Geometria Analítica

28. Em $\mathbb{R}^3$ considere as retas r e s, de equações cartesianas
$\begin{cases} y = 1 + x \\ z = 1 \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 1 + z \\ y = 1 \end{cases}$, respetivamente.
    (a) Determine $r \cap s$.
    (b) Considere o ponto $P = (1, 2, 1)$. Verifique que P não pertence a s. Calcule $d(P, s)$.
    (c) Escreva uma equação cartesiana do plano γ que contém P e s.

29. Em $\mathbb{R}^3$ considere, para cada $\alpha \in \mathbb{R}$, o plano π_α, com equação cartesiana
$$x + 2y + \alpha z - 3 = 0.$$
    (a) Determine α de modo que a reta $r = (1, -1, 1) + \langle (1, 2, -3) \rangle$ seja perpendicular ao plano π_α.
    (b) Escreva uma equação vetorial do subespaço afim β definido pela reta r e pelo ponto $P = (1, 0, 1)$. Qual a dimensão de β?
    (c) Descreva geometricamente o conjunto dos pontos de $\mathbb{R}^3$ comuns aos planos π_α, $\alpha \in \mathbb{R}$.

30. Considere os pontos $P = (1, 3, 4, 6)$, $Q = (-3, 1, -1, 3)$ e $R = (-2, -2, 2, 4)$ de $\mathbb{R}^4$.
    (a) Verifique que os pontos P, Q, R são não colineares.
    (b) Seja $\mathcal{G}$ o subespaço afim de $\mathbb{R}^4$ que definido por P, Q, R.
        i. Determine uma equação vetorial de $\mathcal{G}$ e indique dim $\mathcal{G}$.
        ii. Determine equações paramétricas de $\mathcal{G}$.
        iii. Determine equações cartesianas de $\mathcal{G}$.
    (c) Se G é o subespaço vetorial associado a $\mathcal{G}$, determine uma base de $G^\perp$ e equações cartesianas do subespaço afim $\mathcal{H} = P + G^\perp$.

31. (0pcional) Em $\mathbb{R}^3$, demonstre que
    (a) a interseção de dois planos não paralelos é uma reta;
    (b) duas retas concorrentes definem um plano;
    (c) a interseção de duas retas não paralelas e complanares é um ponto;
    (d) duas retas paralelas e distintas definem um plano;
    (e) uma reta e um ponto não pertencente à reta definem um plano;
    (f) a interseção de um plano com uma reta não paralela ao plano é um ponto.