ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ γ΄ τάξης Γυμνασίου

ΔΥΝΑΜΕΙΣ

- $a^{\mu} \cdot a^{\nu} = a^{\mu+\nu}$
- $(a^{\mu})^{\nu} = a^{\mu \cdot \nu}$
- $\dfrac{1}{a^{\mu}} = a^{-\mu}$
- $(a \cdot \beta)^{\nu} = a^{\nu} \cdot \beta^{\nu}$
- $\left(\dfrac{a}{\beta}\right)^{\nu} = \dfrac{a^{\nu}}{\beta^{\nu}}$
- $\dfrac{a^{\mu}}{a^{\nu}} = a^{\mu-\nu}$

ΡΙΖΕΣ

- Κάτω από τη ρίζα βάζω ΜΟΝΟ θετικό αριθμό
- $\sqrt{a} \geq 0$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$
- $\sqrt{a} = 0 \Leftrightarrow a = 0$
- $\sqrt{a+\beta} \neq \sqrt{a} + \sqrt{\beta}$
- $\sqrt{a} \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0$
- $\sqrt{a \cdot \beta} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta}$
- $\sqrt{\dfrac{a}{\beta}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}}$

Μονώνυμα

Για το μονώνυμο $2x^3y^4$

- Το 2 λέγεται συντελεστής
- Το x^3y^4 λέγεται κύριο μέρος
- Το 3 λέγεται βαθμός ως προς x
- Το 4 λέγεται βαθμός ως προς y
- Το 7 λέγεται βαθμός ως προς όλες τις μεταβλητές

Πολυώνυμα με μία μεταβλητή

- Βαθμός του πολυωνύμου λέγεται ο μεγαλύτερος βαθμός των μονωνύμων που το αποτελούν
- Βαθμός σταθερού πολυωνύμου είναι το μηδέν
- Βαθμός του μηδενικού πολυωνύμου δεν ορίζεται

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

- $(a \pm \beta)^2 = a^2 \pm 2a\beta + \beta^2$
- $a^2 - \beta^2 = (a+\beta)(a-\beta)$
- $(a \pm \beta)^3 = a^3 \pm 3a^2\beta + 3a\beta^2 \pm \beta^3$

$ax = \beta$

- αν $a = 0$ και $\beta = 0$, τότε είναι ταυτότητα
- αν $a = 0$ και $\beta \neq 0$, τότε είναι αδύνατη
- αν $a \neq 0$, τότε έχει μοναδική λύση $x = \dfrac{\beta}{a}$

$x^2 = \beta$

- Αν $\beta < 0$, είναι αδύνατη
- Αν $\beta = 0$, τότε $x = 0$
- Αν $\beta > 0$, τότε $x = \sqrt{\beta}$ ή $x = -\sqrt{\beta}$

Διάταξη

- $a < \beta \Rightarrow a + \gamma < \beta + \gamma$
- $a < \beta \Rightarrow a - \gamma < \beta - \gamma$
- Αν $\gamma > 0$, τότε $a < \beta \Rightarrow a\gamma < \beta\gamma$
- Αν $\gamma < 0$, τότε $a < \beta \Rightarrow a\gamma > \beta\gamma$

Ανισώσεις α΄ βαθμού

- Απαλοιφή παρονομαστών
- Βγάζω τις παρενθέσεις
- Χωρίζω γνωστούς από αγνώστους
- Αναγωγή ομοίων όρων
- Διαιρώ με τον συντελεστή του αγνώστου (αν είναι αρνητικός, αλλάζει η φορά της ανίσωσης)

Τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma$ με $a \neq 0$

- Υπολογίζω τη $\Delta = \beta^2 - 4a \cdot \gamma$
- Αν $\Delta < 0$, δεν παραγοντοποιείται
- Αν $\Delta = 0$, τότε $ax^2 + \beta x + \gamma = a\left(x - \dfrac{-\beta}{2a}\right)^2$
- Αν $\Delta > 0$, τότε $ax^2 + \beta x + \gamma = a(x - x_1)(x - x_2)$, όπου

$x_1 = \dfrac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2a}$ και $x_2 = \dfrac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2a}$

Εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $a \neq 0$

- Υπολογίζω τη $\Delta = \beta^2 - 4a \cdot \gamma$
- $\Delta < 0 \Rightarrow$ αδύνατη
- $\Delta = 0 \Rightarrow$ μία ρίζα διπλή. $x_{1,2} = \dfrac{-\beta}{2a}$
- $\Delta > 0 \Rightarrow$ δύο άνισες ρίζες. $x_{1,2} = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$ax + \beta y = \gamma$ με $a \neq 0$ ή $\beta \neq 0$

- παριστάνει πάντα ευθεία.
- αν $a = 0$ η ευθεία είναι οριζόντια.
- αν $\beta = 0$ η ευθεία είναι κατακόρυφη.
- αν $a \neq 0$ και $\beta \neq 0$ η ευθεία έχει κλίση.
- Για τη γραφική παράσταση αρκούν δύο σημεία τα οποία ενώνω.
- Για να βρω σημείο της ευθείας, βάζω τιμή στο x (ή στο y) και βρίσκω το αντίστοιχο y (ή το x).

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

- Γραφική επίλυση
- Μέθοδος αντικατάστασης
- Μέθοδος αντίθετων συντελεστών

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

- Π–Π–Π Π–Γ–Π Γ–Π–Γ
- Σε ίσα τρίγωνα, απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες, και αντίστροφα

ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ

- Αν τρεις ή περισσότερες ευθείες τέμνονται από δύο άλλες, τότε στις δύο άλλες ορίζονται τμήματα ανάλογα

ΟΜΟΙΑ ΤΡΙΓΩΝΑ

- Αν δύο γωνίες ενός τριγώνου είναι αντίστοιχα ίσες με δύο γωνίες του άλλου, τότε τα τρίγωνα είναι όμοια
- Σε όμοια τρίγωνα, απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ανάλογες πλευρές
- Σε όμοια τρίγωνα, απέναντι από ανάλογες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες

Τριγωνομετρία

Για το σημείο $A(x, y)$ έχω $\rho = OA = \sqrt{x^2 + y^2}$

- $\etaμa = \dfrac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \dfrac{y}{\rho}$
- $\text{συν}a = \dfrac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \dfrac{x}{\rho}$
- $\text{εφ}a = \dfrac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} = \dfrac{y}{x}$

- $\text{ημ}(180 - a) = \text{ημ}a$
- $\text{συν}(180 - a) = -\text{συν}a$
- $\text{εφ}(180 - a) = -\text{εφ}a$

- $\text{ημ}^2 a + \text{συν}^2 a = 1$
- $\text{εφ}a = \dfrac{\text{ημ}a}{\text{συν}a}$