UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

CÁTEDRA DE SISTEMAS DE CONTROL II

TAREA N°2:

“Diseño de Compensador”

Alumno: Monja, Ernesto Joaquín. - DNI: 43.873.728

Docente: Sergio Laboret.

Año 2025

Resolución

Los datos que fueron asignados para la resolución de esta tarea fueron los siguientes:

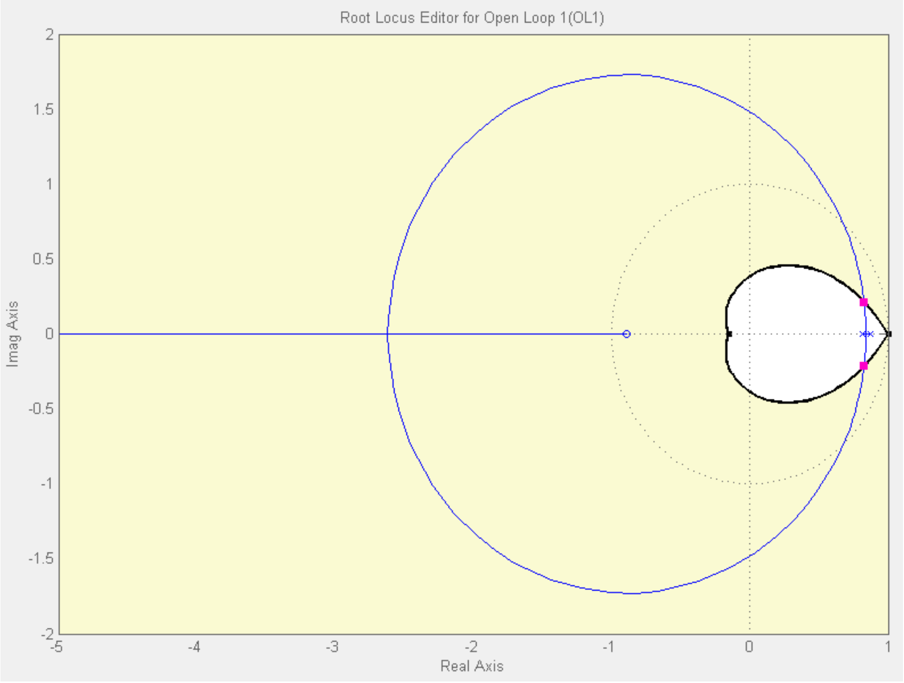
```
p1 = -3;
p2 = -2;
K = 10;
Sobrepaso = 15;
t_2percent = 3;
error = 0;
T = 0.07;
```

Estos datos fueron compilados mediante un código en MATLAB para poder encontrar los valores de diseño del controlador. Estos son:

$\xi = 0.5169$	$\omega_0 = 2.5793$	$\omega_D = 2.2080$	$t_D = 2.8457$	$m = 40.653$

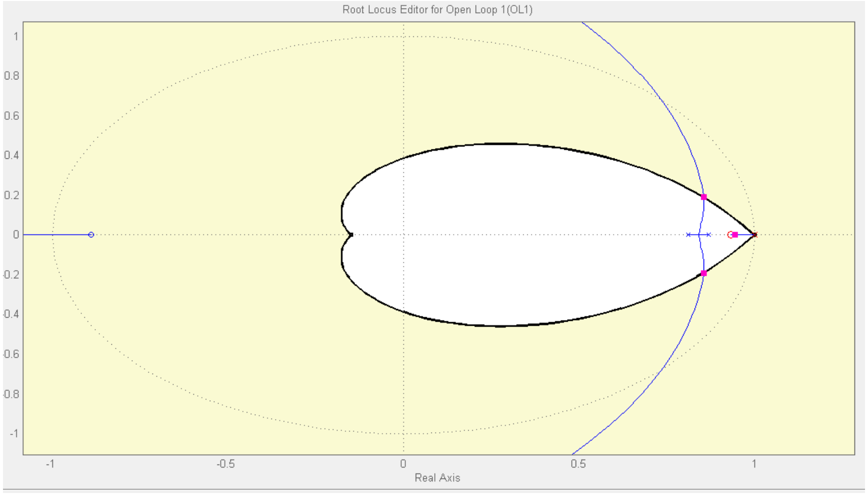
TABLA 1: Valores de diseño para el controlador.

Una vez obtenidos estos parámetros, se procede al diseño mediante el comando $sisotool(Gd)$ de MATLAB en donde podemos observar el siguiente Lugar de Raíces:

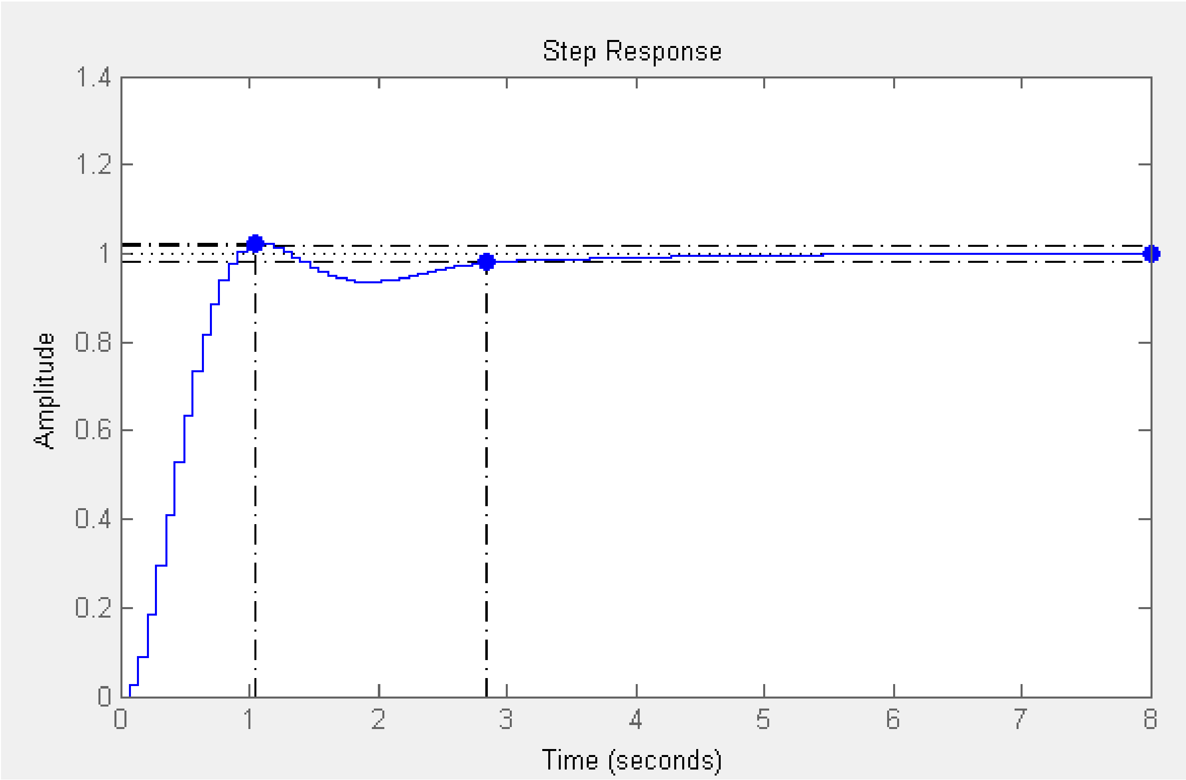


Este es el Lugar de Raíces del sistema sin compensar al cual le buscaremos implementar 2 controladores. Uno de los requerimientos es que el sistema tenga un error nulo ante una entrada escalón, y dado que se trata de un sistema tipo 0, deberemos aumentar el orden del sistema agregando un polo en $z = 1$, es decir un integrador.

Un controlador P no servirá ya que no se cumpliría el requisito de error en estado estable nulo para entrada escalón. Se propone empezar el análisis con un controlador PI, para el cual se ajustó el cero y la constante (nótese que al ser un controlador PI, tiene por defecto un polo en $z = 1$ y su función de transferencia es: $PI(z) = K\frac{(z+c)}{(z-1)})$ para obtener el siguiente Lugar de Raíces:



Esta ubicación del cero y polo nos garantiza una respuesta al escalón de la forma:



Esta respuesta cuenta con un sobrepaso máximo del 2.27 [%], un tiempo de establecimiento de 2.84 $[s]$ y un valor de régimen de 1, con lo cual cumple con los requisitos listados inicialmente.

Este controlador tiene la siguiente función de transferencia:

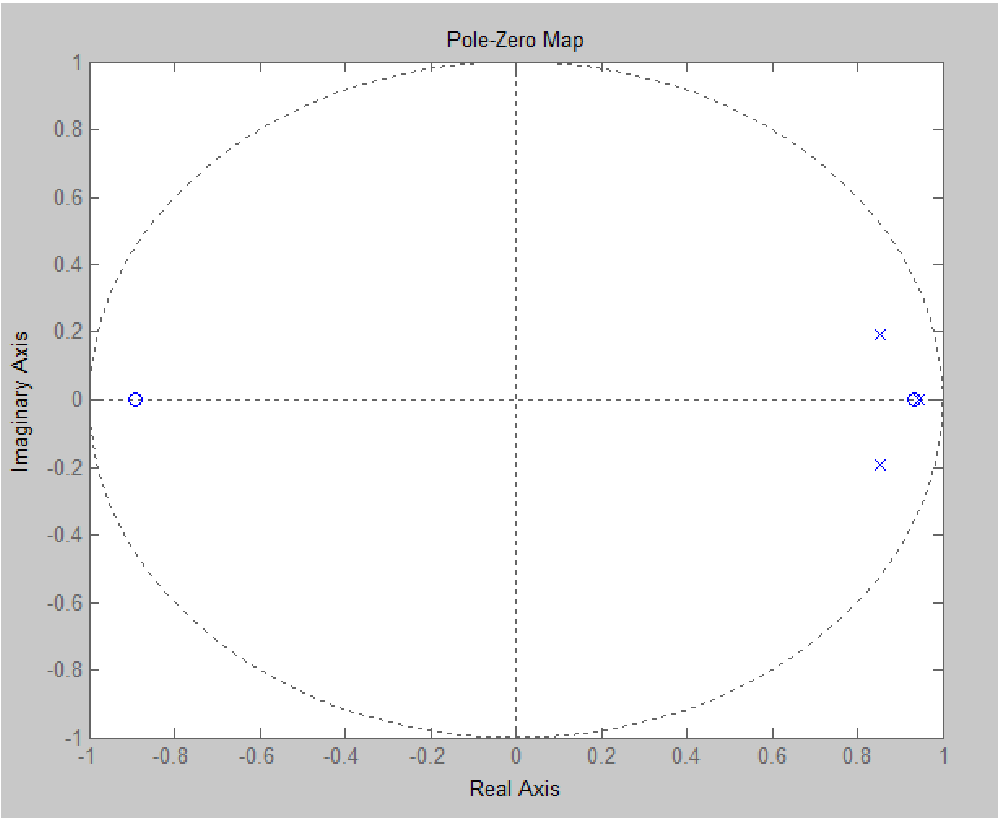
$$PI(z) = (1.1513)\frac{(z-0.9324)}{(z-1)}$$

Esto nos da una función de transferencia a lazo cerrado igual a:

$$G(z)\,PI(z) = \frac{0.02182\,z + 0.01942}{z^2 - 1.68\,z + 0.7047}\,\frac{1.1513(z-0.9324)}{(z-1)}$$

$$FT_{LC}(z) = G(z)\,PI(z) = \frac{0.025124\,(z-0.9324)\,(z+0.8899)}{(z-0.9445)\,(z^2-1.71\,z+0.7682)}$$

De aquí se observa que los polos y ceros de la función de transferencia de lazo cerrado están ubicados en:



Estos valores se observan con mayor detalle en la siguiente tabla:

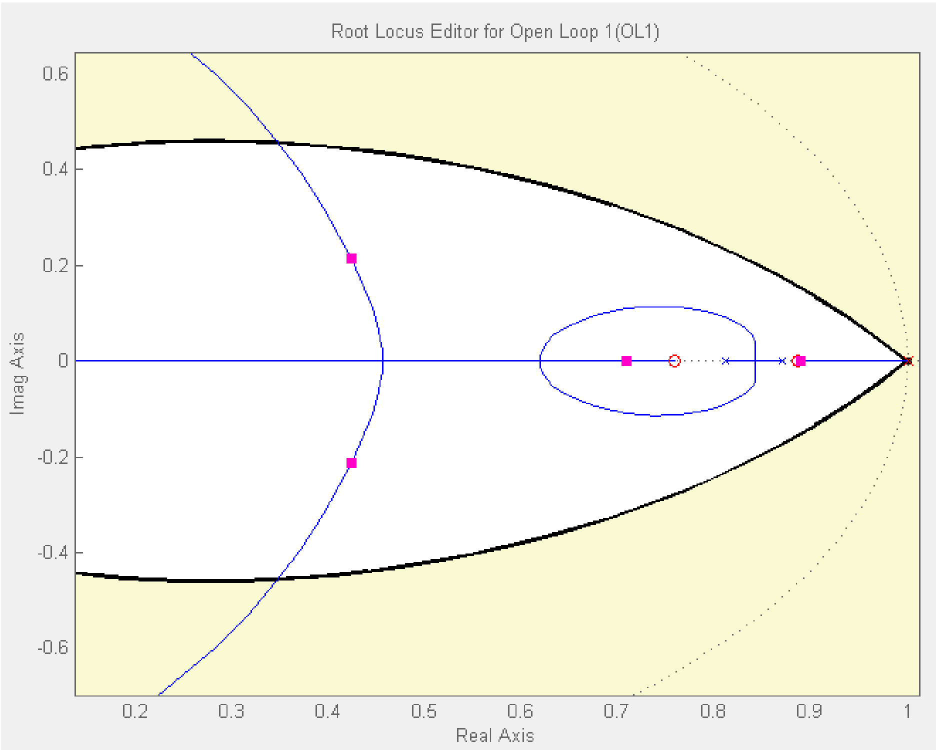
Polos	Ceros
$p_1 = 0.8552 + j\,0.1920$	$c_1 = 0.9324$
$p_2 = 0.8552 - j\,0.1920$	$c_2 =- 0.8899$
$p_3 = 0.9445$	-

TABLA 2: Ubicación de Polos y Ceros de la FT de Lazo Cerrado para el PI.

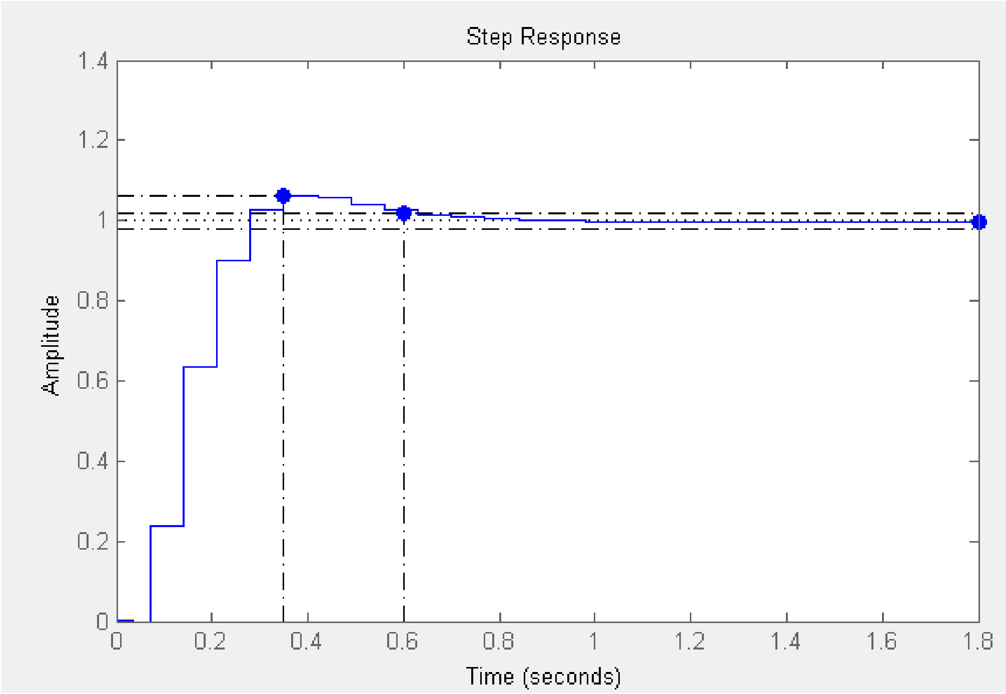
Ahora se propone el diseño de un controlador PID, de modo que este también tenga por defecto un integrador (polo en $z = 1$) para eliminar el error en estado de régimen pero además podemos ajustar 2 ceros dándonos aún más grados de libertad. La función de transferencia de un controlador PID es igual a:

$$PID(z) = K\frac{(z + c_1)(z + c_2)}{z(z - 1)}$$

Se tiene que ajustando los polos, podemos llegar al siguiente Lugar de Raíces:



Este Lugar de Raíces nos proporciona una respuesta al escalón con un sobrepaso máximo del 6.08 [%], un tiempo de establecimiento de 0.601 $[s]$ y un valor de régimen de 1, con lo cual este controlador también está cumpliendo con los requisitos listados inicialmente.



Este controlador tiene la siguiente función de transferencia:

$$PID(z) = (10.841)\frac{(z-0.7586)(z-0.8868)}{z\,(z-1)}$$

Esto nos da una función de transferencia a lazo cerrado igual a:

$$G(z)\,PID(z) = \frac{0.02182\,z + 0.01942}{z^2 - 1.68\,z + 0.7047}\,\frac{(10.841)(z-0.7586)(z-0.8868)}{z\,(z-1)}$$

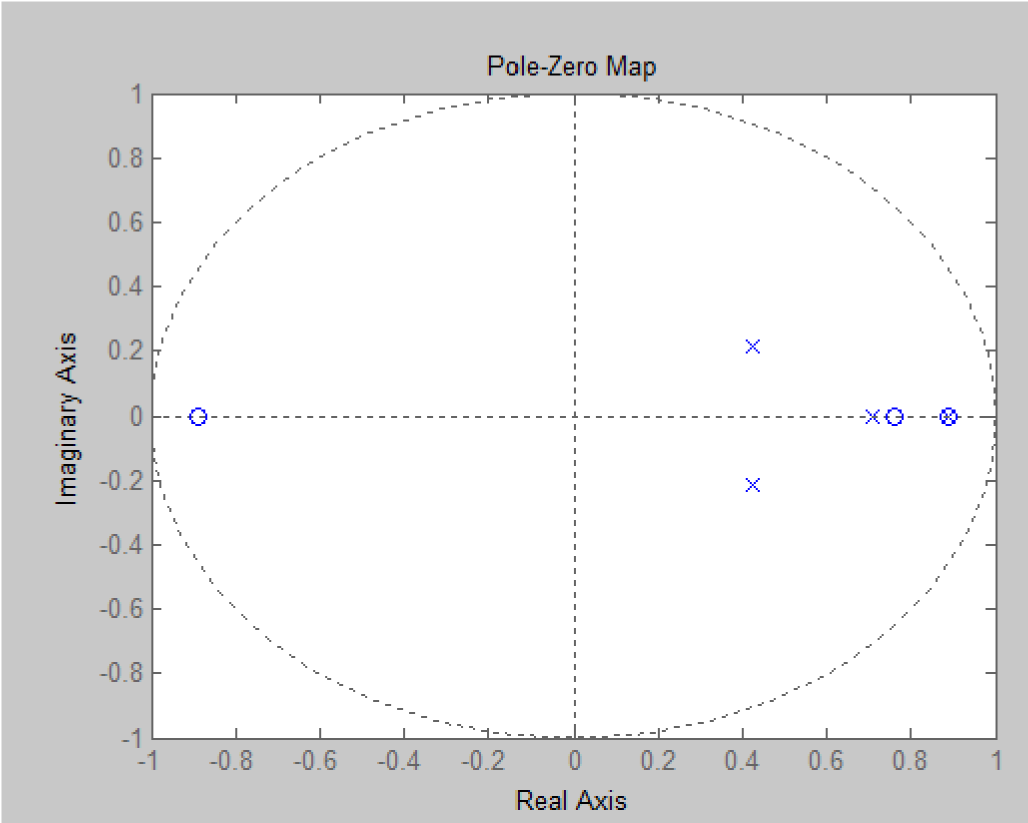
$$FT_{LC}(z) = \frac{0.23658\,(z+0.8899)\,(z-0.8868)\,(z-0.7586)}{(z-0.708)\,(z-0.8897)\,(z^2-0.8457z+0.2249)}$$

De aquí se observa que los polos y ceros de la función de transferencia de lazo cerrado están ubicados en:

Polos	Ceros
$p_1 = 0.4229 \ + j\,0.2146$	$c_1 =- \ 0.8899$
$p_2 = 0.4229 \ - j\,0.2146$	$c_2 = 0.8868$
$p_3 = 0.8897$	$c_3 = 0.7586$
$p_4 = 0.7080$	-

TABLA 2: Ubicación de Polos y Ceros de la FT de Lazo Cerrado para el PID.

Estos valores de tabla se pueden ver reflejados en el siguiente mapa de Polos y Ceros:



Resulta entonces, que podemos armar la siguiente tabla que compare los valores obtenidos para la respuesta al escalón del controlador PI contra el PID:

$Controlador\ PI(z)$	$Controlador\ PID(z)$
$S = 2.27\ [\%]$	$S = 6.08\ [\%]$
$t_s = 2.84\ [s]$	$t_s = 0,601\ [s]$
$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = 0$

TABLA 3: Comparación entre controladores PI y PID.

Se observa que si bien ambos cumplen con las condiciones, el controlador PI se encuentra en una situación más límite con respecto al tiempo de establecimiento mientras que el PID tiene un tiempo de establecimiento lo suficientemente lejos del límite sin comprometer demasiado el sobrepaso máximo. Por lo expuesto, se elige el controlador PID para realizar las simulaciones mediante Simulink, donde para ello y dado que queremos ver cómo funciona cada acción por separado, es necesario calcular las constantes K_P, K_I y K_D por lo tanto planteamos la siguiente igualdad:

$$PID(z) = (10.841)\frac{z^2-1,6452z+0.67272648}{z(z-1)} = K\frac{z^2-bz+c}{z(z-1)}$$

Se deduce primero que nada que: $K = 10.841$. Luego sabiendo que: $c = \frac{K_D}{K} \Rightarrow K_D = (K)(c) = 0.67272648(10.841) = 7.29302777$.

Ahora podemos plantear que si: $b = \frac{K_P+2K_D}{K} \Rightarrow K_P = bK - 2K_D = 1,6452(10.841) - 2(7.29302777) = 3.24955766$.

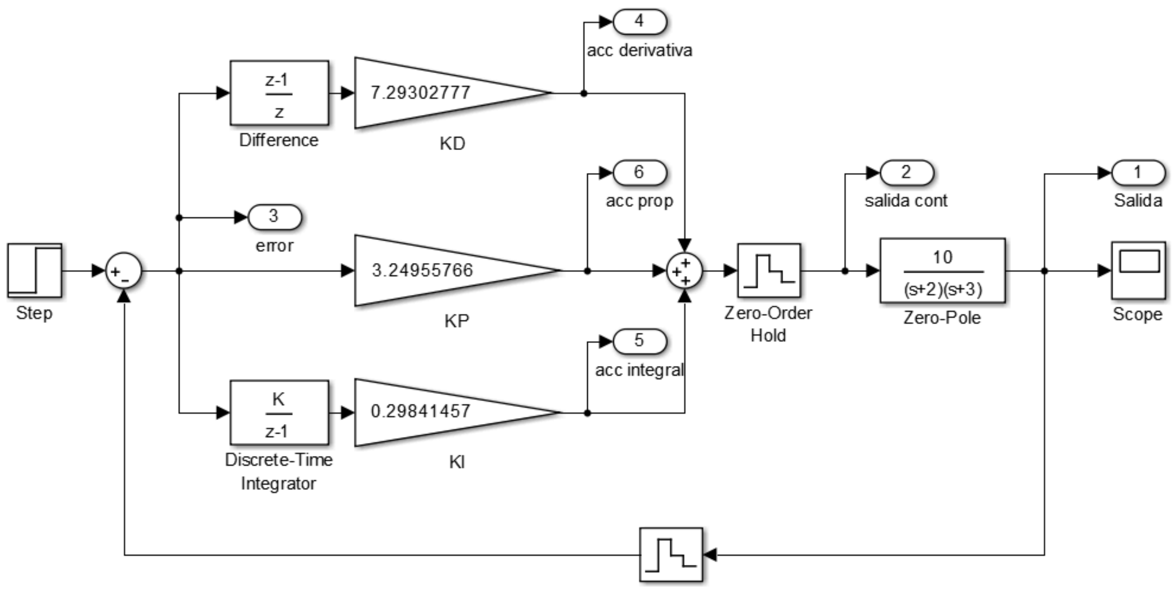
Por último se tiene que si: $K = K_P + K_I + K_D \Rightarrow K_I = K - K_P - K_D = 10.841 - 3.24955766 - 7.29302777 = 0.29841457$.

Sintetizando, se tiene que:

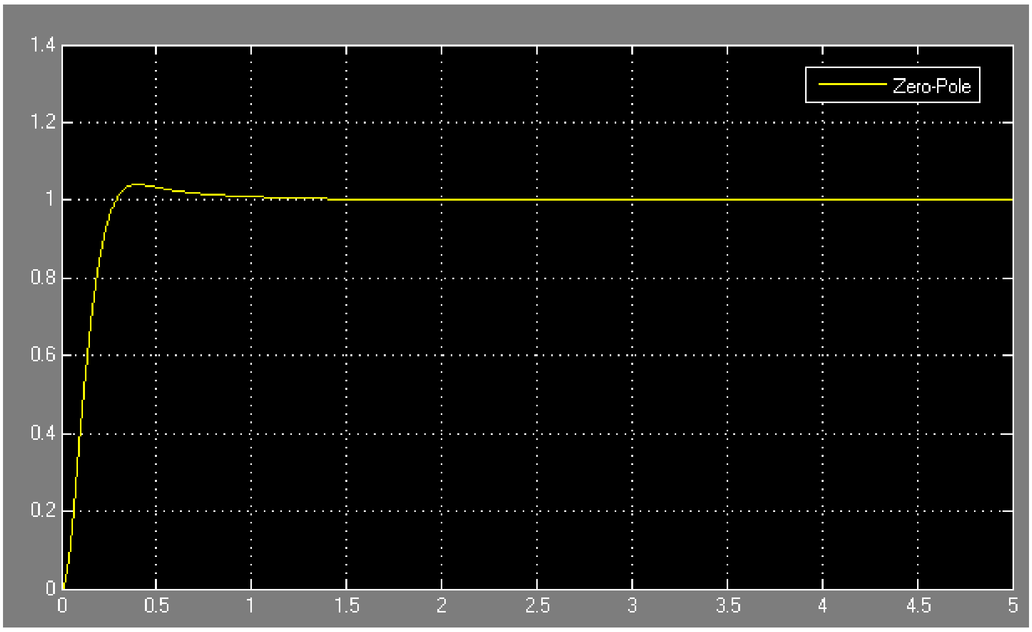
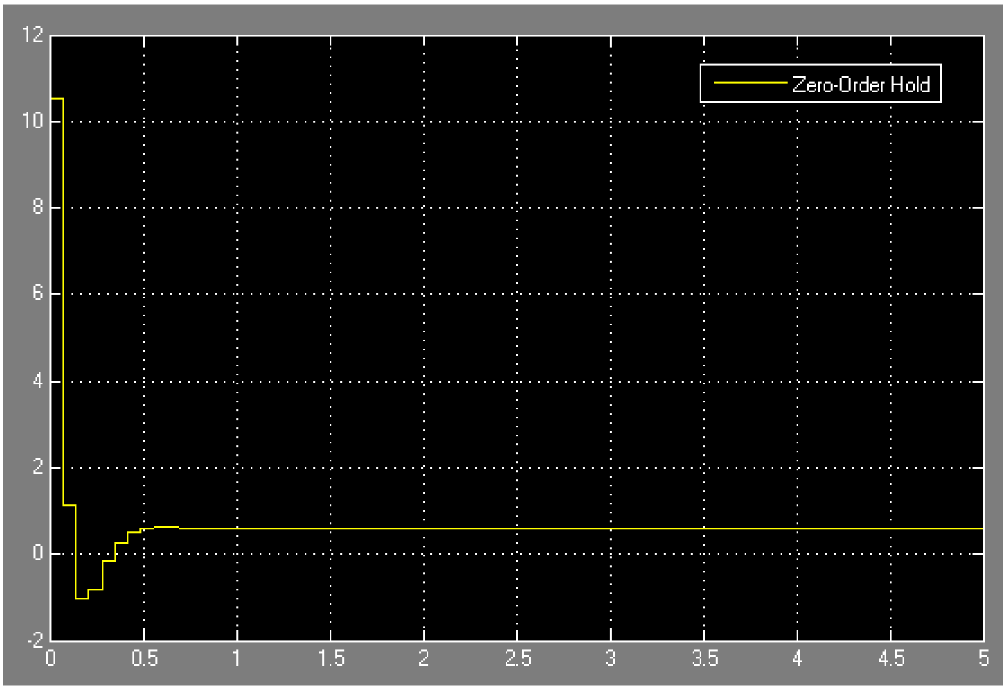
$K_P = 3.24955766$	$K_I = 0.29841457$	$K_D = 7.29302777$

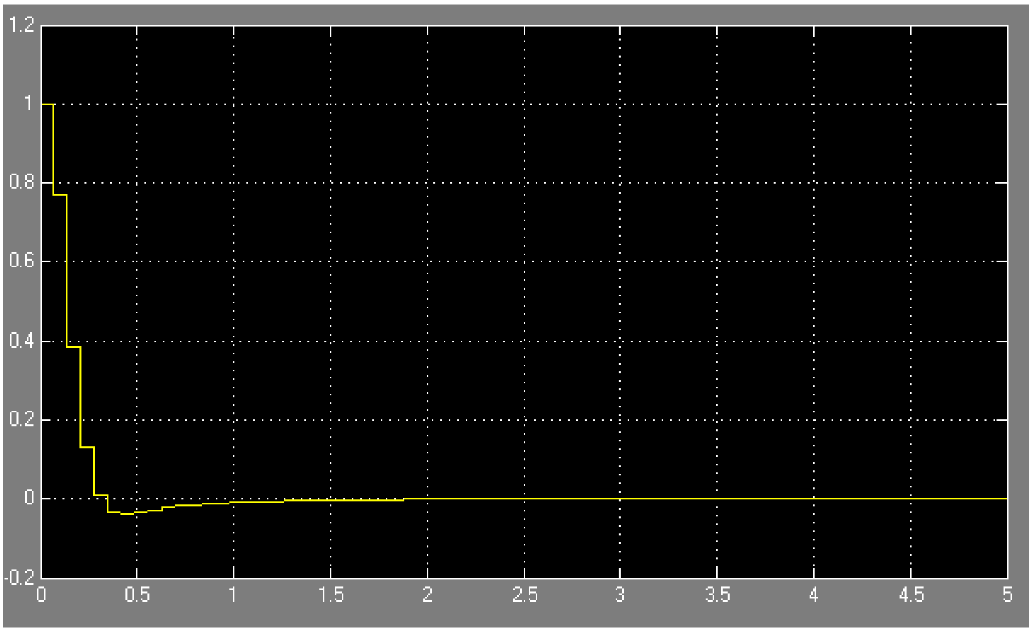
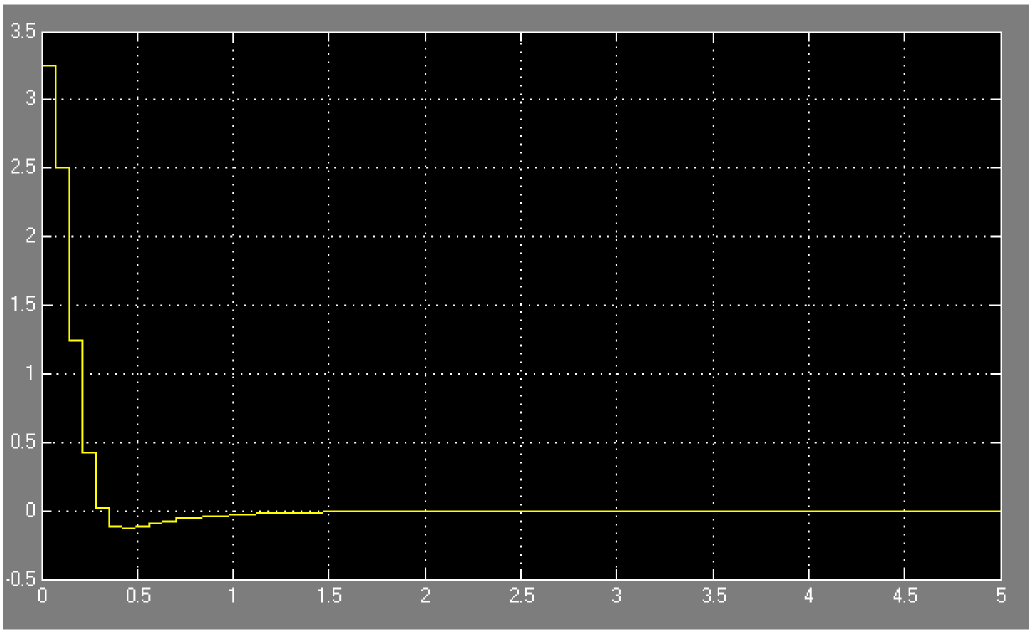
TABLA 4: Constantes del controlador PID.

Con estas constantes, es posible armar el siguiente diagrama en bloques en Simulink:



Con este diagrama en bloques, se obtuvieron las siguientes curvas:

$y(t)$	
$u[k]$	

$e[k]$	1.2 1 0.8 0.6 0.4 0.2 0 -0.2 0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5
$P[k]$	3.5 3 2.5 2 1.5 1 0.5 0 -0.5 0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5

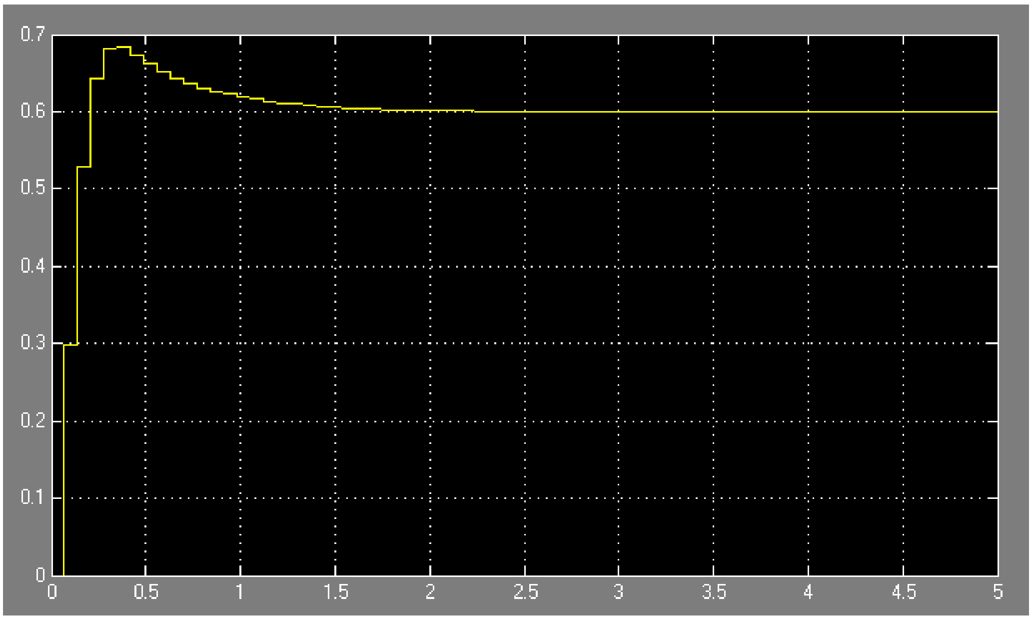
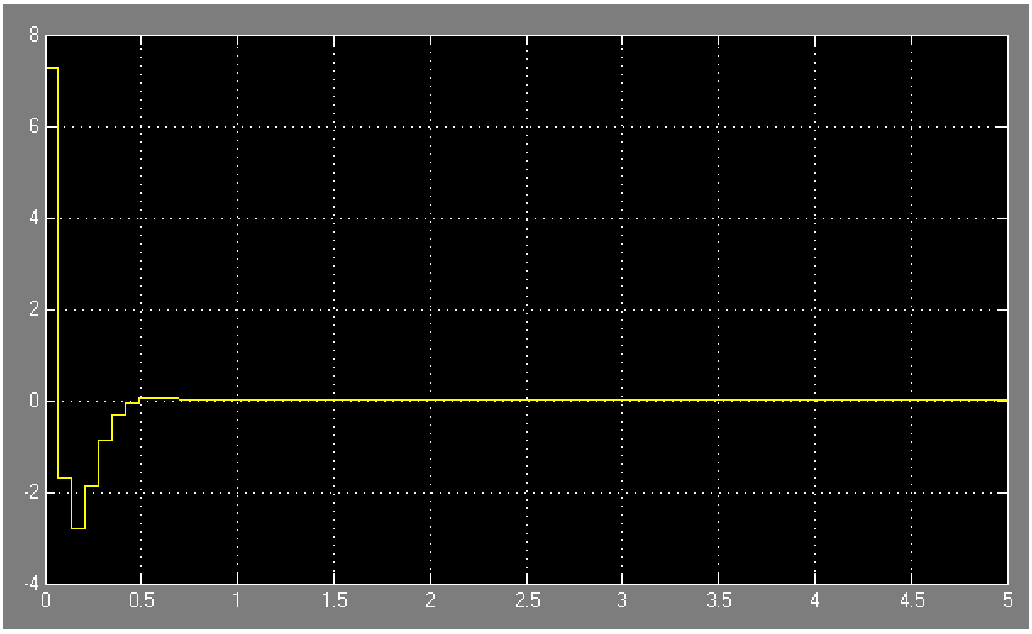
$I[K]$	
$D[k]$	

TABLA 5: Acciones individuales del PID y gráfica de salida, error y acción de control.

Como se observa en estas gráficas, se tiene que las acciones individuales de control realizan el trabajo necesario y conjunto para que la salida sea la deseada. Se remarca que las acciones derivativas y proporcional son muy grandes con respecto a la integral, esto en la práctica puede conllevar a problemas de chispazos en el controlador debido principalmente al valor elevado de K_D, por lo que sería conveniente reajustar los ceros del PID para bajar este chispazo.

Anexo

El código utilizado para resolver esta tarea fue utilizado en MATLAB y se anexa a continuación:

```
clear all; clc;

% Datos dados por la tabla:
p1 = -3;
p2 = -2;
K = 10;
Sobrepaso = 15;
t_2percent = 3;
error = 0;
T = 0.07;

% Funciones de la Tarea 1
G = zpk([],[p1 p2],[K])
Tm = T
Gd = c2d(G, Tm, 'ZOH')


% Obtener los valores de Psita, wo y wd:
psita = (-log(Sobrepaso/100))/(sqrt(pi^2 + log(Sobrepaso/100)^2))  % psita = 0.5169
w_0 = 4/(psita*t_2percent)                                          % w_0 = 2.5793
w_d = w_0*sqrt(1 - psita^2)                                         % w_d = 2.2080
t_d = 2*pi/w_d                                                      % t_d = 2.8457

% Calcular la cantidad de muestras por ciclo de la frecuencia amortiguada w_d:
m = t_d/Tm                                                          % m = 40.6526

% Mediante la equivalencia de planos s y z determinar la ubicación de los polos
% deseados en el plano z:

% z = e^T*(-psita*w_0 +- j*w_d)  --> |z| = e^(psita*w_0*Tm) y fas_z = +-T*w_d
mod_z  = exp(-psita*w_0*Tm)                                          % mod_z = 0.9109
fas_z1 = +rad2deg(Tm*w_d)                                            % fas_z = +8.8555° (0.1546 rad)
fas_z2 = -rad2deg(Tm*w_d)                                            % fas_z = -8.8555° (0.1546 rad)

z_x = mod_z*cos(fas_z1)                                              % z_x = -0.7672
z_y = mod_z*sin(fas_z1)                                              % z_y = +-0.4910

% Seleccionar y diseñar al menos 2 controladores digitales en serie (PI,PD, PID o Adelanto) que cumplan
% (para los polos dominantes) las especificaciones dadas mediante SISOTOOL , en caso de que no se cumplan
% analizar el porque.
%  - La condición de error debe cumplirse con exactitud
%  - Construir el sistema de lazo cerrado y verificar los polos, ceros y respuesta temporal mediante el
%    codigo
sisotool(Gd)

C                                                                    % muestra el compensador importado de sisotool
F = feedback(C*Gd,1)                                                 % sistema de lazo cerrado
pole(F)
zero(F)
pzmap(F)
step(F)                                                              % respuesta al escalon
```