

DCA – CT – UFRN  
**COMPUTAÇÃO GRÁFICA**

Lista de Exercícios 04

<https://www.dca.ufrn.br/~lmarcos/courses/compgraf/exercicios/ex4.html>

**Questão 1:** Qual a diferença básica entre irradiância e radiância? Sugestão: defina as duas.

**R:** A radiância é a intensidade radiante proveniente de uma fonte, em uma dada direção  $\theta$ , por unidade de área perpendicular a esta direção. Já a irradiância é a radiação eletromagnética incidente numa superfície, por unidade de área.

**Questão 2:** Para modelar a iluminação completa de uma cena ou objeto, geralmente modela-se em partes, por termos, dependendo do tipo de reflexão que os materiais possuem, e depois junta-se esses termos. Explique o termo relativo a reflexão lambertiana ou difusa? E especular? E ambiente?

**R:**

- Termo difuso ou *lambertiano* ( $K_d$ ): Modela a superfície opaca, rugosa ou com movimento microscópico, onde a luz incidente é refletida igualmente em todas as direções. O brilho observado não depende da direção de visualização.
- Termo especular ( $K_s$ ): Modela a reflexão em que grande parte da luz incidente reflete de forma coerente em uma única direção. Essa direção é definida pela direção de incidência e pela normal da superfície.
- Termo ambiente ( $K_a$ ): Modela as interações entre todas as reflexões nos objetos de uma cena. Este termo se refere a luz ambiente que é refletida difusamente por todos os objetos na cena.

**Questão 3:** Explique como são definidos os termos referentes a atenuação e outros efeitos?

**R:** Os termos referentes à atenuação e outros efeitos são definidos levando em consideração vários aspectos. Em relação à atenuação, a intensidade da luz diminui com o quadrado da distância da fonte, conforme a Lei do Inverso do Quadrado. Para lidar com luzes coloridas, é comum utilizar três equações separadas para cada canal de cor (R, G, B), a fim de representar de forma precisa a interação da luz com os materiais. Além disso, pode-se considerar a distância entre o observador e a superfície para aplicar efeitos adicionais, como a atenuação atmosférica. Também é possível utilizar efeitos de luz, como sombras, reflexos e refrações, para adicionar realismo à cena.

**Questão 4:** Discorra sucintamente sobre a equação completa de iluminação que junta todos os termos especificados no exercício anterior (coloque a equação e defina cada um dos termos).

**R:** Se trata da equação de iluminação de Phong, que incorpora os termos ambiente, difuso, especular e fator de atenuação de luz:

$$I = k_a \cdot I_a + k_d \cdot I_d \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) + k_s \cdot I_s \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{V})^n \cdot f_{att}(d).$$

Onde:

- $I$  é a intensidade de luz resultante;
- $k_a$  é o coeficiente de reflexão ambiente;
- $I_a$  é a intensidade da luz ambiente;
- $k_d$  é o coeficiente de reflexão difusa;
- $I_d$  é a intensidade da luz difusa;
- $\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}$  é o produto escalar entre a normal da superfície e o vetor de luz;
- $k_s$  é o coeficiente de reflexão especular;
- $I_s$  é a intensidade da luz especular;
- $\mathbf{R}$  é o vetor de reflexão da luz;
- $\mathbf{V}$  é o vetor de visão (direção do observador);
- $n$  é o coeficiente de especularidade;
- $f_{att}(d)$  é o fator de atenuação da luz, que leva em conta a distância  $d$  entre a fonte de luz e o ponto de superfície iluminado.

**Questão 5:** Como voce modelaria a refração numa cena em que ocorre transparência? Ou seja, especifique um modelo matemático para modelar a refração (lembrando das leis de refração).

**R:** Se ocorre transparência na cena, a refração pode ser modelada pela Lei de Snell-Descartes:

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2).$$

Onde:

- $n_1$  é o índice de refração do meio 1;
- $\theta_1$  é o ângulo entre o raio incidente e a normal;
- $n_2$  é o índice de refração do meio 2;
- $\theta_2$  é o ângulo entre o raio refratado e a normal.

**Questão 6:** Sabemos que uma luz artificial pontual se encontra no ponto (3,3,3). Sabemos que uma câmera fotográfica digital encontra-se no ponto (2,3,2), sistema MKS, direcionada para o ponto (2,1,0). Sabemos ainda que uma esfera pintada com tinta vermelha, de raio 1m encontra-se centrada no ponto (2,0,0). Dado o raio que parte do ponto focal da câmera em direção ao pixel central da imagem, determine se o raio em questão intersecta a esfera. Caso positivo, calcule os vetores (em coordenadas de mundo - MKS) que representam as direções L (luz), N (normal), R (raio refletido), e O (observador). Determine a contribuição de iluminação para o ponto em questão (R,G,B) na imagem, sabendo-se que a luz ambiente tem intensidade 200, a fonte de luz tem intensidade 250, o fator de reflexão ambiente é 0,4 e o material possui um misto entre reflexão difusa e especular (são iguais) e o fator de decaimento da reflexão especular é igual a 1. Desconsidere atenuação ou outros efeitos.

**R:**

Equação da esfera:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2 \Big|_{(x,y,z)=(2,0,0); r=1} \implies (x - 2)^2 + (y - 0)^2 + (z - 0)^2 = 1^2$$

Vetor direção da câmera

$$(2 - 2, 1 - 3, 0 - 2) = (0, -2, -2) = \mathbf{V}_{dc}$$

Câmera (2, 3, 2)

$$|| \mathbf{V}_{dc} || = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Ponto (2, 1, 0)

$$\mathbf{V}_{dc} = \left( 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \left( 0, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$
$$k\mathbf{V}_{dc} = \left( 0, -\frac{\sqrt{2}}{2}k, -\frac{\sqrt{2}}{2}k \right)$$

Ponto inicial é (2, 3, 2) então,

$$r = \left( 2 + 0, 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}k, 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}k \right)$$

Sendo assim,

$$(2 - 2)^2 + \left( 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}k \right)^2 + \left( 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}k \right)^2 = 1$$
$$k^2 - 3\sqrt{2}k + 12 = 0 \implies k' = 2\sqrt{2} ; k'' = 3\sqrt{2}$$

Distância para a câmera

$$raio' = (2, 1, 0) \implies 2\sqrt{2} \text{ (mais próximo)}$$
$$raio'' = (2, 0, -1) = \sqrt{(2 - 2)^2 + (0 + 3)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Intersecção à esfera em (2, 1, 0), luz artificial em (3, 3, 3), vetor direção da luz  $\mathbf{L} = (2 - 3, 1 - 3, 0 - 3) = (-1, -2, -3)$ , centro da esfera (2, 0, 0) e vetor normal  $\mathbf{N} = (2 - 2, 1 - 0, 0 - 0) = (0, 1, 0)$  já unitário.

$$||\mathbf{L}|| = \sqrt{14} \Rightarrow \mathbf{L} = \left( -\frac{1}{\sqrt{14}}, -\frac{2}{\sqrt{14}}, -\frac{3}{\sqrt{14}} \right)$$

ou  $\mathbf{L} = \left( \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right)$ , considerando o sentido contrário.

Raio refletido  $\mathbf{R}$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= 2\mathbf{N}(\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) - \mathbf{L} = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{14}}\mathbf{N} - \mathbf{L} = \frac{4}{\sqrt{14}}\mathbf{N} - \mathbf{L} \\ \frac{4}{\sqrt{14}}(0, 1, 0) - \left( \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right) &= \left( 0, \frac{4}{\sqrt{14}}, 0 \right) - \left( \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}} \right) \\ \left( -\frac{1}{\sqrt{14}}, -\frac{2}{\sqrt{14}}, -\frac{3}{\sqrt{14}} \right) \times ||\mathbf{L}|| &= (-1, 2, -3) = \mathbf{R} \end{aligned}$$

Agora, com  $\mathbf{O} = (0, -2, -2)$  calculado anteriormente, temos:

$$I_{d+a} = K_a I_a + I_{light} (k_d \cos(\theta) + k_s \cos(\phi))^m$$

Sendo,

$$K_a = 0.4 ; m = 1 ; k_d = 0.3 ;$$

$$\cos(\theta) = \frac{2}{\sqrt{14}} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{L} ; \cos(\phi) = \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{O}}{||\mathbf{R}|| ||\mathbf{O}||} = \frac{1}{2\sqrt{7}} ;$$

$$K_s = 0.3 ; I_a = 200 ; I_{light} = 250 ;$$

$$||\mathbf{R}|| = \sqrt{14} ; ||\mathbf{O}|| = 2\sqrt{2} ; \mathbf{R} \cdot \mathbf{O} = (0 - 4 + 6) = 2$$

Portanto,

$$\begin{aligned} &\therefore \\ I_{d+a} &= 0.4 \cdot 200 + 250 \cdot \left( 0.3 \cdot \frac{2}{\sqrt{14}} + 0.3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{7}} \right) \Rightarrow I_{d+a} = 134.26 \approx 134. \end{aligned}$$

