

基于双层模型的置信规则库参数与结构联合优化方法

孙建彬¹, 常雷雷², 谭跃进¹, 姜 江¹, 周志杰²

(1. 国防科技大学 系统工程学院, 长沙 410073; 2. 火箭军工程大学, 西安 710025)

摘 要 作为置信规则库优化过程的两个重要方向, 参数学习和结构学习共同影响着置信规则库的建模精度和复杂度。然而, 现有的置信规则库优化方法大多只关注参数学习或结构学习某一方面的研究, 无法有效平衡建模精度和复杂度这对相互影响的指标。为此, 本文提出了置信规则库参数与结构联合优化方法。该方法基于赤池信息准则将建模精度和复杂度两方面信息纳入统一目标, 建立置信规则库联合优化目标函数; 然后, 建立交集假设下的置信规则库双层优化模型并提出模型求解算法; 进一步拓展前提假设条件, 提出并集假设条件下的置信规则库规则激活方法和权重计算方法, 并提出并集假设下的置信规则库双层优化模型以及相应的求解算法。经过参数与结构联合优化之后, 得到置信规则库最优决策结构。文末, 引入输油管道泄漏检测案例验证所提出方法的有效性。通过与已有研究相对比, 结果表明并集假设下的置信规则库联合优化方法在提高建模精度和降低复杂度方面均具有良好表现。

关键词 置信规则库; 赤池信息准则; 联合优化; 双层模型; 并集假设

Bi-level model for belief rule base parameter and structure joint optimization

SUN Jianbin¹, CHANG Leilei², TAN Yuejin¹, JIANG Jiang¹, ZHOU Zhijie²

(1. College of Systems Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract The parameter learning and structure learning for the belief rule base (BRB) have been the two major aspects which co-affect the modeling accuracy and the modeling complexity of BRB. So far, most BRB related studies can be categorized to either one of the two aspects. In this study, a bi-level approach of BRB parameter and structure joint optimization is proposed. First, based on the characteristics of BRB, the Akaike information criterion (AIC) has been applied to deduce a single objective which can represent both the modeling accuracy and the modeling complexity of BRB. With the AIC-based objective, a bi-level model and a corresponding algorithm for BRB joint optimization are developed under the traditional conjunctive assumption. Second, a new disjunctive assumption is proposed with new rule activation and weight calculation procedures. Furthermore, the bi-level optimization model and the optimization algorithm are updated to fit the disjunctive assumption. After BRB joint optimization, the best decision structure of BRB can be derived. Finally, the pipeline leak detection case is investigated to validate the efficiency of the proposed bi-level optimization approach. In comparison with the results of previous studies as well as that of the adaptive neural fuzzy system and the support vector machine, the BRB joint optimization approach has shown superior performance in both improving the modeling accuracy and reducing the modeling complexity.

收稿日期: 2016-11-17

作者简介: 孙建彬 (1989-), 男, 黑龙江鸡西人, 博士研究生, 研究方向: 国防采办与体系工程管理, 不确定性决策分析; 通信作者: 常雷雷 (1985-), 男, 河北沧州人, 博士, 讲师, 研究方向: 装备体系设计与贡献率评估, 置信规则库建模与优化方法。

基金项目: 国家自然科学基金 (71690233, 71671186, 71601180)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (71690233, 71671186, 71601180)

中文引用格式: 孙建彬, 常雷雷, 谭跃进, 等. 基于双层模型的置信规则库参数与结构联合优化方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(4): 983-993.

英文引用格式: Sun J B, Chang L L, Tan Y J, et al. Bi-level model for belief rule base parameter and structure joint optimization[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2018, 38(4): 983-993.

Keywords belief rule base; Akaike information criterion; joint optimization; bi-level model; disjunctive assumption

1 引言

置信规则库 (belief rule-based, BRB)^[1] 是基于 D-S 证据理论提出的支持不确定条件下复杂系统建模、分析与评价的专家系统方法。该方法通过引入置信结构扩展 “IF-THEN” 规则^[2], 用以表示和处理不确定、不完备信息条件下的专家经验与知识; 并以证据推理 (evidential reasoning, ER) 算法^[3] 为推理引擎, 融合专家经验和历史数据等定性定量混合信息。自提出以来, 因其在复杂系统建模与评价过程中表现出的良好性能, BRB 已经被学术界和工业界广泛接受, 并成功应用于军事系统分析与评价^[4,5]、群决策^[6]、系统行为预测^[7] 和系统识别与分类^[8] 等众多领域。

为了提高建模精度, 相关学者提出了 BRB 参数学习方法, 通过数据学习过程修正和优化 BRB 参数设置。BRB 参数学习优化模型首先由 Yang 等人^[9] 于 2007 提出, 而后由 Xu 等人^[10] 应用于输油管道泄露检测问题并取得良好效果。在此基础上, Chen 等人^[11] 分析了 BRB 参数学习的机理和特性, 并在文献 [1] 中进一步提出了 BRB 参数学习全局优化模型。与 Yang 等^[9] 提出的局部优化模型相比, 全局优化模型在维持 BRB 参数学习复杂度处于相同等级的情况下有效提升了 BRB 建模精度。此外, Zhou 等人^[12] 提出的 BRB 在线学习模型, Kong 等^[13]、徐晓滨等人^[14] 应用 BRB 解决医疗疾病诊断和故障诊断等方面实际问题的研究, 分别在理论和应用等不同方面推动了 BRB 方法的研究和发展。

由于 BRB 涉及参数数量较多, 其参数学习过程的复杂度随问题规模扩大呈指数增长^[15,16]。为了约简 BRB 优化过程的复杂度, Chang 等人^[16] 首次提出了 BRB 结构学习方法。该方法借助主成分分析、MDS、ISOMAP 等技术手段约简 BRB 中前提属性的个数, 进而达到降低 BRB 优化过程复杂度的目的。而后, 李彬等人^[17] 提出运用 K 均值聚类法识别 BRB 结构的方法解决集约生产计划中的系统控制问题; 杨隆浩等人^[18] 进一步提出 BRB 最优决策结构概念, 并用以评价 BRB 结构学习效果; Wang 等^[15] 认为在寻求 BRB 最优决策结构之前首先要确定 BRB 中置信规则的数量, 并提出了 BRB 动态优化方法, 较大程度降低了 BRB 优化过程的复杂度。

在一般情况下, 建模精度和复杂度作为衡量 BRB 优化过程的两个重要指标, 是既相互关联又相互对立的^[19]。一方面, 增加 BRB 中置信规则或前提属性、参考值和评价等级等关键参数的数量, 可以有效提高 BRB 的建模精度; 另一方面, 随着上述参数数量的增加, 在 BRB 优化过程中涉及的优化参数将随之呈指数增长, 这将极大地增大 BRB 优化过程的复杂度。因此, 为了在 BRB 建模精度和复杂度之间寻求平衡, 需要有效协同 BRB 的参数学习和结构学习过程。Wang 等^[15] 在 BRB 动态优化方法中分两步对协调 BRB 参数学习和结构学习过程进行了尝试, 但是并没有做到真正意义上的参数与结构联合优化。BRB 参数与结构联合优化仍然是 BRB 优化研究亟待解决的重要问题和挑战。

针对上述问题和挑战, 本文提出了基于双层模型的 BRB 参数与结构联合优化方法。首先, 本文基于赤池信息准则 (Akaike information criterion, AIC)^[20,21] 构建了 BRB 联合优化目标函数。该目标根据 BRB 的非线性特点, 拓展了线性 AIC 准则 (称为 AIC_{BRB}), 将 BRB 建模精度和复杂度两个相互关联的指标融合为统一的目标函数, 解决了 BRB 参数与结构联合优化的建模难题; 其次, 为了进一步约简 BRB 优化过程的复杂度, 本文提出了并集假设下的置信规则及其激活算法。并集假设下的 BRB 可以在保证任何输入信息均能够激活相应规则 (即 BRB 的完备性) 的同时, 减少所需置信规则的数量, 降低 BRB 优化复杂度; 再次, 在所提出的 AIC_{BRB} 目标函数和并集假设的基础上, 本文构建了 BRB 参数与结构联合优化双层模型, 并提出了相应的求解算法。经过参数与结构联合优化之后, 即可得到 BRB 最优决策结构。最后, 本文通过输油管道泄露检测案例研究, 验证了所提出方法的可行性和有效性。

2 基于 AIC 的 BRB 双层联合优化

2.1 BRB 基本情况

BRB 由具有相同置信结构的 “IF-THEN” 规则组成^[2], 其第 k 条规则如式 (1) 所示:

$$R_k : \text{IF } (x_1 \text{ is } A_1^k) \wedge (x_2 \text{ is } A_2^k) \wedge \cdots \wedge (x_M \text{ is } A_M^k), \text{ THEN } \{(D_1, \beta_{1,k}), \cdots, (D_N, \beta_{N,k})\} \quad (1)$$

其中, $x_m (m = 1, 2, \dots, M)$ 表示第 m 个前提属性, $A_m^k (k = 1, 2, \dots, K)$ 表示第 m 个前提属性在第 k 条规则中的参考值, M 是前提属性个数, K 为置信规则个数. $D_n (n = 1, 2, \dots, N)$ 表示结论的第 n 个等级, $\beta_{n,k}$ 是第 k 条规则中 D_n 的置信度, N 为结论等级个数. “ \wedge ”表示置信规则基于交集假设构建, 即各前提属性的参考值均被激活时, 该置信规则才有可能被激活.

式 (1) 所示的置信规则能够有效表达定性/定量、确定/不确定以及完备/不完备信息^[1], 在复杂系统建模与评估过程中, 表现出较强的信息处理和信息融合能力. BRB 采用置信规则表示专家知识和历史信息, 并借助于参数学习、结构学习等过程优化 BRB 设置. 因此, BRB 在复杂系统非线性的描述与近似方面性能优越^[8,11].

在 BRB 优化过程中, 建模精度与复杂度是衡量优化算法的两个重要指标. 其中, BRB 参数学习过程旨在优化 BRB 参数设置, 提高建模精度^[9-11]; 结构学习过程主要完成 BRB 结构优化, 降低复杂度^[15,16]. 因此, 为了权衡 BRB 的建模精度和复杂度, 需要有效协调其参数学习和结构学习过程, 实现 BRB 参数与结构联合优化. 本文基于 AIC 准则, 将描述 BRB 建模精度的指标 (即 MSE) 与影响复杂度的关键指标 (即参数个数 Num) 纳入统一的评价准则, 构建 BRB 参数与结构联合优化的目标函数.

2.2 基于 AIC 的 BRB 双层联合优化目标函数

根据 AIC 准则^[20] 定义, 对于给定的线性系统, 其近似系统 (如式 (2) 所示) 的最优参数个数可由式 (3) 计算求得.

$$z = h_0 + h_1\chi_1 + h_2\chi_2 + \dots + h_{Num}\chi_{Num} + e \quad (2)$$

$$AIC = -2 \log L(\hat{\chi}_{ML}) + 2\hat{Num} \quad (3)$$

其中, z 为估计的系统输出, h_n 为系统输入, χ_n 表示近似系统模型参数, e 为模型误差. $\hat{\chi}_{ML}$ 是参数矩阵 $\chi = [\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_{Num}]$ 的最大似然估计, $L(\hat{\chi}_{ML})$ 为线性系统在 $\hat{\chi}_{ML}$ 下的似然函数, \hat{Num} 为近似模型参数个数. 当 AIC 最小时, 即认为式 (3) 所示的近似模型为线性系统的最优近似模型.

BRB 参数学习和结构学习过程在一定程度上可以理解为通过调整参数设置寻求原系统最优近似系统的过程. 假设 BRB 优化过程中使用的数据集可表示为 $\{(X, Y) | X = [X_n^p, n = 1, \dots, Num; p = 1, \dots, P], Y = [y_1, y_2, \dots, y_p]^T\}$. 其中 X 表示输入数据, Y 表示输出数据, P 为数据集中数据个数, Num 表示参数个数. 那么, 近似系统输入为 X^p 时的估计输出 $f(X^p)$ 可以表示为 $f(X^p) = \omega_0 + \sum_{n=1}^{Num} \omega_n \phi_n(X_n^p)$. 其中, ω_n 表示第 n 个参数的权重, $\phi_n(X_n^p)$ 表示输入数据与估计的输出之间的对应函数关系. 令 ε_p 表示 $f(X^p)$ 与 y_p 之间的误差, 则有:

$$y_p = f(X^p) + \varepsilon_p = \omega_0 + \sum_{n=1}^{Num} \omega_n \phi_n(X_n^p) + \varepsilon_p \quad (4)$$

假设 ε_p 服从正态分布 $\varepsilon_p \sim N(0, \delta^2)$, 由式 (4) 可知,

$$y_p \sim N\left(\omega_0 + \sum_{n=1}^{Num} \omega_n \phi_n(X_n^p), \delta^2\right).$$

那么, 其似然函数可以进一步表示为:

$$L(Y, W, \delta^2) = (2\pi\delta^2)^{-\frac{P}{2}} \exp\left\{-\frac{2}{2\delta^2}\left(y_p - \omega_0 - \sum_{n=1}^{Num} \omega_n \phi_n(X_n^p)\right)^2\right\} \quad (5)$$

其中, $W = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{Num}]^T$. 进一步将式 (5) 两边取对数, 得到

$$\ln L = -\frac{P}{2} \ln(2\pi) - \frac{P}{2} \ln(\delta^2) - \frac{1}{2\delta^2} \sum_{p=1}^P - \frac{2}{2\delta^2} \left(y_p - \omega_0 - \sum_{n=1}^{Num} \omega_n \phi_n(X_n^p)\right)^2 \quad (6)$$

于是, BRB 优化 (寻求最优近似系统) 问题可转化为求解以 ω_n 和 δ^2 为变量的方程 (7) 的问题.

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial \omega_n} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \delta^2} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中, W 和 δ^2 的极大似然估计可以由式 (8) 和 (9) 得到:

$$W = (G'G)^{-1}G'Y, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & \phi_1(X_1^1) & \cdots & \phi_N(X_{Num}^1) \\ 1 & \phi_1(X_1^2) & \cdots & \phi_N(X_{Num}^2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & \phi_1(X_1^P) & \cdots & \phi_N(X_{Num}^P) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\delta^2 = -\frac{1}{P}(Y - GW)'(Y - GW) \quad (9)$$

将式 (8) 和 (9) 代入式 (6), 得到

$$\ln L(Y, W, \delta^2) = -\frac{P}{2} \ln(2\pi) - \frac{P}{2} \ln(\delta^2) - \frac{P}{2} \quad (10)$$

由式 (3) 可知, AIC_{BRB} 可表示为:

$$AIC_{BRB} = -2 \left[-\frac{P}{2} \ln(2\pi) - \frac{P}{2} \ln(\delta^2) - \frac{P}{2} \right] + 2Num \quad (11)$$

由于常数 $C = P \ln(2\pi) + P$ 与参数个数 Num 无关, 且可以在不同模型对比时消去. 又知 $\delta^2 = P \cdot MSE$, 则 AIC_{BRB} 可以简化为 [21]:

$$AIC_{BRB} = P \ln(P \cdot MSE) + 2Num \quad (12)$$

根据 AIC 准则, 当 AIC_{BRB} 取值最小时, 认为所得近似系统为 BRB 最优近似系统.

2.3 BRB 联合优化双层模型

在 AIC_{BRB} 目标中, 变量 MSE 和 Num 受 BRB 参数学习和结构学习共同影响. 为了寻求 AIC_{BRB} 目标函数最小值, 需要协调 BRB 参数学习和结构学习过程. 为此, 本文构建了基于 AIC_{BRB} 目标函数的 BRB 联合优化双层模型 [21], 如式 (13) 所示:

$$\begin{aligned} \min \quad & AIC_{BRB}(MSE, Num) \\ \min \quad & MSE(\nu) \\ \text{s.t.} \quad & \nu, Num \end{aligned} \quad (13)$$

其中, 向量 ν 是由相关优化参数组成的向量, 主要包括前提属性参考值 A_m^k , 规则初始权重 θ_k 以及每条规则中结论等级的置信度 $\beta_{n,k}$. 该双层优化模型由外层优化与内层优化两部分组成:

外层优化为 BRB 参数与结构联合优化过程, 即以 AIC_{BRB} 为目标函数, 将 BRB 参数与结构联合优化问题转化为式 (14) 所示的约束条件下的寻优问题.

$$\begin{aligned} \min \quad & AIC_{BRB} = f(MSE, Num) \\ \text{s.t.} \quad & Num \in [2, \dots, Num_{stop}] \end{aligned} \quad (14)$$

其中, Num 为经过结构学习后确定的参数个数, Num_{stop} 为参数个数上限.

内层优化主要指 BRB 参数学习过程, 即在确定优化参数种类和个数的情况下, 寻求所能达到的 BRB 局部最优参数设置. 内层优化模型同样可以抽象为约束条件下的寻优问题 [9], 如式 (15) 所示.

$$\begin{aligned} \min \quad & MSE(A_m^k, \beta_{n,k}, \theta_k) \\ \text{s.t.} \quad & lb_m \leq A_m^k \leq ub_m, \quad A_m^1 = lb_m, \quad A_m^K = ub_m \\ & 0 \leq \beta_{n,k}, \theta_k \leq 1, \quad m = 1, 2, \dots, M; \quad k = 1, 2, \dots, K; \quad n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\theta_{n,k}$ 表示第 k 条规则权重, lb_m 和 ub_m ($m = 1, 2, \dots, M$) 分别表示第 m 个前提属性参考值的下界和上界, 即优化后各前提属性参考值不能大于其设定的取值范围, 且最大、最小参考值分别等于其上下界. 另, 规则权重和结论置信度在区间 $[0, 1]$ 内, 且 $\sum_{n=1}^N \beta_{n,k} \leq 1$.

2.4 交集假设下 BRB 双层优化算法

本小节基于传统的交集假设, 提出了上述 BRB 联合优化双层模型的求解算法, 为了与后文并集假设下的 BRB 联合优化求解算法区分, 此处称之为交集假设下基于 AIC 的 BRB 双层优化算法. 该算法以差分进化算法为优化引擎 [22], 通过外层优化算法协调 BRB 参数学习和结构学习过程, 并由内层优化算法完成确定

结构下的 BRB 参数设置优化, 具体如下:

Algorithm 1 交集假设下基于 AIC 的 BRB 双层优化算法

```

1: // 外层联合优化算法
2: 初始化:  $Num = Num_{ini}$ , 抽样训练集  $\{X_{train}, Y_{train}\}$ 、测试集  $\{X_{test}, Y_{test}\}$ 
3: // 内层参数优化算法
4: 参数初始化: 定义参数边界 (见式 (15)), 编码、随机生成  $Pop$  个初始个体  $I_i (i = 1, 2, \dots, Pop)$ 
5: for  $g = 1$  to  $Generation_{max}$  do
6:   for  $u = 1$  to  $Pop \times Rate_{crossover}$  do
7:     随机选择两个个体  $I_i, I_j, i \neq j$ 
8:     交叉操作: 交叉所得个体  $U_{i,g} = \begin{cases} I_{i,g}, & \text{if } (rand \leq CR) \\ I_{j,g}, & \text{otherwise} \end{cases}, CR = 0.9$ 
9:   end for
10:  for  $u = 1$  to  $Pop \times Rate_{mutation}$  do
11:    随机选择三个个体  $I_{r1}, I_{r2}, I_{r3}, r1 \neq r2 \neq r3$ 
12:    变异操作: 变异所得个体  $U_i = I_{r1} + I(x_{r2} - I_{r3}), F = 0.5$ 
13:  end for
14: 适应度计算[23]:
15:  for  $i = 1$  to  $Pop * (1 + Rate_{crossover} + Rate_{mutation})$  do
16:    for  $l = 1$  to  $length(\{X_{train}, Y_{train}\})$  do
17:      置信规则激活1:  $\omega_k = \frac{\theta_k \prod_{m=1}^M \alpha_m^k}{\sum_{k=1}^K \theta_k \prod_{m=1}^M \alpha_m^k}, \alpha_m^k = \frac{\varphi(x_l^*, A_m^k) \varepsilon_m}{\sum \varphi(x_l^*, A_m^k)}, \varepsilon_m$  为输入信息置信度
18:      置信规则聚合:  $\beta_n = \frac{\mu[\prod_{k=1}^K (\omega_k \beta_{n,k} + 1 - \omega_k \sum_{n=1}^N \beta_{n,k}) - \prod_k (1 - \omega_{k=1} \sum_{n=1}^N \beta_{n,k})]}{1 - \mu[\prod_{k=1}^K (1 - \omega_k)]}$ ,
         $\mu = [\sum_{n=1}^N \prod_{k=1}^K (\omega_k \beta_{n,k} + 1 - \omega_k \sum_{n=1}^S \beta_{n,k}) - (N-1) \prod_k (1 - \omega_{k=1} \sum_{n=1}^N \beta_{n,k})]^{-1}$ 
19:      效用函数转换:  $T_l = \sum_{n=1}^N u(D_n) \beta_n, u(D_n)$  为结论等级对应效用值
20:    end for
21:    计算训练集误差:  $MSE_{train} = \frac{1}{length(\{X_{train}, Y_{train}\})} \sum_{l=1}^{length(\{X_{train}, Y_{train}\})} (T_l - Y_l)^2$ 
22:  end for
23: 选择操作:  $I_{i,g+1} = \begin{cases} U_{i,g}, & \text{if } MSE_{train}(U_{i,g}) \leq MSE_{train}(I_{i,g}) \\ I_{i,g}, & \text{otherwise} \end{cases}$ 
24: end for
25: repeat
26:   repeat
27:     随机选择先验属性  $x_m, x_q$ 
28:     计算  $AIC_{BRB}((m, Num_m), (q, Num_q))$ , 见式 (12)
29:     在属性  $x_m$  随机插入新的参考值
30:     内层参数优化: 同步步骤 3~25
31:     计算  $AIC_{BRB}((m, Num_m + 1), (q, Num_q))$ , 见式 (12)
32:     在属性  $x_q$  随机插入新的参考值
33:     内层参数优化: 同步步骤 3~25
34:     计算  $AIC_{BRB}((m, Num_m), (q, Num_q + 1))$ , 见式 (12)
35:     if  $AIC_{BRB}((m, Num_m + 1), (q, Num_q))$  最小 then
36:       选择先验属性  $x_m$  做为优化方向
37:     else if  $AIC_{BRB}((m, Num_m), (q, Num_q + 1))$  最小 then
38:       选择先验属性  $x_q$  做为优化方向
39:     else if  $AIC_{BRB}((m, Num_m), (q, Num_q))$  最小 then
40:        $AIC_{BRB}((m, Num_m), (q, Num_q))$  为优化解
41:       计算测试集误差  $MSE_{test}$ : 同步步骤 14~23
42:     end if
43:   until  $Num_m = Num_{stop}$ 
44: until  $AIC_{BRB}(m, Num_m - 1) < AIC_{BRB}(m, Num_m)$ 
45: return  $MSE_{test}, AIC_{BRB}$ , 优化的置信规则库

```

注 1: $\varphi(x_l^*, A_m^k)$ 表示输入信息与前提属性参考值的相似程度, 计算方法见文献 [2].

3 并集假设下的 BRB 双层优化

3.1 BRB 的并集假设

交集假设下基于 AIC 的 BRB 双层优化算法可以有效协调参数学习和结构学习过程. 然而, 在面对复杂

度较高的实际问题中(见后文实例研究), 仅仅依靠优化算法求解并不能得到较为满意的优化结果. 为此, 本文提出了基于并集假设构建 BRB, 通过将传统置信规则中的交集假设转变为并集假设可以明显地降低 BRB 中的置信规则数量, 进而降低优化过程的复杂度.

将式 (1) 中 “ \wedge ” 改变为 “ \vee ”, 在形式上即得到并集假设下的置信规则, 如式 (16) 所示:

$$R_k: \text{IF } (x_1 \text{ is } A_1^k) \vee (x_2 \text{ is } A_2^k) \vee \cdots \vee (x_M \text{ is } A_M^k), \text{ THEN } \{(D_1, \beta_{1,k}), \cdots, (D_N, \beta_{N,k})\} \quad (16)$$

其中, “ \vee ” 表示置信规则构建过程中, 各前提属性之间存在并集关系, 当任一前提属性被激活时, 该置信规则即有可能被激活. 图 1 所示分别为交集假设和并集假设下的 BRB. 已知该 BRB 具有两个前提属性 (A 和 B), 每个前提属性均含有三个参考值 ($A_i (i = 1, 2, 3)$ 和 $B_j (j = 1, 2, 3)$). 图 1 中圆点表示 BRB 中的置信规则. 其中, 交集假设下的 BRB 含有 9 条置信规则 ($A_i B_j (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3)$), 如图 1(a) 所示; 并集假设下的 BRB 含有 3 条置信规则 ($A_i B_i (i = 1, 2, 3)$), 如图 1(b) 所示.

对比两图可知, 图 1(b) 中 $A_2 B_2$ 在 x 轴的投影 $A_2 B_2'$ 与图 1(a) 中的 $A_2 B_1$ 相同, 即交集假设下的规则 $A_2 B_1$ 的信息隐含在并集假设下的规则 $A_2 B_2$ 中. 依此类推, 图 1(a) 中所有 9 个点均可以由图 1(b) 中的 3 个点在两个坐标轴上投影得到 (包含 3 个点自身). 即, 并集假设下的 BRB 包含交集假设 BRB 中全部可能的前提假设. 因此, 在并集假设下的 BRB 中, 任何输入信息均能够找到与其相邻的置信规则. 但是相较于交集假设, 并集假设下的 BRB 所需置信规则数较少.

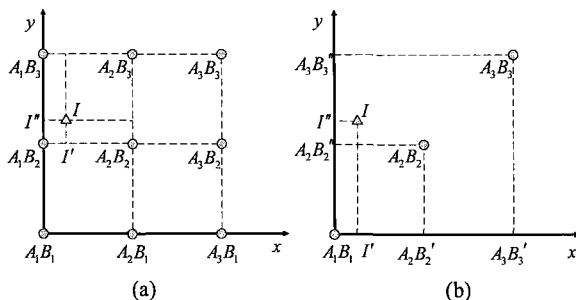


图 1 交集和并集假设下的 BRB

设输入数据为 $I = (I', I'')$, I' 和 I'' 分别为该点在两个坐标轴 (对应两个前提属性) 的投影. 在交集假设下的 BRB 中, 根据算法 1 所述的置信规则激活方法 (步骤 17): 在 x 轴方向, 输入信息 I' 对 $A_3 B_3'$ 的激活程度为 0 ($\alpha_{13} = \varphi(x_1^*, A_{13}) = 0$); 在 y 轴方向, 输入信息 I'' 对 $A_1 B_1$ 的激活程度为 0 ($\alpha_{21} = \varphi(x_2^*, A_{21}) = 0$). 那么, 有 $\omega_k (k = 1, 2, 3) = 0$, 即没有置信规则被输入 I 激活. 这是与实际情况相反的, 从图 1(b) 中可以发现: 在 x 轴方向, 输入信息 I 激活了第一和第二两条规则 ($A_1 B_1$ 和 $A_2 B_2$); 在 y 轴方向, 输入信息 I 激活了第二和第三两条规则 ($A_2 B_2$ 和 $A_3 B_3$). 在并集假设条件下, 认为输入信息 I 激活了全部三条置信规则, 激活权重计算如式 (17) 所示.

$$\omega_k = \frac{\theta_k \sum_{m=1}^M \alpha_m^k}{\sum_{k=1}^K \theta_k \sum_{m=1}^M \alpha_m^k} \quad (17)$$

显然, 当修正激活权重计算公式之后, 并集假设下的 BRB 能够通过较少的置信规则涵盖与交集假设 BRB 相同规模的前提属性. 因此, 交集假设下的 BRB 能够减少置信规则数量, 进而减少在 BRB 优化过程中的参数数量, 降低复杂度.

3.2 并集假设下基于 AIC 的 BRB 双层优化算法

由于并集假设与交集假设具有不同的规则构建逻辑和规则激活方式, 在求解本文所提出的 BRB 联合优化双层模型所需的算法存在较大差别: 首先, 由于建模逻辑不同, 并集假设下基于 AIC 的 BRB 双层优化算法在外层算法寻优策略上相较于交集假设下的双层优化算法更加直接. 前者以置信规则为切入点, 优化过程直接改变规则数量; 后者以前提属性的参考值为入手点, 通过改变参考值设置改变 BRB 中置信规则的组成. 其次, 并集假设下的 BRB 双层优化算法在内层算法中所采用的置信规则激活方法与交集假设双层优化算法不同. 并集假设下基于 AIC 的 BRB 双层优化算法具体如下:

Algorithm 2 并集假设下基于 AIC 的 BRB 双层优化算法

```

1: // 外层联合优化算法
2: 初始化:  $K = K_{\text{ini}}$ , 抽样训练集  $\{X_{\text{train}}, Y_{\text{train}}\}$ 、测试集  $\{X_{\text{test}}, Y_{\text{test}}\}$ 
3: // 内层参数优化算法
4: 参数初始化: 定义参数边界 (见式 (15)), 编码、随机生成 500 个初始个体  $I_i (i = 1, 2, \dots, 500)$ 
5: for  $g = 1$  to  $\text{Generation}_{\text{max}}$  do
6:   for  $u = 1$  to  $500 \times \text{Rate}_{\text{crossover}}$  do
7:     随机选择两个个体  $I_i, I_j, i \neq j$ 
8:     交叉操作: 同算法 1
9:   end for
10:  for  $z = 1$  to  $500 \times \text{Rate}_{\text{mutation}}$  do
11:    随机选择三个个体  $I_{r1}, I_{r2}, I_{r3}, r1 \neq r2 \neq r3$ 
12:    变异操作: 同算法 1
13:  end for
14:  适应度计算[23]:
15:  for  $i = 1$  to  $500 * (1 + \text{Rate}_{\text{crossover}} + \text{Rate}_{\text{mutation}})$  do
16:    for  $l = 1$  to  $\text{length}(\{X_{\text{train}}, Y_{\text{train}}\})$  do
17:      置信规则激活1: 见式 (17)
18:      置信规则聚合: 同算法 1
19:      效用函数转换: 同算法 1
20:    end for
21:    计算训练集误差: 同算法 1
22:  end for
23:  选择操作: 同算法 1
24: end for
25: repeat
26:   repeat
27:     随机选择两条相邻置信规则  $R_k, R_{k+1} (k > 1, k + 1 < K_{\text{stop}})$ , 记录  $MSE(R_k, R_{k+1})$ 
28:     生成新规则  $R'_k, R_k < R'_k < R_{k+1}$ 
29:     内层优化算法: 同步骤 3~24, 记录  $MSE(R_k, R'_k, R_{k+1})$ 
30:     if  $MSE(R_k, R'_k, R_{k+1}) < MSE(R_k, R_{k+1})$  then
31:       将  $R'_k$  加入置信规则库, 计算测试集误差  $MSE_{\text{test}}$ : 同步骤 14~22
32:     end if
33:   until  $k + 1 = K_{\text{stop}}$ 
34: until  $AIC_{k-1} < AIC_k$ 
35: return  $MSE_{\text{test}}, AIC_{\text{BRB}}$ , 优化的置信规则库

```

注 1: 并集假设下的双层优化算法以置信规则为优化对象, 故算法输入为初始规则数量 K_{ini} .

4 输油管道泄露检测问题实例研究

为检验本文所提出方法, 本小结以输油管道泄露检测问题^[1,10,15,24]为例, 测试并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法的有效性. 现已知输油管道泄露程度 (LeakSize) 可以根据管道进出口流量差 (flow difference, FlowDiff) 和压力差 (pressure difference, PressureDiff) 共同推断. 为了便于对比分析, 本文采用现有 BRB 优化相关文献中多次使用的实验数据^[1,10,15,24], 该数据共包括从部署在英国某地区的输油管道所采集的 2008 条数据 (包含泄露数据), 如图 2 所示.

运用并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法评估和检测该段输油管道泄露, 首先建立针对该输油管道泄漏检测

问题的目标函数, 如式 (12) 所示; 其次, 构建该联合优化问题的双层模型, 如式 (13)~(15). 其中, 所构建的 BRB 采用 5 个等级评估管道泄露程度, 其效用值分别为 $\{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5\} = \{0, 2, 4, 6, 8\}$. 前提属性流量差 $\text{FlowDiff} \in [-10, 2]$, 压力差 $\text{PressureDiff} \in [-0.02, 0.04]$; 而后, 按照算法 2 所述步骤求解双层优化模型, 输入的初始 BRB 含有 3 条随机生成的置信规则, 优化过程以差分进化算法为寻优引擎, 初始种群规模为 40, 迭代 2000 代. 此外, 为了说明本文所提出并集假设下的 BRB 优化方法的优势, 本小节加入交集假

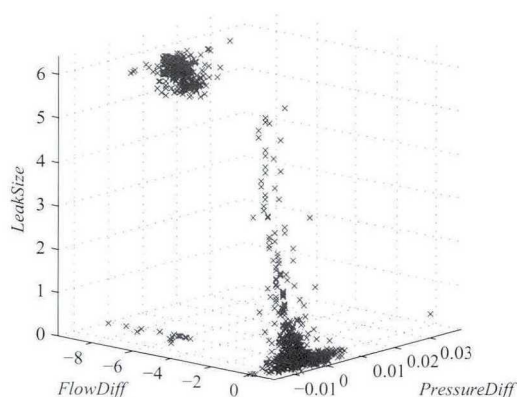


图 2 输油管道泄露采样数据分布图

设下的 BRB 联合优化实验作为对比, 优化流程如算法 1. 相关实验结果如下所示: 表 1、表 2 分别为优化后的交集假设下和并集假设下的 BRB, 基于两种 BRB 检测输油管道泄漏情况的结果如图 3 所示.

表 1 基于交集假设下的联合优化方法优化的 BRB(8 条规则)

	Rule weights	FlowDiff	PressureDiff	$\{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5\}$	LeakSize
1	0.7120	-10.0000	-0.0200	(0.2754, 0.3976, 0.0878, 0.2134, 0.0258)	2.6331
2	0.1782	-10.0000	0.0400	(0.2337, 0.2917, 0.0876, 0.2969, 0.0902)	3.4364
3	0.1391	-7.5256	-0.0200	(0.1109, 0.0354, 0.1450, 0.2952, 0.4135)	5.7303
4	0.0072	-7.5256	0.0400	(0.0391, 0.0520, 0.2575, 0.0393, 0.6121)	6.2666
5	0.8715	-0.8532	-0.0200	(0.9092, 0.0218, 0.0017, 0.0511, 0.0162)	0.4864
6	0.5535	-0.8532	0.0400	(0.6847, 0.0716, 0.1870, 0.0141, 0.0426)	1.3168
7	0.9003	2.0000	-0.0200	(0.9782, 0.0094, 0.0002, 0.0048, 0.0075)	0.1080
8	0.0612	2.0000	0.0400	(0.6487, 0.0183, 0.0983, 0.1769, 0.0577)	1.9529

表 2 基于并集假设下的联合优化方法优化的 BRB(5 条规则)

	Rule weights	FlowDiff	PressureDiff	$\{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5\}$	LeakSize
1	0.0013	-10.0000	-0.0200	(0.5779, 0.2230, 0.1344, 0.0554, 0.0093)	1.3906
2	0.0496	-7.1489	-0.0025	(0.9688, 0.0221, 0.0006, 0.0039, 0.0046)	0.1070
3	0.3887	-7.0832	0.0369	(0.1026, 0.1058, 0.1299, 0.0114, 0.6503)	6.0022
4	0.0190	-1.2153	0.0159	(0.0224, 0.0996, 0.1019, 0.1454, 0.6307)	6.5247
5	0.8715	2.0000	0.0400	(0.9980, 0.0010, 0.0007, 0.0002, 0.0000)	0.0064

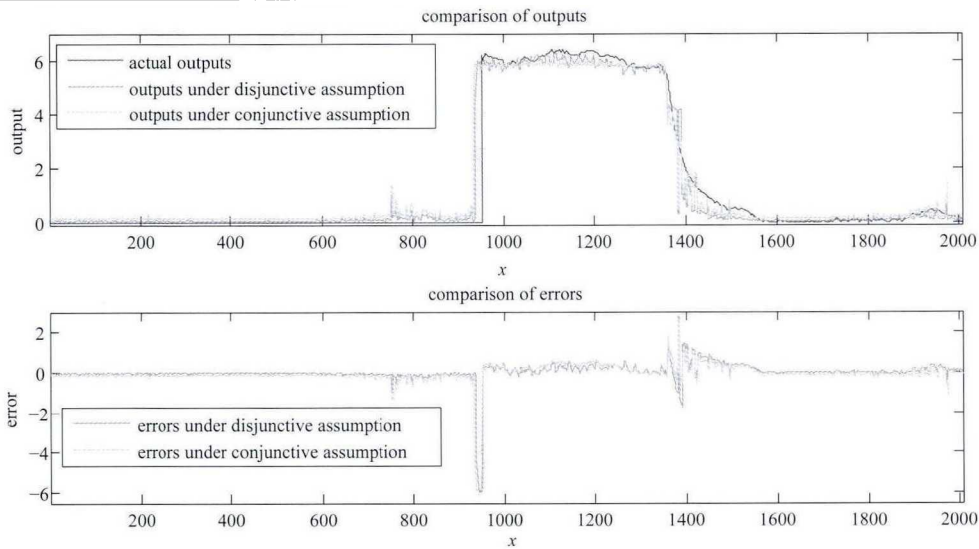


图 3 输油管道泄漏检测结果与误差对比

在并集假设下的 BRB 联合优化实验中, 所得优化 BRB 在含有 5 条置信规则时, 目标函数 AIC_{BRB} 值最小, 为 5647.59. 其优化过程涉及 $36(5 \times (5 + 1 + 2) - 4)$ 个优化参数; 在交集假设下的 BRB 联合优化实验中, 当目标函数取值最小时 (5840.61), BRB 中含有 8 条规则, 优化过程涉及 $50(8 \times (5 + 1) + 4 + 2 - 4)$ 个优化参数. 两者对比, 并集假设下的 BRB 联合优化方法减少了 28% 的优化参数, 较为明显地降低了优化过程的复杂度.

图 3 所示为交集和并集假设下联合优化实验所得 BRB 检测输油管道泄漏的结果和误差对比. 如图所示, 两种假设实验所得的优化 BRB 对管道泄漏程度评估基本与实际情况相符, 均能较好地检测出管道泄漏. 其中, 并集假设下优化后的 BRB 评估误差为 0.2989, 优于交集假设下优化后的 BRB (0.3612, 见表 3). 与此同时, 并集假设下优化后的 BRB 能够取得与交集假设实验中相同量级甚至更优的检测精度 (用 MSE 表示, 见表 3). 实验结果表明, 相较于传统的交集假设, 并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法在保持或提高建模精度的同时, 能够有效地降低优化过程的复杂度.

表 3 基于不同 BRB 优化方法的实验结果对比分析

	Approach	Size of training	No. of rules	No. of parameters	MSE(testing)	AIC_{BRB}	Assumption
1	Xu ^[10]	500(specific)	56	336	0.4069	6516.45	Conjunctive
2	Zhou ^[24]	900(specific)	56	336	0.7880	7092.54	Conjunctive
3	Chen ^[1]	500(specific)	56	349	0.3990	6525.37	Conjunctive
4	Wang ^[15]	900(random)	6	39	0.4450	6000.47	Conjunctive
5	Bi-level	500(random)	8	50	0.3612	5840.61	Conjunctive
6	Bi-level	500(random)	5	36	0.2989	5647.59	Disjunctive

表 3 所示为并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法与已有典型的 BRB 优化方法在输油管道泄露检测案例的实验结果对比. 其中, No.1~3 为传统的 BRB 参数学习^[1,10,24]方法所得的优化系统实验结果. 根据优化模型不同, BRB 参数学习涉及的优化参数数量由 336 到 349 不等, 建模复杂度均处于较高水平. No.4 为 Wang 等^[15]提出的 BRB 动态优化方法的实验结果. 该方法涉及的优化参数个数降至 39, 在降低复杂度方面较上述三种参数学习方法有较大提高. 但是, 其建模精度也随之下降 (MSE 降为 0.4450, 低于 No.3). No.5~6 分别为基于 AIC 的 BRB 联合优化方法在交集假设和并集假设下优化实验的实验结果. 不难发现, 无论是在保持 BRB 建模精度还是降低 BRB 复杂度方面, 本文提出的并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法均能够取得较好效果.

根据本文所构建的评价目标函数, 并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法获得最小评价函数值: AIC_{BRB} 取值为 5647.59, 较上述 5 种方法分别降低 13.33%, 20.37%, 13.45%, 5.88% 和 3.30%. 这是由于上述 BRB 联合优化方法基于 AIC 目标函数有效协调了 BRB 的参数学习和结构学习过程; 同时, 引入并集假设构建置信规则, 显著地降低了优化过程的复杂度 (优化过程涉及参数个数仅为 36).

为进一步验证本文所提出的并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法的有效性, 将上述实验结果分别与基于自适应神经网络模糊系统 (adaptive neural fuzzy system, ANFS)^[25]和支持向量积 (support vector machine, SVM)^[26]两种典型方法的实验结果进行对比, 结果如表 4 所示. 其中, MF type 和 MFS 为 ANFS 方法的输入变量, C 和 σ^2 为 SVM 方法的输入变量.

表 4 基于 ANFS 和 SVM 方法的实验结果对比分析

		ANFS			SVM				BRB
		MF type	MFS:(3,3)	MFS:(4,4)	MFS:(5,5)	C	$\sigma^2 = 1$	$\sigma^2 = 5$	$\sigma^2 = 10$
MSE	<i>trimf</i>	0.5073	0.6100	0.6859					
	<i>gbellmf</i>	0.5971	0.6520	0.8737	0.05	0.9144	0.9389	1.1976	
	<i>gauss2mf</i>	0.6557	0.7884	0.5941	10	0.4219	0.4623	0.5232	0.2989
	<i>pimf</i>	0.5788	0.8716	0.7710	100	0.4269	0.4242	0.4439	
	<i>dsigmf</i>	0.5815	0.7716	0.5897	200	0.4669	0.4466	0.4291	

由于上述三种方法工作原理存在较大差异, 很难对三种方法的 AIC 值进行比较, 此处只对比三种方法在输油管道泄露检测问题中的检测精度. 由表 4 可知, 通过调整 ANFS 和 SVM 方法的输入求解该输油管道泄露检测问题, 所能达到的最优精度分别为 0.5073 和 0.4219, 均远远劣于本文所提出的并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法所能达到的精度 (0.2989). 对比实验结果表明, 相较于 ANFS 和 SVM 等传统方法, 并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法可以显著提高该问题的建模精度.

综上所述, 并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法在提高 BRB 建模精度和降低优化过程复杂度两方面, 均能够取得良好效果.

5 结论

本文提出了并集假设下基于 AIC 的 BRB 联合优化方法. 该方法通过引入 AIC 准则, 将 BRB 建模精度和复杂度纳入统一的目标函数; 同时将置信规则中传统的交集假设拓展为并集假设, 有效降低了 BRB 优化过程的复杂度; 最后, 构建 BRB 参数与结构联合优化双层模型, 并提出了 BRB 参数与结构双层优化算法, 实现了 BRB 参数学习和结构学习两个过程的联合优化, 达到了降低 BRB 复杂度和提升建模精度的有效平

衡. 经过联合优化过程之后, 得到 BRB 最优决策结构. 文末, 运用输油管道泄漏检测案例验证了所提出方法的有效性. 与现有研究成果对比分析验证了本文所提出方法在提升 BRB 建模精度和降低模型复杂度两方面取得了较好效果.

本文在进行 BRB 参数与结构联合优化过程中, 采用差分进化优化算法作为优化引擎, 其他优化算法求解效果需要更多的测试和验证. 此外, 尝试运用其他模型和方法替代 AIC_{BRB} , 寻求更加有效的 BRB 建模精度和复杂度权衡目标函数, 将是本文进一步研究的重点内容之一.

参考文献

- [1] Chen Y W, Yang J B, Xu D L, et al. Inference analysis and adaptive training for belief rule based systems[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(10): 12845–12860.
- [2] Yang J B, Liu J, Wang J, et al. Belief rule-base inference methodology using the evidential reasoning Approach-RIMER[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics — Part A: Systems and Humans, 2006, 36(2): 266–285.
- [3] Yang J B, Xu D L. On the evidential reasoning algorithm for multi-attribute decision analysis under uncertainty[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics — Part A: Systems and Humans, 2002, 32(3): 289–304.
- [4] 程贲, 姜江, 谭跃进, 等. 基于证据推理的武器装备体系能力需求满足度评估方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(11): 2210–2216.
Cheng B, Jiang J, Tan Y J, et al. A novel approach for WSoS capability requirement satisfactory degree evaluation using evidential reasoning[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2011, 31(11): 2210–2216.
- [5] 姜江. 证据网络模型及其推理算法 [J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(4): 984–990.
Jiang J. Evidential network model and reasoning approach[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2015, 35(4): 984–990.
- [6] Fu C, Yang S L. An attribute weight based feedback model for multiple attributive group decision analysis problems with group consensus requirements in evidential reasoning context[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 212(1): 179–189.
- [7] Zhou Z J, Hu C H, Xu D L, et al. New model for system behavior prediction based on belief rule based systems[J]. Information Sciences, 2010, 180(24): 4834–4864.
- [8] Chang L L, Zhou Z J, You Y, et al. Belief rule based expert system for classification problems with new rule activation and weight calculation procedures[J]. Information Sciences, 2016, 336: 75–91.
- [9] Yang J B, Liu J, Xu D L, et al. Optimization models for training belief-rule-based systems[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics — Part A: Systems and Humans, 2007, 37(4): 569–585.
- [10] Xu D L, Liu J, Yang J B, et al. Inference and learning methodology of belief-rule-based expert system for pipeline leak detection[J]. Expert Systems with Applications, 2007, 32(1): 103–113.
- [11] Chen Y W, Yang J B, Xu D L, et al. On the inference and approximation properties of belief rule based systems[J]. Information Sciences, 2013, 234(11): 121–135.
- [12] Zhou Z J, Hu C H, Yang J B, et al. Online updating belief-rule-based systems using the RIMER approach[J]. Journal of the American Chemical Society, 1962, 84(1): 1–4.
- [13] Kong G, Xu D L, Body R, et al. A belief rule-based decision support system for clinical risk assessment of cardiac chest pain[J]. Fuel & Energy Abstracts, 2012, 219(3): 564–573.
- [14] 徐晓滨, 郑进, 徐冬玲, 等. 基于证据推理规则的信息融合故障诊断方法 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(9): 1170–1182.
Xu X B, Zheng J, Xu D L, et al. Information fusion method for fault diagnosis based on evidential reasoning rule[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(9): 1170–1182.
- [15] Wang Y M, Yang L H, Fu Y G, et al. Dynamic rule adjustment approach for optimizing belief rule-base expert system[J]. Knowledge-Based Systems, 2016, 96: 40–60.
- [16] Chang L L, Zhou Y, Jiang J, et al. Structure learning for belief rule base expert system: A comparative study[J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 39(2): 159–172.
- [17] 李彬, 王红卫, 杨剑波, 等. 置信规则库结构识别的置信 K 均值聚类算法 [J]. 系统工程, 2011(5): 85–91.
Li B, Wang H W, Yang J B, et al. A belief K-means clustering algorithm for structure identification of belief-rule-base[J]. Systems Engineering, 2011(5): 85–91.
- [18] 杨隆浩, 傅仰耿, 吴英杰. 面向最佳决策结构的置信规则库结构学习方法 [J]. 计算机科学与探索, 2014, 8(10): 1216–1230.
Yang L H, Fu Y G, Wu Y J. Structure learning approach of belief rule base for best decision structure[J]. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2014, 8(10): 1216–1230.

- [19] Chang L L, Wang L Y, Wang W, et al. Akaike information criterion-based objective for belief rule base optimization[C]// The 8th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, Hangzhou China, 2016: 123–128.
- [20] Akaike H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle[C]// The Second International Symposium on Information Theory, Akademinai Kiado, 1973: 267–281.
- [21] Aho K, Derryberry D W, Peterson T. Model selection for ecologists: The worldviews of AIC and BIC[J]. Ecology, 2014, 95(3): 631–636.
- [22] Chang L L, Sun J B, Jiang J, et al. Parameter learning for the belief rule base system in the residual life probability prediction of metalized film capacitor[J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 73: 69–80.
- [23] Wang Y M, Yang J B, Xu D L. Environmental impact assessment using the evidential reasoning approach[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 174(3): 1885–1913.
- [24] Zhou Z J, Hu C H, Yang J B, et al. A sequential learning algorithm for online constructing belief-rule-based systems[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(2): 1790–1799.
- [25] 李国勇, 杨丽娟. 神经、模糊、预测控制及其 MATLAB 实现 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2013.
Li G Y, Yang L J. Neural, fuzzy, predictive control and its MATLAB implementation[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013.
- [26] Lu F, Chen Y, Huang J, et al. An integrated nonlinear model-based approach to gas turbine engine sensor fault diagnostics[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2014, 228(11): 2007–2021.