2. Краевые условия II рода $\left\{ -\lambda_0 \frac{y_1 - y_0}{h} = \xi \right.$ $O(h)$

$$-\lambda \frac{du}{dx} = \xi$$

3. Краевые условия III рода. $\left| -\lambda_0 \frac{y_1 - y_0}{h} = \beta y_0 + \xi \right.$ $O(h)$

$$-\lambda \frac{du}{dx} = \beta u(a) + \xi$$

Как повысить порядок аппроксимации до 2-го?

1 приём

Пусть $u''(x) = f(x,u)$

$\cancel{y_1 = y_0 + y_0' h + y_0''}$

$$u_1 = u_0 + h u_0' + \frac{h}{2} u_0'' + \dots O(h^3)$$

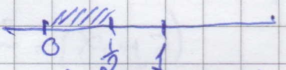
$$y_1 = y_0 + h \frac{\beta y_0 + \xi}{\lambda} + \frac{h^2}{2} f(x_0, y_0)$$

2 приём

Применим тот же интегро-интерполяционный метод

$$-\frac{dF}{dx} - p(x) u + f(x) = 0 \quad (3)$$

$$F = -\lambda \frac{du}{dx}$$



$$-\int_0^{x+\frac12} \frac{dF}{dx} dx - \int_0^{x+\frac12} p(x) u(x) dx + \int_0^{x+\frac12} f(x) dx = 0$$

$$F_0 - F_{\frac12} - \frac{h}{2} \cdot \frac12 \left(p_0 y_0 + p_{1/2} y_{1/2}\right) + \frac{h}{2} \cdot \frac12 \left(\frac{f_0 + f_{\frac12}}{2}\right) = 0$$

$F_{\frac12} = -\mathcal{X}_{\frac12} \frac{y_0 - y_1}{h}$ (см предыд. лекцию)

$$p_{1/2} = \frac{p_0 + p_1}{2}, \quad y_{1/2} = \frac{y_0 + y_1}{2}, \quad f_{\frac12} = \frac{f_0 + f_1}{2}$$

Получим следующее:

$$\left(\mathcal{X}_{\frac12} + \frac{h^2}{8} p_{\frac12} + \frac{h^2}{4} p_0\right) y_0 = \left(\mathcal{X}_{\frac12} - \frac{h^2}{8} p_{\frac12}\right) y_1 + h F_0 + \frac{h^2}{4}\left(f_{\frac12} + f_0\right)$$

$$(4) \quad y_0 = \underbrace{\frac{\mathcal{X}_{\frac12} - \frac{h^2}{8} p_{\frac12}}{\mathcal{X}_{\frac12} + \frac{h^2}{8} p_{\frac12} + \frac{h^2}{4} p_0}}_{\xi_1} y_1 + \underbrace{\frac{h F_0 + \frac{h^2}{4}\left(f_{\frac12} + f_0\right)}{\mathcal{X}_{\frac12} + \frac{h^2}{8} p_{\frac12} + \frac{h^2}{4} p_0}}_{\eta_1} \quad \Big| \quad y_0 = \xi_1 y_1 + \eta_1$$