Найдём минимум:

$$I(c_1, c_2) = \int_0^1 [1 - (1+x^4)c_1 + (2 - 11x^2 - x^6)c_2]^2 dx \to \min$$

$$\frac{\partial I}{\partial c_1} = 2\int_0^1 [1 - (1+x^4)c_1 + (2 - 11x^2 - x^6)c_2 \cdot [-(1+x^4)] dx = 0$$

$$\frac{\partial I}{\partial c_2} = 2\int_0^1 [1 - (1+x^4)c_1 + (2 - 11x^2 - x^6)c_2 \cdot (2 - 11x^2 - x^6)] dx = 0$$

$$\begin{cases} \frac{64}{45}c_1 + \frac{3548}{1155}c_2 = \frac{5}{4} \\ \frac{3548}{1155}c_1 + \frac{63404}{4095}c_2 = \frac{38}{11} \end{cases}$$

$c_1 = 0{,}985$; $c_2 = -0{,}078$

$y(x) \cong 0{,}985(1 - x^2) - 0{,}078(x^2 - x^4)$

3. Дискретный метод наименьших квадратов (точечный)

Всё тоже самое, но не интеграл, а:

$$\sum_{i=1}^{N} R^2(x_i, \bar{c}) \to \min = I(c_1, c_2, \ldots, c_n) \quad N > n \text{ (много точек)}$$

далее также.

4. Метод Галёркина

$$\int_a^b f(x)\, u_i(x)\, dx = 0, \; i = 1, \ldots, n \qquad f(x) \equiv 0$$

Вся часть работы по получению невязки аналогична предыдущим методам.

$R(\bar{x}, \bar{c}) = L y$; $f(x)$, $u_0(x)$, $u_i(x)$ … $i = \overline{1, n}$

$\bar{C}_1 = (c_1, c_2, \ldots, c_n)$

$$\int_a^b R(x, \bar{c})\, u_i(x)\, dx = 0, \quad i = \overline{1, n}$$

Пример

$y'' + xy' + y = 2x \qquad y(0) = 1, \; y(1) = 0$

$u_0(x) = 1 - x$

$u_1(x) = x(1 - x)$

$u_2(x) = x^2(1 - x)$

$u_3(x) = x^3(1 - x)$