文章编号:1002-5634(2011)01-0154-04

基于优化步长和梯度法的置信规则库参数学习方法

常 瑞,张 速

(华北水利水电学院,河南 郑州 450011)

摘 要:置信规则库是传统规则库的推广.置信规则库中的参数由专家根据经验人为给定,削弱了置信规则库系统的仿真能力,因此,基于优化步长和梯度法设计了一种新的算法以实现规则库参数的自学习能力.采用该算法对一个已经建立的置信规则库参数进行了训练,训练结果表明新的算法具有收敛速度快、精度高等优点.

关键词:置信规则库;学习模型;非线性规划;梯度法;优化步长

在传统产生式规则的基础上,Yang等提出了置信规则[1].接着基于证据推理方法的置信规则库推理方法(RIMER)[1]被提出.在推理过程中用到的置信规则库的参数如规则权重、输入变量权重、置信度等都可以由专家根据经验人为给定.人为因素的主观性不能客观、精确地给定这些参数,削弱了RIMER方法模拟实际系统的能力,为此Yang等提出了置信规则库的自学习模型[2].大型置信规则库学习模型是一个带有线性约束的复杂非线性优化问题,传统的求解方法如近似线性方法、Zoutendijk可行方向法、Wolfe既约梯度法等[3],求解训练模型有一定的困难和局限性.另外,Yang等在文献[2]中利用MATLAB中的FMICON函数求解训练模型,给出了参数训练结果,但是算法训练结果的收敛精度不够理想,并且利用MATLAB语言对训练大型置信规则库编程比较繁琐,可移植性差.

笔者根据优化步长和梯度法[4]设计出了一种新的简单算法.该方法首先利用梯度法搜索出下降方向,接着根据非线性规划中的线性约束条件找到最大步长,然后找到使目标函数值最小的优化步长.

1 置信规则库

传统产生式规则库中的第k条规则形式为:

$$R_k:\ \text{IF}\ A_1^k \wedge A_2^k \wedge \cdots \wedge A_{T_k}^k\ \text{THEN}\ D_k, \qquad (1)$$

式中:A_i^k为第k条规则中第i个输入变量的语言值;T_k为输入变量数;D_k为结论.

Yang等提出的置信规则形式为

$$R_k:\ \text{IF}\ A_1^k \wedge A_2^k \wedge \cdots \wedge A_{T_k}^k\ \ \text{THEN}$$
$$\{(D_1,\bar{\beta}_{1k})(D_2,\bar{\beta}_{2k}),\cdots,(D_N,\bar{\beta}_{Nk})\},\ (\sum_{i=1}^{N}\bar{\beta}_{ik}\leqslant 1), \qquad (2)$$

规则权重为θ_k,输入变量权重为

$$\delta_{k1},\delta_{k2},\cdots,\delta_{kT_k},\ k\in\{1,\cdots,L\},$$

式中:$\bar{\beta}_{ik}$为D_i的置信度,$i\in\{1,\cdots,N\}$;L为规则数.

根据建立的置信规则库和输入的信息,通过证据推理方法[5]可以推理出语言值$D_1,\cdots,D_N$的最终置信度,即$Y=\{(D_j,\beta_j)\}$.

2 学习训练模型

Yang等提出的置信规则库的学习模型见文献[2].训练数据由M个输入—输出数据对$(\hat{x}_m,\hat{y}_m)$ $(m=1,\cdots,M)$组成.

2.1 学习过程

2.1.1 正向推理阶段

本阶段中,根据输入数据和初始置信规则库系统推理产生仿真输出y_m,并以分布式的形式表示如下,其中其语言值和观测输出的语言值相同.

$$y_m=\{(D_j,\beta_j(m)),j=1,\cdots,N\}.$$

收稿日期:2010-12-20
作者简介:常 瑞(1981—),女,河南开封人,助教,硕士,主要从事多目标优化与决策、人工智能与专家系统方面的研究.

2.1.2　反向学习阶段

对于第 m 对训练数据,若 y_m 和 $\hat{y}_m$ 间的误差在可允许的范围之内,学习结束;否则要进行再学习,将误差反向传入系统,训练参数减小误差. 由于观测结果和仿真结果的特殊结构,减小 y_m 和 $\hat{y}_m$ 间的误差就等价于减小对应于 2 变量同一语言值的置信度即 $\hat{\beta}_j(m)$ 和 $\beta_j(m)$ 间的误差.

为了应用 RIMER 方法进行推理,需要将训练对中的输出 $\hat{y}_m$ 转换为置信结构的形式,根据文献[5]中的转换方法,可以得到

$$\hat{y}_m = \{(D_j,\hat{\beta}_j(m)),j=1,\cdots,N\}, \tag{3}$$

式中:D_j 为规则结论中的语言值;$\hat{\beta}_j(m)$ 为对应的置信度.

因此,学习模型的目标函数定义为:

$$\min_p \xi_j(\boldsymbol{p}),\ j=1,\cdots,N, \tag{4}$$

$$\xi_j(\boldsymbol{p}) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}(\beta_j(m)-\hat{\beta}_j(m))^2,\ j=1,\cdots,N,$$

式中:$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}(\beta_{ik},\theta_k)$ 为训练参数向量;N 为结论的语言值数;假设 $\delta_{k1},\delta_{k2},\cdots,\delta_{kT_k}$ 均为 1.

2.2　学习模型的约束条件

①置信度不得大于 1 或小于 0

$$0\leqslant\beta_{jk}\leqslant 1,\ j=1,\cdots,N;k=1,\cdots,L, \tag{5}$$

式中 L 表示置信规则库中的规则数目.

②结果中所有置信度的和等于 1

$$\sum_{j=1}^{N}\beta_{jk}=1,k=1,\cdots,L. \tag{6}$$

③规则权重标准化之后应在 0 和 1 之间

$$0\leqslant\theta_k\leqslant 1,k=1,\cdots,L. \tag{7}$$

由式(5)—(7)可以看出,置信规则库训练模型是一个多目标非线性优化问题,有$(N\times L+L)$个训练参数,$(N\times L+2L)$个约束条件,

3　学习训练算法

该算法的计算步骤为:

步骤 1　给定初始点 p^0,令 $t=0$. 利用线性加权和法把训练模型的多目标函数转化为单目标函数:

$$\xi(\boldsymbol{p}) = \sum_{j=1}^{N}\omega_j\xi_j(\boldsymbol{p}),$$

式中 $\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\cdots,\omega_N)$ 为权重向量.

步骤 2　根据等式约束条件(6)对非线性规划问题降维,令

$$\beta_{Nk}=1-\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk},k=1,\cdots,L,$$

经过降维之后训练参数和优化条件分别减少了 L 个和 $2L$ 个.

步骤 3　求取低维空间的梯度向量,利用低维空间的不等式约束条件求优化变量对应的最大步长. 每一个低维空间优化变量在初始点处 p^t 的导数记为 $\nabla\xi(p^t)$,其中

$$\nabla\xi(\boldsymbol{p}) = (\frac{\partial\xi}{\partial\beta_{11}},\cdots,\frac{\partial\xi}{\partial\beta_{(N-1)1}};\frac{\partial\xi}{\partial\beta_{21}},\cdots,\frac{\partial\xi}{\partial\beta_{2(N-1)}};\cdots;$$
$$\frac{\partial\xi}{\partial\beta_{L1}},\cdots,\frac{\partial\xi}{\partial\beta_{L(N-1)}};\frac{\partial\xi}{\partial\theta_1},\cdots,\frac{\partial\xi}{\partial\theta_L}).$$

设步长向量为

$$\boldsymbol{\lambda}=(\lambda_{11},\cdots,\lambda_{(N-1)1};\lambda_{12},\cdots,\lambda_{(N-1)2};\cdots,$$
$$\lambda_{1L},\cdots,\lambda_{(N-1)L};\lambda_1,\cdots,\lambda_L),$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}=1\times 10^{-6}.$$

a. 若$\nabla\xi(p_i^t)>0$,根据梯度法有

$$p_i^{t+1}=p_i^t-\lambda_i\nabla\xi(p_i^t),$$

由式(5)可知 $p_i^{t+1}\geqslant 0$,则 $\lambda_i^{\max}=\dfrac{p_i^t}{\nabla\xi(p_i^t)}$.

b. 若 $\nabla\xi(p_i^t)=0$,该点的优化计算便会停滞不前得不到优化点,为了避免这种情况的发生,为导数加一个小的摄动,设此 $\nabla\xi(p_i^t)=\varepsilon$,那么

$$\lambda_i^{\max}=\frac{p_i^t}{\nabla\xi(p_i^t)}.$$

c. 若 $\nabla\xi(p_i^t)<0$,根据梯度法有

$$p_i^{t+1}=p_i^t-\lambda_i\nabla\xi(p_i^t),$$

由式(5)知 $p_i^{t+1}\leqslant 1$,则 $\lambda_i^{\max}=\dfrac{p_i^t-1}{\nabla\xi(p_i^t)}$.

步骤 4　通过对步骤 3 中求出的低维空间变量的最大步长不断二分,来满足被降维变量的不等式约束要求. 步骤 2 中被降维掉的变量 β_{Nk} 可由 $\beta_{Nk}=1-\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk}$求取,$k=1,\cdots,L$. 由式(5)知 $0\leqslant\beta_{Nk}^{t+1}\leqslant 1$,则要求 $0\leqslant\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk}^{t+1}\leqslant 1$ 成立. 假设对最大步长经过 n 次二分之后产生的新的迭代点满足 $0\leqslant\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk}^{t+1}\leqslant 1$,则有

$$0\leqslant\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk}^t-\frac{1}{2^n}\sum_{n=1}^{N-1}\nabla\xi(\beta_{nk}^t)\lambda_{nk}^{\max}\leqslant 1.$$

a. 若 $\sum_{n=1}^{N-1}\nabla\xi(\beta_{nk}^t)\lambda_{nk}^{\max}\geqslant 0$ 且 $\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk}^t\neq 0$, 则

$$n=1+\log_2\sum_{n=1}^{N-1}\nabla\xi(\beta_{nk}^t)\lambda_{nk}^{\max}(\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk}^t)^{-1},$$

即至少要经过 n 次二分才能实现 $0\leqslant\beta_{Nk}^{t+1}\leqslant 1$.

b. 若 $\sum_{n=1}^{N-1}\nabla\xi(\beta_{nk}^t)\lambda_{nk}^{\max}\geqslant 0$ 且 $\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk}^t=0$,令

$\lambda_{nk}^{\max}=0;(n=1,\cdots,N-1,k=1,\cdots L)$.

c. 若 $\sum_{n=1}^{N-1}\nabla\xi(\beta_{nk}^{t})\lambda_{nk}^{\max}<0$ 且 $\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk}^{t}\neq 1$,则

$$n=1+\log_2\sum_{n=1}^{N-1}\nabla\xi(\beta_{nk}^{t})\lambda_{nk}^{\max}\left(\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk}^{t}-1\right)^{-1},$$

即至少要经过 n 次二分才能实现 $0\leqslant\beta_{Nk}^{t+1}\leqslant 1$.

d. 若 $\sum_{n=1}^{N-1}\nabla\xi(\beta_{nk}^{t})\lambda_{nk}^{\max}<0$ 且 $\sum_{n=1}^{N-1}\beta_{nk}^{t}=1$,令

$\lambda_{nk}^{\max}=0,n=1,\cdots,N-1;k=1,\cdots L$.

步骤5 判断步骤4中产生的迭代点能否使目标函数下降. 步骤4产生的新的迭代点设为 p_4^t,如果 $\xi(p_4^t)\leqslant\xi(p^t)$,直接转步骤6;如果 $\xi(p_4^t)>\xi(p^t)$,由于前面步骤中已经通过梯度法确定了收敛方向,那么在该方向上对原来步长不断二分就可以找到合适的步长,使得该步长下的新的迭代点 p_5^t 满足条件 $\xi(p_5^t)\leqslant\xi(p^t)$.

步骤6 为了加快收敛速度,在每次迭代中都应努力得到一个更接近于最优点的迭代点,因此在步骤5的基础上对步长再一次二分,设生成新的迭代点为 p_6^t. 若 $\xi(p_5^t)\geqslant\xi(p_6^t)$,则 $p^{t+1}=p_6^t$,否则 $p^{t+1}=p_5^t$.

步骤7 判断计算终止条件. 如果

$$|\xi(p^{t+1})-\xi(p^t)|\leqslant\varepsilon,$$

且
$$\left|\xi\left(\frac{p^{t+1}+p^t}{2}\right)-\xi(p^t)\right|\leqslant\varepsilon,$$

结束循环,得到最优点为 p^{t+1};否则令 $t=t+1$,返回步骤3. 这里采用了双重判断作为终止运算的条件,因为,可能存在初始点 p^t 和迭代点 p^{t+1} 满足条件 $|\xi(p^{t+1})-\xi(p^t)|\leqslant\varepsilon$,如图1所示. 但是这2个点中间的某些点的函数值与这2个点的函数值相差很大,这就说明 p^{t+1} 不是真正的最优点,优化过程不能终止. 因此为了原规划问题的最优解,再对2点的中点进行一次判断

$$\left|\xi\left(\frac{p^{t+1}+p^t}{2}\right)-\xi(p^t)\right|\leqslant\varepsilon,$$

以保证得到真正的最优点.

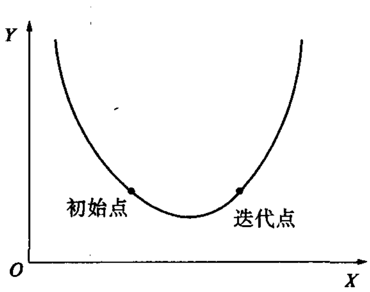

图1 演示说明图

4 应用举例

Yang 等在文献[1]中以 Hodges 提出的一个专家系统为背景建立了置信规则库,表1给出了实际观测结果和新算法训练后置信规则库系统推理输出结果间的比较. 表2给出了实际观测结果和置信规则库参数经过 MATLAB 中 FMINCON 函数训练后推理输出结果间的比较.

表1 新算法得到的仿真输出和观测输出间的对比

测试	训练后推理结果			实际观测结果		
数目	H	M	L	H	M	L
1	0.989 051	0.010 949	0.000 000	1.0	0.0	0.0
2	0.795 401	0.202 465	0.002 134	0.8	0.2	0.0
3	0.187 452	0.794 203	0.018 345	0.2	0.8	0.0
4	0.012 895	0.597 135	0.389 970	0.0	0.6	0.4
5	0.014 893	0.776 011	0.209 097	0.0	0.8	0.2
6	0.037 234	0.381 160	0.581 607	0.0	0.4	0.6
7	0.004 823	0.006 143	0.989 034	0.0	0.0	1.0
8	0.004 560	0.236 726	0.758 713	0.0	0.2	0.8

表2 FMINCON 函数得到的仿真输出和观测输出的对比

测试	训练后推理结果			实际观测结果		
数目	H	M	L	H	M	L
1	0.991 0	0.006 4	0.002 3	1.0	0.0	0.0
2	0.824 9	0.173 1	0.002 0	0.8	0.2	0.0
3	0.313 8	0.676 5	0.009 7	0.2	0.8	0.0
4	0.027 5	0.574 9	0.397 6	0.0	0.6	0.4
5	0.042 2	0.732 9	0.224 9	0.0	0.8	0.2
6	0.126 4	0.265 7	0.607 8	0.0	0.4	0.6
7	0.011 0	0.010 4	0.978 6	0.0	0.0	1.0
8	0.011 8	0.198 1	0.790 1	0.0	0.2	0.8

通过表1和表2中的数据对比可看出,与文献[2]中训练后的推理结果相比,利用新的算法对置信规则库参数训练后的推理结果收敛精度更高,更逼近实际观测结果. 这表明新算法更有效、精度更高,并且采用新的算法对置信规则库参数经过训练系统具有更好的模拟实际系统的能力.

同时新的算法还具有运算简单、速度快的优点. 新算法只需要4 min就能得到表1所给出的结果. 而文献[2]中利用 MATLAB 中的 FMINCON 函数完成训练过程需要一般数十分钟才能收敛到表2所给出的结果. 另外,利用 MATLAB 语言编程比较复杂,而新算法用 C ++ 语言编程简单,容易实现,程序也有很强的移植性.

5 结 语

基于优化步长和梯度法的规则库参数自学习方

法被提出.训练实例表明该算法具有简单、收敛精度高、速度快、可移植性好等优点.同时大规模线性约束(等式约束和含有上下限的不等式约束)的非线性规划问题也可用该方法解决.

基于该算法的软件已经设计完成,并对一些现存的专家系统置信规则库的数据进行了训练,达到了预期的设计目标.

参　考　文　献

[1] J B Yang,J Liu,J Wang,et al. A generic rule-base inference methodlogy using the evidential reasoning approach-RIMER[J]. IEEE Transactions on systems, Man, and Cybernetics-part A: Systems and Humans, 2005, 14(2): 1-20.

[2] J B Yang,J Wang,G P Liu,et al. Optimisation models for training belief rule based systems[J]. IEEE Transactions on systems,Man,and Cybernetics-part A:Systems and Humans,2005,21(4):1-28.

[3] 胡毓达.非线性规划[M].北京:高等教育出版社,1990.

[4] 甘应爱,田丰,李维铮.运筹学[M].北京:清华大学出版社,1990.

[5] J B Yang. Rule and utility based evidential reasoning approach for multiple-attribute decision analysis under uncertainty[J]. European Journal of Operational Research, 2002,32(3):289-304.

An Algorithm for Training Parameters in Belief Rule-bases Based on Gradient Methods with Optimization Step Size

CHANG Rui, ZHANG Su

(North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Zhengzhou 450011, China)

Abstract: Belief rule base is an extension of traditional rule base. The parameters in belief rule base are provided by experts subjectively, which weaken the simulation ability of the system. Based on the gradient methods with optimization step size, a new simple optimization algorithm is proposed to realize the self-learning capability of the rule base parameters. The algorithm has been applied to train parameters in an existing belief rule-base. The training results show that the new algorithm is simple, fast and effective.

Key words: belief rule-base; training model; nonlinear programming; gradient method; optimization step size

(责任编辑:蔡洪涛)