UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

CÁTEDRA DE SISTEMAS DE CONTROL II

TAREA N°1:

"*Análisis de un sistema analógico con muestreador y retenedor de orden cero*"

Alumno: Monja, Ernesto Joaquín. - DNI: 43.873.728

Docente: Sergio Laboret.

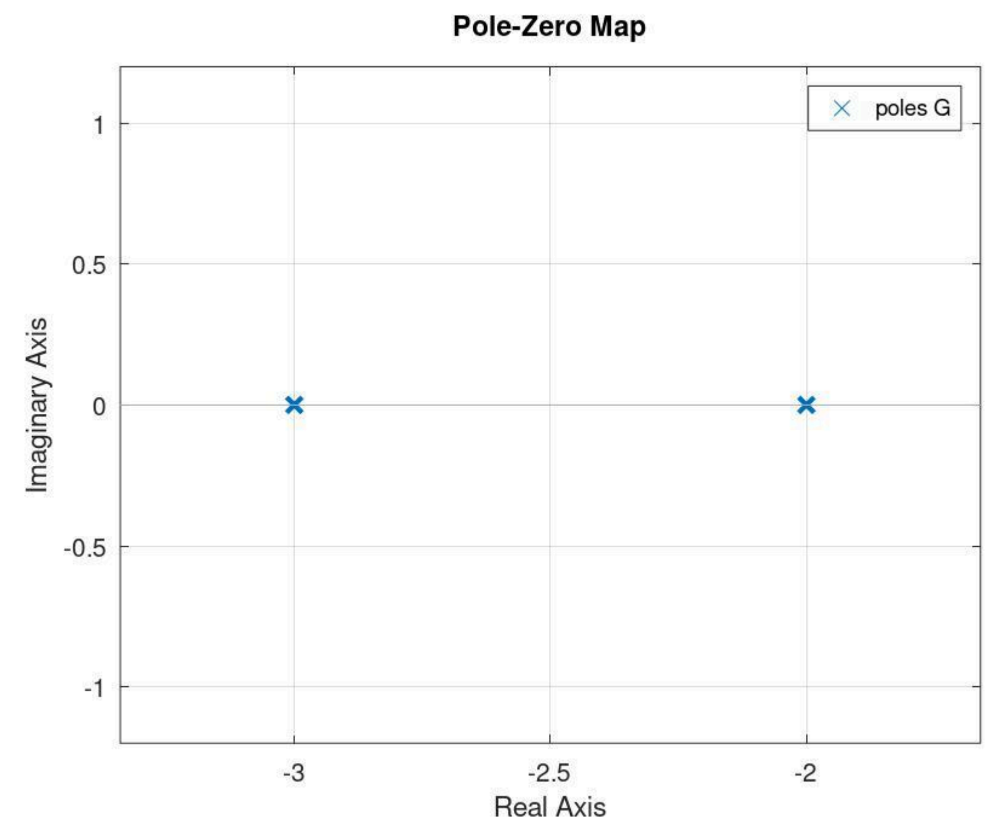
Año 2025

Resolución

Los datos que fueron asignados para la resolución de esta tarea fueron los siguientes:

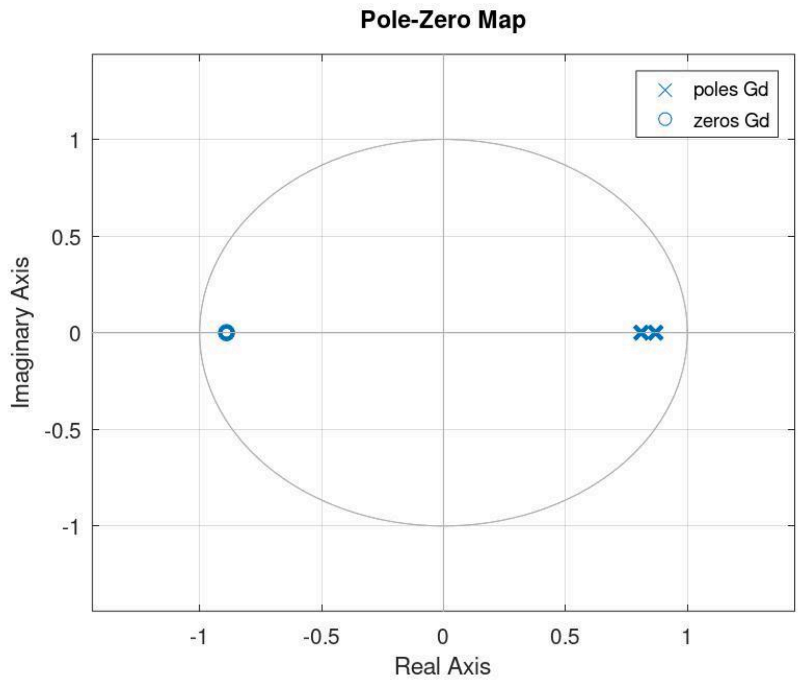
```
p1 = -3;
p2 = -2;
K = 10;
Sobrepaso = 15;
t_2percent = 3;
error = 0;
T = 0.07;
```

Estos datos nos permiten construir tanto una función de transferencia continua en el dominio de la Transformada de Laplace como una discretizada en el dominio de la Transformada Z para las cuales además, podremos obtener su correspondiente mapa de polos y ceros, donde:



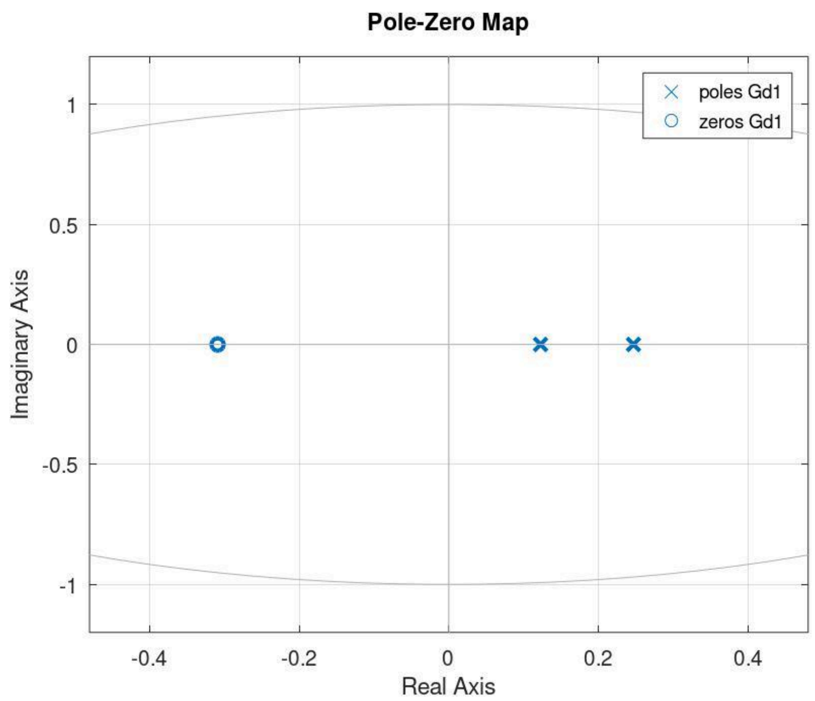
$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 5s + 6}$$

TABLA 1: Función de Transferencia Continua y su mapa de Polos y Ceros.


$G_D(z) = \frac{0.02182\,z + 0.01942}{z^2 - 1.68\,z + 0.7047}$

<u>TABLA 2:</u> Función de Transferencia Discreta y su mapa de Polos y Ceros.

Se tiene que si se aumenta por 10 el periodo de muestreo, el mapa de polos y ceros se verá de la siguiente manera:

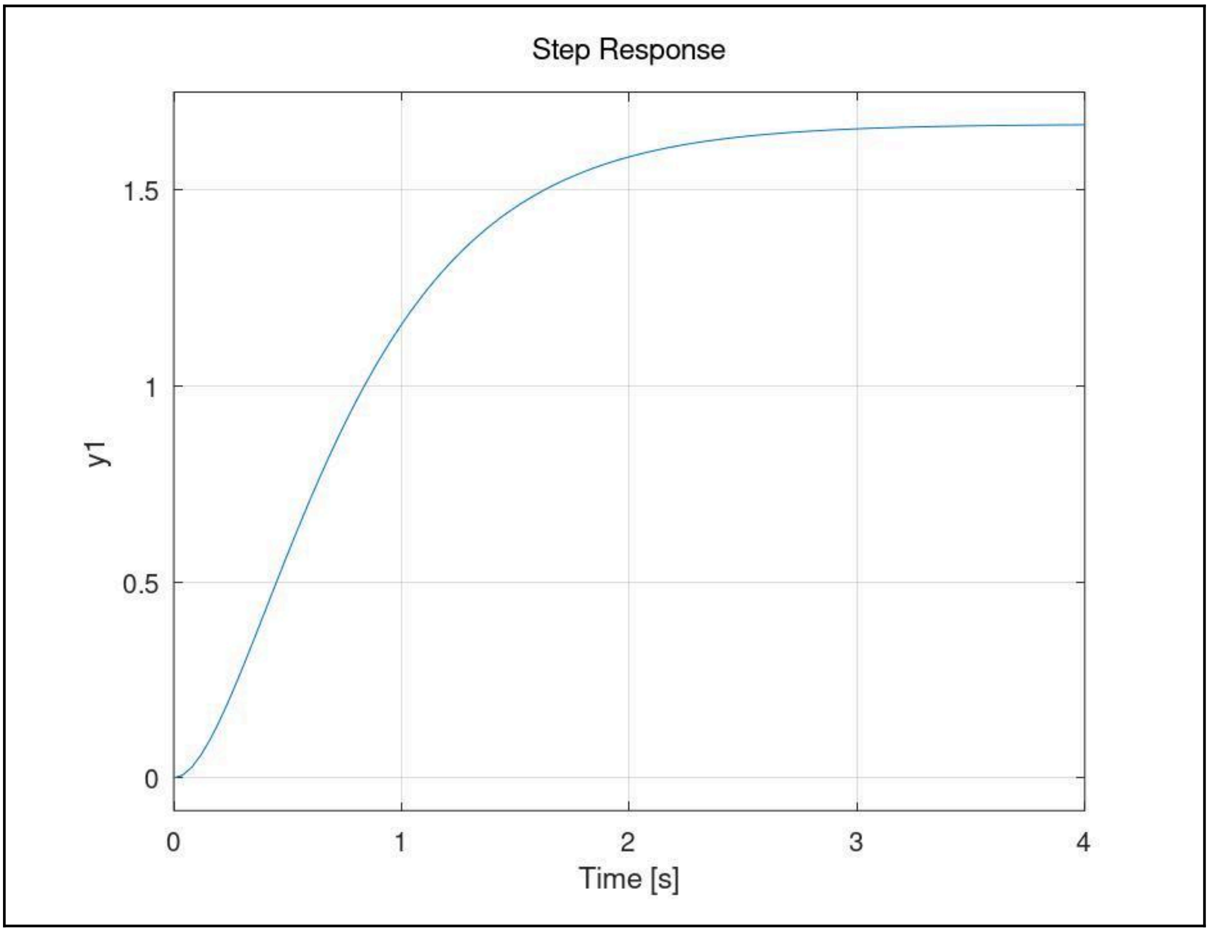


Se tiene que esto se debe a que se cambio la función de transferencia ya que ahora se tiene que:

$$G_{D1}(z) = \frac{0.8419\, z + 0.26}{z^2 - 0.3691\, z + 0.0302}$$

Se tiene que la función de transferencia $G_{D1}(z)$ difiere de $G_D(z)$ en términos de ubicación de ceros y polos (tal como el mapa de ceros y polos ha mostrado), debido a la influencia del retentor de orden cero ya que la función de transferencia de este, depende del período de muestreo T_m y por lo tanto una modificación en el período de muestreo afectará a la posición de los ceros y polos del sistema.

Veamos ahora cómo es la respuesta al escalón del sistema continuo y del sistema discreto



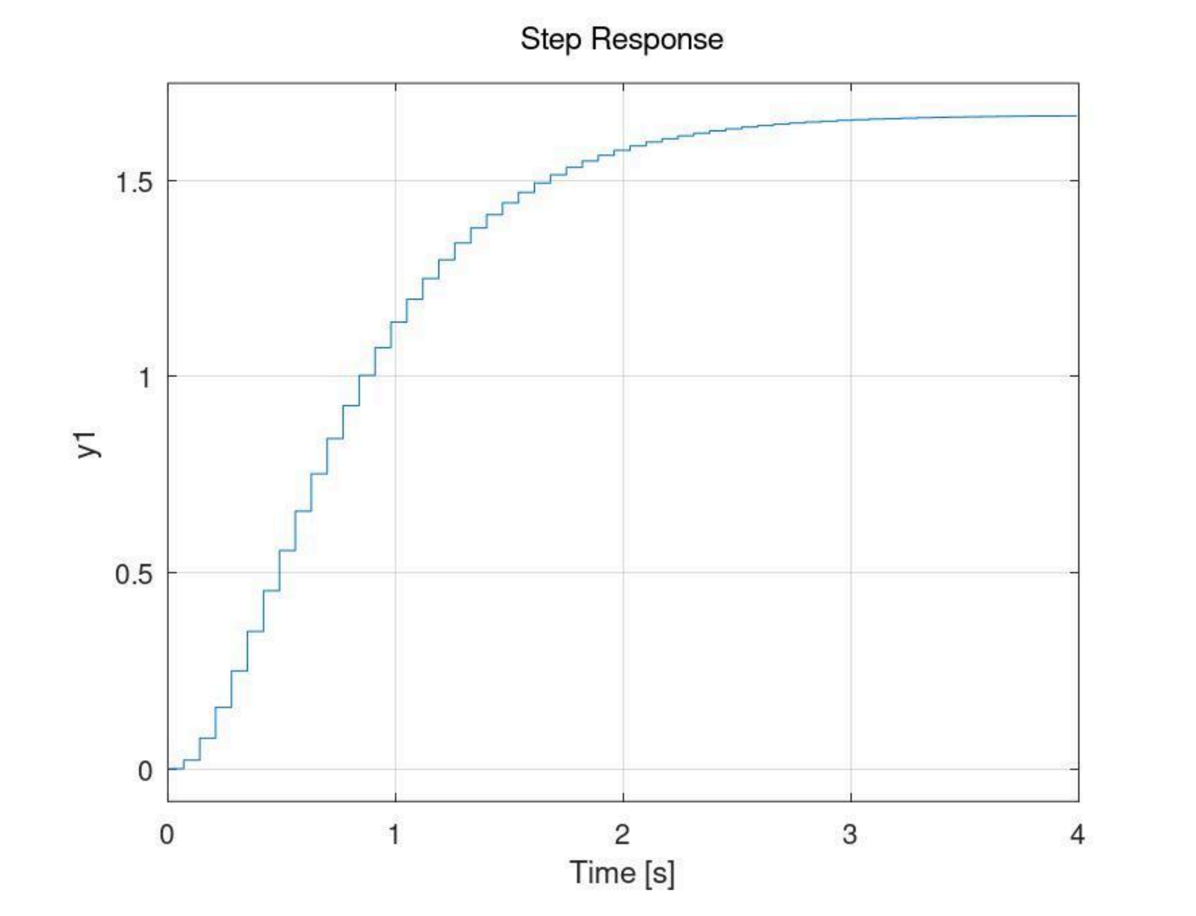


TABLA 3: Respuesta al escalón de ambos sistemas (arriba contínuo, abajo discreto).

Se observa claramente que tanto para el sistema discreto como para el continuo, se tiene estabilidad a la salida.

Para el sistema discreto, se tiene que se trata de un sistema de tipo 0 ya que no posee polos en $z = 1$ y por lo tanto, se tiene que para una entrada tipo escalón, se tendrá un error definido por:

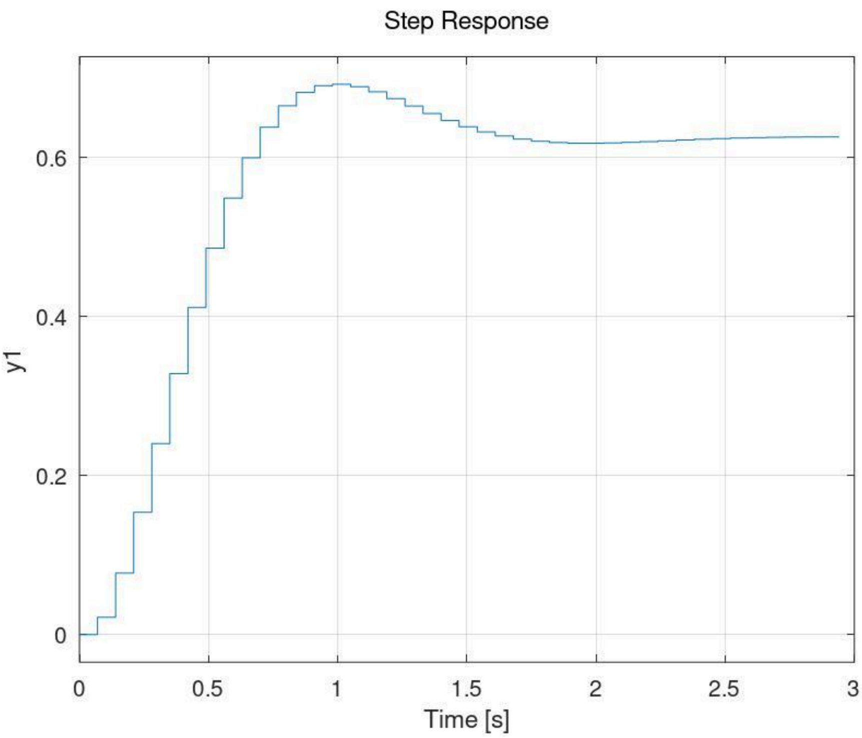
$$K_p = \lim_{Z \to 1} G_D(z) = \lim_{Z \to 1} \frac{0.02182\, z + 0.01942}{z^2 - 1.68\, z + 0.7047}$$

$$K_p = \frac{0.02182\,(1) + 0.01942}{(1)^2 - 1.68(1) + 0.7047}$$

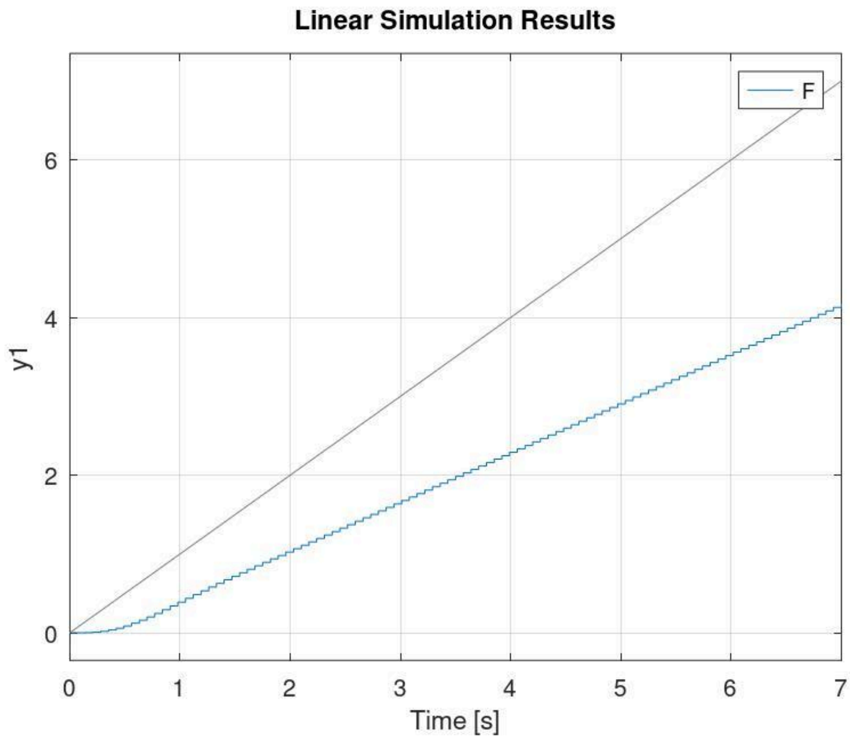
$$K_p = 1,6696$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} = 0,3745$$

La respuesta al escalón del sistema a lazo cerrado es la siguiente:

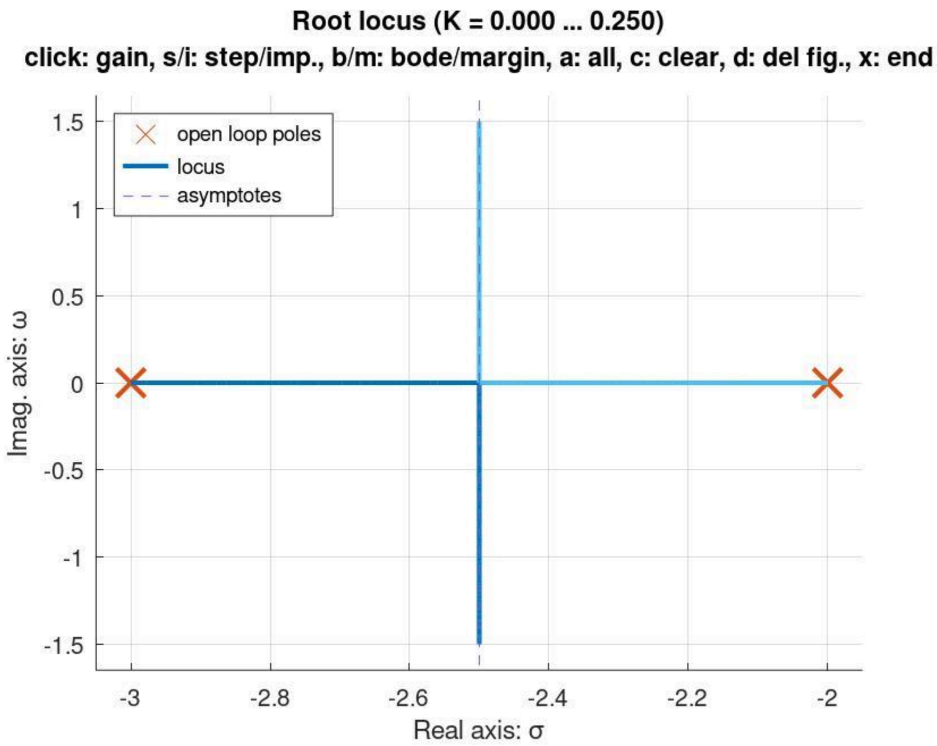


Si la entrada fuese una rampa se tendrá que la respuesta a esta será la siguiente:



Se tiene que esta diverge respecto a la referencia, debido que el sistema es tipo 0 lo que quiere decir que para toda entrada rampa o parábola, su error en estado estale tenderá a infinito

Por último se tiene que el lugar de raíces del sistema continuo $G(s)$ y del sistema discretizado $G_D(z)$ son los siguientes:



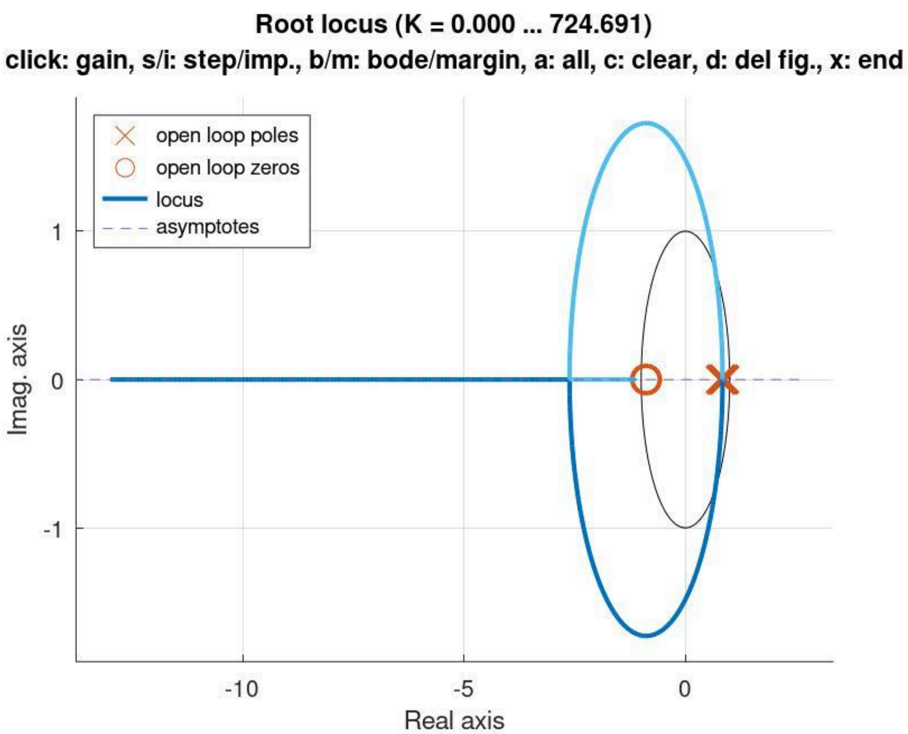
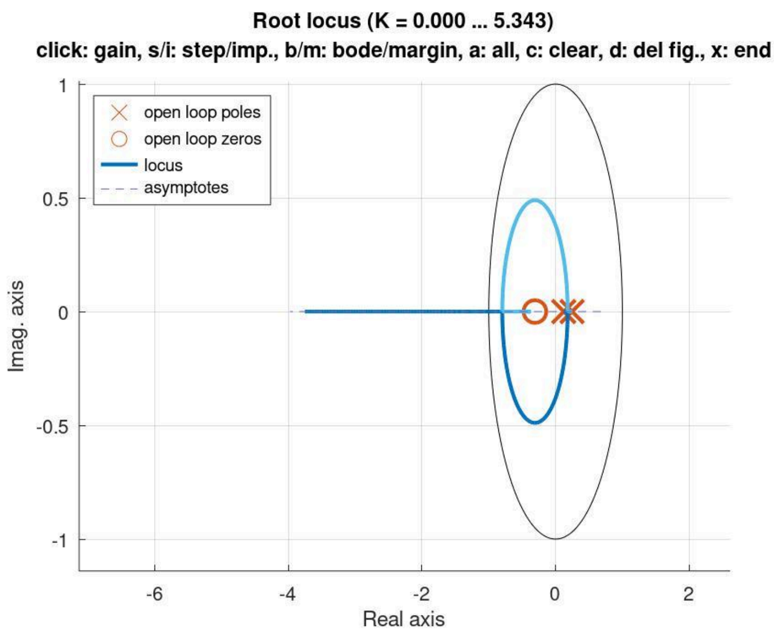


TABLA 4: Lugar de Raíces de ambos sistemas (arriba contínuo, abajo discreto).

Se observa que el lugar de raíces del sistema continuo es estable para todo valor de K, sin embargo vemos que para el sistema discreto esto ya no ocurre así de modo tal que mediante el comando "rlocusx(gd1)" se pudo obtener el valor límite de K para el cual el sistema discreto deja de ser estable (este es el valor que hace que el Lugar de Raíces salga del círculo unitario) es de:

$$K = 15.19$$

Surge entonces la pregunta de: ¿qué ocurre con la estabilidad relativa si se aumenta 10 veces el tiempo de muestreo original? Para ello nos remitimos a las simulaciones donde se obtiene el siguiente gráfico:



Se observa que ahora el Lugar de Raíces ha cambiado debido a una nueva disposición del cero y los polos y por lo tanto el valor límite de K resulta en:

$$K = 2.40$$

Anexo

El código utilizado para resolver esta tarea fue utilizado en Octave y se anexa a continuación:

```
close all; clear all; history -c; clc;
pkg load control;
pkg load symbolic;

% Datos dados por la tabla:
p1 = -3;
p2 = -2;
K = 10;
Sobrepaso = 15;
t_2percent = 3;
error = 0;
T = 0.07;

% Obtener la función de transferencia continua G(s).
G = zpk([],[p1 p2],[K])
Tm = T

% Hallar la FT discreta de lazo abierto Gd(s) del sistema de la figura con ZOH
% a la entrada y el tiempo de muestreo asignado Tm.
Gd = c2d(G, Tm, 'ZOH')

% Dibujar el mapa de polos y ceros del sistema continuo y el discreto
figure(1); pzmap(G)
figure(2); pzmap(Gd)

% ¿Qué ocurre con el mapa si se multiplica por 10 el periodo de muestreo?
Gd1 = c2d(G, 10*Tm, 'ZOH')
figure(3); pzmap(Gd1)

% Obtener la respuesta al escalon del sistema discreto y determinar si es
% estable.
figure(4); step(G)
figure(5); step(Gd)

%                              Para el sistema discreto                          %
% Determinar el tipo de sistema.
% En este caso se trata de un sistema tipo 0.

% Determinar la constante de error de posición Kp y el error ante un escalon, y
% verificar mediante respuesta al escalon de lazo cerrado del sistema discreto
% como se muestra:
Kp = dcgain(Gd)
ess = 1/(1 + Kp)
GdLC = feedback(Gd,1)
figure(6); step(GdLC)

% Verificar error ante una rampa de entrada, ¿ converge o diverge? Explique la
% causa
t = 0:Tm:100*Tm;          % genera rampa
figure(7); lsim(GdLC,t,t)

%                      A lazo cerrado con realimentación unitaria                %
% Graficar el lugar de raíces del sistema continuo G(s) y del sistema discreto
% Gd(s) indicando las ganancias criticas de estabilidad (si las hubiera)
figure(8); rlocusx(G)
figure(9); rlocusx(Gd)

% ¿Qué ocurre con la estabilidad relativa si se aumenta 10 veces el tiempo de
% muestreo original?
figure(10); rlocusx(Gd1)
```