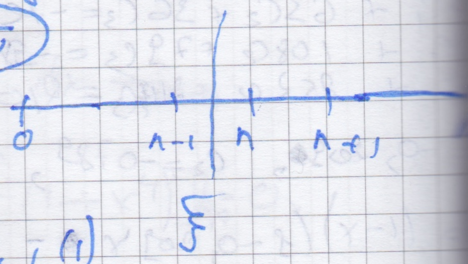
$p(x)\ge 0$ — положим для определённости

$u'' - p(x)u(x) = f(x)$, $a \le x \le b$

$u(a)=\alpha$

$u(b)=\beta$

Введем сетку $\omega_h = \{x_n : x_n = a + nh\}$, $n=\overline{0,N}$



$$u'' = \frac{u_{n-1}-2u_n+u_{n+1}}{h^2} - \frac{h^2}{12}u^{IV}(\xi), \quad x_{n-1}\le\xi\le x_{n+1} \quad (1)$$

$$\frac{y_{n-1}-2y_n+y_{n+1}}{h^2} - p_n y_n = f_n, \quad p_n = p(x_n), \quad f_n = f(x_n)$$

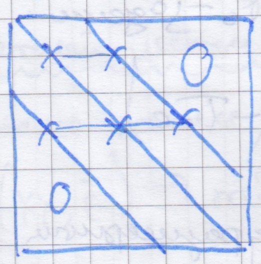
$$\begin{cases} y_{n-1}-(2+h^2p_n)y_n+y_{n+1}=f_nh^2 & n=1\dots N \quad (2) \\ y_0=\alpha, \quad y_N=\beta \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} y_0-(2+\ )y_1+y_2 \\ y_1-(\ )2y_2+y_3\dots \end{matrix}\right| \begin{matrix} f_nh^2 \\ f_2 \\ \vdots \end{matrix}$$

Получили матрицу.

Решение данной системы существует и оно единственно.

Покажем, что данное решение сходится к точному решению



$z_n = y_n - u_n$.

Подставим в пер. ур-е предыдущ.:

$$u_{n-1} - (2+p_nh^2)u_n + u_{n+1} - \frac{h^4}{12}u^{IV}(\xi) = f_nh \quad (3).$$

U_1 (2) вычтем (3)

$$z_{n-1} - (2+p_nh^2)z_n + z_{n+1} + \frac{h^4}{12}u^{IV}(\xi) = 0.$$

$$|(2+p_nh^2)z_n| = \left|z_{n-1}+z_{n+1}+\frac{h^4}{12}u^{IV}(\xi)\right| \le |z_{n-1}|+|z_{n+1}|+\frac{h^4}{12}|u^{IV}(\xi)|$$

$n=m$ — z_n — max

$$|(2+p_mh^2)\cdot z_m| \le |z_{m-1}|+|z_{n+1}|+\frac{h^4}{12}|u^{IV}(\xi)|$$

$$|z_m| \le \frac{h^2}{12}\max\left|\frac{u^{IV}(x)}{p(x)}\right|, \quad \text{при } h\to 0, \ z_m\to 0$$

$O(h^2)$ — порядок точности разностной схемы

~~[illegible]~~