В качестве примера рассмотрим параболическое уравнение одномерное и функционально постоянным для него поставим краевую задачу

$$c(x)\frac{\partial u}{\partial t} = d(u)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(u,t)$$

$a \le x \le b$

$t_0 \le t \le T$

Краевые условия I рода $u(a,t) = \mu_1(t)$, $u(b,t) = \mu_2(t)$

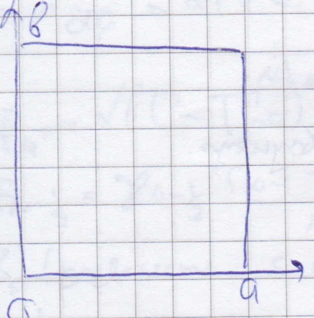
Краевые условия II рода $\frac{\partial u}{\partial t} = \mu_3(t)$

Краевые условия III рода $\alpha\frac{\partial u}{\partial t} + \beta u(a,t) = \mu_4(t)$

2-мерное параболическое уравнение

$$C(u)\frac{\partial u}{\partial t} = a(u)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b(u)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + f(x,y,t)$$

$$C(u)\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(a(u)\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(b(u)\frac{\partial u}{\partial y}\right) + f(u,t)$$



Нач. условия

$u(x,y,t_0) = \mu(x,y)$

Краевые условия

$u(0,y,t) = \mu_1(y,t)$

$u(a,y,t) = \mu_2(y,t)$

$u(x,0,t) = \mu_3(x,t)$

$u(x,b,t) = \mu_4(x,t)$

Основные понятия метода конечных разностей на примере параболического одномерного уравнения с постоянными коэффициентами. (Вопрос 30)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t) \quad (1)$$

$u = X(x)T(t)$

Методы решения (как в ОДУ).

$0 \le x \le b$

$0 \le t \le T$

Н.У. $u(x,0) = \mu(x)$ (2)

Кр.У. $u(0,t) = \mu_1(t)$ (3)

I р. $u(b,t) = \mu_2(t)$ (4)