

УДК 629.78, 531.551

## Расчёт движения космического аппарата на околокруговой орбите по данным TLE по упрощённой модели SGP

Чагина В. А.<sup>1</sup>, Гришко Д. А.<sup>1,\*</sup>,  
Майорова В. И.<sup>1</sup>

[\\*dim.gr@mail.ru](mailto:dim.gr@mail.ru)

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Рассматривается задача расчёта параметров движения космического аппарата на околокруговой орбите по начальным данным, представленным в формате TLE, с использованием упрощённой модели SGP. Данные формата TLE в настоящее время широко используются в различных баллистических расчётных программах, при этом алгоритм расчёта имеет ряд особенностей. Конечной целью расчётов является получение мгновенных значений азимута и угла места космического аппарата, знание которых необходимо для управления наземной станцией. В статье показана вся последовательность вычислений для решения поставленной задачи, даны комментарии к применённым формулам, необходимые для практической реализации алгоритма. Для оценки погрешности упрощённой модели SGP использовались данные с известной программы Orbitron, в которой реализована более точная модель движения SGP4. Сравнение результатов расчёта было проведено для нескольких типов орбит. Полученные погрешности углов наведения антенны для рассмотренных орбит позволяют использовать упрощённую модель SGP для расчётов и оценок трасс прохождения космических аппаратов над пунктом управления, оснащённым антеннами с широкой диаграммой направленности.

**Ключевые слова:** TLE, NORAD, космический аппарат, наземный комплекс управления, азимут, угол места

### Введение

В последние годы для решения задачи расчёта положения космических аппаратов (КА) в определённый момент времени всё чаще используются баллистические начальные данные, формируемые службой NORAD (США) и представляемые в формате TLE (*Two-line element*) [1, 2]. Обязательным требованием для минимизации погрешностей расчёта положения КА является использование той же модели движения, которая применялась в процессе создания TLE-файла по данным непосредственных измерений [3]. Содержащиеся в TLE-файлах значения параметров орбиты вычисляются при помощи осреднения в рамках специфических моделей SGP4 или SDP4. Таким образом, они не являются точными зна-

чениями кеплеровых элементов оскулирующей орбиты и не могут быть проинтегрированы с использованием системы дифференциальных уравнений в оскулирующих переменных [4].

Одним из основных документов, определяющих алгоритм расчёта положения КА на орбите с использованием формата *TLE* по моделям *SGP*, *SGP4* и *SGP8*, является отчёт под редакцией Dr. T.S. Kelso [5]. При его реализации возникают проблемы, связанные с использованием различных единиц измерения в США и РФ, а также с различиями в подходах к моделированию движения КА в научных школах этих стран. Кроме того, учитывая регулярность обновлений файлов *TLE*, составляющую от нескольких дней (для низких орбит) до нескольких недель (для высоких орбит), можно упростить алгоритм, представленный в [5] для модели *SGP* в тех случаях, когда не требуется обеспечивать сверхточное позиционирование, а необходимо осуществить наведение антенны с широкой диаграммой направленности на движущийся по околокруговой орбите КА или оценить траекторию прохождения КА относительно наземной станции. На основе указанного документа [5] на сайте [6] представлен достаточно наглядный пошаговый алгоритм расчёта положения КА на орбите с использованием упрощённой модели *SGP* по данным *TLE*. Вместе с тем, имеются два момента, которые мешают назвать представленный в [6] алгоритм универсальным. Во-первых, авторы ставят своей целью вычисление прямого восхождения и склонения КА – параметров, необходимых для работы с телескопом, но не для наведения антенн наземного комплекса управления (НКУ), где необходимы значения угла места и азимута. Во-вторых, авторы алгоритма [6] используют для конкретной даты и времени Астрономический ежегодник для определения местного звёздного времени (*Local Sidereal Time*), что не даёт возможности автоматически рассчитывать орбиту КА на некотором интервале времени. В настоящее время формат *TLE* широко используется и в РФ, однако в русскоязычной литературе ощущается недостаток информации о проводимых на его основе баллистических расчётах. По этой причине в статье приводится пошаговый полный алгоритм расчёта движения КА на околокруговой орбите по упрощённой модели *SGP*. При использовании более совершенных моделей движения общая логика расчёта, в отличие от конкретных вычислительных блоков, меняется незначительно.

Целью данной статьи является подробное и наглядное описание упрощённого алгоритма работы с форматом представления начальных баллистических данных в виде *TLE*-файла применительно к конечному потребителю – НКУ малыми КА. Основной задачей данной работы является исследование погрешностей наведения, которые возникнут вследствие значительных упрощений математической модели движения КА. Величина полученной погрешности наведения в сочетании с техническими характеристиками конкретной антенной системы позволят рассматривать вопрос применимости полученной математической модели для оценки трассы прохождения КА в зоне радиовидимости НКУ и для наведения антенн. Необходимо отметить, что используемая в настоящее время во многих расчётных программах модель движения *SGP4* не предполагает наглядного аналитического решения. Это обстоятельство не позволяет получить прямую взаимосвязь меж-

ду входными и выходными параметрами модели. Таким образом, описанное ниже упрощение модели *SGP* для околокруговых орбит аналогично процессу линеаризации сложных динамических систем, выполняемому обычно с целью оценки их свойств. Начало работы в этом направлении было положено в материалах [6], однако в данном источнике приведена лишь треть упрощённого алгоритма, а эффект от упрощений и применимость такой упрощённой модели движения и вовсе не были исследованы.

## 1. Расчёт величин орбитальных элементов

В качестве примера для иллюстрации работы алгоритма рассматривается расчёт положения КА GlobalStar M047 (параметры орбиты показаны в таблице 1) на 00:19:51.670 UTC 18 декабря 2007 года, интервал прогноза ( $\Delta t$ ) при этом составляет 1.7677141 солнечных суток [6]. Используемые исходные данные *TLE* [7] для данного КА имеют вид:

```
1 37772U 98067CK 07350.24607837 .00031592 00000-0 37647-3 0 118
2 37772 051.9970 251.0219 0001492 033.8641 326.2322 12.62256095 619
```

**Таблица 1** Начальные орбитальные данные КА GlobalStar M047 из *TLE*-файла

Элемент	Символ	Значение в файле <i>TLE</i>	Числовое значение
Время эпохи	$t_0$	07350.24607837	05:54:21.171 UTC Декабрь 16, 2007
Наклонение	$i$	051.9970	51.9970°
Долгота восходящего узла	$\alpha_{\Omega 0}$	251.0219	251.0219°
Эксцентриситет	$e$	0001492	0.0001492
Аргумент перицентра	$\omega_0$	033.8641	33.8641°
Средняя аномалия	$M_0$	326.2322	326.2322°
Частота обращения	$n$	12.62256095	12.62256095 витков/солнечные сутки

В первую очередь, воспользовавшись выражением (1) необходимо вычислить среднюю аномалию КА  $M$  для выбранной даты расчёта:

$$M = M_0 + 360^\circ \left( n \cdot \Delta t - [n \cdot \Delta t] - \left[ \frac{M_0 + 360^\circ (n \cdot \Delta t - [n \cdot \Delta t])}{360^\circ} \right] \right). \quad (1)$$

Квадратные скобки в формуле (1) означают, что от результата заключённых в них выражений необходимо брать только целую часть без округления. В *TLE*-файле средняя аномалия на эпоху дана в градусах, что определяет единицу измерения этой величины, рассчитанной по формуле (1).

Далее путём решения трансцендентного уравнения Кеплера (2) можно получить эксцентрическую аномалию  $E$ , а через неё – истинную аномалию  $\nu$  по формуле (3). Необходи-

димом отметить, что при решении уравнения Кеплера полученная ранее средняя аномалия  $M$  должна быть переведена в радианы.

$$M = E - e \cdot \sin E, \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}. \quad (3)$$

Точность решения уравнения Кеплера определяется используемым для расчёта численным методом. При вычислении истинной аномалии в программной реализации формулы (3) следует использовать функцию  $\arctan 2(y, x)$ , возвращающую значения в диапазоне  $[-\pi; +\pi]$ , при этом отрицательные значения переводятся в углы III и IV четверти путём прибавления  $2\pi$ .

Одновременно с истинной аномалией в первом приближении может быть определена большая полуось ( $a$ ):

$$a = \sqrt[3]{\frac{\mu}{(2\pi \cdot n)^2}}. \quad (4)$$

В данной формуле гравитационный параметр Земли  $\mu$ , в отличие от привычного значения  $398600.44 \text{ км}^3/\text{с}^2$ , выражается в других единицах измерения и равен  $2.9755363405824 \cdot 10^{15} \text{ км}^3/\text{день}^2$ . Далее определяются расстояние до перицентра  $P$  (5) и мгновенное геоцентрическое расстояние  $r$  (6):

$$P = a(1 - e), \quad (5)$$

$$r = \frac{P(1+e)}{1+e \cdot \cos v}. \quad (6)$$

Затем по формулам (7.1)-(7.3) вычисляются параметры  $d_1$ ,  $a_0$  и  $p_0$ , которые потребуются далее для учёта прецессии линии узлов и линии аписид:

$$d_1 = \frac{3 \cdot J_2 \cdot R_E^2 (3 \cos^2 i - 1)}{4 \cdot a_1^2 \cdot \sqrt[3]{(1-e^2)^2}}, \quad (7.1)$$

$$a_0 = -a_1 \left( \frac{134 d_1^3}{81} + d_1^2 + \frac{d_1}{3} - 1 \right), \quad (7.2)$$

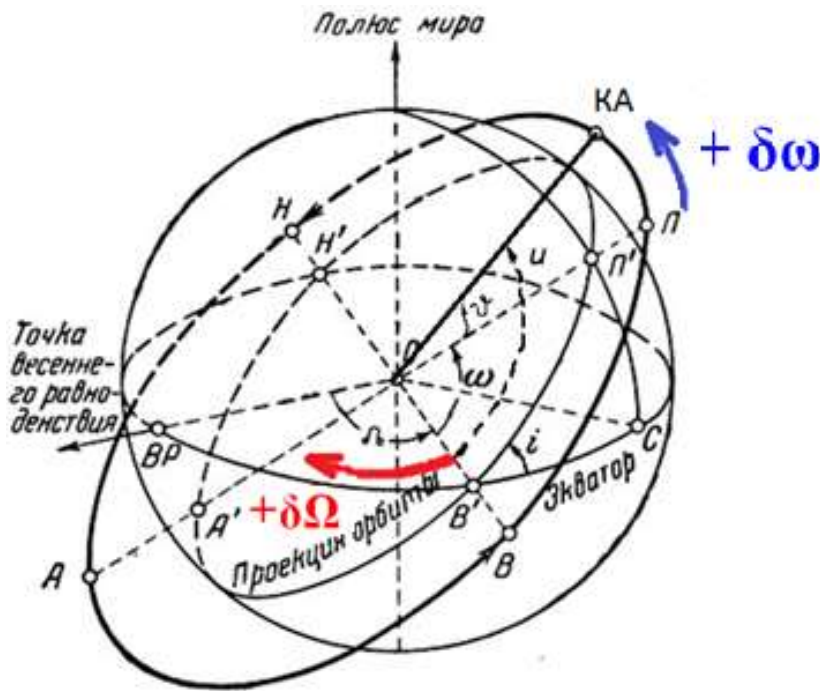
$$p_0 = a_0(1 - e^2), \quad (7.3)$$

здесь  $a_1 = a/R_E$  – отношение вычисленной большой полуоси к экваториальному радиусу  $R_E$  общего земного эллипсоида стандарта WGS-84 ( $R_E = 6378.137 \text{ км}$ );  $J_2 = 1.0826267 \cdot 10^{-3}$  – коэффициент второго члена разложения гравитационного потенциала Земли в ряд по сферическим функциям геоцентрической широты.

Вследствие нецентральности гравитационного поля, которая в упрощённой модели *SGP* описывается только полярным сжатием, долгота восходящего узла (ДВУ) и аргумент перицентра имеют вековые уходы. Значения этих параметров заданы на момент эпохи в файлах *TLE*. Для орбиты КА GlobalStar M047 с наклонением  $51.997^\circ$  линия узлов прецессирует на Запад, а линия аписид – против часовой стрелки (рис. 1). Зная интервал прогноза  $\Delta t$ , можно вычислить значения ДВУ  $\alpha_\Omega$  и аргумента перицентра  $\omega$  для конкретного времени:

$$\alpha_\Omega = \alpha_{\Omega 0} + 360^\circ \cdot \frac{-3 \cdot J_2 \cdot R_E^2 \cdot n \cdot \cos i}{2 \cdot p_0^2} \cdot \Delta t, \quad (8)$$

$$\omega = \omega_0 + 360^\circ \cdot \frac{3 \cdot J_2 \cdot R_E^2 \cdot n \cdot (5 \cos^2 i - 1)}{4 \cdot p_0^2} \cdot \Delta t. \quad (9)$$



**Рис. 1.** Ориентация плоскости орбиты в инерциальной системе координат и направления вековых уходов ДВУ и аргумента перицентра для КА GlobalStar M047

Предварительным результатом станет вычисление аргумента широты КА для даты расчёта:

$$u = \omega + v. \quad (10)$$

Необходимо помнить, что измеряемые в градусах величины средней аномалии  $M$  (до решения уравнения Кеплера), истинной аномалии  $v$ , ДВУ  $\alpha_\Omega$ , аргумента перицентра  $\omega$  и аргумента широты  $u$  могут принимать только значения из диапазона  $[0^\circ; 360^\circ]$ . В том случае, если вычисленные величины этих углов выходят за указанный диапазон, необходимо заранее предусмотреть их соответствующий пересчёт.

## 2. Определение геоцентрических координат КА

Плоскость орбиты КА, экваториальная плоскость и плоскость мгновенного меридиана КА образуют сферический прямоугольный треугольник (рис. 2), из которого, используя формулы сферической тригонометрии, можно определить разницу долгот  $\Delta\alpha$  – разницу между геоцентрическим прямым восхождением КА  $\alpha_g$  и долготой восходящего узла  $\alpha_\Omega$ :

$$\Delta\alpha = \arccos \frac{\cos u}{\sqrt{1 - \sin^2 i \cdot \sin^2 u}}, \quad (11)$$

$$\delta_g = \text{sign}(\sin u) \cdot \arccos \frac{\cos u}{\cos \Delta\alpha}. \quad (12)$$

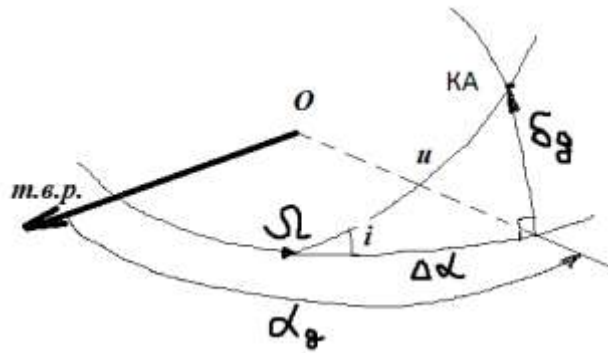


Рис. 2. Сферический треугольник, используемый для нахождения прямого восхождения КА

Зная разницу долгот, можно непосредственным суммированием определить геоцентрические прямое восхождение КА  $\alpha_g$  и по формуле (12) – склонение  $\delta_g$ , которые необходимы для расчёта положения КА в абсолютной геоцентрической экваториальной системе координат (АГЭСК):

$$\begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix} = r \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha_g \cdot \cos \delta_g \\ \sin \alpha_g \cdot \cos \delta_g \\ \sin \delta_g \end{bmatrix}. \quad (13)$$

### 3. Расчёт местного звёздного времени

Следующим шагом является расчёт местного звёздного времени (*Local Sidereal Time, LST*), которое потребуется для определения прямого восхождения НКУ. Прежде всего, необходимо определить число целых суток между 01 января года расчётной даты и расчётной датой (*day*), а далее – используя формулу (14), вычислить номер юлианского дня (*JDN*) по дате прогноза, заданной по григорианскому календарю, зная номер текущих месяца (*month*) и года (*year*). При расчёте необходимо помнить, что в формуле (14) все операции деления являются целочисленными.

$$JDN = day + \left\lfloor \frac{153m+2}{5} \right\rfloor + 365y + \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{y}{100} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{y}{400} \right\rfloor - 32045, \quad (14)$$

где

$$\begin{cases} y = year + 4800 - \tilde{a}, \\ \tilde{a} = \left\lfloor \frac{14-month}{12} \right\rfloor, \\ m = month + 12\tilde{a} - 3. \end{cases}$$

Юлианская дата *JD*, соответствующая эпохе 01 января года расчётной даты, с учётом значений часа (*hour*), минут (*minutes*) и секунд (*seconds*), определяется как [8]:

$$JD = JDN + \frac{hour-12}{24} + \frac{minutes}{1440} + \frac{seconds}{86400}. \quad (15)$$

Знание юлианской даты и данные астрономических наблюдений позволяют достаточно точно вычислить *GST* – звёздное время на меридиане Гринвича (эквивалент угла прямого восхождения Гринвича) по методике, описанной в [9]:

$$T = \frac{JD - 2451545}{36525},$$

$$T_0 = 6.697374558 + 2400.051336 \cdot T + 0.000025862 \cdot T^2, \quad (16)$$

где  $T$  - число юлианских столетий от момента наблюдений до эпохи J2000,

$$GST = T_0 + \left( hour + \frac{minutes}{60} + \frac{seconds}{3600} \right) \cdot 1.002737909. \quad (17)$$

Далее следует перевести разность долгот НКУ и Гринвича, вычисленную в градусах, в разность времён и вычислить местное звёздное время:

$$LST = GST + \text{sign}(\Delta\lambda) \cdot \frac{\Delta\lambda}{360^\circ} \cdot 24. \quad (18)$$

Ему соответствует угол прямого восхождения НКУ  $\alpha_i$ , выраженный в градусах.

Расстояние от центра Земли до НКУ:

$$r_g = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos\delta_i}{R_E}\right)^2 + \left(\frac{\cos\delta_i}{R_P}\right)^2}} + h, \quad (19)$$

здесь  $R_E = 6378.137$  км – экваториальный радиус Земли по стандарту WGS-84,  $R_P = 6356.7523$  км – полярный радиус Земли,  $h$  – высота НКУ над уровнем моря в километрах.

В тестовом примере [6] НКУ находился в Канаде (Brockville), координаты которого на общем земном эллипсоиде стандарта WGS-84 имеют следующие значения: долгота  $\lambda = -75.6883^\circ$ , геодезическая широта  $\varphi = +44.5903^\circ$ , склонение НКУ  $\delta_i$  принимается равным геоцентрической широте НКУ ( $\varphi_c^\circ$ ), которую можно определить из его геодезической широты ( $\varphi_r^\circ$ ), используя приближённое уравнение:

$$\varphi_r^\circ = \varphi_c^\circ + 0.1921 \cdot \sin\left(2\varphi_c^\circ \cdot \frac{\pi}{180}\right) \quad (20)$$

Абсолютные геоцентрические экваториальные координаты НКУ:

$$\begin{bmatrix} a_g \\ b_g \\ c_g \end{bmatrix} = r_g \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha_i \cdot \cos\delta_i \\ \sin\alpha_i \cdot \cos\delta_i \\ \sin\delta_i \end{bmatrix}. \quad (21)$$

#### 4. Расчёт азимута и угла места

Основной информацией для управляемой антенны НКУ являются мгновенные значения азимута и угла места КА. Для их получения необходимо выполнить следующую последовательность действий. Во-первых, вычисляется вектор дальности КА по отношению к НКУ:

$$\overrightarrow{\Delta r} = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_g - a_g \\ y_g - b_g \\ z_g - c_g \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Далее необходимо получить угловые координаты для антенны НКУ. Сделать это можно двумя равнозначными способами.

1. Согласно [10] значения азимута и угла места могут быть напрямую получены из координат вектора дальности КА по отношению к НКУ:



$$\begin{bmatrix} \sin Z \cos A \\ \sin Z \sin A \\ \cos Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \delta_i \cos \alpha_i & -\sin \delta_i \sin \alpha_i & \cos \delta_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ \cos \delta_i \cos \alpha_i & \cos \delta_i \sin \alpha_i & \sin \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s / \Delta r \\ y_s / \Delta r \\ z_s / \Delta r \end{bmatrix}, \quad (23)$$

здесь  $Z$  – зенитное расстояние, из которого можно получить угол места, который дополняет это угловое расстояние до прямого угла.

$$Z = \arccos \left( \frac{x_s}{\Delta r} \cos \delta_i \cos \alpha_i + \frac{y_s}{\Delta r} \cos \delta_i \sin \alpha_i + \frac{z_s}{\Delta r} \sin \delta_i \right), \quad (24)$$

$$A = \arctan \frac{-\frac{x_s}{\Delta r} \sin \alpha_i + \frac{y_s}{\Delta r} \cos \alpha_i}{-\frac{x_s}{\Delta r} \sin \delta_i \cos \alpha_i - \frac{y_s}{\Delta r} \sin \delta_i \sin \alpha_i + \frac{z_s}{\Delta r} \cos \delta_i} \quad (25)$$

Выражение (25) при программной реализации требует использования функции  $\arctan2(y, x)$ , так как азимут определён в диапазоне значений  $[0; 2\pi]$

2. При втором способе необходимо сначала определить проекции вектора дальности  $\vec{\Delta r}$  на оси стартовой системы координат, при этом ось абсцисс этой системы координат, совпадающую с направлением на азимут пуска ( $A_n$ ), необходимо направить на Север. Так как  $\vec{\Delta r}$  – результат вычитания радиус-вектора КА и радиус-вектора НКУ в АГЭСК, то для определения углов ориентации вектора дальности не важно, располагается ли начало этой стартовой системы координат в центре Земли, или, что более наглядно, для последующих вычислений, – в точке, соответствующей расположению НКУ на общем земном эллипсоиде. Выражение, определяющее проекции вектора  $\vec{\Delta r}$ , в общем случае имеет вид:

$$\begin{bmatrix} x_{st} \\ y_{st} \\ z_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos A_n \cos \alpha_i \sin \delta_i - \sin A_n \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \sin A_n - \cos A_n \sin \delta_i \sin \alpha_i & \cos A_n \cos \delta_i \\ \cos \delta_i \cos \alpha_i & \cos \delta_i \sin \alpha_i & \sin \delta_i \\ \cos \alpha_i \sin A_n \sin \delta_i - \cos A_n \sin \alpha_i & \cos A_n \cos \alpha_i + \sin A_n \sin \delta_i \sin \alpha_i & -\cos \delta_i \sin A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s / \Delta r \\ y_s / \Delta r \\ z_s / \Delta r \end{bmatrix}. \quad (26)$$

С учётом выбора направления оси абсцисс стартовой системы координат ( $A_n = 0^\circ$ ), выражение (26) принимает вид:

$$\begin{bmatrix} x_{st} \\ y_{st} \\ z_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha_i \sin \delta_i & -\sin \delta_i \sin \alpha_i & \cos \delta_i \\ \cos \delta_i \cos \alpha_i & \cos \delta_i \sin \alpha_i & \sin \delta_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s / \Delta r \\ y_s / \Delta r \\ z_s / \Delta r \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Проекции вектора  $\vec{\Delta r}$  позволяют вычислить азимут и угол места КА относительно НКУ:

$$Y.M. = \arccos \frac{\sqrt{x_{st}^2 + z_{st}^2}}{\Delta r}, \quad (28)$$

$$A = \arctg \frac{z_{st}}{x_{st}} \quad (29)$$

## 5. Погрешности расчёта

В качестве эталонных данных для определения погрешности расчёта по описанному выше упрощённому *SGP*-алгоритму можно использовать сведения из свободно распространяемой программы Orbitron [11], которая также может быть применена для непосред-



ственного управления наземной станцией в автоматическом режиме. В этой программе реализована более совершенная модель движения КА *SGP4*. Программа Orbitron за последние десять лет получила широкое распространение в мире среди специалистов и радиолюбителей, точность выдаваемых при помощи неё целеуказаний для антенных систем не подлежит сомнению.

Для исследования погрешностей расчёта при использовании упрощённой *SGP* модели рассматривались трассы прохождения КА Terra (высота 700 км), КА спутниковых систем Глобалстар (высота 1420 км) и ГЛОНАСС (высота 19400 км). Все указанные КА функционируют на околокруговых орбитах. Применимость описанного выше алгоритма к орбите Международной космической станции (высота 400 км) не исследовалась, так как в математической модели не учитывается торможение КА о верхние слои атмосферы.

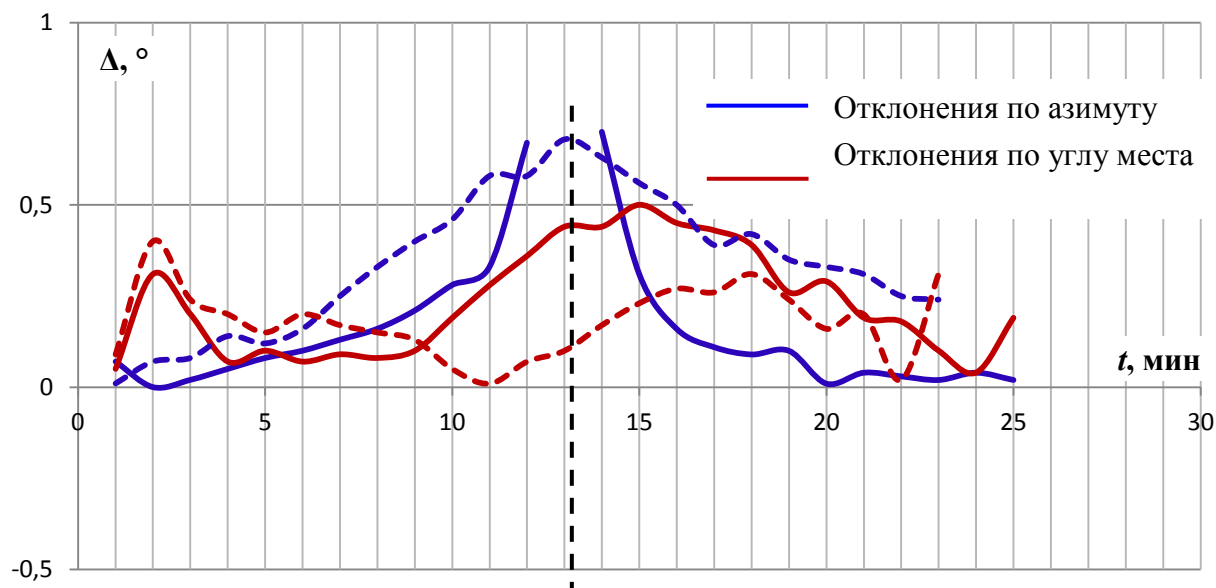
Любая антенная система с круговой поляризацией (угол крена  $\gamma$  не имеет значения) управляется по углу места (аналог угла тангажа  $\vartheta$ ) и по углу азимута (аналог угла рыскания  $\psi$ ). В этом случае при вращении антенны выполняется известное кинематическое соотношение между углами ориентации и проекциями вектора угловой скорости в системе координат, связанной с антенной:

$$\dot{\psi} = \sec \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma). \quad (30)$$

Как следует из формулы (30) при больших углах места (зенитная область) скорость изменения азимута  $\dot{\psi}$  начинает стремительно возрастать, что приводит к полному вырождению этого параметра в момент прохождения зенита НКУ.

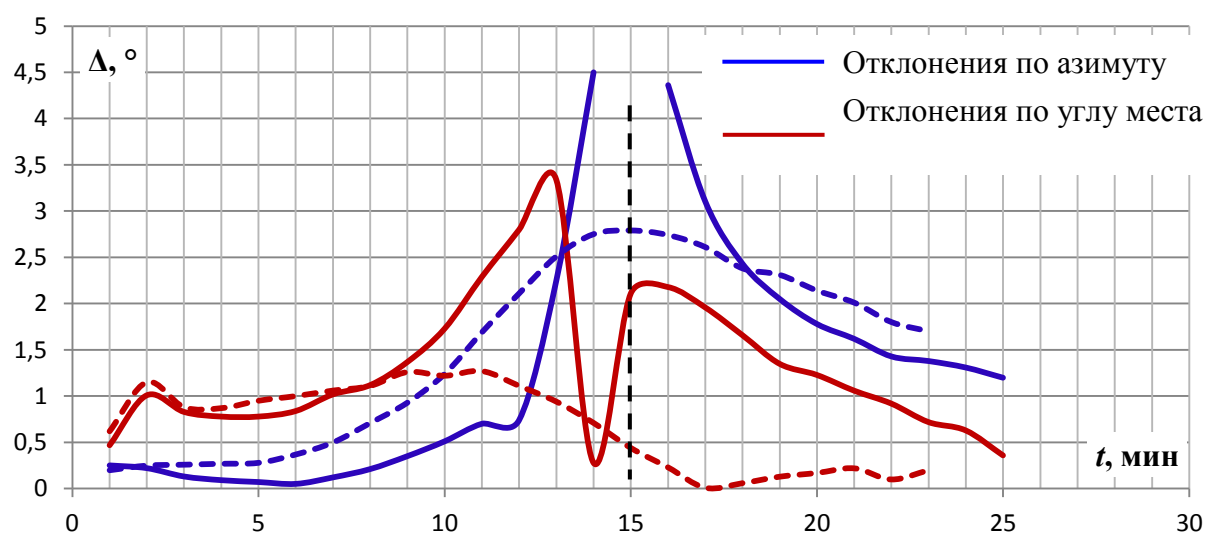
Погрешности расчётов по углу места и азимуту для КА системы Глобалстар приведены на рис. 3 (интервал прогноза 2 суток) и на рис. 4 (интервал прогноза 12 суток). Выбор интервала прогноза продолжительностью в 12 суток связан с тем, что данные *TLE* по функционирующим КА, выкладываемые в открытый доступ, в среднем обновляются не реже одного раза в 10-14 дней. Отклонения от данных программы Orbitron по азимуту показаны на рис. 3-4 синим цветом, по углу места – красным; отклонения рассчитывались для одного среднего и одного высокого витков. Из рис. 3 видно, что в случае краткосрочного прогноза при точках максимального возвышения над горизонтом, значительно отстоящих от зенитной области, погрешность по каждому из углов практически не превышает 0.5 градуса. При прохождении через зенитную область НКУ понятие азимута вырождается, что отражено на рис. 3 в асимптотическом росте погрешности по этой угловой величине (синяя сплошная линия) на высоком витке, однако при прохождении зенитной области ошибка наведения антенны фактически определяется только ошибкой по углу места, которая, как видно из рис. 3, всё равно меньше 0.5 градуса.

### Глобалстар, $h \approx 1420$ км. Погрешность расчёта через 2 суток



**Рис 3.** Угловые отклонения по азимуту и углу места по сравнению с данными Orbitron при максимальном возвышении КА серии Глобалстар над горизонтом  $89.6^\circ$  (сплошные линии) и  $32.6^\circ$  (пунктирные линии)

### Глобалстар, $h \approx 1420$ км. Погрешность расчёта через 12 суток



**Рис. 4.** Угловые отклонения по азимуту и углу места по сравнению с данными Orbitron при максимальном возвышении КА серии Глобалстар над горизонтом  $80.1^\circ$  (сплошные линии) и  $27.2^\circ$  (пунктирные линии)

Из рис. 4 следует, что в случае прогноза движения КА на 12 суток при точках максимального возвышения над горизонтом, значительно отстоящих от зенитной области, погрешность по азимуту практически не превышает 3 градусов, а по углу места — 1 градуса. При прохождении через зенитную область НКУ понятие азимута вырождается, что отражено на рис. 4 в асимптотическом росте погрешности по этой угловой величине (синяя

сплошная линия) на высоком витке, однако при прохождении зенитной области ошибка наведения антенны фактически определяется только ошибкой по углу места, которая, как видно из рис. 4, меньше 3-х градусов.

Аналогичные действия по определению погрешностей были выполнены для КА Terra и КА системы ГЛОНАСС. Величины отклонений показаны на рис. 5 и рис. 6.

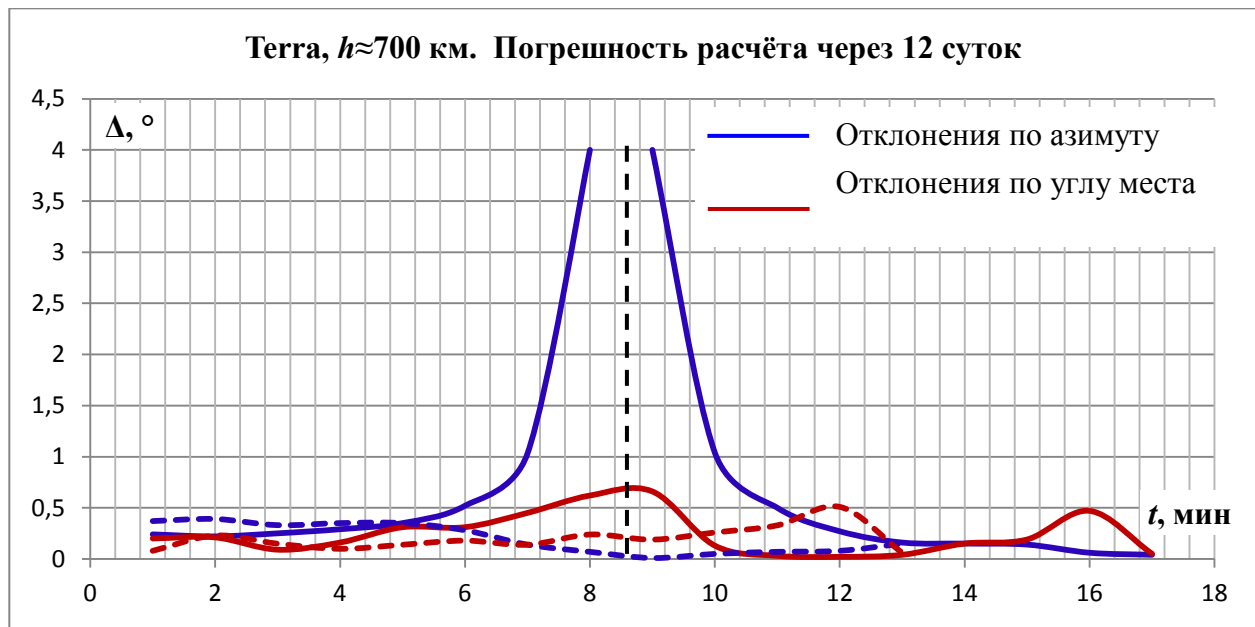


Рис. 5. Угловые отклонения по азимуту и углу места по сравнению с данными Orbitron при максимальном возвышении КА серии ГЛОНАСС над горизонтом  $85.6^\circ$

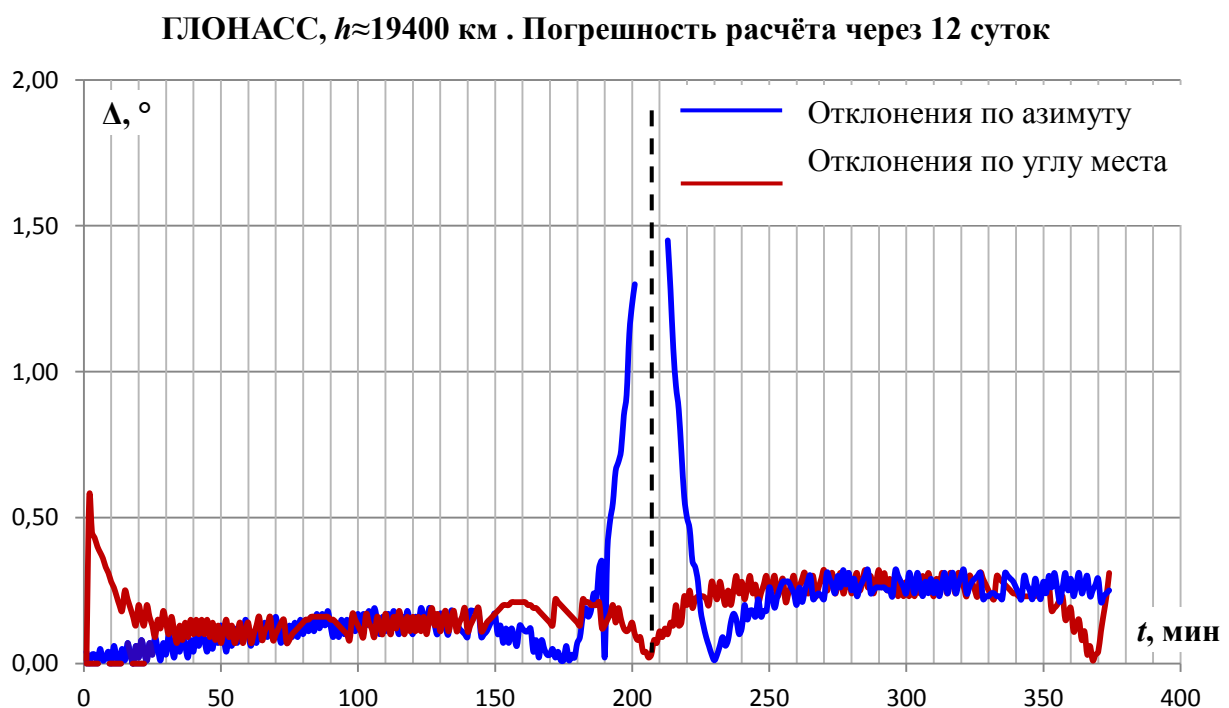


Рис. 6. Угловые отклонения по азимуту и углу места по сравнению с данными Orbitron при максимальном возвышении КА серии ГЛОНАСС над горизонтом  $84.2^\circ$

## Выводы

В статье представлен алгоритм расчёта движения КА по околокруговой орбите с использованием файлов *TLE* по упрощённой *SGP* модели. С точки зрения методологии описанное выше решение задачи имеет законченный вид, так как включает в себя также алгоритм приближительного расчёта местного звёздного времени и зависимости, необходимые для вычисления целеуказаний для антенных систем НКУ. В том случае, если полученная точность расчётов не удовлетворяет поставленным задачам, орбита не является околокруговой или испытывает значительное влияние со стороны верхних слоёв атмосферы, то следует воспользоваться источником [5] для программной реализации изложенной там полной методики расчёта движения КА по данным *TLE*.

Анализ отклонений по азимуту и углу места, которые возникают при использовании упрощённой модели *SGP*, показал, что для высоких орбит (рис. 6) погрешность упрощённой *SGP* модели составляет менее  $0.25^\circ$  по обоим параметрам для 12-ти дневного интервала прогноза. Такая хорошая точность объясняется тем, что на околокруговую орбиту не действуют силы аэродинамического сопротивления, а ускорения, вызванные нецентральностью гравитационного поля, достаточно малы, так как их величина обратно пропорциональна четвёртой степени радиус-вектора КА. Возмущения от Луны и Солнца сказываются на длительном интервале времени, поэтому они не учитываются ни в эталонной модели *SGP4*, ни в упрощённой модели *SGP*. Для низких орбит (рис. 4) погрешность наведения антенн на 12-ти суточном интервале может достигать  $3^\circ$ . Ухудшение точности объясняется более сильным влиянием нецентральности гравитационного поля Земли. Вместе с тем, точность прогноза для КА Terra (высота 700 км) гораздо лучше (рис. 5) по сравнению с результатами, полученными для КА Глобалстар (высота 1400 км). Это может быть связано с тем, что данные *TLE* формируются по результатам измерений параметров орбит, а количество таких измерений для различных КА отличается, следовательно, отличаются и величины отклонений результатов расчёта для разных моделей движения. Кроме того, необходимо учитывать и то обстоятельство, что данные *TLE* генерируются с использованием модели *SGP4*, а расчёт по ним выполнялся с использованием упрощённой версии модели *SGP*.

Реальные исполнительные органы большинства антенн, не относящихся к классу узконаправленных, обеспечивают наведение и позиционирование с точностью до нескольких градусов. Кроме того, такие антенны имеют, как правило, широкую диаграмму направленности, которая может достигать 30 градусов. В случае же антенн с узкой диаграммой направленности система дополняется встроенной опцией автосопровождения и коррекции траектории. Таким образом, погрешности, полученные с использованием упрощённой версии модели *SGP* вполне допустимы, следовательно, можно считать, что описанная упрощённая версия реализации модели *SGP* имеет право на существование и может быть использована в практических расчётах.

Работа выполнена по гранту НШ-4058.2014.8 программы Президента РФ поддержки ведущих научных школ.

## Список литературы

1. NORAD Two-Line Element Set Format // Celestrak.com: website. Режим доступа: <http://celestrak.com/NORAD/documentation/tle-fmt.asp> (дата обращения 28.05.2015).
2. Барабошкин О.И., Трусов С.В., Романов А.А. Определение баллистических параметров в формате TLE в системе радиотомографии ионосферы // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2012. Т. 9, № 3. С. 151-155. Режим доступа: [http://d33.infospace.ru/d33\\_conf/sb2012t3/151-155.pdf](http://d33.infospace.ru/d33_conf/sb2012t3/151-155.pdf) (дата обращения 10.05.2015).
3. Назаренко А.И. Применение метода оптимальной фильтрации измерений для уточнения и прогнозирования орбит космических аппаратов // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2012. № 2. С. 38-43. Режим доступа: <http://www.laspace.ru/upload/iblock/24d/24dea2825393bb8f494a58ca8e5d8374.pdf> (дата обращения 10.05.2015).
4. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов. М.: Дрофа, 2004. 544 с.
5. Hoots F.R., Roehrich R.L. Models for Propagation of NORAD Element Sets. Spacetrack Report no. 3. Colorado Springs: Peterson AFB, CO, 1980. 91 p. Режим доступа: <http://www.celestrak.com/NORAD/documentation/spacetrk.pdf> (дата обращения 10.05.2015).
6. Orbit propagation // Castor2.ca: website. Режим доступа: [http://www.castor2.ca/04\\_Propagation/index.html](http://www.castor2.ca/04_Propagation/index.html) (дата обращения 10.05.2015).
7. TLE // Википедия: сайт. Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/TLE> (дата обращения 12.11.2015).
8. Tondering C. The Julian Period // Calendar FAQ: website. Режим доступа: <http://www.tondering.dk/claus/cal/julperiod.php#formula> (дата обращения 10.05.2015).
9. Duffett-Smith P., Zwart J. Practical Astronomy with your Calculator or Spreadsheet. 4<sup>th</sup> ed. New York: Cambridge University Press, 2011. 216 p.
10. Серапинас Б.Б. Глобальные системы позиционирования: учеб. изд. М.: ИКФ «Каталог», 2002. 106 с.
11. Stoff S. Orbitron – Satellite Tracking System // Stoff.pl: website. Режим доступа: <http://www.stoff.pl/> (дата обращения 19.01.2015).

## Satellite's Trajectory Propagation At Near-Circular Orbits Using TLE Files In The Simplified SGP Model

V.A. Chagina<sup>1</sup>, D.A. Grishko<sup>1,\*</sup>,  
V.I. Maiorova<sup>1</sup>

\* [dim.gr@mail.ru](mailto:dim.gr@mail.ru)

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

---

**Keywords:** TLE, NORAD, satellite, ground control complex, azimuth, elevation

---

The article describes the satellite's trajectory calculation algorithm for near-circular orbits using TLE (two-line element) files in the simplified SGP model. The aim of the algorithm is to obtain the array of satellite's azimuth and elevation required to control the antennas of ground station. The initial conditions of motion in TLE format are very widespread nowadays, they are being used by many calculation software, nevertheless there is a deficit of information concerned with this format in Russian literature. The report presented at NASA web-sites by Dr. T.S. Kelso contains the descriptions of satellite's trajectory calculation algorithms in case of various models (*SGP*, *SGP4*, *SDP4* etc). The realization of these algorithms demands for the executer's experience because speaking about Russian and the American scientific schools there are differences both in measure units and in approaches to satellite's trajectory calculation.

Moreover, in opposite to series of related publications all the calculation sequence to obtain the values of antenna pointing is given in this article, the described algorithm is pretty simple and clear. It is not enough to have the satellite's coordinates and velocity in Earth inertial equatorial system to calculate azimuth and elevation. One has to bind the ground station situated at the surface of the Earth, which is involved in complicated motion, to a point in inertial space using Local Sidereal Time. Several issues propose the utilization of Astronomical Almanac. But the exploitation of the Almanac is not convenient when it is required to get the arrays of values of antenna control angles as functions of time. The article contains the methodology given in foreign issues which allow the calculation of Local Sidereal Time. This methodology is an adjacent part of the trajectory calculation problem with respect to ground station.

The calculation results obtained using the described algorithm were compared with the data from well-known Orbitron software where more precise model SGP4 is implemented. The comparison was executed in case of several types of near-circular orbits. Speaking about antennas with wide radiation patterns (up to 30°) the obtained inaccuracies are not very critical especially if the antenna is equipped with system of correction and auto-tracking. Nevertheless, if the

calculation accuracy presented in the paper is not enough for the concrete task, the described algorithm can be transformed to the full versions of SGP or SG4 models; the only part is to be changed is the unit responsible for precise calculation of perturbations which influence on the satellite's motion.

## References

1. NORAD Two-Line Element Set Format. Celestrak.com: website. Available at: <http://celestrak.com/NORAD/documentation/tle-fmt.asp> , accessed 28.05.2015.
2. Baraboshkin O.I., Trusov S.V., Romanov A.A. Determination of TLE format ballistic parameters in the system of ionosphere tomography. *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa = Current problems in remote sensing of the Earth from space*, 2012, vol. 9, no. 3, pp. 151-155. Available at: [http://d33.infospace.ru/d33\\_conf/sb2012t3/151-155.pdf](http://d33.infospace.ru/d33_conf/sb2012t3/151-155.pdf) , accessed 10.05.2015. (in Russian).
3. Nazarenko A.I. Application of measurements optimum filtering method for sc orbits' determination and prediction. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina = Space Journal of Lavochkin Association*, 2012, no. 2, pp. 38-43. Available at: <http://www.laspaces.ru/upload/iblock/24d/24dea2825393bb8f494a58ca8e5d8374.pdf> , accessed 10.05.2015. (in Russian).
4. Ivanov N.M., Lysenko L.N. *Ballistika i navigatsiya kosmicheskikh apparatov* [Ballistics and navigation of spacecrafts]. Moscow, Drofa Publ., 2004. 544 p. (in Russian).
5. Hoots F.R., Roehrich R.L. *Models for Propagation of NORAD Element Sets. Spacetrack Report no. 3*. Colorado Springs, Peterson AFB, CO, 1980. 91 p. Available at: <http://www.celestrak.com/NORAD/documentation/spacetrk.pdf> , accessed 10.05.2015.
6. *Orbit propagation*. Castor2.ca: website. Available at: [http://www.castor2.ca/04\\_Propagation/index.html](http://www.castor2.ca/04_Propagation/index.html) , accessed 10.05.2015.
7. TLE. Wikipedia, the free encyclopedia: website. Available at: <https://ru.wikipedia.org/wiki/TLE> , accessed 12.11.2015.
8. Tondering C. *The Julian Period*. Calendar FAQ: website. Available at: <http://www.tondering.dk/claus/cal/julperiod.php#formula> , accessed 10.05.2015.
9. Duffett-Smith P., Zwart J. *Practical Astronomy with your Calculator or Spreadsheet*. 4<sup>th</sup> ed. New York, Cambridge University Press, 2011. 216 p.
10. Serapinas B.B. *Global'nye sistemy pozitsionirovaniya* [Global positioning system]. Moscow, IKF "Katalog" Publ., 2002. 106 p. (in Russian).
11. Stoff S. *Orbitron – Satellite Tracking System*. Stoff.pl: website. Available at: <http://www.stoff.pl/> , accessed 19.01.2015.