PROBLEMARIO 01

EJERCICIO 1.2.1

Sea $\Sigma = \{1\}$. ¿Se puede decir que para todo número natural n hay alguna palabra $w \in \Sigma^*$ para la cual $|w| = n$? Si w es una cadena de Σ^* para la cual $|w| = n$, ¿es única? ¿Qué ocurriría si $\Sigma = \{1, 2\}$?

Solución:

alfabeto $= \Sigma = \{1\}$

No. naturales $= 0, 1, 2, \ldots n \ldots$

Luego

$|w| = n$ y $w \in \Sigma^*$

$w = \begin{cases} 1 \\ \varepsilon \end{cases}$ $\therefore$ $|w| = 1$

Entonces

$\boxed{|w| = n \text{ esto aplica para } w \in \Sigma^* \text{ donde } n \in \mathbb{N}}$

Si $\Sigma = \{1, 2\} \rightarrow$ ¿ $w \in \Sigma^*$?

Sabemos que

$|w| = 2 \Rightarrow n = 2$ y $\Sigma^* = \{1, 2, 3, \ldots n\}$

Luego

$\Sigma^* = \{1, 2\}$ y ε

$\therefore$

$\boxed{\text{El alfabeto tiene } n \text{ elementos igual a la longitud de } w}$

EJERCICIO 1.2.3

¿La cadena vacía ε es un prefijo propio de sí misma?

Solución:

No. Esto se debe a que por definición, un prefijo propio está definido como una cadena que es prefijo de la palabra pero no es igual a la misma. Por tanto, la cadena vacía sólo es un prefijo de sí misma.

EJERCICIO 1.2.4

Definir las nociones de "sufijo" y "sufijo propio" de una cadena sobre un alfabeto.

Solución

De manera análoga al prefijo, si "w" e "y" son palabras, se dice que "y" es sufijo de "w", si para alguna cadena x se obtiene que $w = xy$.

El sufijo propio es aquella cadena que no es igual a la palabra ni a la cadena vacía (ε).

EJERCICIO 1.2.5

Probar formalmente que $(wy)^I = y^I w^I$

Solución

Sea

$x = (wy)$,
$w = (w_0 w_1 w_2 w_3 \dots w_n)$,
$y = (y_0 y_1 y_2 y_3 \dots y_n)$

entonces, desarrollando x tenemos

$(x^I) = (wy)^I$

Luego, por definición

$$\begin{aligned}(wy)^I &= [(w_1 w_2 w_3 \dots w_n)(y_1 y_2 y_3 \dots y_n)]^I \\ &= [(y_n \dots y_3 y_2 y_1 y_0)(w_n \dots w_3 w_2 w_1 w_0)] \\ &= (y^I)(w^I)\end{aligned}$$

$\therefore$

$$\boxed{(wy)^I = y^I w^I}$$

EJERCICIO 1.2.6

Obtener todos los prefijos, sufijos y subpalabras de la palabra w= "bar" sobre el alfabeto inglés.

Solución

Sea $\Sigma = \{a, b, c, d, \ldots z\}$ y w= "bar" donde $w \in \Sigma$ entonces

Por definición un prefijo es aquella cadena formada por cero o más símbolos a la izquierda de una cadena. Así, los prefijos de w están conformados por:

- Prefijos propios: b, ba
- Prefijos: bar, ε

Por definición un sufijo es aquella cadena formada por cero o más símbolos a la derecha de una cadena. Así, los sufijos de w están conformados por:

- Sufijos propios: a, ar.
- Sufijos: bar, ε

Por definición una subpalabra es aquella cadena que se pued formar al eliminar cero o más símbolos de cualquiera de los extremos de una cadena. Todas las subpalabras de w están conformadas por:

- Subpalabras: b, a, r, ba, ar, bar, ε