (Dill, 2016, 120 ff.). Im Bereich der euklidischen Geometrie wird die Dimension als die minimale Anzahl von Parametern bezeichnet, mit Hilfe derer ein Punkt im Raum eindeutig bestimmbar ist. Etwa besitzt eine Gerade die Dimension 1 und eine Fläche die Dimension 2. Fraktale Objekte füllen den sogenannten Trägerraum auf Grund ihrer Rauheit nicht vollständig aus. Etwa beträgt die fraktale Dimension der oben dargestellten Koch-Kurve gemäß der Definition durch Mandelbrot/Hudson (2009, 198)  $\log 4 / \log 3 = 1,2618$ . Dieses Ergebnis ist insoweit intuitiv, als der verwinkelten Kurve zwar eine größere Dimension als einer Geraden zuzusprechen ist, gleichzeitig die zweidimensionale Fläche durch das Fraktale Objekt in Folge der laufenden iterativen Anwendung der Generierungsvorschrift nicht vollständig ausgefüllt wird.

## ■ Die strukturelle Selbstähnlichkeit

Ergänzend sollte, ausgehend von der Koch-Kurve, der Unterschied zwischen einer exakten und strukturellen Selbstähnlichkeit veranschaulicht werden. Wie erwähnt, repräsentiert die Koch-Kurve ein Beispiel für ein Fraktal mit exakter Selbstähnlichkeit. Wird der Generierungsvorschrift ein zufälliges Element hinzugefügt, das bspw. entscheidet, ob die Spitze nach oben oder unten gerichtet zu platzieren ist, so resultiert wie in Abbildung 15 ersichtlich, eine wesentlich unregelmäßigere Kurve, deren Erscheinungsbild an natürliche Objekte, wie etwa eine Küstenlinie erinnert. Die einzelnen Bausteine der Kurve gleichen sich jetzt nicht mehr exakt, ähneln sich jedoch durch die einheitliche Generierungsvorschrift in Form einer strukturellen Selbstähnlichkeit (Mandelbrot/Hudson, 2009, 199).

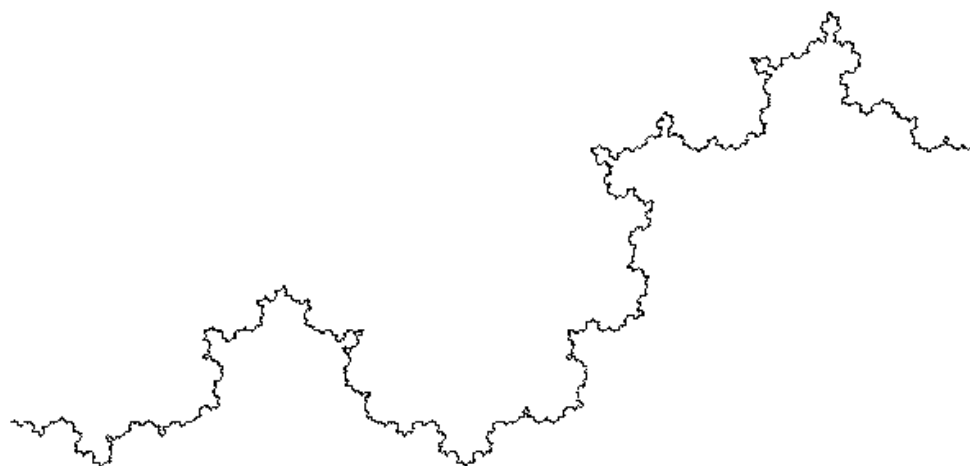


Abbildung 15: Koch-Kurve mit zufälligem Element

Quelle: Jährling (Kapitel 4.6)

#### 4.7.2.2. Zeitreihen als Fraktale Objekte

Das an diesem Beispiel veranschaulichte Grundprinzip kann gemäß Mandelbrot/Hudson (2009, 290 ff.) für die Modellierung von hypothetischen Zeitreihen angewendet werden, indem eine Zeitreihe als ein potenzielles Fraktal deklariert wird. Für den Generierungsprozess kommt dabei nicht eine exakte, sondern eine stochastische Transformation zur Anwendung, sodass die Teilmengen lediglich strukturell der Ursprungsmenge ähneln und nur hinsichtlich statistischer Parameter Identität herrscht (Dill, 2016, 127). Realen Renditeverteilungen sprechen Mandelbrot/Hudson (2009, 230 ff.) eine Selbstähnlichkeit von statistischen Ausprägungen in Unabhängigkeit der zeitlichen Skalierungen zu. Etwa würden empirische Kurszeitreihen auf Stunden-, Tages-, oder Wochenbasis gleichgelagerte Merkmale aufweisen, sodass aus der isolierten Betrachtung der Kurswerte sich in der Regel das konkrete Zeitfenster nicht ableiten lässt. Den Kurszeitreihen von Aktien wird damit eine Skaleninvarianz unterstellt, wobei die Zeit den Skalierungsmaßstab darstellt. Für die Analyse der Selbstähnlichkeit wird eine Zeitreihe in Abschnitte geteilt, um die jeweiligen Ausschnitte in der Folge auf den Maßstab der ursprünglichen Zeitreihe zu reskalieren. Etwa wird eine Zeitreihe auf Jahresbasis in eine Darstellung auf Monatsbasis und in einem weiteren Schritt wiederum in eine Zeitreihe auf Wochenbasis transformiert. Weisen die daraus resultierenden partiellen Zeitreihen eine statistische Selbstähnlichkeit zur Ausgangszeitreihe auf, kann daraus die Existenz fraktaler Strukturen innerhalb einer Zeitreihe abgeleitet werden.

Gelingt es nun, so der Ansatz von Mandelbrot/Hudson (2009, 176), Kurszeitreihen durch die Anwendung fraktaler Konzepte hinsichtlich ihrer stochastischen Selbstähnlichkeit realgetreu nachzubilden, können daraus wertvolle, praxisrelevante Schlüsse hinsichtlich finanzwirtschaftlicher Theorien gezogen werden. Für die Modellierung kommen dabei Multifraktale zum Einsatz, also Fraktale mit mehr als einem möglichen Umwandlungszustand. Beispielsweise könnte das multifraktale Konzept in Bezug auf die Koch-Kurve dermaßen angewendet werden, dass die Spitze im Zuge des Transformationsvorganges nicht nur nach oben oder unten hinzugefügt werden kann, sondern die Möglichkeit gegeben ist, diese in allen erdenklichen Winkeln anzubringen. Mandelbrot/Hudson (2009, 51) weisen explizit darauf hin, dass die fraktale Mathematik in Referenz zur klassischen Kapitalmarkttheorie noch jung ist und die fraktale Finanzmarktforschung erst am Beginn steht, sodass etwa verlässliche Anwendungen hinsichtlich der Ableitung oder Umsetzung konkreter Handelsstrategien noch nicht greifbar sind. Dennoch sind die Forderungen in Bezug auf die weitere Entwicklung finanzwissenschaftlicher Theorien, die Mandelbrot/Hudson (2009, 50) aus ihren Ergebnissen ableiten, alles andere als bescheiden. Etwa gelte es die Portfoliotheorie neu zu durchdenken, Optionen neu zu bewerten und Handelsstrategien neu zu überprüfen. Die Autoren sehen schließlich in den multifraktalen Ansätzen das Potential, Finanzmarkturbolenzen zukünftig vermehrt als modellgetreue Szenarien deklarieren zu können (Mandelbrot/Hudson 2009, 176).



#### 4.7.2.3. Die Rauheit der wilden Zufälligkeit als Risikomaß

Mandelbrot/Hudson (2009, 51) ergänzen ihre Forderungen an die Wissenschaft mit konkreten Vorschlägen hinsichtlich zentraler Elemente von Finanztheorien. Als wesentlichstes Element sollte hier die Wahl des Risikoparameters Erwähnung finden. Gemäß den Autoren bedingt eine von ihnen geforderte Überarbeitung der finanzwissenschaftlichen Standardlehre eine Abkehr vom Beta als bestimmenden Risikoparameter. Angesichts einer heterogenen Varianz gelte es im Zuge einer Risikobeurteilung die Rauheit einer Renditeverteilung in den Fokus zu nehmen (Mandelbrot, 2009, 180) und zwischen einer milden und einer wilden bzw. rauen Zufälligkeit zu unterscheiden. Während die Normalverteilung eine besonders milde Form verkörpert, attestieren die Autoren den realen Aktienmärkten eine raue Zufälligkeit. Gemäß dem dargestellten Konzept der fraktalen Dimension, entwickeln Mandelbrot/Hudson im Rahmen des multifraktalen Marktmodelles mit dem Exponenten  $H$  ein konkretes Maß für die Rauheit, um diese Eigenschaft durch deren Quantifizierung in Modelle einbinden zu können.

Mit dem Exponenten  $H$  und dem Volatilitäts-Parameter  $\alpha$  bietet die fraktale Mathematik laut Mandelbrot/Hudson (2009, 51) Maßeinheiten für das Risiko an Finanzmärkten an, die als potenzieller Ersatz für die Standardabweichung bzw. das  $\beta$  fungieren können. Im finanzwissenschaftlichen Kontext liefert der Exponent  $H$  eine Aussage zur Abhängigkeit eines Preises vom historischen Kursverlauf. Für das Modell der Brownschen Bewegung liegt dieser Koeffizient bei einem konstanten Wert von 0,5.<sup>11</sup> Mandelbrot/Hudson halten jedoch fest, dass die  $H$ -Koeffizienten verschiedener Wertpapiere in der Realität unterschiedliche Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Werte zwischen 0,5 und 1 diagnostizieren dabei Kursverläufe mit einer höheren Tendenz zur Trendbildung, wohingegen besonders raue Kursreihen durch einen  $H$ -Exponenten nahe 0 gekennzeichnet werden. Aufgrund des Umstandes, dass  $H$  gebrochene Werte annehmen kann, wird diese Theorie durch deren Begründer Mandelbrot/Ness (1968, 422) als fraktionale Brownsche Bewegung bezeichnet.

Das Ausmaß der Rauheit von Renditezeitreihen steht im Zusammenhang mit der Varianzvariabilität. Mandelbrot/Hudson (2009, 305) verweisen ihrerseits darauf, dass die bereits im Kapitel 2 angeführten GARCH-Modelle zwar die von ihnen hervorgehobene Problematik des Volatility-Clusterings adressieren, kritisieren jedoch die Form der Umsetzung. Die GARCH-Methode würde, ausgehend von dem Modell der Brownschen Bewegung, zusätzliche Parameter zur Beschreibung von Finanzzeitreihen hinzufügen, nicht aber auf den Prozess der

---

<sup>11</sup> Ein in Bewegung befindliches Brownsches Teilchen entfernt sich durchschnittlich in 100 Sekunden um die 10-fache Distanz der innerhalb von 1 Sekunde zurückgelegten Wegstrecke. Der Wert von 0,5 für den  $H$ -Koeffizienten resultiert dabei aus dem Verhältnis den entsprechenden Vervielfachungen der Zeit bzw. der Wegstrecke:  $H = \log(10)/\log(100) = 0,5$ . Dieses Berechnungskonzept lässt sich analog auf die Bewegungen von Aktienkursen anwenden.

Clusterbildung eingehen, der eben nicht im Einklang mit der Brownschen Theorie stehe. Gleichsam heben die Autoren die Sparsamkeit und Flexibilität multifraktaler Modelle zur Modellierung varianzheterogener Renditeverteilungen hervor. Beide Ansätze vereint jedoch, dass in der Varianzheterogenität ein entscheidender Risikofaktor gesehen wird, dessen Beobachtung im Zuge des Portfoliomanagements wie auch im unternehmensbezogenen Risikomanagement eine zunehmende Bedeutung zukommt.

#### **4.7.2.4. Die Fraktale Markthypothese (FMH)**

Mandelbrot beschränkt sich in seinen Arbeiten weitgehend auf die Beschreibung von Eigenschaften realer Kurszeitreihen, ohne im Allgemeinen auf die Markteigenschaften und Marktprozesse einzugehen, die für die Entstehung fraktaler Strukturen auf Aktienmärkten als ursächlich erscheinen. Diese Frage wird hingegen von Peters (1994) im Zuge der Entwicklung der Fraktalen Markthypothese (FMH) als Ersatz für die Effizienzmarkthypothese (EMH) behandelt. In Übereinstimmung zu Mandelbrot hält Peters (1994, 26) im Zuge seiner Untersuchungen verschiedener Wertpapiermärkte eine gegebene statistische Selbstähnlichkeit von Kurszeitreihen mit unterschiedlichem Zeitmaßstab fest und bestätigt somit das Vorliegen fraktaler Strukturen an Finanzmärkten. Diese Ergebnisse veranlassen Peters, weiterführende Analysen zu den fraktalen Gegebenheiten durchzuführen. Es ist dabei zu verdeutlichen, dass sich die fraktale Analyse insoweit von der ökonometrischen Zeitreihenanalyse abgrenzt, als sie auf die Untersuchung von statistischen Ausprägungen auf Basis differierender Zeithorizonte abzielt (Dill, 2016, 128).

Gemäß Peters sind die Renditeverteilungsfunktionen in Abhängigkeit von differierenden Anlagehorizonten verschiedener Investorengruppen skalierbar. Je nach Anlagehorizont kommt es zu einer unterschiedlichen Informationswahrnehmung und zu einer unterschiedlichen Verarbeitung dieser Informationen (Peters, 1994, 49; Dill, 2016, 149 ff.). Beispielsweise orientieren sich Anleger mit kurzem Anlagehorizont stärker an technischen Analysen, langfristig orientierte Investoren lassen tendenziell vermehrt fundamentale Daten in deren Handlungsentscheidungen einfließen. Hier zeigt sich eine Parallele zu den später entwickelten HAM-Ansätzen, auf die bereits in Kapitel 2 verwiesen wurde. Peters kommt zu dem Schluss, dass für eine Marktstabilität ausreichend Teilnehmer mit verschiedenen Anlagehorizonten vorhanden sein müssen. Tritt bezüglich der Markthorizonte ein Ungleichgewicht auf, so neigen die Marktteilnehmer vermehrt zu gleichgerichteten Handelsentscheidungen. Der Markt verliert seine fraktale Struktur und somit seine Stabilität. In Folge einer unsicheren Marktlage wechseln allgemein langfristig orientierte Marktteilnehmer auf einen kurzen Anlagehorizont, etwa wenn im Falle einer Blasenbildung fundamentale Daten vorübergehend ihre Bedeutung verlieren.

Die Sortierung von Informationen in Abhängigkeit ihrer Aussagekraft für den jeweiligen Anlagehorizont stellt gemäß Peters (1994, 117) die Basis für eine mögliche Erklärung eines dynamischen Marktverhaltens dar, das wiederum Phänomene wie Leptokurtosis, exzessive Volatilität oder Preisblasen hervorruft. Im Gegensatz zur EMH fordert die FMH somit anstelle einer vollständigen Informationseffizienz eine ausgewogene Informationsverarbeitung für die effiziente Erfüllung der Informationsfunktion des Marktes. Der Schlüssel zur Erfüllung einer ausgewogenen Informationsverarbeitung ist neben der intakten Transformationsfunktion des Aktienmarktes die Existenz einer ausreichenden Anzahl an Teilnehmern für verschiedene Anlagehorizonte. Ein bestimmtes Teilnehmerverhältnis sorgt für ein stabiles Gleichgewicht und somit für die Aufrechterhaltung der Marktstabilität (Dill, 2016, 173).

#### **4.7.2.5. Die Adaptive Fraktale Markthypothese (AFMH)**

Dill (2016, 107 ff.) erweitert die FMH schließlich zur Adaptiven Fraktalen Markthypothese, indem er das gruppenspezifische Wettbewerbsverhalten innerhalb der Gruppen mit jeweils gleichem Anlagehorizont in das Modell der fraktalen Marktstruktur einbezieht, ohne die von Peters vorgeschlagenen Grundprinzipien der FMH zu verwerfen. Die Untersuchung der Gruppengrößen sollte eine genauere Eingrenzung von Voraussetzungen ermöglichen, unter denen ein stabiler Markt nicht gefährdet ist. Gemäß Dill (2016, 163) ist die AFMH als Erklärungsansatz für Aktienmärkte mit unterschiedlichen Automatisierungsgraden geeignet, der Anwendungsbereich also nicht, wie bspw. bei rein verhaltenswissenschaftlich orientierten Ansätzen, durch einen Teilnehmertyp wie Institution, Software-Agent oder Mensch eingeschränkt.

Ohne die FMH bzw. AFMH einer weiterführenden Betrachtung zu unterwerfen, bleibt festzuhalten, dass die von Peters bzw. Dill jeweils als Alternative zur EMH entwickelten Theorien insoweit ein potenzielles Fundament für die fraktale Finanzmathematik darstellen, als sie technische Erklärungsversuche für die Hintergründe empirisch nachweisbarer fraktaler Strukturen auf Aktienmärkten liefern.

#### **4.7.2.6. Zusammenfassende Bemerkungen zur fraktalen Finanzmathematik**

Werden die angeführten Arbeiten in Bezug auf die Entwicklung eines fraktalen Finanzmarktmodelles zusammenfassend betrachtet, ist in erster Linie hervorzuheben, dass die primäre Zielsetzung der damit in Verbindung stehenden Bestrebungen einer realgetreuen Modellierung von Kurszeitreihen darin besteht, ein verbessertes Verständnis der Funktionsweise von Märkten zu generieren. Die richtige Einbindung entsprechender Erkenntnisse sollte schließlich zu einer Verminderung der finanziellen Verwundbarkeit beitragen können. In dieser primären Zielsetzung begründet sich schließlich die Zuordnung der fraktalen Finanzmathematik zum

risikomanagementorientierten Teil dieser Arbeit, wenngleich die in hohem Maße alternative Herangehensweise des fraktalen Ansatzes durchaus ein selbstständiges Kapitel rechtfertigen würde. Die gewählte Zuordnung erlaubt es jedoch, unter Aufrechterhaltung der zentralen Stellung von Schiefe und Kurtosis auf die allgemeine Option zu verweisen, den mit höheren Verteilungsmomenten in Verbindung stehenden Anomalien durch die Hinterfragung elementarer Hypothesen anstelle der Adaptierung etablierter Modelle zu begegnen. Der angeführte Exkurs in Richtung eines alternativen Risikoverständnisses vervollständigt somit die literaturbasierte Übersicht betreffend der deskriptiven Beschreibung von Renditeverteilungen. Ausgehend von den angeführten Erkenntnissen widmet sich das folgende Kapitel der Frage, welchen Einfluss die bisher behandelten Eigenschaften von Renditezeitreihen auf das Management von Aktienportfolios entfalten.

## **5. Höhere Momente in der Portfolio-Theorie**

Entsprechend der auf dem Verhältnis von Angebot und Nachfrage basierenden Preisbildungsmechanismen an Wertpapierbörsen sind Ausprägungen von Renditeverteilungsfunktionen auf die Handelsentscheidungen der Marktteilnehmer zurückzuführen. Etwa können hohe Renditeausschläge unter Umständen das Resultat von irrationalen Verhaltensmustern wie bspw. dem Herdenverhalten von Investoren darstellen. Abseits der Frage der primären Entstehungsgründe schiefer oder leptokurtischer Renditeverteilungen widmet sich dieses Kapitel im Kontext des Portfoliomanagements jedoch der Frage, inwieweit am Markt beobachtbare Eigenschaften von Renditeverteilungen wiederum Handelsentscheidungen von Marktteilnehmern beeinflussen. Um die entsprechende Frage im Weiteren zu diskutieren, findet an dieser Stelle insoweit ein thematischer Richtungswechsel statt, als der Fokus weg von den wissenschaftlichen Bemühungen im Zusammenhang mit der realgetreuen Abbildung von Renditeverteilungen genommen, und im Folgenden auf die Betrachtung von Investorenpräferenzen für höhere Verteilungsmomente gelegt wird. Wurden etwaige Präferenzen bisher vorrangig als Resultat von Rückschlüssen aus dem beobachtbaren Marktgeschehen thematisiert, widmet sich der folgende Abschnitt zunächst der wissenschaftlichen Erklärung von Präferenzen für Schiefe und Kurtosis.

## 5.1. Präferenzen von Investoren für höhere Momente im Überblick

Obwohl sich die Beachtung höherer Momente im Kontext der Portfoliotheorie in der wissenschaftlichen Lehre nach wie vor nicht flächendeckend gefestigt hat, stellt der Ansatz einer entsprechenden Modellintegration von Schiefe und Kurtosis keineswegs eine Neuheit dar. Denn mit Markowitz (1952, 90) formulierte bereits der Begründer der  $\mu$ - $\sigma$ -Theorie einen Zusammenhang zwischen der Neigung zur Spekulation und dem dritten Moment der Renditenverteilung. Rubinstein (1973, 61) verweist in Übereinstimmung dazu auf die Notwendigkeit der Beachtung höherer Momente zur Beschreibung von Investorenpräferenzen unter den Gegebenheiten von nicht normalverteilten Renditen und einer nicht quadratischen Nutzenfunktion des Anlegers. Scott/Horvath (1980, 918) vertreten eine verallgemeinernde Theorie hinsichtlich der Präferenzen für höherer Momente, der zufolge seitens der Investoren jeweils eine Präferenz für ungerade und eine Aversion gegenüber geraden Momenten besteht. In Anlehnung dazu wird im Folgenden ein kurzer Überblick über Investorenpräferenzen für Schiefe, Koschiefe, Kurtosis und Kokurtosis gegeben, bevor im Anschluss daran das Augenmerk auf das dritte Verteilungsmoment als Entscheidungsparameter für Handelsentscheidungen am Aktienmarkt gelegt wird.

### ■ Schiefe

Mitunter auf Grund der mit positiver Schiefe grundsätzlich in Verbindung stehenden, geringer einzuschätzenden Gefahr von negativen Extremwerten, präferieren Investoren im Allgemeinen rechtsschiefe Renditeverteilungen gegenüber jenen mit negativer Schiefe (Lang, 2010, 20; Engelbrecht, 2013, 73). Die Vorliebe für rechtsschiefe Renditeverteilungen steht dabei im Einklang mit einem ausgeprägten Absicherungsverhalten risikoaverser Investoren. Für die mit geringer Wahrscheinlichkeit behaftete Chance auf positive Rendite-Ausreißer sind Investoren zudem bereit, einen geringeren Erwartungswert in Kauf zu nehmen, wie die Ausführungen im Kapitel 5.3.3 aufzeigen.

### ■ Koschiefe

Mittels der Koschiefe werden nichtlineare Zusammenhänge zwischen bis zu drei Anlagen erfasst. Weisen zwei Wertpapiere eine positive Koschiefe auf, so kommt es zu einem entsprechend ausgeprägten Gleichlauf bezüglich positiver Abweichungen. Gemäß Albuquerque (2010, 3) dient die Koschiefe als Parameter für die Korrelation vom Erwartungswert eines Portfolio-Wertpapiers mit der Varianz des restlichen Portfolios. Die Koschiefe ist dabei negativ, wenn im Mittel ein Kursrückgang eines Wertpapiers mit einer erhöhten Volatilität der restlichen Wertpapiere im Portfolio einhergeht. Aus Investorensicht ist zudem der Umstand relevant, dass die Koschiefe den Beitrag eines Wertpapiers zur Schiefe des gesamten Portfolios bezieht. Durch das Hinzufügen eines Wertpapiers mit negativer Koschiefe zu einem Portfo-

lio wird die Portfolio-Schiefe gesenkt, sodass auf Grund der Bevorzugung von rechtsschiefen Verteilungen seitens der Investoren Wertpapiere mit positiver Koschiefe präferiert werden (Engelbrecht, 2013, 73).

### ■ Kurtosis

Allgemein betrachtet, stellt neben der Standardabweichung auch die Kurtosis eine Maßzahl für die Renditeabweichungen vom Mittelwert dar (Engelbrecht, 2013, 74). In Fällen erhöhter Leptokurtosis wird das Risiko, durch die in Referenz zur Normalverteilung häufiger auftretenden, sehr hohen bzw. niedrigen Renditen, über die Varianz der Renditen hinaus erhöht, womit risikoaverse Investoren der Kurtosis negativ gegenüberstehen.

### ■ Kokurtosis

Die Kokurtosis beschreibt den Gleichlauf der Renditeschwankungen hinsichtlich ihrer leptokurtischen Ausprägung (Engelbrecht, 2013, 74). Bei einer hohen Kokurtosis fallen tendenziell hohe Renditeausschläge zusammen. Durch den Gleichlauf von Extremereignissen steigt das Risiko von äußerst hohen Verlusten. Hinsichtlich der Portfolioverwaltung gilt es wiederum die Kurtosis des Gesamtportfolios in den Fokus der Betrachtung zu stellen, die es entsprechend zu minimieren gilt. Gemäß des Konzeptes des risikoaversen Investors fließt somit eine hohe Kokurtosis wiederum negativ in die Investitionsentscheidung ein.

Im Folgenden wird ein vertiefender Abriss der finanzwissenschaftlichen Literatur zum Thema einer Einbindung der Schiefepräferenz in Portfoliomodelle präsentiert. Diese Fokussierung resultiert dabei aus dem Umstand, dass der Schwerpunkt der durchgeführten empirischen Analyse in der Untersuchung einer etwaigen Lotterieneigung privater Anleger liegt und die Präferenz für Aktien mit Lottereeeigenschaften gemäß der überwiegenden Literaturmeinung wiederum in enger Verbindung mit der Schiefepräferenz von Investoren steht. Die Lotterieneigung bezeichnet dabei die Bereitschaft von Entscheidungsträgern, für die Möglichkeit des Erhalts eines hohen, jedoch mit nur geringer Wahrscheinlichkeit eintretenden Gewinns in Referenz zu dessen Erwartungswert eine überproportional hohe Teilnehmergebühr bereitzustellen.<sup>12</sup>

---

<sup>12</sup> Hinsichtlich der Auseinandersetzung mit der Abgrenzung zwischen Schiefepräferenz am Aktienmarkt und Lotterieneigung siehe die Ausführungen unter Punkt 5.3.2.

## 5.2. Wissenschaftliche Forschung zur Schiefepräferenz im Kontext der Portfoliotheorie

Der oben präsentierte Überblick zu Investorenpräferenzen baut auf der traditionellen ökonomischen Nutzentheorie im Zusammenhang mit der Annahme eines risikoaversen Investors auf. In Ergänzung zu diesen Ausführungen wird im Folgenden unter anderem auf den Zusammenhang zwischen der Notwendigkeit einer Einbindung von Schiefepräferenzen in theoretische Entscheidungsmodelle einerseits und der unterstellten Nutzenfunktion von Investoren andererseits hingewiesen.

### 5.2.1. Höhere Momente und die Nutzentheorie

In der wissenschaftlichen Literatur finden sich bereits seit Anfang der 1970er Jahre Versuche, die Rolle der Schiefe für die erwartete Rendite eines Assets in Modelle zu integrieren. Gemäß eigener Formulierung ist es etwa das Bestreben von Jean (1971, 505), mit seiner Arbeit den Beginn einer allgemeinen Erweiterung der Zwei-Parameter-Analyse durch die Hinzunahme von weiteren Parametern einzuleiten. Er bezieht sich dabei insbesondere auf die Untersuchungen von Ariditti (1967, 21), der mittels theoretischen sowie empirischen Untersuchungen aufzeigt, dass Investoren eine höhere (geringere) Rendite für Investments fordern, deren Renditeverteilung eine negative (positive) Schiefe aufweist. Die bereits genannten Wissenschaftler Scott/Horvath (1980, 915) erweitern die entsprechenden Ansätze insoweit als sie nicht nur das dritte, sondern weitere höhere Momente in deren Modell einbeziehen. Sie halten in Übereinstimmung mit den späteren Ausführungen von Epstein (1985, 945) fest, dass die durch das CAPM implizierte Voraussetzung, dass Investoren ihre Anlageentscheidungen ausschließlich durch die Betrachtung der ersten beiden Verteilungsmomente treffen, nur dann erfüllt ist, wenn entweder die Wertpapierrenditen normalverteilt sind oder die Entscheider eine quadratische Nutzenfunktion aufweisen. Dass auf realen Aktienmärkten die erstgenannte Bedingung im Allgemeinen abzulehnen ist, konnte bereits im Kapitel 3 aufgezeigt werden. Hinsichtlich der quadratischen Nutzenfunktion weist Pratt (1964, 122) nach, dass diese eine mit anwachsendem Vermögen steigende Risikoaversion impliziert. Entsprechend einer intuitiv als unplausibel erscheinenden, verminderten Risikobereitschaft in Folge eines höheren Vermögens statuiert neben Pratt auch Wipperfurth (1971, 923) die nicht gegebene Eignung der quadratischen Nutzenfunktion zur Ableitung von Investorenpräferenzen. In Anbetracht der statuierten Abweichung der Nutzenfunktion von der quadratischen Form bei gleichzeitig nicht gegebener Normalverteilung realer Renditeverteilungen, ist gemäß den von Scott/Horvath postulierten Bedingungen, schließlich die unmittelbare Notwendigkeit der Einbeziehung höherer Momente in Entscheidungsmodelle zu folgern.

### 5.2.2. Erweiterung neoklassischer Portfoliomodelle um das dritte und vierte Verteilungsmoment

Die Forderung nach der Berücksichtigung höherer Momente für die Erklärung des Investorenverhaltens führte zur Erweiterung von neoklassischen Basismodellen. Etwa konstruierten Kraus/Litzenberger (1976, 1085 ff.) das sogenannte 3-Momente-CAPM, das die Schiefe als dritten Parameter in das ursprüngliche CAPM einbindet. Sie stellen eine signifikante Prämie für die Koschiefe fest und leiten eine Präferenz der Investoren für eine positiv schiefe Verteilungsfunktion ihrer Portfoliorenditen ab. Das 3-Momente-CAPM ist in konzeptioneller Hinsicht sehr eng an das klassische CAPM angelehnt. Dies äußert sich insbesondere durch die Annahme, dass alle Marktteilnehmer Anteile am Marktportfolio halten sowie durch die analoge Anwendung des Separationstheorems bezüglich der Aufteilung einer Investitionssumme auf einen risikolosen bzw. risikobehafteten Anteil in Abhängigkeit der individuellen Risikoneigung. Bezüglich des Marktportfolios wird jedoch die im ursprünglichen CAPM geforderte Erwartungswert/Varianz-Effizienz durch eine Erwartungswert/Varianz/Schiefe-Effizienz ersetzt. Die erwartete Rendite im Gleichgewichtsfall leitet sich aus folgender linearen Funktion in Abhängigkeit der Parameter  $\beta$  und  $\gamma$  ab:

$$E(\tilde{r}_i) = b_1 * \beta_i + b_2 * \gamma_i$$

$\beta$	<i>Sensitivität gegenüber der Marktvarianz</i>
$\gamma$	<i>Koschiefe</i>
$b_1, b_2$	<i>Marktrisikoprämien</i>

*Quelle: in Anlehnung an Lim (1989, 205)*

Bei gegebener positiver (negativer) Schiefe des Marktportfolios nimmt der Theorie zufolge die Risikoprämie  $b_2$  negative (positive) Werte an, da Investoren für die Erhöhung der Portfolioschiefe gewillt sind, eine geringere Rendite in Kauf zu nehmen (Lim, 1989, 206). Die Praxistauglichkeit des Kraus-Litzenberger-Modelles wurde bereits unter anderem durch Anwendung von Regressionsanalysen, im Zuge diverser wissenschaftlicher Arbeiten getestet. Als entsprechende Beispiele sind etwa die Publikationen von Kraus/Litzenberger (1976), Friend/Westerfield (1980), Sears/Wei (1988) und Lim (1989) anzuführen. In Summe bestätigen die Ergebnisse durchaus die Relevanz der systematischen Schiefe hinsichtlich der Preisbildung an den Wertpapiermärkten. Jedoch können gemäß der empirischen Tests dem CAPM anhaftende Schwächen nur teilweise ausgeglichen werden, wodurch bspw. von Lim (1989, 213 f.), ausgehend vom Drei-Momente-Modell, weitere Modifikationen gefordert werden.

Auch zahlreiche jüngere Studien untersuchen die Bedeutung höherer Momente in der Portfolioselektion. Als Beispiele sind die Arbeiten von Harvey/Siddique (2000), Dittmar (2002), Mar-



tin/Spurgin (1998), Guidolin/Timmermann (2005), Hung (2008), Harvey et al. (2010), Vendrame/Tucker/Guermat (2016), Bedoui/BenMarouk (2017) und Bao/Diks/Li (2018) zu nennen. Im Querschnitt liefern die entsprechenden Untersuchungen einen durchaus signifikanten Erklärungsgehalt höherer Momente für die Bewertung von Wertpapierrenditen. Stellvertretend können die Ergebnisse von Conrad/Dittmar/Ghysels (2013, 120) herangezogen werden. Durch die Analyse von Optionspreisen des Zeitraumes von 1996 bis 2005, stellen die Wissenschaftler einen signifikanten Zusammenhang zwischen risikoneutraler Volatilität, Schiefe und Kurtosis einerseits und dem Renditeverhalten andererseits fest. Neben einer negativen Korrelation von historischer Volatilität und Folgerendite, die in Übereinstimmung mit früheren Untersuchungen von Ang et al. (2006, 296 f.) und den unter Punkt 5.3.6 angeführten Ausführungen zum Beta-Effekt steht, weisen auch Conrad/Dittmar/Ghysels (2013, 120) auf die allgemein anerkannte inverse Beziehung zwischen historischer Schiefe und Folgerenditen von Aktien hin.

Vor dem Hintergrund der angeführten Theorien bezüglich Abhängigkeiten zwischen höheren Momenten und Folgerenditen analysiert Hung (2008, 998) in seiner Arbeit sowohl die Ex-post- als auch die Ex-ante-Performance des 3- bzw. 4-Momente-CAPM hinsichtlich der Erklärung von Preisbewegungen und setzt diese in Referenz zum Erklärungspotenzial, das durch den Einsatz des linearen CAPM resultiert. An Hand der Untersuchung von Size- und Momentum-Portfolios von Aktien aus zahlreichen internationalen Märkten auf Wochenkursbasis stellt Hung fest, dass ein sogenanntes quadratisches Marktmodell, das sich als konsistent mit dem 3-Momente-CAPM erweist, insbesondere für Winner- und Small-Size-Portfolios in Referenz zum linearen Marktmodell ein höheres Erklärungspotenzial für realisierte Renditen besitzt. Allerdings zeigt Hung gleichermaßen auf, dass sich ausgehend vom linearen CAPM durch die Einbindung des dritten und vierten Momentes hinsichtlich der Ex-ante-Schätzungen von Renditen keine Verbesserung der Schätzgenauigkeit erzielen lässt. Hung verweist diesbezüglich auf die unsichere Schätzung von Marktfaktoren nichtlinearer Marktmodelle.

Auch Vendrame/Tucker/Guermat (2016, 84) weisen darauf hin, dass die Anwendung des 4-Momente-CAPM anstelle des klassischen CAPM keine verbesserte Beschreibungsfähigkeit für das Renditeverhalten von Portfolios mit sich bringt. Jedoch zeigen die Autoren auf, dass die Einbeziehung höherer Momente in das CAPM-Basismodell dann mit einem erhöhten Erklärungsgehalt des entsprechend erweiterten Modelles einhergeht, wenn nicht Portfoliorenditen, sondern die Renditen einzelner Aktien modelliert werden. Die höchste Modellgüte konnten die Wissenschaftler dabei unter zusätzlicher Hinzunahme des Fama-French *small-minus-big* (SMB)-Faktors erzielen. In diesem Fall lässt sich neben einem existenten *size effect* jeweils eine positive Risikoprämie für die Kovarianz und Kokurtosis sowie eine negative Risikoprämie für die Koschiefe feststellen. Vendrame/Tucker/Guermat (2016, 83 f.) heben somit

einerseits hervor, dass das 4-Momente CAPM eine höhere Modellgüte gegenüber dem Standard-CAPM besitzt und verweisen andererseits darauf, dass weder die Koschiefe noch die Kokurtosis eine Erklärung für den *size effect* zu liefern vermögen. Dieser Effekt bezeichnet die Outperformance von Unternehmen mit niedriger Marktkapitalisierung gegenüber größeren Unternehmen, wobei die damit einhergehende positive Risikoprämie von *small stocks* seitens der Autoren mit erhöhten Liquiditätsrisiken von kleinen Unternehmen argumentiert wird.

Auch Bao/Diks/Li (2018, 611 ff.) zeigen die verbesserte Modell-Performance auf, die mit einer von ihnen befürworteten Erweiterung des CAPM in Verbindung steht. Die von den Autoren als Generalisierung bezeichnete Modifizierung des CAPM besteht in der Hinzunahme eines Schiefeparameters sowie von einem oder zwei Parametern zur Beschreibung der Eigenschaften der Ausläufer einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, womit das lineare CAPM als ein Spezialmodell eines generalisierten CAPM gesehen wird, das Bao/Diks/Li als CAPM-IIAEPD (*independent and identically asymmetric exponential power distributed*) bezeichnen. Die Wissenschaftler weisen insbesondere nach, dass Portfolios, die durch die Verwendung des CAPM-IIAEPD gebildet werden, jene Portfolios outperformen, die unter Annahme normalverteilter Renditen respektive unter Anwendung des klassischen CAPM resultieren. Die Outperformance zeigt sich dabei in verbesserten Maßzahlen für die Sharpe Ratio, das Jensen's Alpha und die Treynor Ratio. Angesichts dieser Ergebnisse heben die Autoren explizit hervor, dass die Anerkennung höherer Verteilungsmomente nicht nur realgetreuere Ergebnisse hinsichtlich einer theoretischen Aktienpreismodellierung verspricht, sondern auch zur Entwicklung profitablerer Handelsstrategien auf realen Märkten beitragen kann.

### 5.3. Finanzmarktanomalien und das dritte Verteilungsmoment

Die bisher thematisierte mangelnde Validität theoretischer Modelle führt an dieser Stelle zum Themengebiet der Kapitalmarktanomalien, das gewissermaßen die Schnittstelle zum empirischen Teil der Arbeit bildet.

#### ■ Grundzüge der Erforschung von Kapitalmarktanomalien

In konzeptioneller Hinsicht setzt die Feststellung einer Anomalie eine zu Grunde liegende Norm voraus, deren Basis in erster Linie durch das CAPM verkörpert wird. Durch beobachtbare Renditeentwicklungen, die durch dieses Standardmodell der modernen Kapitalmarktlehre nicht erklärt werden können, etablierte sich seit den 80er Jahren des vergangenen Jahrhunderts die wissenschaftliche Erforschung von Finanzmarktanomalien. Im Zuge der Analyse von Ursachen für festgestellte Anomalien wurden neben dem im CAPM verankerten systematischen Risiko weitere Faktoren festgestellt, die potenziell zur Erklärung entsprechender Preisbewegungen an den Märkten beitragen können. Fama/French (1993) zeigten, dass Aktien mit

hohem Verhältnis von Buch- zu Marktwert des Eigenkapitals sowie Aktien mit geringer Marktkapitalisierung überdurchschnittlich hohe Renditen aufweisen und entwickelten das sogenannte 3-Faktoren-CAPM, indem sie das Standard-CAPM um das Buch-/Marktwertverhältnis sowie die Marktkapitalisierung als Erklärungsvariablen ergänzten. Aufbauend auf den Untersuchungen von Jagadeesh/Titman (1993) zum Momentum-Effekt, der die überdurchschnittliche Performance von Aktien mit positiver Preisentwicklung während einer definierten Vorperiode beschreibt, modifizierte Carhart (1997) das Modell entsprechend zum 4-Faktoren-Modell. Fama/French (2015) erweiterten ihr eigenes 3-Faktoren-Modell hingegen zu einem 5-Faktoren-Modell, das zusätzliche Faktoren für die Profitabilität sowie für das Investmentverhalten von Unternehmen beinhaltet. Die Autoren stellten fest, dass Aktien von Unternehmen mit hohen operativen Erträgen eine überdurchschnittliche, sowie Aktien von Unternehmen mit sehr hohen Investitionen tendenziell eine unterdurchschnittliche Preisentwicklung aufweisen. Die Entwicklung der Mehr-Faktoren-Modelle gleicht demnach einer voranschreitenden Evolution. Durch die wiederholte Hinzunahme weiterer Risikofaktoren wird versucht, den Erklärungsgehalt des jeweiligen Ausgangsmodells zu steigern. Die Hinterfragung der Normalverteilungsannahme setzt hingegen direkt am Basismodell, dem CAPM an. Die Bezugnahme auf Anomalien in Verbindung mit Verteilungseigenschaften, sollte insbesondere die Frage aufwerfen, inwieweit die Berücksichtigung von höheren Verteilungsmomenten unter Umständen die Notwendigkeit der Implementierung oben genannter Risikofaktoren obsolet erscheinen lässt.

### **5.3.1. Der MAX-Effekt – eine Finanzmarktanomalie mit Bezug zur Schiefe von Renditeverteilungen**

Grundsätzlich können temporär sowie konstant in Erscheinung tretende Finanzmarktanomalien mit einer Vielzahl an unterschiedlichen Ausprägungen beobachtet werden. Eine umfassende Übersicht über Kapitalmarktanomalien liefert beispielsweise Zacks (2011). Auf der Suche nach Risikofaktoren mit erhöhtem Erklärungspotenzial für die Preisbildung von Wertpapierrenditen steht die Analyse der Ursachen diverser Anomalien bzw. die Konstruktion von Erklärungsansätzen im Mittelpunkt. Neben regulatorischen sowie technischen Restriktionen fußt die Erklärung von Anomalien häufig auf verhaltenswissenschaftlichen Theorien, die im Kern auf die Divergenz zwischen dem Verhalten realer Finanzmarktteilnehmer und dem neokapitalistischen Postulat des rational agierenden Finanzmarktteilnehmers zurückzuführen sind, womit die enge Beziehung der Analyse von Anomalien und dem sich zunehmend etablierenden Forschungszweig der Behavioral Finance sichtbar wird.

Die unter Punkt 5.3.4 Behandlung findende, verzerrte subjektive Wahrnehmung von Wahrscheinlichkeiten spielt eine zentrale Rolle für die im Folgenden aufgegriffene Anomalie im Zusammenhang mit sogenannten *lottery-like stocks*, die wiederum von mehreren wissenschaftli-

chen Arbeiten direkt in Verbindung mit der Schiefepräferenz von Privatanlegern gesetzt wird (siehe Aufzählung in Lin/Liu, 2017, 2). Die *lottery-like stocks* zeichnen sich dadurch aus, dass ihnen seitens der Anleger mit geringer Wahrscheinlichkeit behaftete, hohe positive Renditeausschläge zugeschrieben werden (An et al., 2015, 1). Eine zentrale Forschungsarbeit zur Lotterieaffinität von Investoren stellt jene von Bali/Cakici/Whitelaw (2011) (in Folge: BCW) dar. Die in dieser Arbeit untersuchte und von den Autoren als MAX-Effekt deklarierte Anomalie nimmt in konzeptioneller Hinsicht für die Erörterung des Zusammenhanges zwischen Schiefe, Lotterieaffinität und Rendite in den folgenden Kapiteln eine zentrale Rolle ein. Darüber hinaus dient sie als Referenz für die in diesem Kapitel dokumentierte empirische Analyse zum MAX- bzw. Schiefe-Effekt am österreichischen Aktienmarkt. Die Kernaussage von BCW besteht darin, dass Aktien, von denen seltene aber extrem hohe Renditen erwartet werden, seitens der Investoren vermehrt nachgefragt werden. Die Untersuchung zeigt, dass jene Aktien, die innerhalb eines historischen Betrachtungszeitraumes die höchsten positiven Ausreißer aufweisen, innerhalb eines definierten Folgezeitraumes im Allgemeinen eine signifikant unterdurchschnittliche Rendite aufweisen.

Die Begründung für die detaillierte Auseinandersetzung mit dem MAX-Effekt im Rahmen der vorliegenden Arbeit liegt darin, dass diese Anomalie im Kontext der derzeitigen wissenschaftlichen Diskussion in mehrfacher Hinsicht als interessant in Erscheinung tritt (Fong, 2014, 139):

- Die Anomalie kann auch für Zeiträume der jüngeren Vergangenheit bestätigt werden (An et al., 2015, 23).
- Zur Umsetzung bedarf es lediglich historischer Preisinformationen auf Tagesbasis, deren Verfügbarkeit in der Regel auch für Privatanleger gegeben ist. In der Folge sind Erklärungsansätze auf Grund der tragenden Rolle von Privatanlegern verstärkt auf zentrale Erkenntnisse der Behavioral Finance zurückzuführen.
- Der inhärente ‚Jackpot‘-Gedanke ermöglicht den Vergleich mit verhaltenswissenschaftlich orientierten Untersuchungen im Zusammenhang mit Lotterien oder Wetten.
- Die zentrale Rolle positiver Extremwerte rückt die Theorie der Orientierung an einem mentalen Anker als potenzielle Ursache für eine verzerrte Wahrnehmung in den Fokus.
- BCW statuieren einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen Lotterieaffinität und der in dieser Arbeit fokussierten Schiefepräferenz.
- Gorman et al. (2017) regen durch die Darlegung eines alternativen Erklärungsansatzes für den MAX-Effekt die Diskussion zur entsprechenden Ursächlichkeit an.

### 5.3.2. Methodik und Ergebnisse der MAX-Analyse von Baily/Cakici/Whitelaw

Als Untersuchungsobjekt ziehen BCW den Aktienbestand der New York Stock Exchange, der American Stock Exchange sowie der Nasdaq heran.<sup>13</sup> Unter Betrachtung stehen dabei die Tageskursdaten für den Zeitraum von Juli 1962 bis Dezember 2005. Für die einzelnen Aktien wird vorerst zu jedem Monatswechsel die höchste relative Tagesrendite des zurückliegenden Monats eruiert. Die daraus hervorgehenden Werte werden in der Kurzform als MAX-Renditen bezeichnet und dienen als Schlüsselwerte für die anschließende Aufteilung des Aktienbestandes auf zehn hypothetische Portfolios. Dabei enthält das Portfolio 1 das Dezil der Aktien mit den geringsten, und das Portfolio 10 das Dezil der höchsten MAX-Renditen. Innerhalb des gesamten Betrachtungszeitraumes werden die Portfolios mit jedem Monatswechsel neu gebildet, wobei zur vergleichenden Analyse schließlich die jeweilige durchschnittliche Aktienrendite auf Basis der 10 Portfolios für den darauf folgenden Monat errechnet wird.

Die Ergebnisse der Untersuchungen zeigen, dass die Aktien des High-MAX-Portfolios im anschließenden Monat im Verhältnis zu den Aktien aus den restlichen Portfolios eine signifikant unterdurchschnittliche Rendite aufweisen. Im Durchschnitt differiert die nach Marktwerten gewichtete Rendite zwischen dem Portfolio mit den höchsten und den niedrigsten MAX-Werten um 1,03% pro Monat. Die entsprechende Differenz in Bezug auf das risikoadjustierte Maß des 4-Faktoren-Alphas nach Carhart liegt mit gleichem Vorzeichen bei 1.18%. Während die Renditen der Portfolios 1 bis 9 nur geringfügig voneinander abweichen, ist die festgestellte Differenz in erster Linie auf die deutliche Unterperformance des High-MAX-Portfolios zurückzuführen. BCW verweisen dabei auf die Robustheit ihrer Ergebnisse gegenüber der Marktkapitalisierung (Size), dem Buch-/Marktwertverhältnis (BM), des Momentums (MOM), den kurzfristigen Reversals (REV) sowie der Illiquidität (ILLIQ). Die Abbildung 16 zeigt die durchschnittlichen Monatsrenditen der nach den angeführten Kriterien gebildeten, hypothetischen MAX-Portfolios.

---

<sup>13</sup> Die im Folgenden präsentierten Inhalte zum MAX-Effekt nach BCW sind jeweils der Arbeit von Baily/Cakici/Whitelaw (2011) entnommen. Aufgrund der umfangreichen Bezugnahme auf diese Arbeit wird im Sinne der Übersichtlichkeit im Folgenden diesbezüglich auf stellengenaue Verweise verzichtet.

<i>Panel A: Value-weighted portfolios</i>					
Decile	SIZE	BM	MOM	REV	ILLIQ
Low MAX	1.47	1.22	1.32	1.06	1.29
2	1.60	1.19	1.14	1.18	1.31
3	1.69	1.27	1.17	1.19	1.30
4	1.65	1.19	1.07	1.18	1.23
5	1.57	1.17	1.03	1.15	1.12
6	1.49	1.23	1.03	1.15	1.06
7	1.29	1.13	0.96	1.04	0.99
8	1.20	0.99	0.93	1.07	0.88
9	0.93	0.89	0.88	0.86	0.60
High MAX	0.25	0.29	0.67	0.25	0.18
Return difference	-1.22	-0.93	-0.65	-0.81	-1.11

Abbildung 16: Resultate der Untersuchungen von Bali/Cakici/Whitelaw zum MAX-Effekt

Quelle: Bali/Cakici/Whitelaw (2011, 436)

### ■ Ergänzende Erläuterungen der in Abbildung 16 dargestellten Ergebnisse:

Für die Untersuchung der Robustheit des MAX-Effektes gegenüber den genannten und im Folgenden als Kontrollvariablen bezeichneten Eigenschaften (Size, BM, MOM, REV, ILLIQ), kommt ein doppeltes Sortierungsverfahren zur Anwendung. Im ersten Schritt werden dabei, wiederum auf monatlicher Basis, Dezil-Portfolios in Abhängigkeit der Kontrollvariable gebildet. Innerhalb dieser Portfolios kann die Ausprägung der Kontrollvariable als weitgehend homogen betrachtet werden, sodass einem allenfalls feststellbaren MAX-Effekt unter Betrachtung der Renditen einzelner Dezil-Portfolios eine Unabhängigkeit gegenüber der im Fokus stehenden Kontrollvariable zugesprochen werden kann. Es erfolgt daher im Anschluss an den primären Sortiervorgang für jedes Kontroll-Portfolio wiederum die Bildung von 10 MAX-Portfolios entsprechend der oben beschriebenen Vorgangsweise. Schließlich existieren je Kontrollvariable 10 Portfolios mit gleicher MAX-Stufe (von Low-MAX bis Ligh-MAX). Die in der Abbildung 16 ersichtlichen Renditen entsprechen schließlich dem Renditedurchschnitt dieser Portfolios mit gleichem MAX-Niveau. Unter der Bezeichnung Return Difference wird zudem die Renditedifferenz zwischen dem jeweiligen High-MAX- und Low-MAX-Portfolio angeführt. Die aus den entsprechenden Werten ablesbare Beständigkeit des MAX-Effektes weist schließlich darauf hin, dass die betrachtete Anomalie nicht durch die Einflüsse der Kontrollparameter erklärt werden kann.

### 5.3.3. Lotteriepräferenz als statuierte Ursache für den MAX-Effekt

Als Ursache für die von BCW festgestellte Anomalie adressieren die Autoren die Präferenz von Investoren für die bereits erläuterten *lottery-like stocks*. Folglich ist aus ihrer Sicht die negative Korrelation zwischen historischen Maximalausschlägen und der zukünftigen Rendite darauf zurückzuführen, dass Investoren auf Grund der Lotterieneigung ihr Portfolio tendenziell weniger stark diversifizieren. Die verstärkte Nachfrage nach *lottery-like stocks* führt zu deren

temporären Überbewertung, die schließlich mit einer reduzierten Rendite im Folgezeitraum einhergeht. Die Lotteriepräferenz seitens der Investoren ist demgemäß mit einer impliziten negativen Prämie verbunden. Ein Glaube an die Wiederholung von besonders positiven Renditeereignissen seitens der Investoren ist damit implizit vorausgesetzt. Insgesamt weist der angeführte Erklärungsansatz starke Parallelen zu wissenschaftlich fundierten Analysen bezüglich des Zusammenhanges zwischen historischer Schiefe und Folgerenditen von Aktien auf.

#### **5.3.4. Beziehung zwischen MAX-Effekt und dem dritten Verteilungsmoment**

Unabhängig vom MAX-Effekt heben wissenschaftliche Arbeiten eine negative Korrelation zwischen historischer Schiefe und Folgerenditen hervor.<sup>14</sup> Als Beispiele dafür sind etwa die Arbeiten von Harvey/Siddique, 2000, Zhang, 2005, Smith, 2007 sowie Boyer/Mitton/Vorkink, 2010 anzuführen. Bezüglich eines möglichen Zusammenhanges zwischen dem Schiefeparameter und dem MAX-Effekt sind der Literatur unterschiedliche Meinungen zu entnehmen. Während in weiter unten angeführten Arbeiten der High-MAX-Indikator als Synonym für die Schiefe einer Renditeverteilung Verwendung findet, verweisen BCW explizit darauf, dass sich der von ihnen diagnostizierte MAX-Effekt mit keinem der üblichen Schiefe-Maße direkt in Verbindung setzen lässt. Zwar räumen die Autoren durchaus ein, dass, vor allem durch die ergänzende Betrachtung des von ihnen analog zum MAX-Effekt festgestellten MIN-Effektes, ihre Ergebnisse grundsätzlich eine Schiefe-Präferenz vermuten lassen, dennoch verweisen BCW auf die Unabhängigkeit des MAX-Effektes von der allgemeinen Schiefe der Renditeverteilungen.<sup>15</sup> Die Autoren unterstreichen ihre Aussage durch das Aufzeigen der Robustheit der MAX-Anomalie gegenüber verschiedenen systematischen und idiosynkratischen Schiefemaßen (BCW, 2011, 444).

Im Gegensatz dazu werden in den Arbeiten von An et al. (2017, 1) und Lin/Liu (2017, 2) die historischen MAX-Renditen als stellvertretendes Maß für die Schiefe deklariert. Zudem heben etwa Boyer/Vorkink (2014, 1486) im Zuge ihrer Untersuchungen hinsichtlich des Lotterieverhaltens von Anlegern am Optionen-Markt die Schiefe-Präferenz als bedeutsamsten Parameter für die Preisbildung von Aktien mit ausgeprägtem Lotterieverhalten hervor. Auch wenn positive Ausreißer für sich betrachtet zu einer temporären Erhöhung des Schiefekoeffizienten

<sup>14</sup> In Anlehnung an den MAX-Effekt wird diese Korrelation zwischen Ex-ante-Schiefe und Renditen für den Folgezeitraum im Folgenden als Schiefe-Effekt bezeichnet.

<sup>15</sup> Der von BCW untersuchte, jedoch nicht im Detail in ihrer Arbeit protokollierte, MIN-Effekt zeigt auf, dass Aktien mit den niedrigsten historischen Tagesrenditen (MIN-Renditen) im Folgezeitraum eine überdurchschnittliche Performance aufweisen (BCW, 2011, 442), was im Einklang mit der Theorie einer Meidung negativer Schiefe steht.

beitragen, so ist eine Synonymie zwischen High-MAX-Eigenschaft und Schiefe aus Sicht des Autors in Folge einer der MAX-Analyse fehlenden Betrachtung der vollständigen Renditeverteilung nicht ableitbar. Gehen etwa in Referenz zur Normalverteilung positive Ausreißer mit einer entsprechenden Anzahl an negativen Ausreißern desselben Ausmaßes einher, so ist dieser Sachverhalt zwar potenziell mit einem hohen Wert für die Kurtosis verknüpft, nicht jedoch mit einer Erhöhung des Schiefekoeffizienten. In analoger Weise gilt auf den Einfluss der Varianz von Renditeverteilungen auf potentielle MAX-Renditen zu verweisen.

Diesem Gedankengang folgend, gilt es auch bezüglich der Handelsmotive von Investoren entsprechend zu differenzieren. Auch wenn die Bevorzugung schiefer Renditeverteilungen durchaus in einer entsprechenden Form des Wettverhaltens begründet sein mag, so ist gleichsam nicht auszuschließen, dass eine festzustellende Bevorzugung der High-MAX-Aktien u. U. aus einer tendenziell geringeren Risikoaversion des Investors resultiert und nicht zwingend in der bewussten oder unbewussten Suche nach schief verteilten Renditen ihren Ursprung findet. Entsprechend der damit argumentierbaren Notwendigkeit einer Einbeziehung der gesamten Dichtefunktion für die Ableitung einer allenfalls vorhandenen Schiefepräferenz, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Frage nach der Existenz eines analog zum MAX-Effekt konzipierten, jedoch auf einem anerkannten Schiefeparameter aufbauenden, Schiefeffektes thematisiert. Hinsichtlich der dazu durchgeführten empirischen Untersuchung ist auf die entsprechenden Ausführungen unter Punkt 5.5 zu verweisen. Im Folgenden findet die gegenständliche Thematik von seltenen Ereignissen hingegen insoweit in einer elementaren Weise Betrachtung, als vorerst die Besonderheiten im Zusammenhang mit ihrer Wahrnehmung durch die Investoren in den Fokus gerückt werden.

### **5.3.5. Der *long shot bias* und dessen Existenz auf Wertpapiermärkten**

Hinsichtlich der wissenschaftlichen Auseinandersetzung mit der subjektiven Wahrnehmung bzw. der Bewertung von gleichermaßen seltenen wie hohen Gewinnchancen, die mit der Lotteripräferenz unabdingbar in Verbindung steht, wird an dieser Stelle auf die Studie von Golec/Tarmakin (1998) verwiesen. Die aus jener Studie resultierenden Ergebnisse im Zusammenhang mit Pferdewetten lassen sich auf das Verhalten von Anlegern an den Wertpapiermärkten projizieren. Golec/Tamarkin (1998, 223) zeigen auf, dass das Verhalten von Pferdewetten-Teilnehmern durch eine Nutzenfunktionen determiniert ist, die nicht ausschließlich von der Varianz und dem Erwartungswert, sondern auch wesentlich von der Schiefe der Gewinn- bzw. Renditeverteilung abhängig ist. Das Kernelement der Arbeit von Golec/Tarmakin besteht im Nachweis des *long shot bias* auf Wettermärkten. Dieser Effekt beschreibt dabei das Phänomen, dass Wetten auf sehr wahrscheinlich eintretende Ereignisse vergleichsweise hohe, und Wetten auf sehr selten eintretende Ereignisse verhältnismäßig niedrige durchschnittliche Gewinne nach sich ziehen. In Referenz zur objektiven Wahrscheinlichkeit wird demnach



übermäßig häufig auf Außenseiter und zu selten auf Favoriten gesetzt. Der *long shot bias* wurde zwar bereits vor Golec/Tamarkin von Quandt (1986) behandelt, jedoch begründet Quandt (1986, 206) die kollektive Überbewertung seltener Ereignisse durch die ausgeprägte Risikoneigung der Wettteilnehmer (Golec/Tamarkin, 1998, 206). Golec/Tamarkin konnten dagegen aufzeigen, dass Wettteilnehmer grundsätzlich durchaus risikoavers agieren und vielmehr die Präferenz für positiv schief verteilte Renditen für die Überbewertung seltener Ausnahmeerscheinungen verantwortlich ist. Bestätigung findet dieser Zusammenhang in den Untersuchungen zum Teilnehmerverhalten US-amerikanischer Lotterien durch Garret/Sobel (1999, 86 f.), wobei die Wissenschaftler in ihrer Arbeit den Ansatz von Golec/Tamarkin insoweit ergänzen, als sie ein mathematisches Nutzenmodell mit integriertem Schiefeparameter konstruieren.

### 5.3.6. Ein Exkurs in Richtung Behavioral Finance

Die Behandlung der Präferenzen für *lottery-like stocks* und des damit in Verbindung stehenden *long shot bias* führt jedenfalls mittelbar zu einem der zentralen verhaltensökonomischen Modelle – der *prospect theory* gemäß Kahneman/Tversky (1979, 282 f.). Im Konkreten findet sich der entsprechende Anknüpfungspunkt in der Überbewertung sehr geringer Wahrscheinlichkeiten im Zuge der intuitiven Wahrnehmung höchst seltener Ereignisse. Bevor auf diesen konkreten Anknüpfungspunkt Bezug genommen wird, folgt zunächst die im Rahmen der Diskussion mit schief verteilten Renditen ebenso relevante Kernaussage dieses Basismodells der Behavioral Finance.

#### ■ Die subjektive Bewertung von Gewinnen und Verlusten gem. Kahneman/Tversky

Die zentrale Botschaft der *prospect theory* vermittelt eine grundlegende Eigenschaft menschlichen Empfindens, die unabhängig von einer allenfalls gegebenen Lotterieneigung mit einer Schiefepräferenz von Investoren vereinbar erscheint. Sie besteht darin, dass die subjektive Bewertung von Risiken in Abhängigkeit von einem individuellen Referenzpunkt erfolgt. Abbildung 17 zeigt die, an die Forschungsarbeit von Kahneman/Tversky (1979, 279) angelehnte, Skizzierung einer Bewertungsfunktion im Zusammenhang mit der subjektiven Bewertung von Gewinnen und Verlusten anlässlich risikobehafteter Entscheidungen.

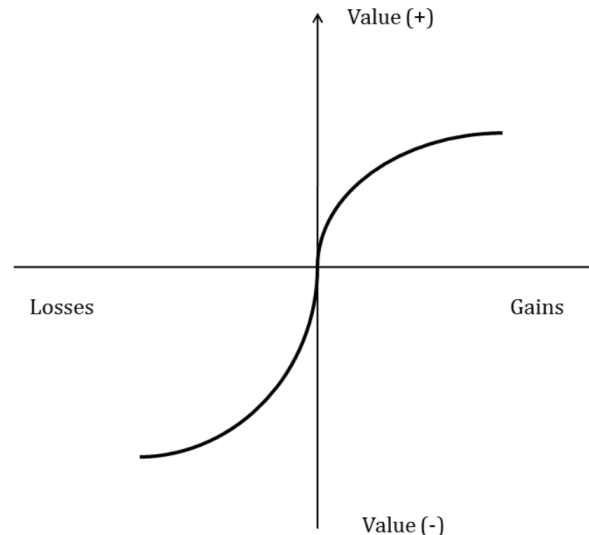


Abbildung 17: Hypothetische Bewertungsfunktion  
Quelle: Chiambarretto/Dumez (2012, online)

Neben dem Umstand, dass die hypothetische Bewertungsfunktion im Verlustbereich eine konvexe, und im Gewinnbereich eine konkave Form aufweist, besteht die im diskutierten Kontext relevante Eigenschaft darin, dass Verluste grundsätzlich stärker wahrgenommen werden als Gewinne. Das entsprechende Phänomen wird dabei durch den Verlauf der Steilheit der Bewertungsfunktion veranschaulicht.<sup>16</sup> Mit der unterschiedlichen subjektiven Bewertung von Gewinnen und Verlusten, lässt sich somit eine potentielle Ursächlichkeit für den Schiefeffekt adressieren, die sich deutlich von der, mit dem MAX-Effekt in erster Linie in Verbindung stehenden, Lotteriepräferenz abgrenzt.

### ■ Die Überschätzung besonders geringer Wahrscheinlichkeiten

Kahneman/Tversky liefern mit ihrer Arbeit jedoch auch für die Erörterung der Lotteriepräferenz entscheidende Hinweise. Es zeigen sich diesbezüglich ihre Ausführungen zur verzerrten Wahrnehmung von Wahrscheinlichkeiten von bedeutender Relevanz. Dieses, als verhaltenswissenschaftlicher *bias* zu deklarierende und durch neurowissenschaftliche Untersuchungen bestätigte Phänomen, wird in Abbildung 18 mittels der Gegenüberstellung von subjektiven und objektiven Wahrscheinlichkeiten illustriert (Takahashi et al., 2010, 16569).

<sup>16</sup> Der Umstand, dass die Steile der Kurve im Ursprung ihr Maximum aufweist, symbolisiert, dass bspw. bei Aktieninvestments im Bereich des individuellen Einstiegskurses Verluste und Gewinne besonders stark wahrgenommen werden. Dieser ebenso zentrale Aspekt der *prospect theory* findet jedoch für die hier gegenständlichen Überlegungen zum Schiefeffekt keine unmittelbare Beachtung.

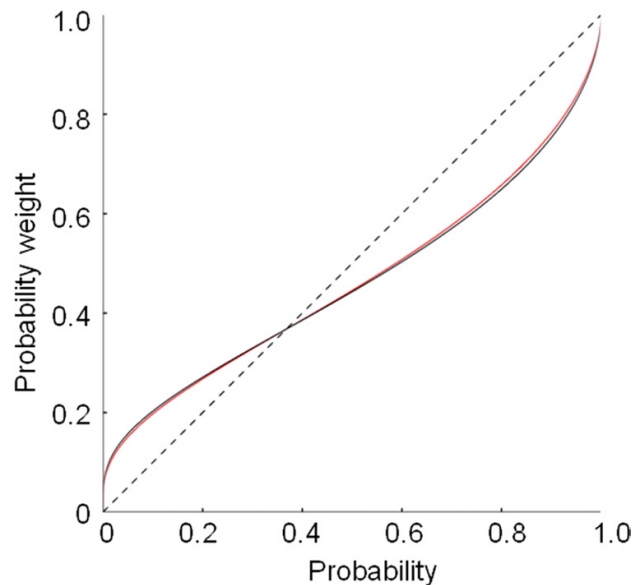


Abbildung 18: Gegenüberstellung von objektiver und subjektiver Wahrscheinlichkeit  
Quelle: Takahashi et al. (2010, 16569)

Bei den auf der horizontalen Achse aufgetragenen Wahrscheinlichkeiten wird auf die Einschätzung zukünftiger Ereignisse, basierend auf empirischen Untersuchungen bzw. vergangenheitsorientierten Statistiken, abgezielt. Die dazu gegenübergestellte, subjektive Wahrscheinlichkeit beschreibt, vereinfacht ausgedrückt, Gefühlsurteile realer Personen im Zusammenhang mit der Quantifizierung des Glaubens an den Eintritt von Ereignissen (Motsch, 1995, 103). Sie kann demnach als Gewicht interpretiert werden, das den objektiven Wahrscheinlichkeiten beigemessen wird. In Referenz zur objektiven Wahrscheinlichkeit stellt die subjektive Form im Allgemeinen eine geringere Aussagekraft über die Realität dar (Bernhard, 2011, 16). Die erkennbaren Differenzen zwischen objektiver und subjektiv wahrgenommener Wahrscheinlichkeit sind darauf zurückzuführen, dass Personen sich angesichts kognitiver Beschränkungen nur begrenzt an statistischen Wahrscheinlichkeiten orientieren und sich von Emotionen beeinflussen lassen.

Extrem kleine Wahrscheinlichkeiten können von Personen nur sehr schlecht eingeordnet werden, was dazu führt, dass lapidar als höchst unwahrscheinlich deklarierte Ereignisse schließlich ignoriert werden. Beispielhaft beschäftigen sich nur sehr wenige Personen mit der Wahrscheinlichkeit, vom Blitz getroffen zu werden. Technisch gesehen, werden somit extrem kleine Wahrscheinlichkeiten aus der subjektiven Perspektive auf eine Wahrscheinlichkeit von Null projiziert. Bemerkenswert ist jedoch der in Abbildung 18 ersichtliche, steile Anstieg der wahrgenommenen Wahrscheinlichkeit am linken Rand. Wird ein Risiko verstärkt in das Bewusstsein einer Person gerückt, indem etwa Medien von seltenen Ereignissen wie einem Flugzeugabsturz berichten, wird die Wahrscheinlichkeit eines entsprechenden Ereignisses sprunghaft überbewertet, und zwar auch dann, wenn die Person grundsätzlich Kenntnis über

die objektive Wahrscheinlichkeit besitzt. Je stärker einschlägige Informationen das nähere Umfeld eines Entscheiders betreffen, umso stärker wird die Eintrittswahrscheinlichkeit überschätzt.

### ■ Die Vermeidung existenzbedrohender Gefahren

Eine verstärkende Rolle für die Überschätzung geringer Wahrscheinlichkeiten spielt aus Risikosicht die begrenzte Differenzierung zwischen Eintrittswahrscheinlichkeit und Schadenpotential (Petermann/Revermann/Scherz, 2006, 140 f.). Angesichts hoher Gefährdungspotentiale wird der Aspekt der geringen Wahrscheinlichkeit tendenziell außer Acht gelassen und dem potenziellen Schaden ein überwiegender Anteil der Aufmerksamkeit geschenkt. Spiegelbildlich dazu werden hohe Eintrittswahrscheinlichkeiten mit geringem Schadenpotential im Durchschnitt unterschätzt. Besonders deutlich illustriert diesen Sachverhalt eine Risikoforschungs-Studie der TU Dresden aus dem Jahr 2001. Demnach stufen 99% von befragten Reisenden das Risiko, einem Terroranschlag zum Opfer zu fallen, als sehr hoch ein. Die Wahrscheinlichkeit einer Erkrankung wurde lediglich von 1% der befragten als sehr hoch kategorisiert. Statistisch beurteilt, lag das zum damaligen Zeitpunkt ermittelte Risiko, von einem Terroranschlag betroffen zu sein, bei 0,000001%, die Wahrscheinlichkeit, während der Reise zu erkranken, hingegen bei 4%.

Die intuitive Überschätzung von Eintrittswahrscheinlichkeiten sehr selten auftretender, aber lebensbedrohlicher Ereignisse, ist im Sinne des menschlichen Selbsterhaltungstriebes durchaus nachvollziehbar. Auch in finanzieller Hinsicht erscheint es sinnvoll, besonders existenzbedrohende Ereignisse zu vermeiden, selbst wenn unter Heranziehung objektiver Schadenswahrscheinlichkeiten in Summe ein negativer Erwartungswert in Kauf zu nehmen ist, wie es etwa durch den Abschluss einer Versicherung der Fall ist.

### ■ Die Schiefe einer Versicherungsbeziehung

Die menschliche Überbewertung geringer Wahrscheinlichkeiten bleibt jedoch nicht auf Fälle beschränkt, die mit besonders hohen Gefahren einhergehen. Unter Ausklammerung von Versicherungen gegen existenzbedrohende Schadensfälle, lassen sich die Entscheidungen der Versicherungsnehmer für einen Versicherungsschutz gegen kleine Verluste, wie bspw. gegen den Verlust eines Mobiltelefons, im Allgemeinen durch die anerkannte Nutzentheorie nicht rational begründen. Zu gering sind in der Regel die Kosten, die im Verlustfall für den Ersatz anfallen würden, als sich aus Sicht des Versicherungsnehmers der damit verbundene negative Erwartungswert durch das Argument einer finanziellen Härte rechtfertigen ließe (Varian, 2016, 655). Für den Versicherten bleibt es mit relativ hoher Wahrscheinlichkeit bei der Zahlung von geringfügigen Prämien, was einem relativ geringfügigen, aber sicheren Verlust entspricht. Die vergleichsweise kleine Wahrscheinlichkeit des Erhalts einer hohen Zahlung vom Versicherer begründet die positive Schiefe aus Sicht des Versicherten (Engelbrecht, 2013,

73). Im nicht versicherten Fall würde das geringe Risiko eines größeren Zahlungsaufwandes eine negative Schiefe begründen. Das ausgeprägte Absicherungsverhalten steht somit im Einklang mit den zwei behandelten Hypothesen der Neuen Erwartungstheorie. Sowohl die gegenüber Gewinnen stärkere Wahrnehmung von Verlusten als auch die Überbewertung kleiner Wahrscheinlichkeiten erweisen sich förderlich für das Geschäftsmodell von Versicherungen.

### ■ Die Gemeinsamkeit von Versicherungen und Lotterien

Die verzerrte subjektive Wahrscheinlichkeitswahrnehmung ist nicht nur für Versicherungen, sondern auch für Lotterien ein relevanter Faktor. Denn nicht nur für die Vermeidung von seltenen Verlusten, sondern auch für die Chance auf seltene Gewinne werden negative Erwartungswerte in Kauf genommen, wie aus den bereits zitierten Arbeiten von Golec/Tamarkin (1998) und Garret/Sobel (1999) im Zusammenhang mit Wetten und Lotterien abzuleiten ist. Somit schließt sich nach diesem Exkurs in verwandte Themenbereiche der Kreis, sodass der Fokus im Folgenden wieder auf das Entscheidungsverhalten von Investoren am Wertpapiermarkt gerichtet ist.

Zusammenfassend erlauben es die angeführten Erkenntnisse, aus ihnen eine verhaltenswissenschaftlich fundierte Basis für die Überbewertung von *lottery-like stocks* zu formen. Im Konkreten stellt die verzerrte subjektive Wahrnehmung der Wahrscheinlichkeit sich wiederholen der Maximalausschläge eine mögliche Erklärung für die Beobachtungen zum MAX-Effekt dar. Zudem steht die starke Aversion gegen hohe Verluste im Einklang mit einer allgemeinen Präferenz für positiv schief verteilte Renditen. Auf Basis der hier auszugsweise angeführten Aspekte aus dem Bereich der Behavioral Finance wird im Anschluss eine Übersicht über den in der Literatur festgehaltenen Diskurs zum MAX-Effekt gegeben.

### 5.3.7. Lotterieeffekt und das Gambling-Verhalten von Privatanlegern

Hinsichtlich der wissenschaftlichen Auseinandersetzung mit den ausschlaggebenden Faktoren, die den MAX-Effekt begründen, kann vor allem auf die bereits genannte Arbeit von Lin/Liu (2017) verwiesen werden. Ihre Arbeit baut dabei auf einer Reihe von Publikationen auf, die nicht nur jeweils den MAX-Effekt auf verschiedenen Märkten bestätigen, sondern darüber hinaus allesamt im Wesentlichen die eben beschriebene verhaltenswissenschaftlich fundierte Erklärung für die Überbewertung von *lottery-like stocks* als ursächlich befinden. So verweisen beispielsweise Kumar (2009), Kumar/Page/Spalt (2011), Han/Kumar (2013) sowie Gao/Lin (2015) in ihren Arbeiten darauf, dass der MAX-Effekt durch Privatanleger induziert ist, die den Wertpapierhandel als eine Art Spiel mit verknüpftem Spaßfaktor betreiben. Dorn/Dorn/Sengmüller (2015) stellen im Einklang dazu einen signifikanten Zusammenhang zwischen internationalen Lotterie-Jackpots und dem temporären Tradingverhalten von Privat-

anlegern innerhalb der Periode von 1998-2004 fest. Demnach geht in den USA eine Erhöhung von Jackpots im Ausmaß von einer Standardabweichung durchschnittlich mit einer Reduktion des Anteils von Kleinanlegern an den Aktienmärkten von 1% einher. Analog dazu zeigt eine Analyse des Verhaltens von Discount-Broker-Kunden in Kalifornien und Deutschland eine geringere Handelsfrequenz in jenen Wochen, in denen durch die Lotterien der betreffenden Staaten überdurchschnittlich hohe Gewinnsummen ausgespielt wurden. Die negative Beziehung zwischen Handelsaktivitäten und Jackpots lässt sich dabei vor allem für Einzelaktien und Optionen feststellen, nicht hingegen für Anleihen oder offene Investmentfonds, die in erster Linie aus Motiven der langfristigen Kapitalanlage gehandelt werden (Dorn/Dorn/Sengmüller (2015, 2376).

Des Weiteren verweist Kumar (2009, 1889) darauf, dass vor allem Investoren mit geringem Vermögen Aktien mit Lotterieeigenschaften besonders stark nachfragen. Er leitet eine weitgehende sozioökonomische Übereinstimmung hinsichtlich der *lottery-like stocks* präferierenden Investorengruppe und der Kundengruppe von Staatslotterien ab. Im Gegensatz zum Wettverhalten von Privatanlegern ist bei institutionellen Anlegern gemäß Kumar (2009, 1909) eine tendenzielle Aversion gegenüber *lottery-like stocks* gegeben, bzw. werden Aktien nach hohen Renditeereignissen früh abgestoßen. Lediglich in bestimmten Situationen sind Fondsmanager zu entsprechend wettorientierten Handlungsweisen geneigt, etwa im Zusammenhang mit dem Versuch, eine negative historische Performance des Portfolios zu kompensieren (Brown/Harlow/Starks, 1996, 88; Kempf/Ruenzi/Thiele, 2009, 92). Im Allgemeinen werden für etablierte Fondsmanager die Ambitionen für entsprechendes Wettverhalten neben diversen Regelwerken unter anderem durch das Beschäftigungs- bzw. Kündigungsrisiko stark begrenzt.

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen konstruierten Lin/Liu (2017, 1) aus entsprechenden Faktoren einen Index, der eine Quantifizierung der Attraktivität von Aktien für Privatinvestoren ermöglicht. Die Ergebnisse ihrer Untersuchung zeigen auf, dass der MAX-Effekt mit fallendem Wert des konstruierten Präferenzindex monoton abnimmt und für jene Aktien, die von Privatinvestoren am geringsten nachgefragt werden, schließlich gänzlich verschwindet. Lin/Liu leiten daraus die Bestätigung ihrer Hypothese ab, dass die Ursache der negativen Schiefe/Rendite-Korrelation vollständig der Sphäre der Privatinvestoren zuzuordnen ist. Ihre Resultate unterstreichen somit die Relevanz der oben angeführten verhaltenswissenschaftlichen Erklärungsansätze für den MAX-Effekt.

### 5.3.8. Der MAX-Effekt und die Beta-Anomalie

Im Kontext der gegenständlichen Diskussion zum MAX-Effekt ist zudem auf einen potentiellen Zusammenhang mit der sogenannten Beta-Anomalie zu verweisen. Gemäß dem CAPM ist die erwartete Rendite eines Wertpapiers mit Hilfe einer positiven linearen Funktion von der Risikoprämie des Marktes abzuleiten. Je ausgeprägter sich die durch Beta ausgedrückte Sensitivität eines Wertpapiers bezüglich der Marktschwankungen darstellt, desto höher ist die durch das CAPM unterstellte erwartete Rendite. Empirische Untersuchungen internationaler Aktienmärkte zeigen jedoch dazu im Widerspruch stehende Ergebnisse auf.

#### ■ Studien belegen Beta-Effekt

Empirische Beobachtungen zeigen, dass mit hoher Volatilität behaftete Aktien tendenziell überbewertet, jene mit geringerer Volatilität demgegenüber unterbewertet sind (Baker/Bradley/Wurgler, 2011, 40). Bereits Black (1972, 445), Black/Jensen/Scholes (1972 101 ff.) und Haugen/Heins (1975, 782) führen in ihren Arbeiten an, dass sich die Relation zwischen Varianz und Rendite jedenfalls für bestimmte Zeithorizonte wesentlich flacher darstellt, als dies gemäß des CAPM zu erwarten wäre. Black wie auch Haugen/Heins heben darüber hinaus eine negative Korrelation zwischen den genannten Größen hervor. Später statuieren Fama/French (1992, 427) wiederum eine flache Volatilitäts/Rendite-Beziehung.

Untersuchungen der jüngeren Vergangenheit greifen dieses Thema abermals auf. So heben etwa Ang et al. (2006, 259) im Zuge ihrer Analyse zur Rentabilität von Volatilitätsrisiken explizit die äußerst geringen Renditen von Aktien mit hoher idiosynkratischer Volatilität hervor. Baker/Bradley/Taliaferro (2013, 1) bestätigen in ihrer Arbeit schließlich die von Haugen/Heins postulierte und dem CAPM in ihren Grundzügen widersprechende Existenz einer negativen Beziehung zwischen Beta und Rendite und heben hervor, dass sich diese über lange Zeiträume hinweg beobachten lässt. Sie weisen die Beta-Anomalie auf zahlreichen internationalen Aktienmärkten nach. Für die Untersuchungen wurden Aktien aus 31 entwickelten Märkten auf Basis der Ex-ante-Betas monatlich auf fünf hypothetische Portfolios aufgeteilt. Die errechneten Renditen dieser Portfolios zeigen für den Zeitraum von 1989 bis 2012 das Vorliegen einer inversen Beta/Rendite-Relation mit hoher Deutlichkeit auf. Etwa liegt die kumulierte hypothetische Rendite des Portfolios mit der geringsten historischen Volatilität bei 623%, jene des Portfolios mit den höchsten Beta-Faktoren jedoch bei lediglich 20%.

#### ■ Ursachen des Beta-Effektes und Parallelen zum MAX-Effekt

Hinsichtlich der potentiellen Ursachen für den Beta-Effekt ist zunächst wiederum auf die Ausführungen von Baker/Bradley/Taliaferro (2013, 2) zu verweisen, die einen Zusammenhang zwischen der Vergütungspolitik im institutionellen Fondsmanagement und der Beta-Anomalie herstellen. Zusammengefasst führt die Erfolgsbeurteilung von Fondsmanagern unter Heran-

ziehung eines Benchmarkvergleiches zu einer angestrebten Minimierung des Tracking Errors, die wiederum die Meidung von Wertpapieren mit äußerst niedrigem Beta nach sich zieht. Die Einbindung der Beta-Anomalie in dieses Kapitel begründet sich jedoch durch die Parallelen zwischen MAX- und Schiefe-Effekt, die sich durch die Betrachtung eines alternativen respektive ergänzenden Erklärungsansatzes offenbaren. Dieser fußt auf der bereits ausführlich diskutierten Schiefepräferenz und den dahinterliegenden verhaltenswissenschaftlichen Phänomenen (Mondello, 2017, 185). Denn empirische Analysen zeigen einen positiven Zusammenhang zwischen der Höhe des Betas und der Schiefe von Renditeverteilungen auf (McEnally, 1974, 200). Bei unterstellter Schiefepräferenz lotterieaffiner Investoren sind folglich die Beta-Anomalie und der MAX-Effekt möglicherweise auf gemeinsame Wurzeln zurückzuführen. Schließlich gelingt es Bali et al. (2015, 1) zu zeigen, dass ein durch sie, in Anlehnung an Frazzini/Pederson (2014), nachgewiesener Beta-Effekt, sich als nicht robust gegenüber dem MAX-Parameter erweist. Folglich argumentieren die Wissenschaftler, dass der statuierte Beta-Effekt im Eigentlichen den MAX-Effekt repräsentiert.

### 5.3.9. Konträre Ergebnisse bezüglich des Zusammenhanges zwischen MAX-Effekt und Lotteriepräferenz

Abseits der Diskussion zum Zusammenhang zwischen MAX- und Beta-Effekt werfen Gorman et al. (2017) bemerkenswerte Zweifel an der Ursächlichkeit der Lotteriepräferenz für überbewertete MAX-Aktien auf. Dies ist insoweit bemerkenswert, als sich die wissenschaftliche Diskussion bezüglich der primären Ursache seit der initialen Arbeit von BCW (2011) auf eine allenfalls notwendige Differenzierung zwischen der Schiefe- und Lotteriepräferenz beschränkte. Über die bereits angeführten Publikationen hinaus beschreiben bspw. auch die Arbeiten von Nartea/Wu/Liu (2014, 425), Walkshäusl (2014, 9) und Zhong/Gray (2016) die Lotterieneigung als Ursache für den von ihnen auf verschiedenen Aktienmärkten beobachteten MAX-Effekt. Gorman et al. (2017, 1) stellen jedoch diesen Zusammenhang nicht nur in Frage, sondern liefern darüber hinaus eine alternative Erklärung für die Existenz der MAX-Anomalie, indem sie die Überreaktion der Investoren als überwiegende Ursache statuieren. In ihrer Ereignisstudie detektieren die Wissenschaftler mit MAX-Ereignissen im Zusammenhang stehende Ausgleichseffekte, die in typischer Weise im Zuge der Überreaktion von Investoren auftreten. Der Präferenz für *lottery-like stocks* schreiben Gorman et al. allenfalls eine sekundäre Rolle für die Entstehung einer von ihnen grundsätzlich bestätigten MAX-Anomalie zu. Gleichzeitig verweisen die Autoren darauf, dass sich der MAX-Effekt für *penny* bzw. *non penny stocks* unterschiedlich darstellt und heben eine feststellbare Saisonalität hervor, der die MAX-Anomalie unterliegt. Diese Relativierungen sind insofern besonders interessant, als sie der durch BCW statuierten Robustheit gegenüber der Marktkapitalisierung und kurzfristigen *reversion* entgegenstehen. BCW adressieren dabei durchaus die Thematik der *penny stocks*, in-



dem sie darauf verweisen, dass auch unter Ausblendung von Aktien, deren Preis unter 5 USD pro Aktie liegt, die signifikante Unterrendite des MAX-Portfolios bestehen bleibt (BCW, 2011, 433).

### ■ Methodische Vorgehensweise und Ergebnisse der Analyse von Gorman et al

Gorman et al. (2017, 12 ff.) analysieren im Rahmen ihrer Ereignis-Studie das kumulative Renditeprofil der an BCW angelehnten MAX-Portfolios auf Tagesbasis. Dabei ist der Tag des MAX-Events als Tag 0 definiert. MAX-Ereignisse von *penny* und *non penny stocks* werden getrennt betrachtet, wobei analog zu BCW jene Aktien als *penny stocks* deklariert werden, deren Preis unter 5 USD pro Aktie liegt. Durch die erweiterte Analyse der Tagesrenditen für den Zeitraum unmittelbar nach dem MAX-Ereignis versuchen Gorman et al. im Vergleich zu BCW detailliertere Rückschlüsse bezüglich der Ursachen für die Post-MAX-Unterperformance zu ziehen. So zeigt sich im Zuge der durchgeführten Ereignisanalyse, dass sowohl bei *penny* als auch bei *non penny stocks* die relative Unterperformance bereits am ersten Handelstag nach dem MAX-Effekt einsetzt. In Summe findet die Korrekturbewegung vorrangig im Zeitfenster von 1 bis 10 Tagen nach dem MAX-Ereignis statt.

Bei expliziter Betrachtung der *penny stocks*, fällt die relative Unterperformance nach dem MAX-Event stärker aus als bei *non penny stocks*. Zwar weisen alle 10 MAX-Portfolios der *penny stocks* eine signifikante Unterperformance für die ersten 10 Tage nach dem MAX-Ereignis auf, jedoch ist in diesem Zeitraum kein signifikanter Renditeunterschied zwischen den *high-MAX* und *low-MAX penny stocks* zu messen. Erst in darauf folgenden Zeitfenstern kann eine überdurchschnittliche Rendite der *high-MAX penny stocks* festgestellt werden, die möglicherweise auf Käufe von lotterieaffinen Investoren zurückzuführen ist.

### ■ Lotterie-Effekt versus *mean-reversion-effect*

Die angeführten Ergebnisse führen Gorman et al. (2017, 19) zu dem Schluss, dass der MAX-Effekt in erster Linie auf die Überreaktion von Marktteilnehmern und dem damit in Verbindung stehenden *reversion effect* gem. De Bondt/Thaler (1985, 793 ff.) zurückzuführen ist. Ihre These beruht dabei auf folgender Argumentation:

Im Durchschnitt liegt, gemäß der Vorgangsweise von BCW, das für die Portfoliobildung relevante MAX-Ereignis zum Monatswechsel bereits ca. 15 Tage zurück. Für eine Gültigkeit der Annahme, dass die Lotteriepräferenz für die Überbewertung von MAX-Aktien ausschlaggebend ist, sollten nach der Argumentation von Gorman et al. (2017, 3) im Zeitraum zwischen dem MAX-Event und dem Beginn des folgenden Kalendermonats Anzeichen von Käufen durch lotterieaffine Investoren festzustellen sein. Solche Anzeichen lassen sich jedoch gemäß ihren Ausführungen nicht feststellen. Verstärkend betonen die Autoren das Argument, dass

bei *penny stocks* während den ersten Handelstagen nach dem MAX-Ereignis stärkere Korrekturreaktionen festgestellt werden können, als dies bei *non penny stocks* der Fall ist, was im Einklang mit den Ergebnissen von De Bondt/Thaler (1985, 804) zum *reversion effect* steht. In Summe verneinen damit Gorman et al. die primäre Ursächlichkeit der Lotteriepräferenz für den MAX-Effekt. Lediglich hinsichtlich der angeführten Rebound-Bewegung auf die unmittelbare negative Korrekturbewegung, die ab etwa 10 Tagen nach dem MAX-Effekt einsetzt, wird seitens der Autoren eingeräumt, dass es sich um Indizien für verspätete Investments lotterieaffiner Investoren handeln könnte. Gorman et al. stützen sich dabei auf die Ergebnisse von Tetlock (2011, 1507), der aus den Ergebnissen seiner Untersuchungen von S&P 500-Aktienkursen die bestehende Tendenz von verzögerten Handelsentscheidungen seitens der Privatanleger ableitet.

Aus Sicht des Autors bleibt auf den sich möglicher Weise neutralisierenden Effekt der beiden im Raum stehenden Erklärungsansätze hinzuweisen. Unter Annahme einer parallelen Existenz beider verhaltenswissenschaftlicher Phänomene ist es denkbar, dass Käufe lotterieaffiner Investoren nach einem MAX-Ereignis zwar auf Grund der gegengleich wirkenden *reversion* nicht offensichtlich in Erscheinung treten, gleichsam jedoch stattfinden. Diese Käufe würden demzufolge dafür sorgen, dass der eigentliche Korrekturvorgang nicht gänzlich vollzogen wird, sodass schließlich eine, durch den *reversion effect* verminderte, Überbewertung bestehen bleibt. Gorman et al (2017, 19) räumen in Anbetracht ihrer Ergebnisse aus der *penn stock*-Analyse durchaus ein, dass die Lotteriepräferenz durch verzögerte Käufe lotterieaffiner Investoren zu einer Abschwächung der *reversion* in Folge eines Max-Events beitragen, an ihrer Schlussfolgerung, dass der MAX-Effekt vorwiegend in der Überreaktion des Marktes begründet ist, halten die Autoren dennoch fest.

#### **5.3.10. Lottery-like stocks als Teilmenge von high-attention stocks**

Im Sinne einer Erweiterung der angeführten Erklärungstheorien für den MAX-Effekt, wird ergänzend auf die Arbeit von Barber/Odean (2008, 785 ff.) Bezug genommen. Sie untersuchen die Übergewichtung von besonders stark im Fokus der Öffentlichkeit stehenden Aktien durch Kleinanleger und führen dabei unter anderem Aktien mit außergewöhnlich hohen Tagesrenditen als Teilmenge der im Blickpunkt stehenden Wertpapiere an. Ausgehend davon, dass Aufmerksamkeit im ökonomischen Sinne als eine knappe Ressource zu deklarieren ist, halten die Wissenschaftler fest, dass Wahlmöglichkeiten, denen eine hohe Aufmerksamkeit zu Teil wird, mit einer vergleichsweise hohen Wahrscheinlichkeit ausgewählt werden. Wird von der Möglichkeit des Leerverkaufes abgesehen, so stehen dem Investor für den Erwerb grundsätzlich unzählige Aktien zur Verfügung, währenddessen die Auswahlmöglichkeiten für den Verkauf von Wertpapieren durch die Größe des aktuell im Besitz befindlichen Portfolios begrenzt

sind. Daraus resultiert die hohe Wahrscheinlichkeit, dass eine in den Tagesschlagzeilen stehende Aktie zwar zum Kauf, aber nicht zum Verkauf zur Verfügung steht.

Unabhängig davon hält Odean (1999, 1296) fest, dass Privatinvestoren im Allgemeinen ein überaus aktives Handelsverhalten an den Tag legen und die von ihnen gekauften Aktien tendenziell schlechtere Folgerenditen aufweisen als von ihnen verkaufte Titel. Barber/Odean (2008, 814) setzen diese Erkenntnis mit ihren Resultaten in Verbindung und folgern daraus, dass sogenannte *high-attention stocks* im Allgemeinen eine kurzfristige Überbewertung erfahren und mit unterdurchschnittlichen Folgerenditen behaftet sind. Die Überbewertung von *high-attention stocks* kann daher mitunter als ergänzender Teil einer Erklärungstheorie für den MAX-Effekt in Betracht gezogen werden. Vor allem sollte die Einbeziehung der Studie von Barber/Odean in die gegenständlichen Überlegungen jedoch auf die Komplexität sich verschränkender Erklärungsansätze hinweisen.

#### ■ Unterschiedliche Erklärungsansätze als Motivation für empirische Untersuchungen

Zusammenfassend bleibt zur Frage der Ursachen für den MAX-Effekt anzuführen, dass der überwiegende Anteil an dazu veröffentlichten Erörterungen die Lotterie- bzw. Schiefe-Präferenz als wesentliche Triebfeder für die Ausbildung der MAX-Anomalie hervorhebt, wobei die Frage der Synonymie dieser beiden Präferenzbegriffe zwar mitunter konträr behandelt, mehrheitlich jedoch als weitgehend gegeben angesehen wird. Die Arbeiten von Gorman et al. sowie Barber/Odean zeigen hingegen auf, dass durchaus alternative respektive ergänzende Erklärungsansätze diskutiert werden, wodurch ein möglicher Anreiz für eine weitere Auseinandersetzung mit dieser Frage gegeben ist. Vor dem Hintergrund der dargestellten literaturbasierten Erörterung widmet sich das folgende Kapitel der Frage, inwieweit der MAX-Effekt bzw. eine alternative Schiefe/Rendite-Beziehung auf dem österreichischen Aktienmarkt in Erscheinung tritt.

### 5.4. Untersuchung des MAX-Effektes am österreichischen Aktienmarkt

Ausgehend von der Feststellung des MAX-Effektes durch BCW am amerikanischen Aktienmarkt, weisen etwa Nartea/Wu/Lin (2014) die entsprechende Anomalie für Südkorea, Walkshäusl (2014) für europäische Märkte und Zhong/Gray (2016) für australische Handelsplätze nach. So wie die hier genannten Arbeiten, orientiert sich die nachfolgend dokumentierte Untersuchung zum MAX-Effekt am österreichischen Aktienmarkt weitgehend an der Methodologie der in diesem Kontext allgemein als Referenzstudie dienenden Analyse von BCW.

#### 5.4.1. Datenmaterial und Vorgangsweise

Auf Grund der engen Anlehnung an die Referenzstudie ist bezüglich der angewandten Methodik grundsätzlich auf die unter Punkt 5.3.2 enthaltenen Ausführungen zur Methodik von BCW zu verweisen. Im Folgenden werden lediglich spezifische Details zur Vorgangsweise der eigenen Untersuchung ergänzt. Dies betrifft insbesondere Angaben zur Datengrundlage. Als solche wurden die Kursdaten auf Tagesschlusskursbasis von Aktien der Wiener Börse des Zeitraumes vom 31.12.1987 bis zum 27.03.2017 herangezogen. Für die Datenbeschaffung diente wiederum der durch das Institut für betriebliche Finanzwirtschaft zur Verfügung gestellte Zugang zum Börseninformationssystem Thomson Reuters Eikon. Die historischen Tagesschlusskurse des genannten Betrachtungszeitraumes aller zum 27.03.2017 an der Wiener Börse notierten Aktien wurden in ein Microsoft Excel-Tabellenblatt exportiert und in Folge für deren weiteren Analyse, die mittels der Verwendung des Statistikprogrammes STATA durchgeführt wurde, aufbereitet. Aktien, deren Notierung während des genannten Betrachtungszeitraumes endete (sog. Dead Stocks) sind somit nicht von der durchgeführten Analyse erfasst. Diesbezüglich ist daher auf die potentielle Existenz eines *survivorship bias* hinzuweisen, zu dem im Rahmen der Ergebnisanalyse unter Punkt 5.6.1 noch Stellung genommen wird.

Für den Prozess der monatlichen Bildung der MAX-Portfolios fanden nur jene Aktien Berücksichtigung, die während des gesamten vorangegangenen Monats handelbar waren. Die Berechnung der diskreten Tagesrenditen erfolgte dabei gemäß der für die Verteilungsanalyse herangezogenen und in Kapitel 3.2 angeführten Definition. Um Verzerrungen zu reduzieren, blieben im Weiteren besonders illiquide Aktien, die unter der angewandten monatlichen Betrachtungsweise eine MAX-Rendite von Null aufwiesen, für die hypothetischen Portfolioumschichtungen unbeachtet. Die monatsweise Aufteilung der Aktien sowie die Benennung der daraus entstehenden hypothetischen Portfolios entspricht wiederum der Methodik und Terminologie von BCW, sodass auch im Weiteren das Portfolio 1 (Low-MAX) wiederum die Aktien mit den niedrigsten MAX-Werten, bzw. das Portfolio 10 (High-MAX) jene mit den höchsten historischen MAX-Renditen enthält. Die zur Analyse herangezogene Aktienrendite des jeweiligen Folgemonats wurde darüber hinaus wie folgt definiert:

$$R_{FM} = \frac{P_{ME+1} - P_{ME}}{P_{ME}}$$

$R_{FM}$	<i>Rendite für das Folgemonat</i>
$P_{ME}$	<i>Tagesschlusskurs zum aktuellen Monatsende</i>
$P_{ME+1}$	<i>Tagesschlusskurs zum Ende des folgenden Monats</i>

Gemäß dieser Berechnungsweise finden die hypothetischen Portfolio-Umschichtungen stets zum Ende des letzten Handelstages im Monat statt. Durch die ausschließliche Betrachtung von Schlusskursen sind eventuelle Overnight-Gaps zum Monatswechsel in den Renditeberechnungen inkludiert. Die Analysen unterstellen demnach die jeweilige Handelbarkeit der Aktien zu den exakten Schlusskursen. Etwaige Restriktionen wie auch Transaktionskosten, die mit einer realen Umsetzung der Portfolioumschichtung üblicher Weise in Verbindung stehen, wurden nicht in die Analysen einbezogen. Zum Zweck der Feststellung allenfalls feststellbarer Renditeunterschiede von High-MAX- und Low-MAX-Aktien, findet schließlich in Analogie zu BCW wiederum die jeweilige, über den gesamten Beobachtungszeitraum resultierende, durchschnittliche Monatsrendite der 10 Portfolios Beachtung.

#### **5.4.2. Berechnungsergebnisse zum MAX-Effekt**

Eine Übersicht über die quantitativen Ergebnisse der durchgeführten Untersuchung zum MAX-Effekt findet sich in Tabelle 5. Während BCW eine deutliche Unterperformance von High-MAX-Aktien aufzeigen, weisen die durchschnittlichen Renditen der österreichischen MAX-Portfolios nicht auf die generelle Existenz eines signifikanten MAX-Effektes hin. Wenngleich in einzelnen Zeitabschnitten ein entsprechender Zusammenhang zwischen der MAX-Eigenschaft und den Folgerenditen erkennbar erscheint und das High-MAX-Portfolio im Gesamtdurchschnitt sehr wohl die geringste Rendite aufweist, zeigt der Überblick über die zeitlichen Teilabschnitte die fehlende Konstanz dieser Zusammenhänge auf. Ist bspw. für die Jahre 2000-2009 aus den Ergebnissen eine negative Abhängigkeit der Folgerendite vom MAX-Indikator zu vermuten, so steht diesem Zusammenhang im Zeitraum von 1988 bis 1999 ein gegenläufiges Verhältnis gegenüber. Insbesondere ein expliziter Vergleich der Portfolios 1 und 10 zeigt keine konstante Unterperformance der High-MAX-Aktien auf. Über den gesamten Betrachtungszeitraum entspricht zudem die durchschnittliche Monatsrendite der gemeinsam betrachteten Portfolios 1 und 2 (0,51%) annähernd jener der beiden Portfolios 9 und 10 (0,49%). Verdeutlichung findet der beschriebene Sachverhalt durch die graphische Darstellung der errechneten Durchschnittsrenditen über den gesamten Betrachtungszeitraum in Abbildung 19. Auch hieraus tritt einerseits die unterdurchschnittliche Rendite des High-MAX Portfolios hervor, andererseits lässt sich jedoch bei Betrachtung der restlichen Portfoliorenditen im Gegensatz zu den Ergebnissen von BCW kein Zusammenhang zwischen dem MAX-Indikator und der Folgerendite feststellen.<sup>17</sup>

<sup>17</sup> Zwar ist der MAX-Effekt auch gem. den Ergebnissen von BCW vorrangig auf die Unterperformance der High-MAX-Aktien zurückzuführen, jedoch lässt sich gemäß ihren Ergebnissen sehr wohl auch aus der Betrachtung der Portfolios 1 bis 9 eine negative Korrelation zwischen MAX-Indikator und Folgerendite erkennen, wie bspw. in Abbildung 16 unter Punkt 5.3.2 ersichtlich ist.

MAX-Effekt am österreichischen Aktienmarkt durchschnittliche Monatsrenditen der MAX-Portfolios				
Portfolios, gereiht nach MAX	1988 - 2016	1988 - 1999	2000-2009	2010-2016
Portfolio 1 (Low-MAX)	0,45%	0,56%	0,72%	-0,11%
Portfolio 2	0,57%	0,39%	0,70%	0,68%
Portfolio 3	0,51%	0,45%	0,52%	0,60%
Portfolio 4	0,98%	0,70%	1,24%	1,08%
Portfolio 5	0,89%	1,05%	0,77%	0,78%
Portfolio 6	0,81%	1,06%	0,56%	0,73%
Portfolio 7	0,70%	0,62%	0,82%	0,66%
Portfolio 8	0,72%	0,84%	0,65%	0,62%
Portfolio 9	0,76%	1,10%	0,53%	0,49%
Portfolio 10 (High-MAX)	0,22%	1,76%	-1,30%	-0,24%

Tabelle 4: MAX-Effekt am österreichischen Aktienmarkt

Quelle: eigene Darstellung

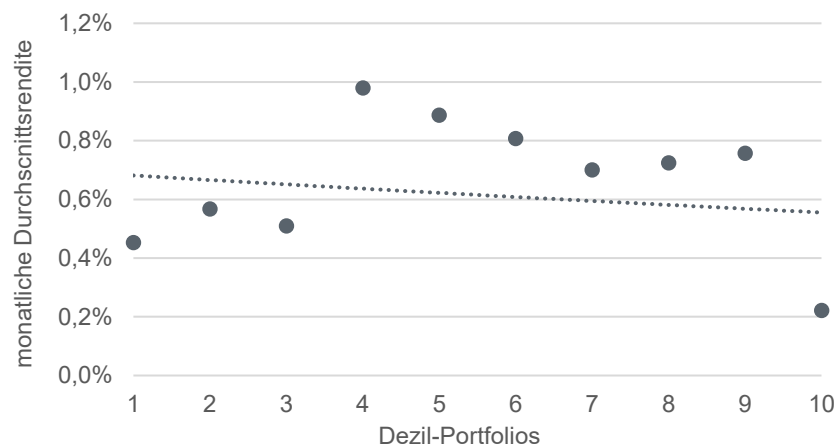


Abbildung 19: Performance-Vergleich der MAX-Portfolios

Quelle: eigene Darstellung

#### 5.4.3. Schlussfolgerung aus der Untersuchung des MAX-Effektes am österreichischen Aktienmarkt

Als Ergebnis der durchgeführten Untersuchung lässt sich demnach festhalten, dass ein zeitlich konstanter MAX-Effekt durch die angewandte Analyse von Aktien der Wiener Börse nicht festzustellen ist. Der österreichische Aktienmarkt erscheint somit nicht von allenfalls hinter dem MAX-Effekt stehenden Einflüssen lotterieaffiner Investoren geprägt zu sein. Eine Rolle für das Ausbleiben des entsprechenden Effektes könnte dabei der geringe Umfang des zur Verfügung stehenden Aktienuniversums spielen. Ausreißer sind per Definition seltene Ereignisse, womit es für regelmäßig beobachtbare Extremereignisse einer entsprechend großen Grundgesamtheit bedarf. Eine solche ist mit dem österreichischen Aktienmarkt wohl nur unzu-

länglich gegeben. In Kombination mit nur selten vorzufindenden Möglichkeiten, auf potentielle Wiederholungen von positiven Ausreißern zu spekulieren, spricht die gemäß Odean (1999, 1296) festgestellte Tendenz eines ausgeprägten aktiven Handelsverhaltens von Privatinvestoren gegen die Attraktivität einer bewussten Umsetzung entsprechender Handelsstrategien. Zudem ist vor dem Hintergrund der im verhaltenswissenschaftlichen Kapitel behandelten, unbewussten Einflüsse auf den vergleichsweise geringen Anteil von Privatanlegern am österreichischen Markt zu verweisen. Die Ursächlichkeit von Lotteriepräferenzen für den MAX-Effekt vorausgesetzt, bedarf es jedoch einer ausreichenden Anzahl an Investoren mit entsprechendem Handelsverhalten, um signifikante Über- oder Unterbewertungen am Markt hervorzurufen.

Die dargestellten Sachverhalte sprechen für den Umstand, dass sich der österreichische Aktienmarkt als ausgesprochen robust gegenüber jenen irrationalen Verhaltensmustern von Privatinvestoren darstellt, die gemäß den Ausführungen in Kapitel 5.3 als potentielle Ursachen für den MAX-Effekt zur Diskussion stehen. Dabei bleibt anzumerken, dass es sich bei den hier angeführten Ausführungen um Einschätzungen seitens des Autors handelt, die auf Grundlage der bisher präsentierten Inhalte aufbauen. Von einer weiteren Untersuchung entsprechender Hypothesen für das Ausbleiben des MAX-Effektes am österreichischen Aktienmarkt wird abgesehen. Vielmehr wird vor dem Hintergrund eines nicht evidenten MAX-Effektes im Folgenden der Fokus auf die Frage nach einem möglichen Zusammenhang zwischen Ex-ante-Schiefe und Folgerendite gelegt.

## **5.5. Der Zusammenhang zwischen Schiefe und Rendite am österreichischen Aktienmarkt**

Die im Rahmen der Untersuchung von Verteilungseigenschaften der Renditen österreichischer Aktien aufgezeigte, große Bandbreite hinsichtlich der Schiefe-Ausprägung, veranlasste den Autor, in Kombination mit der Diskussion betreffend einer vermeintlichen Synonymie von Lotterie- und Schiefepräferenz, die oben dokumentierten Untersuchungen zum MAX-Effekt durch die Einbindung eines etablierten Schiefemaßes zu erweitern. Darüber hinaus liefert die in Abbildung 20 ersichtliche Gegenüberstellung von Schiefe und Rendite der ATX-Aktien eine Anregung für die nachfolgend dargestellte Analyse. Die graphische Darstellung weist auf einen tendenziell positiven Zusammenhang zwischen der Schiefe und der durchschnittlichen Renditen hin, wenngleich der, durch die entsprechende Excel-Funktion berechnete, Korrelationskoeffizient von 0,18 die nur schwache Ausprägung des Zusammenhanges aufzeigt. Die für diese Übersicht herangezogene Datenbasis entspricht dabei jener der in Kapitle 3.2.2 dargestellten Untersuchung von Verteilungseigenschaften der in den Jahren 2006-2015 durchge-

hend im ATX enthaltenen Aktien. Lediglich die Woford- sowie Oberbank-Aktie sind auf Grund der angewandten Skalierung der Schiefe-Achse in der Grafik nicht ersichtlich.

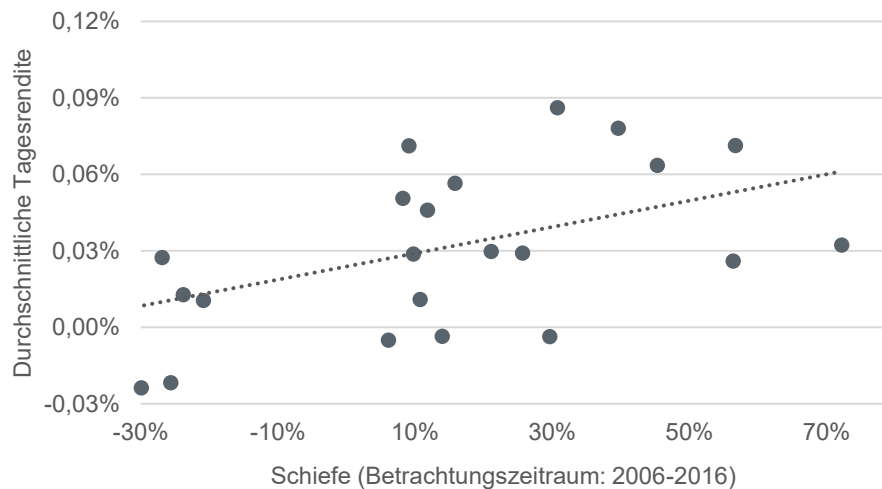


Abbildung 20: Verhältnis der Schiefe zur durchschnittlichen Rendite

Quelle: eigene Darstellung

Im Zuge der Kommentierung der hier dargestellten Rendite/Schief-Beziehung ist jedenfalls anzumerken, dass die dargestellte Gegenüberstellung auf einer ausschließlich retrospektiven Betrachtung beruht. Sowohl die errechnete Ex-post-Schiefe als auch die dazu ins Verhältnis gesetzte Durchschnittsrendite beziehen sich auf den identischen, 10-jährigen Zeitraum. Die mögliche Anwendbarkeit der Schiefe als Steuergröße für eine Handelsstrategie bedingt jedoch eine Beziehung zwischen Ex-ante-Schiefe und Folgerenditen, deren etwaige Existenz den Untersuchungsgegenstand der im Folgenden dokumentierten Analyse zum Schiefe-Effekt am österreichischen Aktienmarkt darstellt.

### 5.5.1. Methodik für die Analyse des Schiefe-Effektes

Die Untersuchung eines potentiellen Schiefe-Effektes rückt die Diskussion zur Validität des MAX-Indikators als Stellvertreter für die Schiefe von Renditeverteilungen in den Fokus. Die möglichst analog zur MAX-Analyse durchgeführte Untersuchung sollte die Möglichkeit bieten, die in dieser Arbeit geforderte Notwendigkeit einer Differenzierung zwischen Schiefe- und MAX-Parameter zu untermauern. Demzufolge entspricht die gewählte Vorgehensweise für die im Folgenden dargestellte Analyse grundsätzlich der unter Punkt 5.3.2 beschriebenen Methodik für die Untersuchung des MAX-Effektes. Lediglich in Bezug auf die verwendete Steuergröße für die monatliche Portfoliozuweisung weicht das entsprechende Vorgehen insoweit von der MAX-Methodik ab, als hierfür anstelle positiver Maximalwerte die Schiefe gem. der unter Punkt 2.3.1 angeführten Definition Verwendung findet.



Die Datengrundlage für die Untersuchung blieb einschließlich des Betrachtungszeitraumes hingegen unverändert. Es wurde wiederum auf die entsprechenden Tagesschlusskurse österreichischer Aktien für den Zeitraum vom 31.12.1987 bis zum 27.03.2017 zurückgegriffen. Im Sinne der Minimierung von Verzerrungen wurden wiederum besonders illiquide Aktien, die über den jeweils letzten Kalendermonat keine Kursbewegungen aufwiesen, von der Betrachtung ausgeschlossen. Ebenso wurden Aktien, deren Kurswert zum Zeitpunkt der monatlichen Portfoliobildung unter 2 EUR lag, nicht in die Berechnungen einbezogen. Diese Ausschlüsse resultieren demnach auf einer Ex-ante-Betrachtung und stehen einer möglichen realen Umsetzung der hypothetischen Portfoliobildung somit nicht entgegen. Wie im Rahmen der MAX-Analyse bleibt auch in diesem Fall auf die unter Punkt 5.6.1 enthaltenen Ausführungen bezüglich potentieller Verzerrungen durch den *survivorship bias* zu verweisen.

### 5.5.2. Ergebnisse zum Schiefe-Effekt

Die monatlichen Renditen der konstruierten Portfolios wurden schließlich wiederum analog zur Untersuchung des MAX-Effektes einer vergleichenden Analyse unterworfen. Tabelle 6 zeigt die über den gesamten Betrachtungszeitraum resultierenden Durchschnittswerte für die diskreten monatlichen Portfoliorenditen. Zudem sind die darin enthaltenen Ergebnisse für den gesamten Betrachtungszeitraum durch Abbildung 21 in graphischer Weise dargestellt. Ebenso in Analogie zur Darstellungsweise der MAX-Ergebnisse enthält das Portfolio 1 die Aktien mit der geringsten, das Portfolio 10 jene mit der höchsten Ex-ante-Schiefe.

Schiefe-Effekt am österreichischen Aktienmarkt durchschnittliche Monatsrenditen der Schiefe-Portfolios				
Portfolios, gereiht nach Ex-ante-Schiefe	1988 - 2016	1988 - 1999	2000-2009	2010-2016
Portfolio 1 (niedrige Schiefe)	1,41%	1,42%	1,46%	1,30%
Portfolio 2	0,73%	0,77%	0,76%	0,63%
Portfolio 3	0,60%	0,69%	0,83%	0,11%
Portfolio 4	0,51%	0,38%	0,63%	0,55%
Portfolio 5	0,92%	1,25%	0,80%	0,53%
Portfolio 6	0,78%	0,85%	0,61%	0,91%
Portfolio 7	0,57%	1,00%	0,33%	0,20%
Portfolio 8	0,39%	0,83%	-0,50%	0,91%
Portfolio 9	0,59%	0,70%	0,73%	0,20%
Portfolio 10 (hohe Schiefe)	0,23%	0,79%	-0,44%	0,22%

Tabelle 5: Schiefe-Effekt am österreichischen Aktienmarkt

Quelle: eigene Darstellung

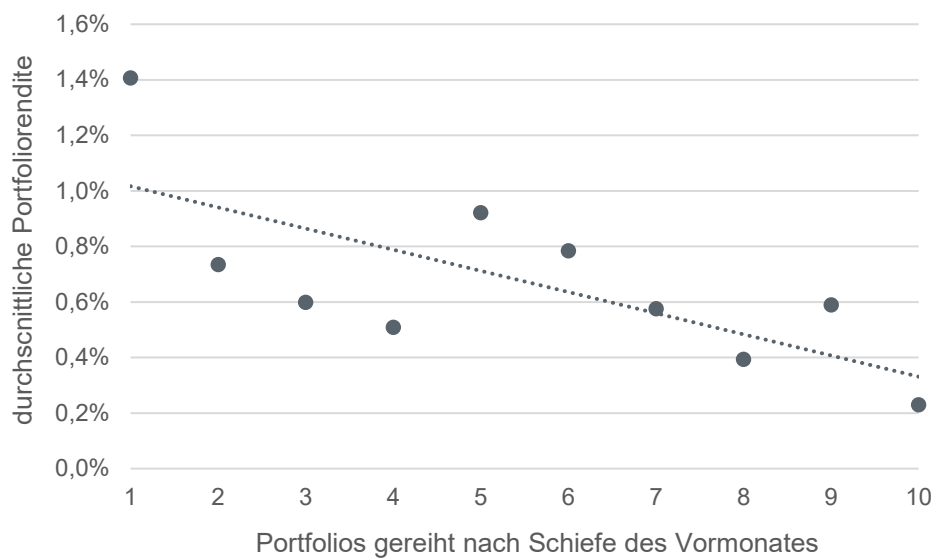


Abbildung 21: Performance-Vergleich der Schiefe-Portfolios (1988-2016)

Quelle: eigene Darstellung

Im Gegensatz zu der im Zuge der MAX-Analyse generell nicht feststellbaren Abhängigkeit der durchschnittlichen Portfoliorenditen von der Steuergröße, lassen die oben dargestellten Ergebnisse die Tendenz einer inversen Beziehung zwischen Ex-ante-Schiefe und zukünftiger Rendite erkennen. Zur genaueren Untersuchung wurde der gesamte Untersuchungszeitraum, wie in Tabelle 6 ersichtlich, wiederum in drei kürzere Zeitfenster aufgeteilt. Die zu vermutende negative Schiefe/Rendite-Korrelation, die im Folgenden als Schiefe-Effekt bezeichnet wird, tritt dabei in allen 3 Zeitfenstern hervor, wenngleich diese in den letzten beiden Betrachtungsperioden ausgeprägter erscheint, als dies für die Jahre von 1988-1999 der Fall ist. Im Besonderen liegt die durchschnittliche Rendite des Portfolios mit der geringsten Ex-ante-Schiefe jeweils deutlich über jener des Portfolios, das die Aktien mit der höchsten Schiefe des jeweiligen Vormonats enthält.

### 5.5.3. Simulation einer Handelsstrategie mit der Schiefe als Entscheidungsparameter

Zur näheren Analyse der Signifikanz und zeitlichen Beständigkeit des Schiefe-Effektes wurde, aufbauend auf den errechneten monatlichen Renditen der hypothetischen Schiefe-Portfolios, eine Handelsstrategie simuliert, nach der innerhalb des Analysezeitraumes zum letzten Handelstag jedes Monats jeweils die Aktien der Portfolios 1 und 2 gekauft, und jene der beiden Portfolios mit den höchsten historischen Schiefekoeffizienten verkauft werden.<sup>18</sup> Die Abbildung 22 zeigt die Verteilung der errechneten monatlichen Renditen des entsprechenden Diffe-

<sup>18</sup> Für die notwendigen Berechnungen wurde wiederum das Statistikprogramm STATA herangezogen.

renzportfolios und stellt diese einer Normalverteilung mit gleicher Standardabweichung und einem Erwartungswert von Null gegenüber.<sup>19</sup> Neben der wiederum feststellbaren leptokurtischen Gestalt ist die in Referenz zu Normalverteilung auftretende Rechtsverschiebung der resultierenden Renditeverteilung erkennbar. Dementsprechend ergibt sich ein positiver Erwartungswert für die monatlichen Renditen des Differenzportfolios. Dieser liegt bei Betrachtung des gesamten Beobachtungszeitraumes bei 0,66%, wobei die Teststatistik des angewandten t-Tests unter Verwendung eines 99%-Konfidenzniveaus die Signifikanz des positiven Erwartungswertes aufzeigt:

$$\text{Hypothesen: } H_0: \mu \leq 0; H_1: \mu > 0$$

$$t = \sqrt{n} \cdot \frac{\bar{X} - \mu_0}{S} = \sqrt{349} \cdot \frac{0,66\%}{5,58\%} = 2,69$$

$$\text{Ablehnungsbereich: für } \alpha = 1\% \text{ und } n = 390: (t_{1-\alpha; n-1}, \infty) \approx (z_{1-\alpha}, \infty) = (2,33, \infty)$$

$$t \in (2,33, \infty) \Rightarrow H_0 \text{ wird abgelehnt.}$$

$t$  Teststatistik

$n$  Anzahl der betrachteten Monatsrenditen

$\bar{X}$  Mittelwert der errechneten Monatsrenditen

$\mu_0$  Vergleichsrendite

$\alpha$  Signifikanzniveau

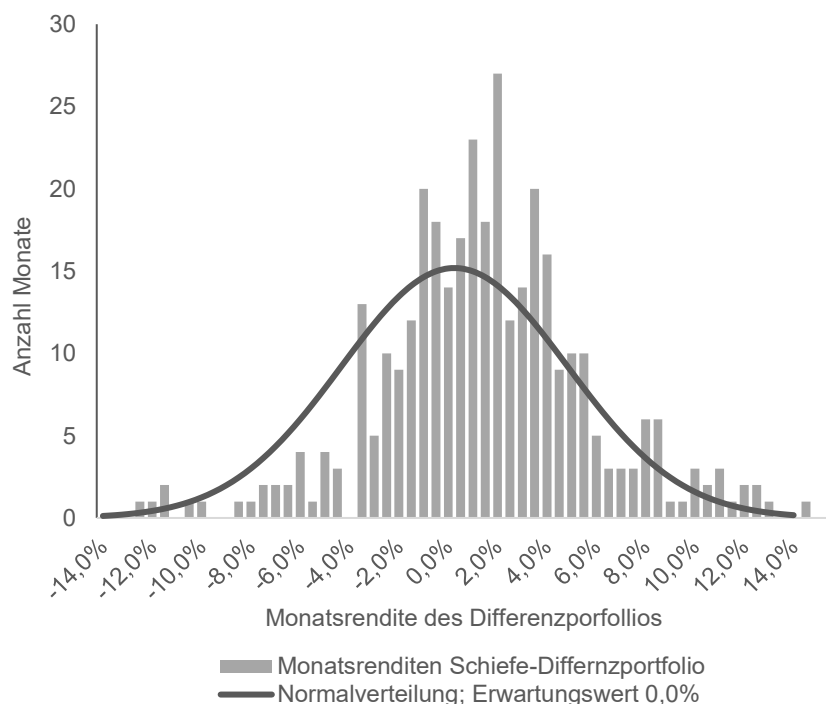


Abbildung 22: Histogramm zu den Monatsrenditen des Schiefe-Differenzportfolios

Quelle: eigene Darstellung

<sup>19</sup> Rendite des Differenzportfolios = Ø Rendite der Portfolien 1 & 2 – Ø Rendite der Portfolien 9 & 10

Die Beständigkeit des festgestellten Schiefeffektes über den Betrachtungszeitraum lässt sich im Besonderen aus Abbildung 23 ablesen. Durch die Darstellung der kumulierten Monatsrenditen ist hierin der Renditeverlauf der simulierten Handelsstrategie unter Ausschluss von reinvestierten Gewinnen respektive Verlusten innerhalb des Analysezeitraumes ersichtlich. Während zu Beginn des Analysezeitraumes ein mäßig positiver Trend zu vermerken ist, verstärkt sich dieser in den Folgejahren und tritt über die beiden letzten Jahrzehnte mit hoher Konstanz in Erscheinung.

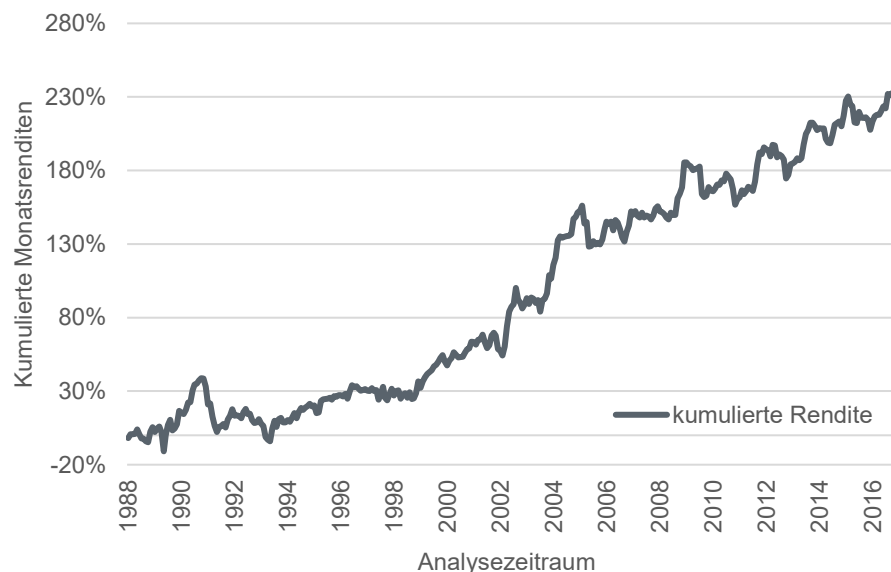


Abbildung 23: Kumulierte Renditen der Schiefe-Strategie ohne Reinvestitionen

Quelle: eigene Darstellung

Wie aus obenstehender Beschreibung der gewählten Methodik zu entnehmen ist, resultieren die angeführten Ergebnisse aus der Anwendung einer monatlichen Umschichtung der Portfolios. Wird, unter Beibehaltung des einmonatigen Berechnungszeitraumes für die Steuergröße, die hypothetische Haltedauer von einem Monat auf einen längeren Zeitraum ausgedehnt, ist der Schiefeffekt nur mehr beschränkt feststellbar. Die Abbildungen 25 und 26 zeigen die Renditeverläufe, die aus der Simulation der gegenständlichen Handelsstrategie unter Anwendung einer Haltedauer von 3 bzw. 5 Monaten bei nicht gegebener Reinvestition der Gewinne resultieren. Die vergleichende Betrachtung zeigt deutlich die mit zunehmender Haltedauer einhergehende Abnahme des Schiefeffektes. Lässt sich unter Anwendung einer 3-monatigen Halteperiode ein entsprechender Zusammenhang nur mehr im Zeitraum ab dem Jahr 2008 ablesen, so ist bei einer Haltedauer von 5 Monaten schließlich über den gesamten Analysezeitraum kein Zusammenhang mehr feststellbar. Diese Beobachtungen könnten mitunter auf Kompensationsbewegungen hindeuten, die gemäß dem *mean reversion effect* mit hohen positiven wie auch negativen Renditeausschlägen einhergehen und innerhalb des einmonatigen Haltezeitraumes weitgehend abgeschlossen sind.

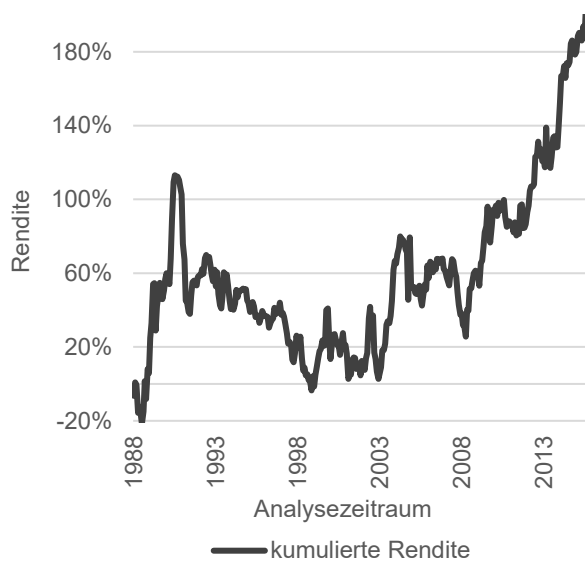


Abbildung 24: Schiefe-Strategie; 3 Monate Haltedauer  
Quelle: eigene Darstellung

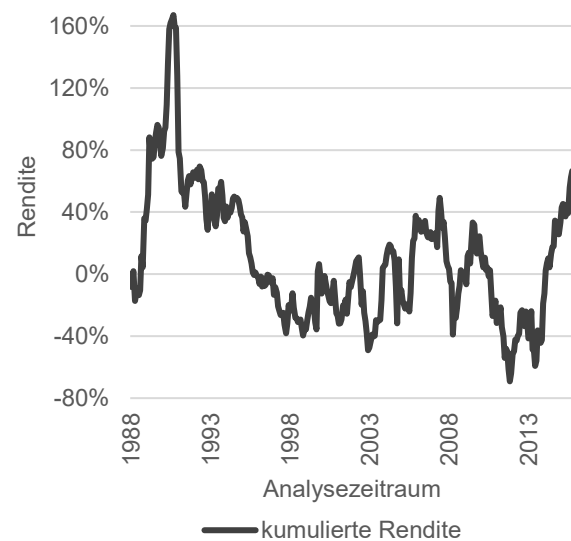


Abbildung 25: Schiefe-Strategie; 5 Monate Haltedauer  
Quelle: eigene Darstellung

## 5.6. Erklärungsansätze für die empirischen Ergebnisse

Im Sinne einer Interpretation der Untersuchungsergebnisse unter vollständiger Berücksichtigung der Rahmenbedingungen zur durchgeführten Simulation, sollte an dieser Stelle vorerst die Frage zur potentiellen Einflussnahme des bereits genannten *survivorship bias* thematisiert werden.

### 5.6.1. Stellungnahme zum möglichen Einfluss des *survivorship bias*

Seitens des Autors wird sowohl hinsichtlich der Untersuchung des MAX- als auch des Schiefe-Effektes die Einschätzung vertreten, dass die Wahrscheinlichkeit einer maßgeblichen Verzerrung der Ergebnisse durch die Nichtbeachtung der Dead Stocks als äußerst gering zu bewerten ist. Die Begründung dafür liegt insbesondere in der Vorgangsweise für die gegenständlichen Analysen. Sowohl die Fokussierung von Differenzrenditen, als auch die jeweilige ex ante Betrachtungsweise im Zuge der Portfoliozuteilung, tragen grundsätzlich zu einer Begrenzung des *survivorship bias* bei. Darüber hinaus ist die Möglichkeit, dass ein möglicherweise existierender MAX-Effekt auf die negative MAX/Rendite-Korrelation der nicht betrachteten Dead Stocks beruht, als unwahrscheinlich zu beurteilen. Dafür spricht mitunter der Umstand, dass auch gegen Ende des Analysezeitraumes, bei abnehmendem Anteil an nicht berücksichtigten Dead Stocks, keine Tendenz eines MAX-Effektes zu beobachten ist.

Auch bezüglich der Analyse des Schiefe-Effektes stellt sich die Situation ähnlich dar. Die Hypothese, dass der festgestellte negative Zusammenhang zwischen Ex-ante-Schiefe und Folgerendite auf Grund der Nichtbetrachtung von Dead Stocks in Erscheinung tritt, würde eine signifikante Abweichung des Renditeverhaltens dieser, vom Markt verschwundenen Wertpapiere in Form eines stark positiven Zusammenhanges zwischen Schiefe und Folgerendite bedingen. Aus Sicht des Autors lässt sich keine Begründung ableiten, die entsprechende Eigenschaften der nicht berücksichtigten Dead Stocks vermuten lassen, sodass in Summe unter Beachtung der Analysemethoden seitens des Autors nicht von einer maßgebenden Verzerrung durch den *survivorship bias* ausgegangen wird.

### 5.6.2. Die Ergebnisse im Kontext der Neuen Erwartungstheorie

Die angeführten Resultate aus der empirischen Analyse legen durchaus die Vermutung nahe, dass dem festgestellten Schiefe-Effekt eine implizite Schiefepräferenz seitens der Investoren zugrunde liegt. Unter Bezugnahme auf die unter Punkt 5.3.6 auszugsweise präsentierten Erkenntnisse der Behavioral Finance ist festzuhalten, dass aus verhaltenswissenschaftlicher Sichtweise eine Präferenz für positiv schief verteilte Wertpapierrenditen entsprechend der erwähnten menschlichen Absicherungsneigung möglicherweise in erster Linie auf eine angestrebten Vermeidung von hohen Verlusten zurückzuführen ist. Konkret steht dieser, mit einer ausgeprägten Risikoaversion in Verbindung stehende, Erklärungsansatz im Einklang mit den beiden ebenfalls unter Punkt 5.3.6 behandelten Aspekten der *prospect theory*. Dabei spricht der Umstand einer verzerrten subjektiven Wahrscheinlichkeitswahrnehmung zunächst sowohl für die Plausibilität des MAX- wie auch des Schiefe-Effektes. Darüber hinaus trägt die These einer ungleichen subjektiven Bewertung von Verlusten bzw. Gewinnen in erster Linie zu einer verhaltenswissenschaftlichen Erklärung des Schiefe-Effektes bei.

Die mögliche These, dass die festgestellte Schiefepräferenz primär durch Meidung von Aktien mit hohen historischen Verlusten getrieben ist, findet durch die in Tabelle 6 ersichtlichen Ergebnisse insoweit Unterstützung, als die durchschnittliche Rendite der Aktien mit den geringsten historischen Schiefe-Werten (Portfolio 1) in allen drei betrachteten Zeiträumen wesentlich über den Vergleichsrenditen der restlichen Portfolios liegt. Mit 1,41% fällt die monatliche Durchschnittsrendite des Portfolios 1 über den gesamten Analysezeitraum in etwa doppelt so hoch aus wie jene des Portfolios 2 (+0,73%). Die Differenzen zwischen den restlichen Portfolios fallen wesentlich geringer aus. Bezüglich des Portfolios, das aus den Aktien mit den höchsten historischen Schiefe-Werten besteht, ist anzumerken, dass sich lediglich in einem der drei betrachteten Teilabschnitten (2000-2009) die durchschnittliche Rendite in Form einer erheblichen Unterperformance von den restlichen Portfolios abhebt. Die Aggregation der Renditen über den gesamten Betrachtungszeitraum zeigt zusammengefasst auf, dass der

Schiefe-Effekt sich beinahe ausschließlich durch die Abweichungen der Portfolios 1 und 10 begründet.

Es sind somit sowohl für den MAX- als auch für den Schiefe-Effekt mögliche verhaltenswissenschaftliche Erklärungsansätze aus der *prospect theory* abzuleiten, wobei sich dabei durchaus die Existenz einer Schiefepräferenz bei gleichzeitig nicht feststellbarem MAX-Effekt erklären lässt. Festzuhalten bleibt jedoch, dass im gegenständlichen Kontext eine womöglich im Vordergrund stehende Verlustvermeidung keinesfalls im Widerspruch zur mehrheitlich für den MAX-Effekt als ursächlich propagierten Lotterieneigung steht, sondern vielmehr beide zugrundeliegenden Verhaltensmuster tendenziell gleichgerichtete Handelsentscheidungen nach sich ziehen.

### 5.6.3. Die Schiefepräferenz und der *mean reversion effect*

Mit dem Verweis auf die Ausführungen unter Punkt 5.3.9 bezüglich der von Gorman et al. (2017) publizierten Ergebnisse sind des Weiteren die Überlegungen in Bezug auf den *mean reversion effect* in die Diskussion zu den Ursachen für den Schiefe-Effekt einzubinden. Die unmittelbar zuvor statuierten, verhaltensorientierten Rückschlüsse bauen grundsätzlich auf der These auf, dass es vorerst zu einer Fehlbewertung auf Grund der Ausprägung der Ex-ante-Schiefe bzw. als Reaktion auf ein Extremereignis kommt. Der MAX- bzw. Schiefe-Effekt tritt während der Phase des nachgelagerten Abbaus dieser Fehlbewertung hervor. Demgemäß lassen sich die gegenständlichen Anomalien als indirekte Folgeerscheinungen eines MAX-Ereignisses oder einer hohen Ex-ante-Schiefe deklarieren. Der *mean reversion effect* hebt sich als möglicher alternativer Erklärungsansatz insoweit davon ab, als ihr zufolge die Fehlbewertung in Form einer Überreaktion der Marktteilnehmer bereits durch das Extremereignis selbst gegeben ist.

Wie bereits angemerkt, lassen die durchgeführten Untersuchungen zum Schiefe-Effekt durchaus Tendenzen einer *mean reversion* erkennen. Insbesondere der stark rückläufige Renditeerfolg der simulierten Handelsstrategie im Zuge einer Ausdehnung der angewandten Halteperiode spricht für das mögliche Vorliegen von Korrekturbewegungen als Folge von Überreaktionen des Marktes. Während auf Grund des begrenzten Umfangs der vorliegenden Arbeit vorerst weitere Analysen hinsichtlich des Zusammenhanges zwischen dem *mean reversion effect* und der Schiefe-Anomalie unterbleiben, können die angeführten Erkenntnisse jedoch durchaus als Anregung für die weitere Hinterfragung dieser Beziehung verstanden werden. Somit bleibt, in Anlehnung an die Ausführungen von Gorman et al., seitens des Autors in dieser Hinsicht abschließend anzumerken, dass der *mean reversion effect* potentiell einen ergänzenden Beitrag zur Erklärung der festgestellten Schiefe-/Rendite-Korrelation liefern kann, es diesen Zusammenhang jedoch noch im Detail zu untersuchen gilt.

#### 5.6.4. Schlussfolgerungen aus der empirischen Analyse im Überblick

Abseits allenfalls verbleibender Vorbehalte, die auf einer eventuellen Einflussnahme des *survivorship bias* beruhen, lässt sich zusammenfassend festhalten, dass der MAX-Effekt am österreichischen Aktienmarkt unter Anwendung der analog zu BCW gewählten Vorgangsweise nicht zu beobachten ist, wohingegen ein deutlicher Zusammenhang zwischen Ex-ante-Schiefe und Folgerenditen österreichischer Aktien festgestellt werden kann. Dieses Ergebnis unterstreicht insbesondere die in Kapitel 5.3.4 argumentierte Forderung nach einer Differenzierung zwischen einer Lotterieneigung einerseits und der Schiefepräferenz andererseits. Somit erscheinen auch bei nicht vorhandenem MAX-Effekt die Ergebnisse hinsichtlich der Überperformance von Wertpapieren mit unterdurchschnittlicher Ex-ante Schiefe mit den entsprechenden Aussagen der wissenschaftlichen Literatur als konsistent. Ungeachtet der statuierten Forderung nach einer Unterscheidung zwischen MAX- und Schiefe-Effekt, führen sowohl eine etwaige Lotterieneigung als auch eine potenzielle Schiefepräferenz dazu, dass Anleger ihr Portfolio tendenziell weniger stark diversifizieren und somit eine, aus der erhöhten Nachfrage nach entsprechend favorisierten Wertpapieren resultierende, geringere Rendite in Kauf nehmen.



## 6. Zusammenfassung

Abschließend wird eine rückblickende Zusammenfassung der wesentlichen Inhalte dieser Arbeit präsentiert sowie zu den in der Einleitung hervorgehobenen Forschungsfragen final Stellung genommen.

### ■ Wissenschaftliche Rahmenbedingungen

Seit Bachelier zu Beginn des 20. Jahrhunderts das Random Walk-Modell zur Beschreibung von Aktienpreisentwicklungen zur Diskussion stellte, existiert das Bestreben der Finanzwissenschaft, Renditeverteilungen durch stochastische Prozesse zu beschreiben. Als Hilfsmittel dienen finanzwissenschaftliche Modelle, die durch eine Abstraktion vom komplexen Marktgeschehen die Quantifizierung finanzwirtschaftlicher Größen ermöglichen. In etwa zur Mitte des letzten Jahrhunderts wurde die durch Bachelier geschaffene Basis im Besonderen durch die Portfoliotheorie nach Markowitz entscheidend erweitert und damit das Fundament der modernen Finanzmarkttheorie geschaffen. Bis in die Gegenwart hinein entwickelt sich die finanzwissenschaftliche Lehre beständig fort. Die Prämissen der Grundmodelle werden im Zuge der evolutionären Entwicklung dabei größtenteils weitervererbt. Nicht zuletzt die empirische Evidenz unzähliger Finanzmarktanomalien zeigt jedoch die Unvollkommenheit der modernen Finanzmarktlehre auf, sodass seit den letzten Jahrzehnten auch alternative Ansätze, wie jener der Behavioral Finance verstärkten Zuspruch finden.

### ■ Schiefe und Kurtosis im Kontext der modernen Finanzmarkttheorie

Die Thematik höherer Momente von Aktienrenditeverteilungen steht in unmittelbarem Zusammenhang mit der Kritik an der, eng mit der Random Walk-Hypothese verknüpften, Prämisse normalverteilter Wertpapierrenditen, die ihrerseits eine zentrale Grundvoraussetzung für die Validität verschiedener neoklassischer Kapitalmarktmodelle verkörpert. Nicht zuletzt der Umstand, dass die moderne Finanzmarktlehre durch die isolierte Betrachtung der Standardabweichung zur Quantifizierung des Risikos eine Größe heranzieht, die untrennbar mit der Normalverteilung in Verbindung steht, zeigt den breiten Einflussbereich dieser vielfach impliziten Modellvoraussetzung. Mit den Parametern der Schiefe und Kurtosis wurden schließlich jene Verteilungsmomente in den Fokus der Arbeit gerückt, deren empirische Untersuchung seit Jahrzehnten die kritische Hinterfragung etablierter Modelle befeuert. So zeigt die in der wissenschaftlichen Literatur dokumentierte Empirie das überwiegende Vorherrschen von Renditeverteilungen mit stark ausgeprägten Ausläufern auf. Die durchgeführte Untersuchung des österreichischen Aktienmarktes bestätigt die Existenz von leptokurtischen Renditeverteilungen für die an der Wiener Börse gelisteten Aktien. Darüber hinaus zeigt die Untersuchung sowohl eine generelle Abweichung zur hypothetischen Symmetrie von Renditeverteilungen als auch stark differierende Werte für die Schiefe unter den einzelnen Aktientiteln auf.

## ■ Kurtosis im Kontext des institutionellen Risikomanagements

Um die bereichsübergreifende Relevanz der mit leptokurtischen Verteilungen einhergehenden Fat Tails realer Renditeverteilungen zu verdeutlichen, wurde zunächst die Rolle der Verteilungseigenschaften im Kontext des unternehmensbezogenen Risikomanagements thematisiert. Vor allem die für Finanzinstitute zuständigen Regulierungsbehörden begegnen der in ihren Fokus gerückten Häufung von Krisensituationen durch die verpflichtende Durchführung von unternehmens- und sektorspezifischen Stresstests. Zudem ist die zunehmende Anerkennung der Leptokurtosis etwa durch den, in dieser Arbeit beispielhaft angeführten, Wechsel vom Value at Risk auf den Expected Shortfall als Instrument zur Quantifizierung von Marktrisiken erkennbar. Während Vertreter der finanzwissenschaftlichen Forschung bestrebt sind, empirische Erkenntnisse zu höheren Momenten der Renditeverteilungen in modifizierte Erklärungsmodelle einfließen zu lassen, indem bspw. Paretoverteilungs- oder Mischverteilungsmodelle zum Einsatz kommen, fußen praxisrelevante Entscheidungsmodelle sowohl im Bereich des Risikomanagements als auch im Kontext der Portfoliooptimierung weiterhin auf grundsätzlichen Kernthesen der neoklassischen Finanzmarkttheorie. Etwa besteht die Erweiterung des CAPM zum 3- bzw. 4-Momente-CAPM in der Hinzunahme der Schiefe bzw. Kurtosis als Entscheidungsparameter bei gleichzeitiger Übernahme sonstiger wesentlicher Modellgrundsätze, wie etwa dem Separationstheorem.

## ■ Die fraktale Finanzmathematik und ein alternatives Risikoverständnis

Als Alternative zur allgemein dominierenden, schrittweisen Modifizierung neoklassischer Kapitalmarktmodelle fordern wenige Vertreter der fraktalen Finanzmathematik dagegen ein von Grund auf neu durchdachtes Risikoverständnis, das die Hinterfragung von neoklassischen Basisannahmen wie der Random Walk-Hypothese einschließt. Während entsprechende Extremereignisse aus Sichtweise der modernen Finanzmarkttheorie als Irregularitäten einzustufen sind, sollten hingegen auch derartige Geschehnisse vom Erklärungspotenzial eines zu entwickelnden fraktalen Finanzmarktmodelles umfasst sein. Als Begründer der fraktalen Finanzmathematik verweist Mandelbrot/Hudson (2009) einerseits darauf, dass aus den von ihm entworfenen fraktalen Modellen zwar bereits wertvolle Schlüsse bezüglich eines neuen Risikoverständnisses gezogen werden können, betont jedoch gleichsam, dass es noch ausgiebigen Forschungsarbeiten bedarf, bis abgeschlossene Modelle praxistaugliche Entscheidungshilfen in Bereichen wie etwa der Portfoliooptimierung bereit stellen können.

## ■ Der MAX- und Schiefe-Effekt am österreichischen Aktienmarkt

Der neben der Kurtosis ebenso im Mittelpunkt stehende Schiefeparameter erfährt im zweiten Teil der Arbeit im Besonderen durch die Adressierung entsprechender Investorenpräferenzen Behandlung. Im Konkreten wurde mit der Untersuchung von Bali/Cakici/Whitelaw (2011) zum MAX-Effekt eine Arbeit als Referenzstudie für die Durchführung einer entsprechenden Analy-

se des österreichischen Aktienmarktes herangezogen, die allgemein mit der Schiefe von Renditeverteilungen in Verbindung gebracht, und überwiegend auf die Lotterieneigung privater Investoren zurückgeführt wird. Die Ergebnisse der durchgeführten Analysen wiesen zwar keine Hinweise auf das Bestehen der MAX-Anomalie am österreichischen Aktienmarkt auf, sehr wohl konnte jedoch unter Verwendung der Ex-ante-Schiefe als Bezugsgröße ein, ansonsten analog zum MAX-Effekt spezifizierter, Schiefe-Effekt festgestellt werden. Dieser resultiert wiederum größtenteils aus einer signifikant überdurchschnittlichen Rendite von Aktien mit niedriger Ex-ante-Schiefe. Damit stehen die erzielten Ergebnisse mit der anerkannten These im Einklang, dass Investoren Anlagetitel mit positiver Schiefe präferieren und bereit sind, eine geringere Rendite dieser Wertpapiere sowie ein weniger stark diversifiziertes Portfolio in Kauf zu nehmen.

### ■ Investorenpräferenzen und Ursachen für den MAX- bzw. Schiefe-Effekt

Die Nachweisbarkeit des Schiefe-Effektes bei gleichsam nicht gegebenem MAX-Effekt stellt die teilweise in der Literatur vorzufindende Gleichstellung von Lotterie- und Schiefepräferenz zur Diskussion. Unter der Voraussetzung einer angestrebten Analyse von Schiefepräferenzen wird seitens des Autors der erweiterte Erklärungsgehalt hervorgehoben, der, ausgehend von der MAX-Analyse, in Folge der Verwendung des dritten Verteilungsmomentes anstelle des MAX-Indikators resultiert. Während BCW im Zuge ihrer Untersuchungen zur Detektion von *lottery-like stocks* lediglich positive Maximalabweichungen fokussieren und darauf aufbauend die Lotterieneigung von Investoren als ausschlaggebenden Faktor für den MAX-Effekt statuieren, lässt die Verwendung der Schiefe als Steuerparameter weitere Hypothesen hinsichtlich des Verhaltens von Finanzmarktteilnehmern zu. Etwa stützen die Analyseergebnisse die These, dass die ausgeprägte Verlustaversion privater Investoren eine maßgebliche Rolle für den festgestellten Schiefe-Effekt spielt. Die diesbezüglich in der vorliegenden Arbeit festgehaltenen Erklärungsansätze stehen dabei insoweit im Einklang mit der *prospect theory* nach Kahneman/Tversky, als sie auf ein überproportionales Verlustempfinden sowie auf die verzerrte subjektive Wahrnehmung von Wahrscheinlichkeiten Bezug nehmen. Darüber hinaus bleibt anzumerken, dass ein Erklärungsansatz mit impliziter Reduktion der Ursächlichkeit auf lediglich einen Faktor entsprechend zu kurz greift. Etwa ist in Anlehnung an die Ausführungen von Gorman et al. (2017) jedenfalls [der Effekt der Mittelwertrückkehr](#) als zusätzliche Erklärungsquelle für den MAX- bzw. Schiefe-Effekt in Betracht zu ziehen. Wesentliche Untersuchungsergebnisse deuten auf den Einfluss von entsprechenden Korrekturbewegungen in Folge von Überreaktionen hin. Seitens des Autors wird diesbezüglich die Anregung zu weiteren Analysen hinsichtlich eines entsprechenden Zusammenhanges geäußert.

## ■ Finale Stellungnahme zu den Forschungshypothesen

Im Rahmen der zentralen Fragestellung zum Nutzen bzw. der Notwendigkeit einer Einbindung des dritten und vierten Verteilungsmomentes, sind die in der Einleitung formulierten Forschungshypothesen gemäß der im Rahmen dieser Arbeit ausgearbeiteten Sachverhalte wie folgt zu beantworten:

- ☐ Die Renditeverteilungen an realen Aktienmärkten weisen tendenziell eine leptokurtische Gestalt auf und differieren stark hinsichtlich der durch die Schiefe repräsentierten Asymmetrie.
- ☐ In Übereinstimmung mit den Theorien aus der Behavioral Finance lassen die Analysen von Kurszeitreihen auf potenziell vorhandene Investorenpräferenzen hinsichtlich höherer Verteilungsmomente schließen.

Die angeführten Ergebnisse zeigen somit die gegebene Relevanz einer verstärkten Einbindung empirisch feststellbarer Verteilungseigenschaften im Zuge der Konzeption entsprechender Erklärungs- und Entscheidungsmodelle auf. Insbesondere die mit einer hohen Leptokurtosis in Verbindung stehenden Extremereignisse legen dabei ein durch Mandelbrot/Hudson (2009) gefordertes Überdenken des Risikoverständnisses nahe. Auf Grund der Tatsache, dass ein angedachtes fraktales Finanzmarktmodell aktuell jedoch nicht in der Lage ist, anwendungsorientierte Entscheidungshilfen bereitzustellen, ist die notwendige Berücksichtigung von höheren Verteilungsmomenten im Wege der Erweiterung etablierter Modelle vorerst nicht in Frage zu stellen. Dennoch bleibt seitens des Autors abschließend auf den ergänzenden Beitrag hinzuweisen, den eine parallele Weiterentwicklung des fraktalen Finanzmarktkonzeptes hinsichtlich der Einschätzung von Finanzmarktrisiken möglicherweise mit sich bringen könnte.

## Literaturverzeichnis

Akgiray, V., Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts, in: The Journal of Business, Vol. 62, 1989, 55-80.

Albuquerque, R. A., Skewness in Stock Returns: Reconciling the Evidence on Firm versus Aggregate Returns, 2010, online, 09.06.2018, <https://ssrn.com/abstract=1622343>.

An, L./Wang, H./Wang, J./Yu, J., Lottery-Related Anomalies: The Role of Reference-Dependent Preferences, Federal Reserve Bank of Dallas, Globalization and Monetary Policy Institute, Working Paper No. 259, 2015, online, 14.06.2018, <http://www.dallasfed.org/assets/documents/institute/wpapers/2015/0259.pdf>.

Anderson, R. M./Eom, K. S./Hahn, S. B./Park, J. H., Autocorrelation and partial price adjustment, in: Journal of Empirical Finance, Vol. 24, 2013, 78-93.

Ang, A./Hodrick, R. J./Xing, Y./Zhang, X., The Cross-Section of Volatility and Expected Returns, in: The Journal of Finance, Vol. 61, 2006, 259-299.

Arditti, F. D., Risk and the Required Return on Equity, in: The Journal of Finance, Vol. 22, 1967, 19-36.

Atzner, P./Delbaen, F./Eber, J.-M./Heatz, D., Coherent Measure of Risk, in: Mathematical Finance, Vol. 9, 1999, 203-228.

Avramov, D./Chordia, T./Goyal, A., Liquidity and Autocorrelations in Individual Stock Returns, in: The Journal of Finance, Vol. 61, 2006, 2365-2394.

Bachelier, L., The Theory of Speculation, englische Übersetzung durch May, D., 2001, online, 09.06.2018, <http://www.radio.goldseek.com/bachelier-thesis-theory-of-speculation-en.pdf>, Original: Annales scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure, Ser. 3, Bd. 17, 1900, S. 21-86.

Baker, M./Bradley, B./Taliaferro, R., The Low Beta Anomaly: A Decomposition into Micro and Macro Effects, in: Financial Analysts Journal (forthcoming), 2013, online, 16.06.2018, <https://dash.harvard.edu/handle/1/11130436>.

Baker, M./Bradley, B./Wurgler, J., Benchmarks as Limits to Arbitrage: Understanding the Low-Volatility Anomaly, in: Financial Analysts Journal, Vol. 67, 2011, 40-54.

Bali, T. G./Brown, S. J./Murray, S./Tang, Y., Betting against Beta or Demand for Lottery, New York University, Working Paper, 2015, online, 16.06.2018, <https://pdfs.semanticscholar.org/9681/126202af736575d826e9136ef1452004be43.pdf>.

Bali, T. G./Cakici, N./Whitelaw, R. F., Mxing out: Stocks as lotteries and the cross-section of expected returns, in: Journal of Financial Economics, Vol. 99, 2011, 427-446.

Barber, B. M./Odean, T., All That Glitters: The Effect of Attention and News on the Buying Behavior of Individual and Institutional Investors, in: The Review of Financial Studies, Vol. 21, 2008, 785-818.

Basel Committee on Banking Supervision, Minimum capital requirements for market risk, 2016, online, 08.06.2018, <https://www.bis.org/bcbs/publ/d352.pdf>.

Bedoui, R./BenMarouk, H., CAPM with various utility functions: Theoretical developments and application to international data, in: Cogent Economics and Finance, Vol. 5, 2017, No. 1343230, online, 14.06.2018, <https://doi.org/10.1080/23322039.2017.1343230>.

Bernhard, S., Wie viel Risiko darf es sein?, Hamburg, 2011.

Black, F., Capital Markets Equilibrium with Restricted Borrowing, in: The Journal of Business, Vol. 45, 1972, 444-455.

Black, F./Jensen, M. C./Scholes, M., The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests, in: Jensen, M. C. (Hrsg.), Studies in the Theory of Capital Markets, New York, 1972, 79-121.

Black, F./Scholes, M., The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: Journal of Political Economy, Vol. 81, 1973, 637-654.

Bollerslev, T., Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, in: Journal of Econometrics, Vol. 31, 1986, 307-327.

Bollerslev, T./Chou, R. Y./Kroner, K. F., ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence, in: Journal of Econometrics, Vol. 52, 1992, 5-59.

Boyer, B. H./Vorkink, K., Stock Options as Lotteries, in: The Journal of Finance, Vol. 69, 2014, 1485-1527.

Boyer, B./Mitton, T./Vorkink, K., Expected Idiosyncratic Skewness, in: Review of Financial Studies, Vol. 23, 169-202.

Brechtmann, M., Adäquate Modellierung von Finanzzeitreihen und Parameterschätzung in Modellen mit autoregressiver bedingter Heteroskedastie, München, 1998.

Breusch, T. S./Pagan, A. R., A Simple Test for Heterscedasticity and Random Coefficient Variation, in: Econometrica, Vol. 47, 1979, 1289-1294.

Brinkmann, F. H., Asset Allokationsentscheidungen auf Basis höherer Momente und impliziter Informationen, Universität Göttingen, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, Dissertation, 2014, online, 16.06.2018, <https://d-nb.info/1047706954/34>.

Brown, K. C./Harlow, W. V./Starks, L. T., Of Tournaments: An Analysis of Managerial Incentives in the Mutual Fund Industry, in: The Journal of Finance, Vol. 51, 1996, 85-110.

Buttler, M./Papenbrock, J., Die  $\alpha$ -stabile Welt – Steigende Anforderungen an das Risikomanagement, in: FB-News der Verlagsgruppe Handelsblatt GmbH, 05/2007, 2-5, online, 09.06.2018, [https://www.risknet.de/uploads/tx\\_bxlibrary/1211459656\\_Buttler-FBNL\\_0507-Final.pdf](https://www.risknet.de/uploads/tx_bxlibrary/1211459656_Buttler-FBNL_0507-Final.pdf).

Carhart, M. M., On Persistence in Mutual Fund Performance, in: The Journal of Finance, Vol. 52, 1997, 57-82.

Chiambaretto, P./Dumez, H., The role of bundling in firms' marketing strategies: a synthesis, 2012, online, 14.06.2018, [https://www.researchgate.net/publication/312474223\\_The\\_Role\\_of\\_Bundling\\_in\\_Firms%27\\_Marketing\\_Strategies\\_A\\_Synthesis](https://www.researchgate.net/publication/312474223_The_Role_of_Bundling_in_Firms%27_Marketing_Strategies_A_Synthesis).

Clark, P. K., A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices, in: Econometrica, Vol. 41, 1973, 135-155.

Conrad, J./Dittmar, R. F./Ghysels, E., Ex Ante Skewness and Expected Stock Returns, in: The Journal of Finance, Vol. 68, 2013, 85-124.

De Bondt, W. F. M./Thaler, R., Does the Stock Market Overreact?, in: The Journal of Finance, Vol. 40, 1985, 793-805.

Deutsche Bundesbank, Monatsbericht Oktober 2004, Frankfurt.

Dill, A., Die Adaptive Fraktale Markthypothese – Fraktale Strukturen und evolutionäre Prozesse auf modernen Aktienmärkten, Universität Duisburg-Essen, Dissertation, 2016, online, 13.06.2018, <https://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-42384/DissDill.pdf>.

Dittmar, R. F., Nonlinear Pricing Kernels, Kurtosis Preference, and Evidence from the Cross Section of Equity Returns, in: The Journal of Finance, Vol. 57, 2002, 369-403.

Dorn, A. J./Dorn, D./Sengmueller, P., Trading as Gambling, in: Management Science, Vol. 6, 2015, 2376-2393.

Dresig, T., Handelbarkeit von Risiken – Erfolgsfaktoren von Verbriefungen und derivativen Finanzinstrumenten, Wiesbaden, 2000.

Eberlein E./Keller, U., Hyperbolic Distributions in Finance, in: Bernoulli, Vol. 1, 1995, 281-299.

Egan, W. J., The Distribution of S&P 500 Index Returns, 2007, online, 12.06.2018, <https://ssrn.com/abstract=955639>.

Engelbrecht, M., Asset Allocation im Private Banking, Lohmar, 2013.

Engle, R. F., Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation, in: Econometrica, Vol 50, 1982, 987-1008.

Epstein, L. G., Decreasing Risk Aversion and Mean-Variance Analysis, in: Econometrica, Vol. 53, 1985, 945-961.

Fama, E. F., The Behavior of Stock-Market Prices, in: Journal of Business, Vol. 38, 1965, 34-105.

Fama, E. F., Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, in: The Journal of Finance, Vol. 25, 1970, 383-417.

Fama, E. F., Foundations of Finance – Portfolio decisions and securities prices, New York, 1976.

Fama, E. F./French, K. R., The Cross-Section of Expected Stock Returns, in: The Journal of Finance, Vol. 47, 1992, 427-465.

Fama, E. F./French, K. R., Common risk factors in the returns and bonds, in: Journal of Financial Economics, Vol. 33, 1993, 3-56.

Fama, E. F./French, K. R., A five-factor asset pricing model, in: Journal of Financial Economics, Vol. 116, 2015, 1-22.

Foata, D./Fuchs, A., Wahrscheinlichkeitsrechnung, Wien, 1999.

Fong, W.M., The Lottery Mindset: Investors Gambling and the Stock Market, New York, 2014.

Fouque, J-P./Papanicolaou, G./Sircar, R., Mean-Reverting Stochastic Volatility, in: International Journal of Theoretical and Applied Finance, Vol. 3, 2000, 101-142.

Frazzini, A./Pedersen, L. H., Betting against beta, in: Journal of Financial Economics, Vol. 111, 1-25.



Friend, R./Westerfield, I., Co-Skewness and Capital Asset Pricing, in: The Journal of Finance, Vol. 35, 1980, 897-913.

Gao, X./Lin, T. C., Do Individual Investors Treat Trading as a Fun and Exciting Gambling Activity? Evidence from Repeated Natural Experiments, in: Review of Financial Studies, Vol. 28, 2015, 2128-66.

Garret, T. A./Sobel, R. S., Gamblers favor skewness, not risk: Further evidence from United States' lottery games, in: Economics Letters, Vol. 63, 1999, 85-90.

Gaunersdorfer, A./Hommes, C., A Nonlinear Structural Model for Volatility Clustering, in: Teyssiere, G./Kirman, A. P. (Hrsg.), Long Memory in Economics, Heidelberg, 2007.

Gleißner, W., Grundlagen des Risikomanagements, 3. Auflage, München, 2016.

Golec, J./Tamarkin, M., Bettors love skewness, not risk, at the horse track, in: Journal of Political Economy, Vol. 106, 1998, 205-225.

Gorman, J./Akhtar, R. B./Durand, R./Gould, J., The Max Effect Revisited, University Perth, Australia, Department of Finance and Banking, 2017, online, 16.06.2018, [http://www.fmaconferences.org/Boston/MaxEffectRevisited\\_17Jan2017\\_forFMA.pdf](http://www.fmaconferences.org/Boston/MaxEffectRevisited_17Jan2017_forFMA.pdf).

Guidolin, M./Timmermann, A., Optimal portfolio choice under regime switching, Skew and Kurtosis Preferences, The Federal Reserve Bank of St. Louis, Working Paper 2005-006A, 2005, online, 14.06.2018, <http://research.stlouisfed.org/wp/2005/2005-006.pdf>.

Guo, Z., Behavioral Finance: Die empirische Überprüfbarkeit behavioraler Modelle, Universität St. Gallen, Dissertation Nr. 2625, 2002, online, 13.06.2018, [http://verdi.unisg.ch/www/edis.nsf/wwwDisplayIdentifier/2625/\\$FILE/dis2625.pdf](http://verdi.unisg.ch/www/edis.nsf/wwwDisplayIdentifier/2625/$FILE/dis2625.pdf).

Han, B./Kumar, A., Speculative Retail Trading and Asset Prices, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 48, 2013, 344-404.

Harvey, C. R./Liechty, J. C./Liechty, M. W./Müller, P., Portfolio selection with higher Moments, in: Quantitative Finance, Vol. 10, 2010, 469-485.

Harvey, C. R./Siddique, A., Conditional Skewness in Asset Pricing Tests, in: The Journal of Finance, Vol. 55, 2000, 1263-1295.

Haugen, R. A./Heins, A. J., Risk and the Rate of Return on Financial Assets: Some Old Wine in New Bottles, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 10, 1975, 775-784.

Heidorn, T., Finanzmathematik in der Bankpraxis, 4. Auflage, Wiesbaden, 2002.

Hung, C-H., Return Predictability of Higher-Moment CAPM Market Models, in: Journal of Business Finance & Accounting, Vol. 35, 2008, 998-1022.

Jegadeesh, N./Titman, S., Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency, in: The Journal of Finance, Vol. 48, 1993, 65-91.

Jährling, G., Über Benoit B. Mandelbrot – Die Geschichte der fraktalen Geometrie, Fachhochschule für Ökonomie und Management Neuss, online, 13.06.2018, [http://gerd-jaehrling.gmxhome.de/main/mandelbrot/hausarbeit\\_mandelbrot.html](http://gerd-jaehrling.gmxhome.de/main/mandelbrot/hausarbeit_mandelbrot.html).

Jean, W. H., The Extension of Portfolio Analysis to Three or More Parameters, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 6, 1971, 505-515.

Jondeau, E./Rockinger, M., Conditional volatility, skewness, and kurtosis: existence, persistence, and comovements, in: Journal of Economic Dynamics & Control, Vol. 27, 2003, 1699-1737.

Kaplanski, G./Levy, H., Basel's value-at-risk capital requirement regulation: An efficiency analysis, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 31, 2007, 1887-1906.

Kempf, A./Ruenzi, S./Thiele, T., Employment risk, compensation incentives, and managerial risk taking: Evidence from the mutual fund industry, in: Journal of Financial Economics, Vol. 92, 2009, 92-108.

Kahneman, D./Tversky, A., Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk, in: Econometrica, Vol. 47, 1979, 263-291.

Kim, D./Kon, S. J., Alternative Models for the Conditional Heteroscedasticity of Stock Returns, in: The Journal of Business, Vol. 67, 1994, 563-598.

Kirchler, M./Huber, J., Fat tails and volatility clustering in experimental asset markets, in: Journal of Economic Dynamics and Control, Vol. 31, 2007, 1844-1874.

Kolmogorow, A. N., Über die analytischen Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, in: Mathematische Annalen, Vol. 104, 1931, 415-458.

Komazec, Z., Analysen von Volatilitätssmiles für Aktien-, Index- und Währungsoptionen, Hamburg, 2009.

- Kraus, A./Litzenberger, R. H., Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets, in: The Journal of Finance, Vol. 31, 1976, 1085-1100.
- Küchler, U./Neumann, K./Sorensen, M./Streller, A., Stock returns and hyperbolic distributions, in: Mathematical and Computer Modelling, Vol. 29, 1999, 1-15.
- Kumar, A., Who Gambles in the Stock Market?, in: The Journal of Finance, Vol. 64, 2009, 1889-1933.
- Kumar, A./Page, J. K./Spalt, O. G., Religious beliefs, gambling attitudes, and financial market outcomes, in: Journal of Financial Economics, Vol. 102, 2011, 671-708.
- Lang, C., Rohstoffe und Rohstoffderivate in der Portfoliotheorie, Hamburg, 2010.
- Lewellen, J., Momentum und Autocorrelation in Stock Returns, in: The Review of Financial Studies, Vol. 15, 2002, 533-564.
- Lim, K. G., A new test of the three-moment capital asset pricing model, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 24, 1989, 205-216.
- Lin, T. C./Liu, X., Skewness, Individual Investor Preference, and the Cross-section of Stock Returns, in: Review of Finance (forthcoming), 2017, online, 14.06.2018, <https://ssrn.com/abstract=2676633>.
- Lux, T./Marchesi, M., Scaling and criticality in a stochastic multiagent model of a financial market, in: Nature, Vol. 397, 1999, 498-500.
- Lux, T./Marchesi, M., Volatility clustering in financial markets: a micro simulation of interacting agents, in: International Journal of Theoretical and Applied Finance, Vol. 3, 2000, 675-702.
- Mainzer, K., Der kreative Zufall – Wie das Neue in die Welt kommt, München, 2007.
- Mandelbrot, B. B., The Variation of Certain Speculative Prices, in: The Journal of Business, Vol. 36, 1963, 394-419.
- Mandelbrot, B. B., Fractals: form, chance, and dimension, San Francisco, 1977.
- Mandelbrot, B. B., The Fractal Geometry of Nature, New York, 1982.
- Mandelbrot, B. B./Hudson, R. L., Fraktale und Finanzen, 3. Auflage, München, 2009.
- Mandelbrot, B. B./Van Ness, J. W., Fractional Brownian Motion, fractional noises and applications, SIAM Review, Vol. 10, 1968, 422-437.

- Markowitz, H., Portfolio Selection, in: The Journal of Finance, Vol. 7, 1952, 77-91.
- Martin, G./Spurgin, R., Skewness in Asset Returns: Does it Matter?, in: Journal of Alternative Investments, Vol. 1, 1998, 66-75.
- McEnally, R. W., A Note on the Return Behavior of High Risk Common Stocks, in: The Journal of Finance, Vol. 29, 1974, 199-202.
- Merk, A., Optionsbewertung in Theorie und Praxis: Theoretische und empirische Überprüfung des Black/Scholes-Modells, Wiesbaden, 2011.
- Mestel, R., Handelsvolumen auf Aktienmärkten – Univariate Analysen und kontemporäre Rendite-Mengen-Beziehungen, Wiesbaden, 2008.
- Meyer, C., Value at Risk für Kreditinstitute – Erfassung des aggregierten Marktrisikopotentials, Wiesbaden, 1999.
- Mondello, E., Finance – Theorie und Anwendungsbeispiele, Wiesbaden, 2017.
- Motsch, A., Entscheidung bei partieller Information, Wiesbaden, 1995.
- Nartea, G. N./Wu, J./Liu, H. T., Extreme returns in emerging stock markets: Evidence of a MAX effect in South Korea, in: Applied Financial Economics, Vol. 24, 2014, 425-435.
- Nolan, J. P., Modeling financial data with stable distributions, in: Rachev, S. T. (Hrsg.), Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Amsterdam, 2003, 105-130.
- Odean, T., Do Investors Trade Too Much?, in: The American Economic Review, Vol. 89, 1999, 1279-1298.
- Officer, R. R., The Distribution of Stock Returns, in: Journal of the American Statistical Association, Vol. 67, 1972, 807-812.
- Opetz, F., Testen auf Normalverteilung: Der Jarque-Bera-Test, Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2012, online, 12.06.2018, <https://www.uni-muenster.de/Stochastik/paulsen/Abschlussarbeiten/Diplomarbeiten/Opetz.pdf>.
- Papoulis, A./Pillai, U., Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, 4. Auflage, New York, 2002.
- Peretti, C., Long Memory and Hysteresis, in: Teyssiere, G./Kirman, A. P. (Hrsg.), Long Memory in Economics, Heidelberg 2007.

Persike, M., Forschungsstatistik I, Johannes Gutenberg Universität Mainz, Fachbereich Sozialwissenschaften, Psychologisches Institut, Vortragsunterlage WS 2008, online, 09.06.2018, [http://psymet03.sowi.uni-mainz.de/download/Lehre/WS2008\\_2009/StatistikI/WS\\_VL\\_2008\\_12\\_16.pdf](http://psymet03.sowi.uni-mainz.de/download/Lehre/WS2008_2009/StatistikI/WS_VL_2008_12_16.pdf).

Petermann, T./Revermann, C./Scherz, C., Zukunftstrends im Tourismus, Berlin, 2006.

Peters, E. E., Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics, New York, 1994.

Popper, K. R., Logik der Forschung, Wien, 1935.

Praetz, P. D., The Distribution of Share Price Changes, in: The Journal of Business, Vol. 45, 1972, 49-55.

Pratt, J. W., Risk Aversion in the Small and in the Large, in: Econometrica, Vol. 32, 1964, 122-136.

Press, S. J., A Compound Events Model for Security Prices, in: The Journal of Business, Vol. 40, 1967, 317-335.

Quandt, R. E., Betting and Equilibrium, in: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 101, 1986, 201-208.

Rockafellar, R. T./Uryasev, S., Conditional value-at-risk for general loss distributions, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 26, 2002, 1443-1471.

Rau-Bredow, H., Value at Risk, Normalverteilungshypothese und Extremwertverhalten, in: Finanz Betrieb: Zeitschrift für Unternehmensfinanzierung und Finanzmanagement, Vol. 4, 2002, 603-607.

Roll, R.,  $R^2$ , in: The Journal of Finance, Vol. 43, 1988, 541-566.

Romeike, F./Hager, P., Erfolgsfaktor Risiko-Management 2.0 – Methoden, Beispiele, Checklisten – Praxishandbuch für Industrie und Handel, 2. Auflage, Wiesbaden, 2009.

Roy, A. D., Safety First and the Holding of Assets, in: Econometrica. Vol. 20, 1952, 431–449.

Rubinstein, M. E., The Fundamental Theorem of Parameter-Preference Security Valuation, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 8, 1973, 61-69.

Rydborg, T. H., Generalized Hyperbolic Diffusion Process with Applications in Finance, in: Mathematical Finance, Vol. 9, 1999, 183-201.

Schachermayer, W./Teichmann, J., How close are the option pricing formulas of Bachelier and Black-Merton-Scholes?, in: Mathematical Finance, Vol. 18, 2008, 155-170.

Schmale, S., Interpretation von Kapitalmarktreaktionen – Analysen zu Kursänderungen und Handelsvolumen, Wiesbaden, 1994.

Schmid, F./Trede, M. M., Finanzmarktstatistik, Heidelberg, 2006.

Schnelle, P., Asset Pricing bei heterogenen Erwartungen, Dissertation, Albert-Ludwigs-Universität zu Freiburg im Breisgau, 2009, online, 09.06.2018, <https://freidok.uni-freiburg.de/data/7135>.

Schröder, M., Statistische Eigenschaften von Finanzmarkt-Zeitreihen, in: Schröder, M. (Hrsg.), Finanzmarkt-Ökonometrie, 2. Auflage, Stuttgart, 2012, 1-27.

Schuppert, J., Empirische Bestimmung stochastischer Differentialgleichungssysteme für hochfrequente Aktienkursdaten, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2009, online, 09.06.2018, [https://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/physik\\_tp/theses/friedrich/diplomarbeit\\_jan\\_schuppert.pdf](https://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/physik_tp/theses/friedrich/diplomarbeit_jan_schuppert.pdf).

Scott, R. C./Horvath, P. A., On The Direction of Preference for Moments of Higher Order Than The Variance, in: The Journal of Finance, 1980, Vol. 35, 915-919.

Sears, R. S./Wei, K. C. J., The Structure of Skewness Preferences in Asset Pricing Models with Higher Moments: An Empirical Test, in: Financial Review, Vol. 23, 1988, 25-38.

Sharma, C./Banerjee, K., A Study of Correlations in the Stock Market, in: Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 432, 2015, 321-330.

Smith, D.R., Conditional coskewness and asset pricing, Journal of Empirical Finance, Vol. 14, 2007, 91–119.

Spellmann, F., Gesamtrisiko-Messung von Banken und Unternehmen, Wiesbaden, 2001.

Takahashi, H./Matsui, H./Camerer, C./Takano, H./Kodaka, F./Ideno, T./Okubo, S./Takemura, K./Arakawa, R./Eguchi, Y./Murai, T./Okubo, Y./Kato, M./Ito, H./Suhara, T., Dopamine D-1 Receptors and Nonlinear Probability Weighting in Risky Choice, in: The Journal of Neuroscience, Vol. 30, 2010, 16567-16572.

Taleb, N. N., Der schwarze Schwan, 4. Auflage, München, 2012.

Teichmoeller, J., A Note on the Distribution of Stock Price Changes, in: Journal of the American Statistical Association, Vol. 66, 1971, 282-284.

Tetlock, P. C., All the News That's Fit to Reprint: Do Investors React to Stale Information?, in: The Review of Financial Studies, Vol. 24, 2011, 1481-1512.

Varian, H. R., Grundzüge der Mikroökonomik, 9. Auflage, Göttingen, 2016.

Varotto, S., Stress testing credit risk: The Great Depression scenario, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 36, 2012, 3133-3149.

Vendrame, V./Tucker, J./Guermat, C., Some extensions of the CAPM for individual assets, in: International Review of Financial Analysis, Vol. 44, 2016, 78-85.

Walkshäusl, C., The max effect: European evidence, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 42, 2014, 1-10.

Weber, F., Modellrisiko bei Value-at-Risk-Schätzungen: eine empirische Untersuchung für den schweizerischen Aktien- und Optionenmarkt, Universität Freiburg, Dissertation, 2001, online, 09.06.2018, <https://doc.rero.ch/record/2765/files/WeberF.pdf>.

Weber, M./Wuestemann, J., Bedeutung des Börsenkurses im Rahmen der Unternehmensbewertung, Universität Mannheim, Sonderforschungsbereich 504, Working Paper Nr. 04-25, Juli 2004.

Winterhaller, D., Value at Risk – Grundlagen, Anwendungen der Risikoanalysemodelle auf ein Aktien-Portfolio sowie deren kritische Würdigung und Lösungsansätze zur Optimierung, Hamburg, 2003.

Wipperfurth, R. F., Utility Implications of Portfolio Selection and Performance Appraisal Models, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 6, 1971, 913-924.

Zacks, L. (Hrsg.), The Handbook of Equity Market Anomalies, New Jersey, 2011.

Zhang, Y., Individual Skewness and the Cross-Section of Average Stock Returns, Yale University, Working Paper, 2005, online, 15.06.2018, [http://www.ibrarian.net/havon/paper/Individual\\_Skewness\\_and\\_the\\_Cross\\_Section\\_of\\_Aver.pdf?paperid=3409656](http://www.ibrarian.net/havon/paper/Individual_Skewness_and_the_Cross_Section_of_Aver.pdf?paperid=3409656)

Zhong, A./Gray, P., The max effect: An exploration of risk and mispricing explanations, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 65, 2016, 76-90.