$$\rho_q - 1 = \frac{\tau a \rho_q}{h^2}\left(e^{-i\pi q h/l} - 2 + e^{i\pi q h/l}\right)$$

$\langle \ldots \rangle$.

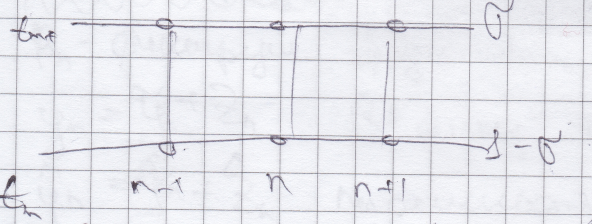
$$\rho_q - 1 = \frac{2\tau a \rho_q}{h^2}\left(\cos\frac{\pi q h}{l} - 1\right)$$

$$\rho_q\left(1 + \frac{2\tau a}{h^2}\sin^2\frac{\pi q h}{2l}\right) = 1$$

$$\rho_q = \frac{1}{1 + \frac{2\tau a}{h^2}\sin^2\frac{\pi q h}{2l}} \quad \boxed{\leq 1 \text{ всегда}}$$, т.е. неявная схема безусловно устойчива

Применим метод разделения переменных для шеститочечной разностной схемы.

Установив условие устойчивости разностной схемы методом разд. переменных нет. Вторую часть принципа максимума $|a_0| - \sum_{k\neq 0}|a_k| \geq \frac{D}{\tau}$. В дополнение надо это проверить, и тогда будет полная устойчивость



$$\frac{\hat{z}_n - z_n}{\tau} = a\sigma\frac{\hat{z}_{n-1} - 2\hat{z}_n + \hat{z}_{n+1}}{h^2} + a(1-\sigma)\frac{z_{n-1} - 2z_n + z_{n+1}}{h^2}$$

$z_n = \rho_q^n e^{i\pi q x_n/l}$

$\hat{z}_n = \rho_q \cdot z_n$

Проведя выкладки аналогичные для пред. примера получим:

$$\rho_q - 1 + \frac{4a\sigma\tau}{h^2}\rho_q \sin^2\frac{\pi q h}{2l} + \frac{4a\tau(1-\sigma)}{h^2}\sin^2\frac{\pi q h}{2l} = 0$$

$$\rho_q = \frac{1 - \frac{4a\tau(1-\sigma)}{h^2}\sin^2\frac{\pi q h}{2l}}{1 + \frac{4a\tau\sigma}{h^2}\sin^2\frac{\pi q h}{2l}}$$

$$\underbrace{-1 \leq \rho_q \leq 1}_{\text{выполняется автоматически}} \qquad \rho_q \geq -1$$