

Açı Modülasyonu: Faz ve Frekans Modülasyonu

Açı Modülasyonu

Açı modülasyonu, taşıyıcı sinyalin faz veya frekansının mesaj sinyaliyle değiştirildiği bir tekniktir. İki temel türü şunlardır:

1 Faz Modülasyonu (PM)

Taşıyıcı sinyalin **fazı**, mesaj sinyali $m(t)$ ile modüle edilir.

PM sinyali:

$$s_{\text{PM}}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + k_p m(t)) \quad (1)$$

Parametreler:

- A_c : Taşıyıcı genliği,
- f_c : Taşıyıcı frekansı (Hz),
- k_p : Faz hassasiyeti (radyan/volt),
- $m(t)$: Mesaj sinyali.

Anlık Faz ve Frekans

- **Anlık Faz:**

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + k_p m(t) \quad (2)$$

- **Anlık Frekans** (Fazın türevi):

$$f_i(t) = f_c + \frac{k_p}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt} m(t) \quad (3)$$

Modülasyon Parametreleri

- **Faz Sapması** ($\Delta\theta$):

$$\Delta\theta = k_p \cdot \max |m(t)| \quad (4)$$

- **Modülasyon İndeksi** (β_p):

$$\beta_p = \Delta\theta \quad (5)$$

2 Frekans Modülasyonu (FM)

Taşıyıcı sinyalin **frekansı**, mesaj sinyali $m(t)$ ile modüle edilir.

FM sinyali:

$$s_{\text{FM}}(t) = A_c \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right) \quad (6)$$

Parametreler:

- A_c : Taşıyıcı genliği,
- f_c : Taşıyıcı frekansı (Hz),
- k_f : Frekans hassasiyeti (Hz/volt),
- $m(t)$: Mesaj sinyali.

Anlık Frekans ve Faz

- **Anlık Frekans:**

$$f_i(t) = f_c + k_f m(t) \quad (7)$$

- **Anlık Faz** (Frekansın integrali):

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \quad (8)$$

Modülasyon Parametreleri

- **Frekans Sapması** (Δf):

$$\Delta f = k_f \cdot \max |m(t)| \quad (9)$$

- **Modülasyon İndeksi** (β_f):

$$\beta_f = \frac{\Delta f}{f_m} \quad ; f_m : \text{Mesaj sinyalinin maksimum frekansı} \quad (10)$$

PM ve FM Arasındaki Fark

- **PM**: Faz doğrudan $m(t)$ ile değişir; frekans $\frac{d}{dt}m(t)$ 'e bağlıdır.
- **FM**: Frekans doğrudan $m(t)$ ile değişir; faz $\int m(t) dt$ 'ye bağlıdır.

Bant Genişliği (Carson Kuralı)

- FM için:

$$B \approx 2(\Delta f + f_m) \quad (11)$$

- PM için:

$$B \approx 2(\beta_p + 1)f_m \quad (12)$$

Örnek Senaryolar

PM Örneği

$m(t) = V_m \cos(2\pi f_m t)$ için:

$$s_{\text{PM}}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \beta_p \cos(2\pi f_m t)) \quad (13)$$

FM Örneği

Aynı mesaj sinyali için:

$$s_{\text{FM}}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \beta_f \sin(2\pi f_m t)) \quad (14)$$