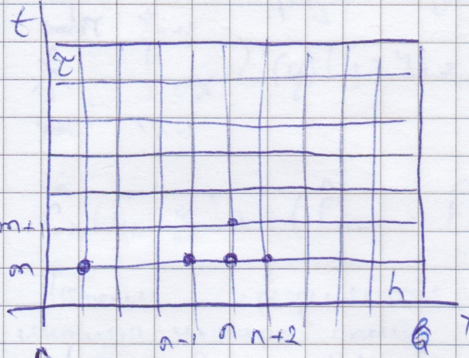
В пространственно-временной области введется сетка, сетка – это ~~мн~~ мн-во узлов, образованных пересечением 2-х семейств перпендикулярных прямых линий (параллельных осей x и t)



h – шаг по x

τ – шаг по t

$$\omega_{h\tau} = \{x_n, t_m : x_n = nh,\ t_m = m\tau;\ 0 \le m \le M,\ 0 \le n \le N\}$$

$$u(x_n, t_m) \equiv u_n^m$$

$$u(x_{n+1}, t_{m+1}) \equiv u_{n+1}^{m+1}$$

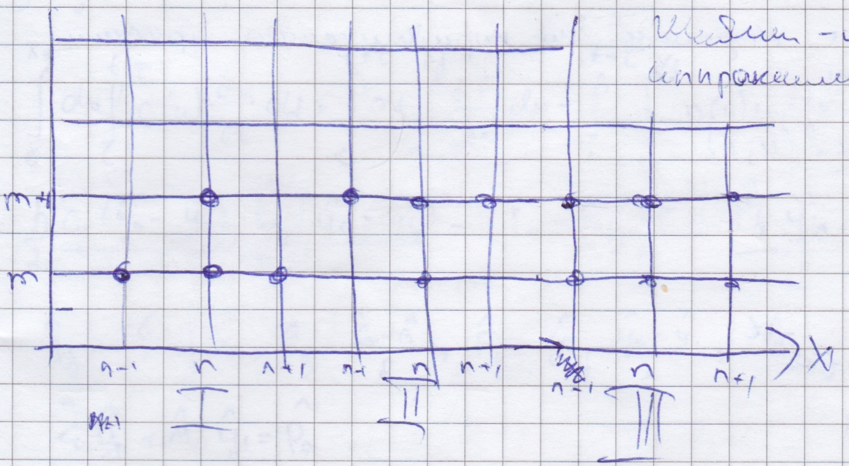
Дифф. уравнение (1) и доп. условия (2)–(4) заменяются разностными аналогами, т.е. строится система уравнений, кот. наз. разностной схемой.

Примем $y_n^{m+1} \equiv \hat{y}_n$, а $y_n^m \equiv y_n$

Совокупность узлов, фиксирующих момент времени, называется слоем.

Построим разностную схему, используя простейший подход – замену производных их разностными аналогами. ~~Выбираем~~

На сетке выберем шаблон



Шаблон – совокупность узлов, на кот. аппроксимируется уравнение

На шаблоне I производная

$$\frac{\hat{y}_n - y_n}{\tau} = a\frac{y_{n-1} - 2y_n + y_{n+1}}{h^2} + \varphi_n,$$

где $\varphi_n = f(x_n, t_m)$

$1 \le n \le N-1$

$y_0 = \mu_1(t_m)$

$y_N = \mu_2(t_m)$

$y_n^0 = \mu(x_n)$

Мы получим формулу для определения $\hat{y}_n = y_n + \tau\left(a\frac{y_{n-1} - 2y_n + y_{n+1}}{h^2} + \varphi_n\right)$

Схема неустойчива, нужно брать очень маленькие шаги

На шаблоне II

$$\frac{\hat{y}_n - y_n}{\tau} = a\frac{\hat{y}_{n-1} - 2\hat{y}_n + \hat{y}_{n+1}}{h^2} + f(x_n, t_{n+1})$$