Устойчивость — непр. завис. решения схемы от входных данных

$A_h y = \varphi$ Разностная схема уст., если её реш. непр. зав. от входных данных.

$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta(\varepsilon)$ $\begin{cases} A_h y = \varphi_h \\ B_h y = \beta_h \end{cases}$ (1)

$\|y^{(1)} - y^{(2)}\| < \varepsilon$, если $\|\varphi_h^{(1)} - \varphi_h^{(2)}\| < \delta$, $\|\beta_h^{(1)} - \beta_h^{(2)}\| < \delta$

Если несколько незав. переменных, то появл. понятия условной и безусловной устойчивости.

Устойчивость называется безусловной, если не зависит от соотношения шагов.

Устойчивость по нач. данным схемы

Непр. завис. от φ_h наз. устойчивостью по правой части

Непр — // — β_h — // — // — по доп. условиям

$\frac{\partial u}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t)$ $\quad x=0, \ -\lambda \frac{\partial u}{\partial x} = \alpha(u - u_0)$ (2)

$x = l, \ u(l,t) = \mu_2(t)$ — это и есть доп. условия

$t=0 \quad u(x,0)=\mu(x)$

Разностная схема $\frac{\hat y_n - y_n}{\tau} = a\frac{y_{n-1} - 2y_n + y_{n+1}}{h^2} + \varphi_n$ (2')

$-\lambda\frac{\hat y_1 - \hat y_0}{h} = \alpha(\hat y_0 - u_0)$

$y_n^0 = \mu(x_n)$. Рассматриваем 2 вида устойчивости

Устойчивость исследуют:

1) принцип максимума
2) метод разделения переменных
3) метод операторных неравенств
4) метод энергетических неравенств.

Принцип максимума

$\sum_k a_k \hat y_{n+k} = \sum_p b_p y_{n+p}$ — верхний 2 слоя. схема для y_n

Предположим, что $|a_0| = \max|a_k|$