Решение квазилинейного разностного уравнения.

Разностная схема имеет вид

$$\hat A_n \hat y_{n-1} - \hat B_n \hat y_n + \hat C_n \hat y_{n+1} = -\hat F_n \qquad 1 \le n \le N-1$$

$$\hat k_0 \hat y_0 + \hat M_0 \hat y_1 = \hat P_0$$

$$\hat k_N \hat y_N + \hat M_N \hat y_{N-1} = \hat P_N$$

$$\hat y_n = u(x_n)$$

Методы решения:

1. Метод последовательных приближений

$$A_n^{(s-1)} \hat y_{n-1}^{(s)} - B^{(s-1)} \hat y^{(s)} + C_n^{(s-1)} \hat y_{n+1}^{(s)} = -F_n^{(s-1)}$$

Но такое решение не гарантирует сходимости и при „сильной нелинейности" имеет результат.

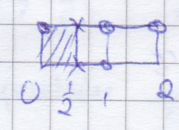
Тогда можно брать коэф. не на предыдущем слое, а на промежуточном между ними (нечёткое приближение $\hat y$) — метод релаксации.

2. Метод Ньютона

Методы повышения (точности) порядка разностной аппроксимации.

Методы:

1. Интегро-интерполяционный метод



$$\int_t^{t+\tau}\int_0^{x_{1/2}} c\frac{\partial u}{\partial t} = -\overbrace{\int_t^{t+\tau}\int_0^{x_{1/2}} \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial u}{\partial x}\right)dt\,dx}^{-F} + \int_t^{t+\tau}\int_0^{x_{1/2}} f(x,t)\,dx\,dt$$

$$O(h^2+\tau)$$

2. Разложение в ряд Тейлора

$$c\frac{\partial u}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t)$$

$$x=0: \quad -\lambda\frac{\partial u}{\partial x} = F_0$$

$$\hat u_{n+1} = u_n + h u_n' + \frac{h^2}{2}u_n'' + O(h^3)$$

$$\hat y_0 = \hat y_1 - h\frac{F_0}{\lambda} + \frac{h^2}{2}\left(\frac{\hat c}{a}\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{f}{a}\right)_0 \stackrel{\text{схем}}{\Rightarrow} \hat y_1 - h\frac{F_0}{\lambda_0} + \frac{h^2}{2}\left(\frac{c}{a}\frac{\hat y_0 - y_0}{\tau} - \frac{f_0}{a}\right)$$