

# 基于改进粒子群置信规则库参数训练算法

杨 慧, 吴沛泽<sup>+</sup>, 倪继良

(中国民航大学 计算机科学与技术学院, 天津 300300)

**摘 要:** 针对置信规则库中参数训练的求解问题, 传统的粒子群优化算法易早熟收敛, 陷入局部最优解, 为更好地平衡算法的种群搜索和局部搜索能力, 提出一种逐步减小惯性权重的粒子群优化算法, 将其应用到置信规则库参数训练中。通过航材承修商的评估实例检验该算法的有效性, 改进的粒子群算法收敛速度更快, 精度更高; 参数训练后的置信规则库的输出与专家评分拟合度相比未经过参数训练的置信规则库有明显提高。实验结果表明, 改进粒子群算法可用于置信规则库参数训练。

**关键词:** 粒子群算法; 置信规则库; 参数训练; 惯性权重; 搜索能力

**中图分类号:** TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-7024 (2017) 02-0400-05

**doi:** 10.16208/j.issn1000-7024.2017.02.023

## Belief rule base parameter training approach based on improved particle swarm optimization

YANG Hui, WU Pei-ze<sup>+</sup>, NI Ji-liang

(School of Computer Science and Technology, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

**Abstract:** For solving the problem of training parameters in the belief rule base, the premature convergence of traditional PSO causes falling into local optimal solution easily. To better balance the global search and local search capability of the algorithm, a gradual decrease inertia weight particle swarm optimization algorithm and its application were proposed in the rule base parameter training. The effectiveness of the algorithm was tested by evaluating examples of aircraft parts maintenance supplier. The improved particle swarm algorithm converges faster, more accurate, and output and expert ratings fitting degree of confidence of the rule base after training parameters are better than that before training. Experimental results show that the improved PSO algorithm proposed can be used in the belief rule base parameter training.

**Key words:** particle swarm optimization; belief rule base; parameters training; inertia weight; search capability

## 0 引 言

在 D-S 理论、决策理论和 IF-THEN 规则库的基础上, Yang 等提出了基于证据推理算法的置信规则库推理方法 (belief rule-base inference methodology using the evidential reasoning approach, RIMER), 该方法能有效综合利用带有不完整或不精确的信息, 为解决复杂决策问题建模提供一种新思路<sup>[1]</sup>。目前以 RIMER 构建的置信规则库 (belief rule base, BRB) 系统已经在装备寿命评估<sup>[2]</sup>、故障诊断<sup>[3]</sup>等工程领域获得实际应用。

置信规则库系统的推理性能主要依靠前提属性、置信度和规则权重等参数的取值, 一般根据专家知识人为地给这些参数设定初值。人为给定的初始参数在遇到复杂的决策问题时, 置信规则库推理的准确性将得到无法保证。为解决此问题, Jiang 等<sup>[4]</sup>建立基于 matlab 中 FMINCON 函数对置信规则库系统进行参数训练的优化模型, 并给出求解方式, 以达到提高置信规则库系统的推理准确性的目的。此优化模型在置信规则比较多时, 会遇到收敛速率较慢的问题, 算法效率有待提高。常瑞等<sup>[5]</sup>提出的基于最速下降法和牛顿二分法的参数训练方法, 虽然其收敛效率有

收稿日期: 2016-01-11; 修订日期: 2016-02-26

基金项目: 国家自然科学基金与中国民航联合基金项目 (61179063); 国家自然科学基金项目 (61301245)

作者简介: 杨慧 (1957-), 女, 天津人, 博士, 教授, 研究方向为智能数据处理; <sup>+</sup>通讯作者: 吴沛泽 (1989-), 男, 广西梧州人, 硕士研究生, 研究方向为智能数据处理; 倪继良 (1966-), 男, 北京人, 硕士, 研究方向为飞机发动机故障诊断。

E-mail: wupeize1989@163.com

一定提升, 但该方法只针对置信度和规则权重两个参数进行训练, 训练后置信规则的结果集的置信度分布是随机的, 出现不符合合理的置信规则。Zhou 等<sup>[6]</sup>提出的基于期望极大似然估计法的在线参数训练算法, 但其有效性是建立在假设的概率分布上的, 训练效果一般。

为了进一步提高置信规则库系统的推理能力, 本文在传统的粒子群算法的基础上, 提出一种基于改进的粒子群置信规则库参数优化训练算法。该算法的实质是在传统的粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 算法基础上探寻最优问题, 但传统的粒子群算法容易在局部最优解附近“震荡”, 从而产生不能跳出局部最优解的陷阱、求解精度低和收敛速度较慢的问题。对此, 本文采取逐步减小惯性权重, 从而改变粒子寻优速率的方法, 达到提高粒子群算法最优解的收敛速率和精度的目的。在航材承修商评估实例中, 对于改进的粒子群算法是否能够避免传统粒子群算法的早熟收敛问题进行了验证, 对比经过本文提出的置信规则库参数训练方法与未经过参数训练的输出值与专家评分的拟合度。

## 1 RIMER 方法与参数训练

### 1.1 置信规则库的表示

RIMER 模型中的置信规则库作为专家系统的核心组成部分, 其以分布式结构出现。假设在置信规则库中一共有  $M$  个前提属性,  $x = [x_1, x_2, \dots, x_M]$  为系统的输入, 其中第  $i$  个前提属性用  $x_i (i = 1, 2, \dots, M)$  表示, 则一个置信规则库中的第  $k$  条规则形式如下

$$R_k: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^k \wedge x_2 \text{ is } A_2^k \wedge \dots \wedge x_M \text{ is } A_M^k$$

$$\text{Then } \{(D_1, \beta_{1,k}), (D_2, \beta_{2,k}), \dots, (D_N, \beta_{N,k})\} \quad (1)$$

并且有规则权重  $\theta_k$ 。第  $k$  条规则的权重用  $\theta_k (k = 1, 2, \dots, L)$  来表示, 体现了这条规则在置信规则库中的重要程度;  $\beta_{j,k} (j = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, L)$  表示在第  $k$  条规则里输出结果集的第  $j$  个评价结果  $D_j$  的置信度, 式 (1) 中更详细的参数定义请参见文献 [7]。

### 1.2 置信规则库的推理机制

置信规则库的推理通过对置信规则利用证据推理算法进行合成, 并计算置信度从而得到最终输出。首先计算规则的激活权重, 然后通过证据推理算法合成激活规则。

置信规则库中第  $k$  条置信规则的激活权重  $\omega_k$  通过如下公式计算

$$\omega_k = \frac{\theta_k \prod_{i=1}^M (\alpha_i^k)^{\bar{\delta}_i}}{\sum_{l=1}^L \theta_l \prod_{i=1}^M (\alpha_i^l)^{\bar{\delta}_i}} \quad (2)$$

其中,  $\theta_k (k = 1, 2, \dots, L)$  为第  $k$  条置信规则的相对权重,  $\bar{\delta}_i$  表示第  $k$  条置信规则中第  $i$  个前提条件属性的权重,  $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, M)$  为第  $k$  条置信规则中第  $i$  个输入  $x_i$  相对参考值

$A_i^k$  的匹配程度。当  $\alpha_i^k = 0$  时,  $\omega_k = 0$ , 此时第  $k$  条置信规则未被激活。置信规则库的输入形式决定了  $\alpha_i^k$  的计算方式。当输入信息不完全时, 规则结果集的各等级置信度需要进行校正, 公式如下所示

$$\bar{\beta}_{i,k} = \frac{\beta_{i,k} \sum_{i=1}^M (\tau(i,k) \sum_{k=1}^L \alpha_i^k)}{\sum_{i=1}^M \tau(i,k)} \quad (3)$$

$$\tau(i,k) = \begin{cases} 1, & U_i \in R_k (k = 1, 2, \dots, L) \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $U_i$  表示第  $k$  条置信规则的第  $i$  个前提条件属性。根据推理算法将结果集的置信度  $\bar{\beta}_{j,k} (j = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, L)$  表示为基本概率质量, 即

$$m_{j,k} = \omega_k \bar{\beta}_{j,k} \quad (5)$$

$$m_{D,k} = 1 - \omega_k \sum_{j=1}^N \bar{\beta}_{j,k} \quad (6)$$

$$\bar{m}_{D,k} = 1 - \omega_k \quad (7)$$

$$\bar{m}_{D,k} = \omega_k (1 - \sum_{j=1}^N \bar{\beta}_{j,k}) \quad (8)$$

使用证据推理的解析公式对全部激活规则进行合成, 公式如下所示

$$m_j = \mu \left[ \prod_{k=1}^L (m_{j,k} + \bar{m}_{D,k} + \tilde{m}_{D,k}) - \prod_{k=1}^L (\bar{m}_{D,k} + \tilde{m}_{D,k}) \right], j = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

$$\tilde{m}_D = \mu \left[ \prod_{k=1}^L (\bar{m}_{D,k} + \tilde{m}_{D,k}) - \prod_{k=1}^L (\bar{m}_{D,k}) \right] \quad (10)$$

$$\bar{m}_D = \mu \left[ \prod_{k=1}^L (\bar{m}_{D,k}) \right] \quad (11)$$

$$\mu = \left[ \sum_{j=1}^N \prod_{k=1}^L (m_{j,k} + \bar{m}_{D,k} + \tilde{m}_{D,k}) - (N-1) \prod_{k=1}^L (\bar{m}_{D,k} + \tilde{m}_{D,k}) \right]^{-1} \quad (12)$$

最后可以得到各个评价结果的置信度

$$\beta_j = \frac{m_j}{1 - m_D}, j = 1, 2, \dots, N \quad (13)$$

$$\beta_D = \frac{\tilde{m}_D}{1 - m_D} \quad (14)$$

在式 (13)、式 (14) 中  $\beta_j$  表示相对于评价结果  $D_j$  的置信度,  $\beta_D$  表示没有设置给任意评价结果  $D_j$  的置信度。

### 1.3 置信规则库的参数优化

置信规则库系统的推理准确性受前提属性权重、置信度和规则权重等参数的影响, 这些参数的初始值一般是由专家依据历史信息 and 先验知识人为设置, 当置信规则库系统较为庞大时, 参数通过人为设定的方式就难以保证其准确性。Yang 等提出对置信规则库系统进行参数训练优化, 训练模型的基本思想是利用实际系统的输入和输出值矫正置信规则库系统的初始参数, 从而提高其推理性能。参数

训练模型如图 1 所示。

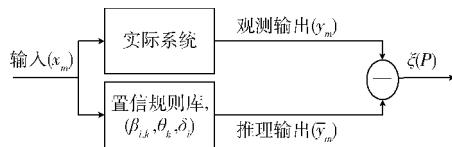


图 1 置信规则库参数训练模型

在置信规则库参数训练优化模型中目标函数使用如下表达式定义

$$\min\{\xi(P)\}, \text{ 使得满足 } A(P) = 0, B(P) \geq 0$$

其中,  $\xi(P)$  表示目标函数,  $P$  表示包含  $(\beta_{i,k}, \theta_k, \delta_i)$  的参数向量,  $A(P)$  表示等式约束条件,  $B(P)$  表示不等式约束条件。当输入为  $x_m$  时, 通过目标函数比较专家输出值  $y_m$  与置信规则库系统的推理输出值  $\bar{y}_m$  之间的差,  $\xi(P)$  越逼近于 0 时, 表明置信规则库系统的推理精确度越高, 可以用平均绝对误差表示目标函数

$$\xi(P) = (1/M) \sum_{m=1}^M |y_m - \bar{y}_m| \quad (15)$$

在置信规则库参数训练中, 设置参数约束条件如下

(1) 每一条置信规则中的任何一个评价结果上的置信度都大于等于 0 且小于等于 1, 即

$$0 \leq \beta_{i,k} \leq 1; (i = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, L) \quad (16)$$

(2) 假如第  $k$  条置信规则的结果集是完整的, 则该条规则的结果集置信度总和等于 1; 否则置信度总和小于 1, 即

$$\sum_{i=1}^M \beta_{i,k} \leq 1; (i = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, L) \quad (17)$$

(3) 规则权重归一化后应在 0 至 1 之间, 即

$$0 \leq \theta_k \leq 1; (k = 1, 2, \dots, L) \quad (18)$$

(4) 前提条件属性权重归一化后应在 0 至 1 之间, 即

$$0 \leq \delta_k \leq 1; (k = 1, 2, \dots, M) \quad (19)$$

## 2 改进的粒子群置信规则库参数训练方法

### 2.1 粒子群算法

粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO)<sup>[8]</sup> 首先随机地对粒子种群的位置和速度赋予初值, 粒子的适应度值通过对应的适应度函数计算得到, 并将当前适应度保存, 其值的大小表示粒子位置的好坏, 最后通过不断迭代探寻最优解。

假设在一个  $D$  维的搜索求解域中, 用  $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$  表示由  $N$  个粒子构成的粒子种群, 用一个  $D$  维的向量  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})^T$  表示其中的第  $i$  个粒子, 第  $i$  个粒子的位置代表在  $D$  维搜索求解域的一个潜在解。适应度值通过每个粒子位置代入对应的目标函数即可计算得到。 $V_i = (V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{iD})^T$  为粒子的速度, 粒子个体最优解表示为  $P_i = (P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{iD})^T$ , 粒子群的最优位置为  $P_g = (P_{g1}, P_{g2}, \dots, P_{gD})^T$ , 参数定义请参见文献 [9]。

在每次迭代过程中, 粒子通过根据式 (20)、式 (21) 进行自身的迭代操作, 即

$$V_{id}^{k+1} = \omega V_{id}^k + c_1 r_1 (P_{id}^k - X_{id}^k) + c_2 r_2 (P_{gd}^k - X_{id}^k) \quad (20)$$

$$X_{id}^{k+1} = X_{id}^k + V_{id}^{k+1} \quad (21)$$

其中,  $\omega$  为惯性权重;  $d = 1, 2, \dots, D$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $k$  为当前迭代次数;  $V_{id}$  为粒子的速度;  $c_1$  和  $c_2$  是大于或等于 0 的常数, 通常称为加速因子, 一般取值  $c_1 = c_2 = 2$ ;  $r_1$  和  $r_2$  是分布于  $[0, 1]$  区间的随机函数<sup>[10]</sup>。

### 2.2 改进的粒子群参数训练方法

传统粒子群算法在搜索求解域时, 如果某个粒子搜索到一个目前的局部最优解, 其它粒子会被其吸引过来, 粒子群将不会在求解域中再搜索, 粒子种群掉入局部最优解的陷阱中而无法跳出。惯性权重  $\omega$  表现为粒子的速度变化快慢的能力。当惯性权重值设置得较大时, 粒子群全局搜索获得较快的速度; 而惯性权重值设置得较小时, 则粒子群局部搜索获得较快的速度, 为了更好兼顾算法的粒子群局部和全局搜索的速度, 本文提出一种改进的粒子群算法: 在寻找最优解的迭代过程中, 速度变化式 (20) 中的惯性权重  $\omega$  随着迭代次数减小。即

$$\omega_k = \frac{\omega_{start}}{1 + e^{\frac{k}{T_{max}}}} \quad (22)$$

其中,  $k$  为当前迭代次数;  $\omega_{start}$  为初始惯性权重, 设置为 0.9;  $T_{max}$  为最大迭代次数。在迭代探寻最优解的开始阶段设置较大的惯性权重使算粒子群得到了较快的全局搜索速度, 从而粒子的位置更快地接近最优位置。随着迭代次数的增加, 惯性权重逐渐缩小, 在迭代后期较小的惯性权重有利于算法进行更细致地进行局部搜索, 使粒子群更易寻找到最优解。改进的粒子群优化算法流程如图 2 所示。

步骤 1 初始化粒子群。设定粒子的初始位置和速度, 在约束条件式 (16) ~ 式 (19) 内对粒子的速度随机地赋予初值, 粒子的个体包含初始置信规则库的训练参数。

步骤 2 粒子适应度值的计算。每个粒子的适应度值通过输入值代入目标函数依次计算。

步骤 3 搜索种群和个体粒子最优解。若个体粒子最优解  $P_{best}$  的适应度值大于当前某一粒子的适应度值, 则用当前粒子的位置替换原来的粒子最优解  $P_{best}$ ; 否则不作任何更改。若整个种群目前的最优解  $G_{best}$  的适应度值大于粒子的适应度值, 则用目前粒子的位置替换原来的种群最优解  $G_{best}$ ; 否则不作任何更改。

步骤 4 根据式 (22) 调整惯性权重  $\omega$ 。

步骤 5 更新粒子位置和速度。根据等式 (20)、式 (21) 代入数据计算得到粒子的新位置和速度。

步骤 6 若当前种群最优解满足收敛精度或者达到迭代次数的最大值, 则最优解为当前种群最优解  $G_{best}$ , 算法结束; 否则返回步骤 2。

进一步分析改进的粒子群参数训练算法的有效性, 以

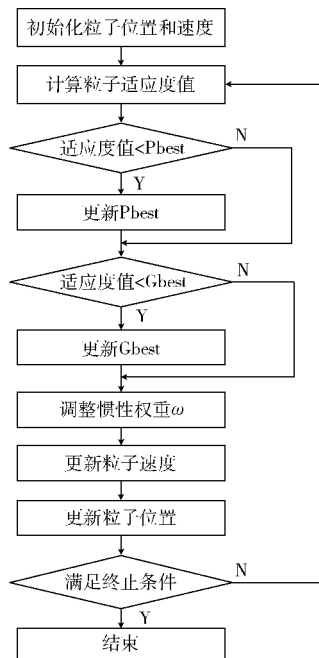


图 2 改进的粒子群优化算法流程

传统的粒子群参数训练算法作为比较对象, 适应度值在训练过程中的变化曲线如图 3 所示, 从图中可知, 传统的粒子群参数训练算法收敛速度较慢, 在第 252 步才接近收敛, 收敛精度为 0.0603。而改进的粒子群参数训练算法的收敛速度明显快于传统的粒子群参数训练算法, 在第 231 次迭代时收敛精度就达到了 0.0359。从而说明改进的粒子群参数训练算法收敛速度更快, 解决了易陷入局部最优解的问题, 求解精度明显提高, 能更有效地优化置信规则库的参数。

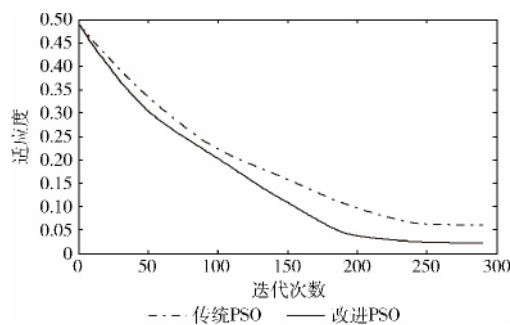


图 3 传统粒子群算法与改进的粒子群算法参数训练曲线对比

### 3 实验分析

对本文提出的改进的粒子群参数训练优化算法应用于航材承修商评估中。通过专家给出航材承修商评价指标体系, 采用“基本情况 (X1)”、“成本 (X2)”、“质量 (X3)”、“周期 (X4)”、“服务 (X5)”等 5 个因素作为置信

规则库的前提属性, 承修商的综合评价等级 (D) 作为结果。对航材承修商评价等级分为优 (L5)、良 (L4)、中 (L3)、合格 (L2)、差 (L1) 这 5 个等级。前提属性和结果的候选值, 见表 1。

表 1 前提属性和结果候选值

级别	L1	L2	L3	L4	L5
值	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0

根据前提条件属性的候选值可建立由 125 条置信规则组成的初始置信规则库, 见表 2。

表 2 初始置信规则库

规则编号	规则权重	前提属性	规则结论
1	1	X3 is L5 and X2 is L5	D is { (L5, 1) }
2	1	X3 is L5 and X2 is L4	D is { (L5, 0.5), (L4, 0.5) }
.....	.....	.....	.....
125	1	X3 is L5 and X2 is L2	D is { (L5, 0.1), (L4, 0.4), (L3, 0.4), (L2, 0.1) }

利用其余的 5 组测试数据检验初始置信规则库的推理性能, 期望值为专家评分, 输出值与实际专家打分的结果拟合情况如图 4 所示。

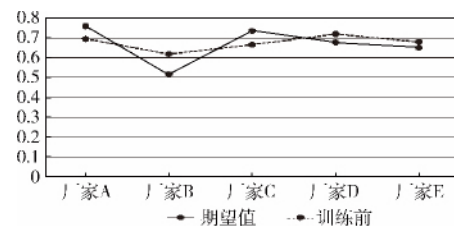


图 4 初始置信规则库输出值与专家评估的结果对比

从图 4 中可知, 初始置信规则库的推理能够大致拟合专家给出的评定结果, 但是效果不是很好, 误差较大, 需要对置信规则库进行参数训练。本文从专家提供的 25 组厂家数据中选取 20 组作为训练数据, 其余 5 组作为测试数据。使用改进的粒子群算法对置信规则库进行参数训练, 粒子群个数为 20, 最大迭代次数为 300。

训练后的置信规则库见表 3。

利用 5 组测试数据检验初始置信规则库的推理性能, 输出值与实际专家打分的结果对比如图 5 所示。

经过本文方法训练后的置信规则库输出值的平均绝对误差为 0.016, 初始的置信规则库输出值的平均绝对误差为 0.060, 训练后的置信规则库推理准确性有明显的提高, 从而说明经过改进的粒子群参数训练算法对置信规则库的优化是成功的。

表 3 参数训练后的置信规则库

规则编号	规则权重	前提属性	规则结论
1	0.956	X3 is L5 and X2 is L5	D is { (L5, 0.978), (L4, 0.022) }
2	0.689	X3 is L5 and X2 is L4	D is { (L5, 0.455), (L4, 0.425), (L3, 0.020) }
.....	.....	.....	.....
125	0.463	X3 is L5 and X2 is L2	D is { (L5, 0.080), (L4, 0.385), (L3, 0.415), (L2, 0.120) }

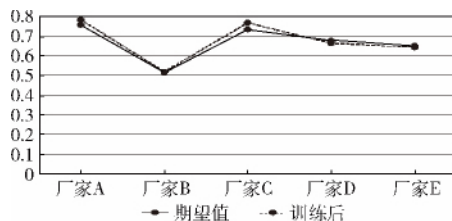


图 5 训练后置信规则库输出值与专家评估的结果对比

#### 4 结束语

本文对传统的粒子群算法的惯性权重设置进行了改进, 经过改进后的粒子群算法相对于传统的粒子群算法不但收敛速度加快, 而且收敛精度明显提高, 解决了粒子群算法易陷入“早熟收敛”的问题。将其应用到置信规则库的参数训练中, 置信规则库经过改进的粒子群算法进行参数优化后能够准确的拟合专家评价, 保证了评价结果的准确性、便捷性。分析和仿真结果表明, 改进的粒子群算法结构简单、收敛速度快、精度高, 具有很强的全局搜索能力, 对置信规则库参数优化是可行有效的。置信规则库系统参数设置非常关键, 下一步的研究目标是充分利用专家知识, 进一步优化算法效率, 适应更多的不同种类的输入信息, 完善对置信规则库的参数训练实验研究。

#### 参考文献:

- [1] Yang JB, Wang YM, Xu DL, et al. Belief rule-based methodology for mapping consumer preferences and setting product targets [J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39 (39): 4749-4759.
- [2] LIU Jiajun, HU Changhua, et al, ZHOU Zhijie, et al. Life assessment approach of equipment based on belief-rule-base and evidential reasoning [J]. Control Theory & Applications, 2015,

32 (2): 231-238 (in Chinese). [刘佳俊, 胡昌华, 周志杰, 等. 基于证据推理和置信规则库的装备寿命评估 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32 (2): 231-238.]

- [3] ZHANG Wei, SHI Changpu, HU Changhua, et al. Fault diagnosis of engine based on RIMER expert system [J]. System Simulation Technology, 2011, 7 (1): 11-15 (in Chinese). [张伟, 石菡蒲, 胡昌华, 等. 基于置信规则库专家系统的发动机故障诊断 [J]. 系统仿真技术, 2011, 7 (1): 11-15.]
- [4] Jiang J, Li X, Zhou ZJ, et al. Weapon system capability assessment under uncertainty based on the evidential reasoning approach [J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38 (11): 13773-13784.
- [5] CHANG Rui, BAI Yangsen, MENG Qingtao. Research on the optimization problem of belief rule based expert system [J]. Journal of North China University of Water Resources and Electric Power (Natural Science Edition), 2015, 36 (4): 72-78 (in Chinese). [常瑞, 白杨森, 孟庆涛. 置信规则库专家系统学习优化问题的研究 [J]. 华北水利水电大学学报: 自然科学版, 2015, 36 (4): 72-78.]
- [6] Zhou ZJ, Hu CH, Xu D L, et al. Bayesian reasoning approach based recursive algorithm for online updating belief rule based expert system of pipeline leak detection [J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38 (4): 3937-3943.
- [7] ZHOU Zhijie, YANG Jianbo, HU Changhua, et al. Confidence rule base expert systems and complex system modeling [M]. Beijing: Science Press, 2011 (in Chinese). [周志杰, 杨剑波, 胡昌华, 等. 置信规则库专家系统与复杂系统建模 [M]. 北京: 科学出版社, 2011.]
- [8] Subasi A. Classification of EMG signals using PSO optimized SVM for diagnosis of neuromuscular disorders [J]. Computers in Biology & Medicine, 2013, 43 (5): 576-586.
- [9] DING Zhiping. Quasi-Newton method particle swarm optimization algorithm for solving scheduling problem [J]. Application Research of Computers, 2012, 29 (1): 140-141 (in Chinese). [丁知平. 拟牛顿粒子群优化算法求解调度问题 [J]. 计算机应用研究, 2012, 29 (1): 140-141.]
- [10] FENG Jinzhi, CHEN Xing, ZHENG Songlin. Improved MOPSO algorithm and its application [J]. Application Research of Computers, 2014, 31 (3): 675-678 (in Chinese). [冯金芝, 陈兴, 郑松林. 一种改进的多目标粒子群优化算法及其应用 [J]. 计算机应用研究, 2014, 31 (3): 675-678.]