Vectores

modulo

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(b_x - a_x)^2 + (b_y - a_y)^2}$$

el de un vecor normal es igual

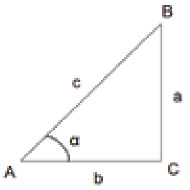
$$d_{\vec{norm}} = \frac{\vec{d}}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{u} \bullet \vec{v}}{|u| \cdot |v|}$$

angulo dos vectores

$\vec{|AB|}$ angulo = arctan -> $\frac{y}{x}$

Trigonometria

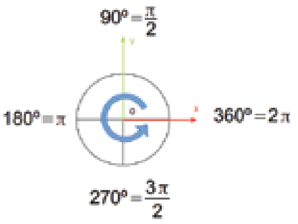


$$\cos\alpha = \frac{\text{catet contigu}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c} \qquad \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

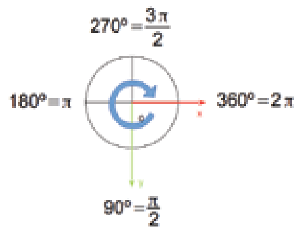
$$\sin\alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c} \qquad \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{catet contigu}} = \frac{a}{b}$$

Sistema coordenades cartesianes
sentit antihorari



Sistema coordenades pantalla
sentit horari



Coordenadas polars

Coordenades pantalla $(210, -280)$
Coordenades polars $350_{-53,13^\circ} = (350, -53'13^\circ)$

Transformació de coordenades pantalla o cartesiana a coordenada polar:

$$\vec{v} = (v_x, v_y) \rightarrow \begin{Bmatrix} |v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ \alpha = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \end{Bmatrix}$$

Recorda sempre de sumar 180º al 2n i restar al 3r quadrant!

Transformació de coordenades polar a coordenada pantalla o cartesiana:

$$\vec{v} = (|v|, \alpha) \rightarrow \begin{Bmatrix} v_x = |v| \cdot \cos\alpha \\ v_y = |v| \cdot \sin\alpha \end{Bmatrix}$$

Trayectoria rectilinia

Equació vetorial: $X = P + \lambda \cdot \vec{d}$

Equació paramètrica: $\begin{Bmatrix} x = p_x + \lambda d_x \\ y = p_y + \lambda d_y \end{Bmatrix}$

Equació continua: $\frac{x - p_x}{d_x} = \frac{y - p_y}{d_y}$ $\qquad d(P, r) = \frac{|A \cdot p_x + B \cdot p_y + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Equació implícita o general: $Ax + By + C = 0$

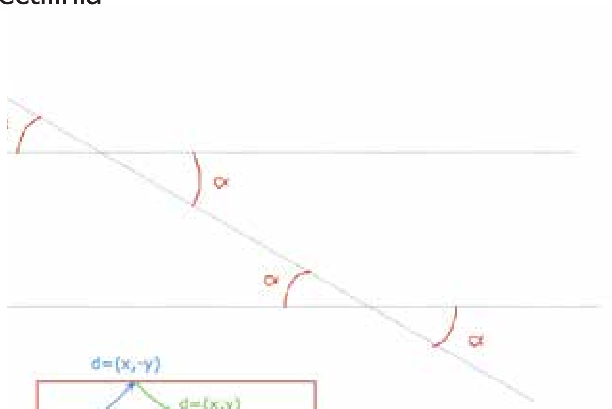
$A = d_y \quad B = -d_x \quad C = p_y \cdot d_x - p_x \cdot d_y$

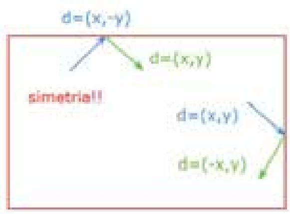
Equació explícita: $y = mx + n$

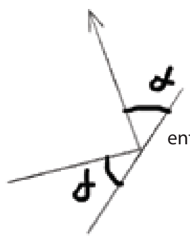
$m = \frac{-A}{B} = \frac{d_y}{d_x}$ és la pendent de la recta

$n = \frac{-C}{B} = p_y - p_x \cdot \frac{d_y}{d_x}$ ordenada a l'origen = punt de tall eix Y

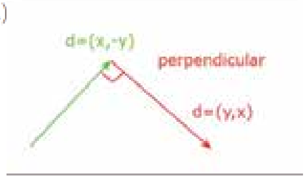
Vector director de una recta: $\vec{d} = (-B, A)$







entrada igual que salida



Frame rate

$$FR = \frac{n_f}{t}:$$

on v és la velocitat
on n_f són els números de fotogrames
on δt és el temps entre cada fotograma

Matrices

Inversa d'una matriu 2x2:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{a \cdot d - b \cdot c} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 & 1 \cdot 6 + 2 \cdot 8 \\ 3 \cdot 5 + 4 \cdot 7 & 3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}$$

FISICA

MRU

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

$$x = x_0 + v \cdot \Delta t$$

Tiro parabolico

combinacion de ambas formulas

En un plano 2D acuerdate de dividir la velocidad entre coseno y seno

MRUA

$$x = x_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

MCU

Desplaçament angular (unitats rad): $\Delta \phi = \phi - \phi_0$

Velocitat angular (unitats rad/s): $\omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{\phi - \phi_0}{t - t_0}$

Equació del moviment (angle en funció del temps):

$$\phi = \phi_0 + \omega \cdot \Delta t$$

Relació angle-distància:

$$s = r \cdot \phi$$

on r és el radi (unitats px).

Relació velocitat angular - velocitat lineal:

$$v = r \cdot \omega$$

La freqüència f es defineix com la quantitat de voltes que es fan en un temps determinat (unitats Hz).

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

El període T es defineix com el temps que triga el cos en fer una volta sencera (unitats s).

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

MCUA

Equació del moviment (angle en funció del temps):

$$\phi = \phi_0 + \omega_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t^2$$

Recorda el canvi de graus a radians:

$$30^\circ = 30^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 0{,}52\, rad$$

$$0{,}8\, rad = 0{,}8 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 45{,}84^\circ$$

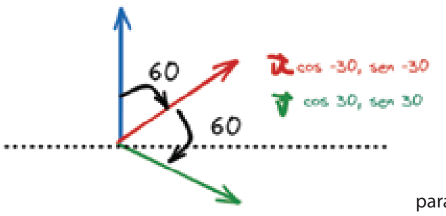
La freqüència es pot mesurar en Hz o rpm. La unitat rpm és la revolució per minuts o voltes per minut.

$$2\, rpm = \frac{2\, voltes}{1\, minut} \cdot \frac{2\pi}{1\, volta} \cdot \frac{1\, minut}{60\, s} = 0{,}21\, rad/s$$

Acceleració angular (unitats rad/s^2):

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \longrightarrow \omega = \omega_0 + \alpha \cdot \Delta t$$

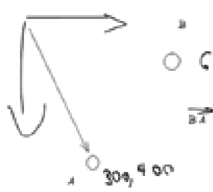
Cambio de base



$$M_{o \to p} \begin{pmatrix} \cos -30, & \text{sen } -30 \\ \cos 30, & \text{sen } 30 \end{pmatrix}$$

para conseguir la pantalla objeto simplemente inviertes

recordar que un punto es una distancia de eje al punto.



Base ortogonal:

Diem que $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ és una base ortogonal si els vectors que la formen són perpendiculars entre si. És a dir, $\vec{u}$ i $\vec{v}$ formen un angle de 90°.

Exemple: $\vec{u} = (-5,0), \vec{v} = (0,4) \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = -5 \cdot 0 + 0 \cdot 4 = 0$

Base ortonormal:

Diem que $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ és una base ortonormal si els vectors que la formen són perpendiculars entre si i tenen mòdul 1. És a dir, $\vec{u}$ i $\vec{v}$ formen un angle de 90°, $|\vec{u}| = 1$ i $|\vec{v}| = 1$.

Exemple: $\vec{u} = (-1,0), \vec{v} = (0,1)$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = -1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0$$
$$|\vec{u}| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = 1$$
$$|\vec{v}| = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$$

Base canònica:

Anomenem **base canònica** als eixos de coordenada cartesians i escribim:

$$\vec{e}_1 = (1,0) = \vec{i}$$
$$\vec{e}_2 = (0,1) = \vec{j}$$

És una base ortonormal.

Exemple: $\vec{w} = (-5,3) = -5\vec{i} + 3\vec{j}$