



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES
CÁTEDRA DE SISTEMAS DE CONTROL I

Ejercicios Unidad 3

Nombre: Monja Ernesto Joaquín

DNI: 43.873.728

Año 2024

Problema 1:

Código + Ejercicio 1.1:

```
close all; clear all; history -c; clc;
pkg load control;

% Ejercicio 1.1
%  $5\ddot{D}y + 2\dot{D}y + 3y = 5\dot{D}x + x$ 
%  $5s^2Y(s) + 2sY(s) + 3Y(s) = 5sX(s) + X(s)$ 
%  $Y(s)[5s^2 + 2s + 3] = X(s)[5s + 1]$ 
%  $Y(s)/X(s) = (5s + 1)/(5s^2 + 2s + 3)$ 

s = tf('s');
Ys_Xs = (5*s + 1)/(5*s^2 + 2*s + 3);

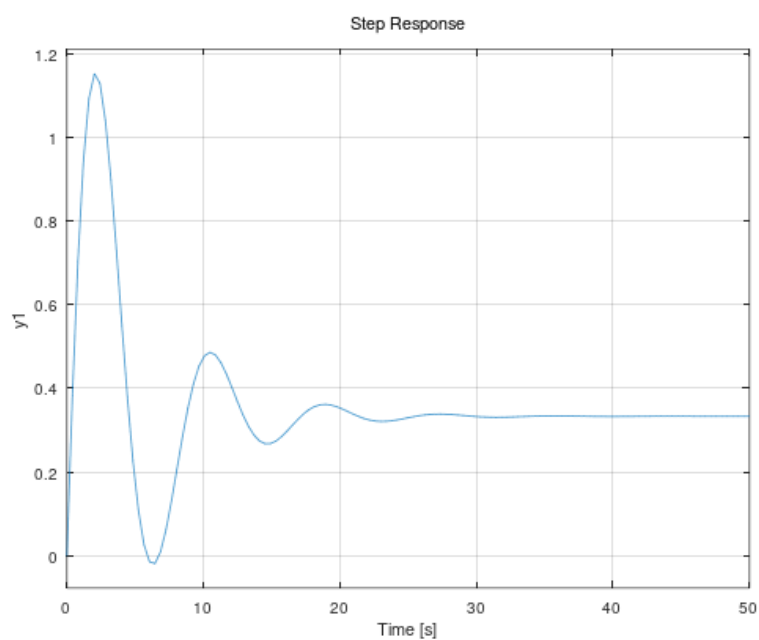
% Ejercicio 1.2
p = pole(Ys_Xs);
if(real(p)<0)
    disp("Sistema Estable")
else
    disp("Sistema Inestable")
endif

% Ejercicio 1.3
step(Ys_Xs, 50);
```

Ejercicio 1.2:

```
% Ejercicio 1.2
p = pole(Ys_Xs);
if(real(p)<0)
    disp("Sistema Estable")
else
    disp("Sistema Inestable")
endif
Sistema Estable
```

Ejercicio 1.3:



Problema 2:

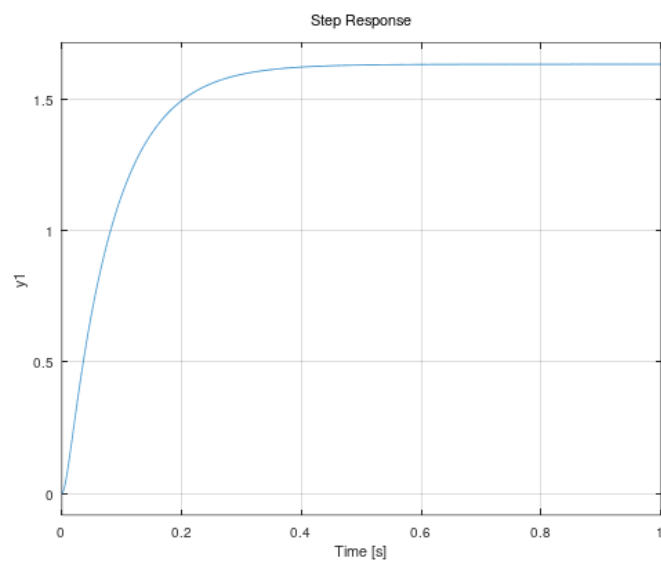
Ejercicio 2.1:

$$w_{est} = 16.327$$

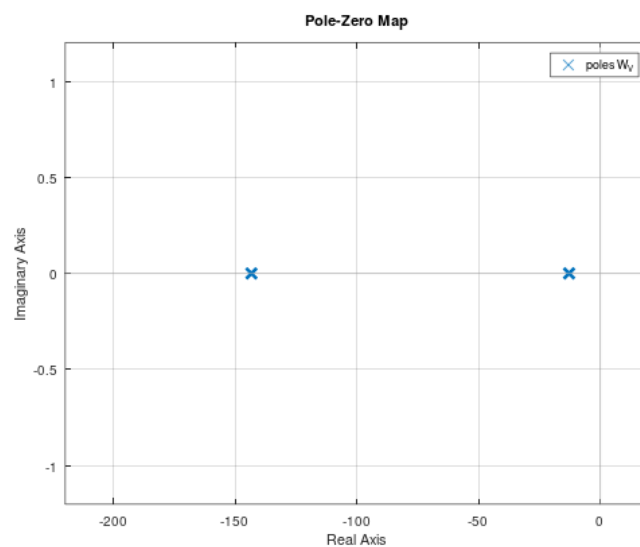
Ejercicio 2.2:

$$\begin{aligned} \omega_n &= 42.866 \\ K &= 1.6327 \\ \text{Amort} &= 1.8225 \\ T_s &= 0.051200 \end{aligned}$$

Ejercicio 2.3:



Ejercicio 2.4:



Código:

```
close all; clear all; history -c; clc;
pkg load control;

% Ejercicio 2.1:
s = tf('s');
W_V = 3000/(s^2 + 156.25*s + 1837.5);
% Resulta que si se aplica el teorema del valor final con V(s) = 10/s
% lim (t_inf) w(t) = lim (s_0) s*W(s) = lim (s_0) s*V(s)*F(s) con F(s) = W(s)/V(s)
% w_est = (30000*s)/(s^2 + 156.25*s + 1837.5)
w_est = 30000/1837.5

% Ejercicio 2.2:
wn = sqrt(1837.5)
K = 3000/1837.5
Amort = 156.25/(2*wn)
Ts = 4/(Amort*wn)

% Ejercicio 2.3:
step(W_V,1)

% Ejercicio 2.4:
pzmap(W_V)
```

Problema 3:

a) $M\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t)$
 $Ms^2X(s) + BsX(s) + KX(s) = F(s)$
 $X(s)[Ms^2 + Bs + K] = F(s)$
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + Bs + K}$$

b) $M\dot{V}(s) + BV(s) + K\frac{1}{s}V(s) = \frac{1}{s}F(s)$
 $V(s)[Ms + B + K\frac{1}{s}] = F(s)\frac{1}{s}$
$$\frac{V(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{s}}{Ms + B + K\frac{1}{s}}$$

c) $MA(s) + B\frac{1}{s}A(s) + K\frac{1}{s^2}A(s) = \frac{1}{s^2}F(s)$
 $A(s)[M + \frac{B}{s} + \frac{K}{s^2}] = F(s)\frac{1}{s^2}$
$$\frac{A(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{s^2}}{M + \frac{1}{s}B + \frac{1}{s^2}K}$$

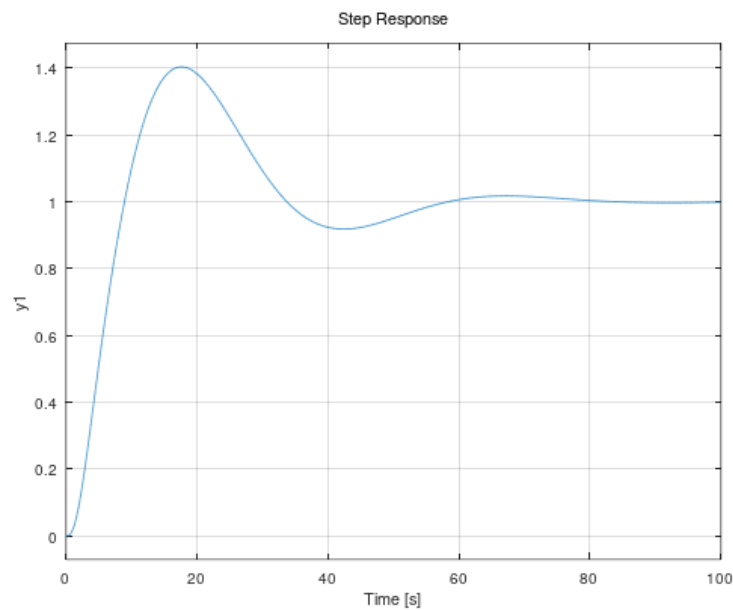
Se trata de funciones con el mismo denominador ya que son todas funciones de transferencia del mismo sistema.

Problema 4:

Ejercicio 4.3:

$$y1: \frac{4000 s + 500}{2.5e+04 s^4 + 4.4e+04 s^3 + 3.05e+04 s^2 + 4000 s + 500}$$

Ejercicio 4.4:



Código:

```
close all; clear all; history -c; clc;
pkg load control;

% Ejercicios 4.1 y 4.2 ya estan resueltos en la guia y resultaria
% innecesariamente largo copiar su desarrollo en una hoja o un documento
% de octave por lo que se obvia su explicación.

% Ejercicio 4.3 y 4.4:
Ma = 500;
Ms = 50;
Kr = 10;
Kc = 50;
Ba = 80;

F1 = tf(Kc*[Ba Kr],[Ma*Ms Ba*Ma+Ba*Ms Ma*(Kc+Kr)+Kr*Ms Ba*Kc Kc*Kr])
step(F1)
```

Problema 5:

Ejercicio 5.2: $W_m(s)/V(s)$

$$\frac{K_i}{B_m \cdot L_a \cdot s^2 + B_m \cdot R_a + J_m \cdot L_a \cdot s^2 + J_m \cdot R_a \cdot s + K_b \cdot K_i}$$

Ejercicio 5.3: $O_m(s)/V(s)$

$$\frac{K_i}{s \cdot (B_m \cdot L_a \cdot s^2 + B_m \cdot R_a + J_m \cdot L_a \cdot s^2 + J_m \cdot R_a \cdot s + K_b \cdot K_i)}$$

Ejercicio 5.4: $T_m(s)/V(s)$

$$\frac{K_i \cdot (B_m + J_m \cdot s)}{B_m \cdot L_a \cdot s^2 + B_m \cdot R_a + J_m \cdot L_a \cdot s^2 + J_m \cdot R_a \cdot s + K_b \cdot K_i}$$

Código:

```
close all; clear all; history -c; clc;
pkg load symbolic;

syms V I Wm s real;           % Variables y Operador
syms Ra La Kb Ki Jm Bm real; % Constantes

eq1 = V == Ra*I + La*s*I + Kb*Wm;
eq2 = Jm*s*Wm == Ki*I - Bm*Wm;

% Ejercicio 5.2: Se pide Wm(s)/V(s) con Tl(s) = 0
S = solve(eq1, eq2, Wm, V);
Wm_V = simplify(factor(S.Wm/S.V, 's'))

% Ejercicio 5.3: Se pide Om(s)/V(s) con Tl(s) = 0
% Notese que Wm(s) = s*Om(s) por ser derivadas, entonces:
Om_V = Wm_V/s

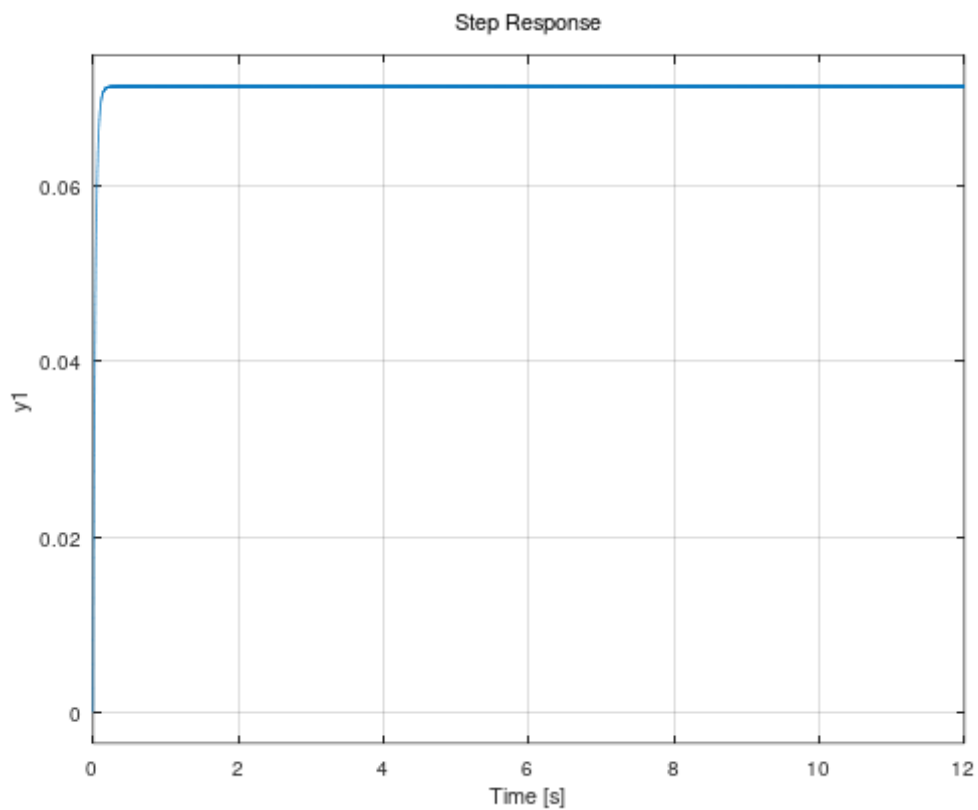
% Ejercicio 5.4: Se pide Tm(s)/V(s) con Tl(s) = 0
% se tiene que Wm(s) = Tm(s)/(Jm*s + Bm)
Tm_V = Wm_V*(Jm*s + Bm)
```

Problema 6 y 7– Motor Faul haber:

6- Función de Transferencia:

$$y1: \frac{14}{0.000135 s^2 + 5.8 s + 196}$$

6- Respuesta a escalón de 12V:



7- Función de Transferencia de primer orden:

$$y1: \frac{65.45}{0.02959 s + 1}$$

7- Función de Transferencia de segundo orden:

$$y1: \frac{65.45}{0.0002189 s^2 + 0.02959 s + 1}$$

Código:

```
close all; clear all; history -c; clc;
pkg load control;

s = tf('s');
R = 5.8;
L = 135*10^-6;
Ki = 14,48*10^-3; % Ki = Ka = Kb
J = 1,7*10^-7;
B = 1.136*10^-7; % Se obtiene mediante el TVF

% Expresión deducida del Ejercicio 5.1
F_s = Ki/(J*L*s^2 + s*(B*L + J*R) + Ki*Ki + B*R)
step(F_s,12)

% Ejercicio 7
Tm = (R*J)/(R*B + Ki*Ki);
Wmax = 785.39;
% En el apartado 4, no load speed hace referencia a la maxima
% velocidad angular ya que al no tener carga, su velocidad se
% maximiza, por lo tanto: 7500 rpm = 785.39 rad/s

G1 = (Wmax/12)/(Tm*s + 1)
G2 = (Wmax/12)/((Tm/2)*s + 1)^2
```

Problema 6 – Masas, resorte y amortiguador:

$X1(s)/U(s)$:

$$\frac{B \cdot K_2 \cdot s^3 + B \cdot M_2 \cdot s^3 + K_1 \cdot K_2 + K_1 \cdot M_2 \cdot s^2}{B \cdot K_2 \cdot s^3 + B \cdot M_2 \cdot s^3 + K_1 \cdot K_2 + K_1 \cdot M_2 \cdot s^2 + K_2 \cdot M_1 \cdot s^2 + K_2 \cdot M_2 \cdot s^2 + M_1 \cdot M_2 \cdot s^4}$$

$X2(s)/U(s)$:

$$\frac{K_2 \cdot (B \cdot s + K_1)}{B \cdot K_2 \cdot s^3 + B \cdot M_2 \cdot s^3 + K_1 \cdot K_2 + K_1 \cdot M_2 \cdot s^2 + K_2 \cdot M_1 \cdot s^2 + K_2 \cdot M_2 \cdot s^2 + M_1 \cdot M_2 \cdot s^4}$$

Código:

```
close all; clear all; history -c; clc;
pkg load symbolic;

syms X1 X2 U s real;      % Variables y operador
syms M1 M2 K1 K2 B real;  % Constantes

eq1 = M1*X1*s^2 == B*s*(U - X1) + K1*(U - X1) + K2*(X2 - X1);
eq2 = M2*X2*s^2 == K2*(X1 - X2);

S = solve(eq1, eq2, X1, X2);
X1_U = simplify(factor(S.X1/U, 's'))
X2_U = simplify(factor(S.X2/U, 's'))
```


Problema 8:

8.1- Función de Transferencia:

$$F_S = \frac{-lms}{b^2g^2l^2m + b^2s^2(-I - l^2m) + g^2l^2m^2s^2(M + m) + s^3(-I^2M - I^2m - M^2l^2m + l^2m^2 - l^2m^2)}$$

8.2- Estabilidad: Sistema Inestable

Código:

```
close all; clear all; history -c; clc;
pkg load symbolic;
pkg load control;

syms O X F s;      % Variables y Operador
syms I m l g M b;   % Constantes

eq1 = O*(I + m*l)*s^2 == m*l*(g*O + X*s^2);
eq2 = X*(M + m)*s^2 == F - b*X*s + m*l*O*s^2;

% Ejercicio 8.1:
S1 = solve(eq1, X);
S2 = solve(eq2, X);
eq3 = S1 == S2;
S3 = solve(eq3, O);
F_S = simplify(factor(S3/F, s))

% Ejercicio 8.2:
p = pole(F_S);
if(real(p)<0)
    disp("Sistema Estable")
else
    disp("Sistema Inestable")
endif
```

Problema 9:

Función de Transferencia:

$$\frac{K_a(BV - I^2K_aK_b + J^2V^2s)}{V^2(B + J^2s)(L^2s + R)^2(C^2s + G + M^2s)}$$

Código:

```

close all; clear all; history -c; clc;
pkg load symbolic;

syms O Tm V I s;           % Variables y Operador
syms M C G R L Kb J Ka B;  % Constantes

eq1 = M*O*s^2 + C*O*s + G*O == Tm;
eq2 = V == R*I + L*I*s + Kb*O*s;
eq3 = J*O*s^2 == Ka*I - B*O*s;
I = Tm/Ka;

S1 = solve(eq1, O);
O_Tm = S1/Tm;

S3 = solve(eq3, O);
eq2p = V == R*I + L*I*s + Kb*S3*s;
S2 = factor(solve(eq2p, Tm), V);
Tm_V = S2/V;

F_S = factor(O_Tm*Tm_V, s)

```

Problema 10: