Proposição

(a) *Sejam $\mathcal{F}$ um subespaço afim de $\mathbb{R}^n$ e $A \in \mathcal{F}$.*
Então $F = \{\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n : A + \overrightarrow{v} \in \mathcal{F}\}$ é subespaço vetorial de $\mathbb{R}^n$.
Além disso, $P \in \mathcal{F}$ sse $\exists \overrightarrow{v} \in F \;\; P = A + \overrightarrow{v}$.

(b) *Sejam F subespaço vetorial de $\mathbb{R}^n$ e A um ponto de $\mathbb{R}^n$.*
Então $\mathcal{F} = \{P \in \mathbb{R}^n : \exists \overrightarrow{v} \in F, \quad P = A + \overrightarrow{v}\}$ é um subespaço afim de $\mathbb{R}^n$.

Observação

Nas condições da alínea (b) escreve-se

$$\mathcal{F} = \{P \in \mathbb{R}^n : \exists \overrightarrow{v} \in F, \quad P = A + \overrightarrow{v}\} = A + F$$

Assim, cada subespaço afim $\mathcal{F}$ de $\mathbb{R}^n$ é um subconjunto de pontos de $\mathbb{R}^n$ que se descreve como soma de um ponto A e um subespaço vetorial $F \leq \mathbb{R}^n$.

Proposição

Sejam $P, Q \in \mathbb{R}^n$ e $W \leq \mathbb{R}^n$. São equivalentes as condições

(a) $P + W = Q + W$

(b) $P \in Q + W$

(c) $\exists\, A \in \mathbb{R}^n \;\; P, Q \in A + W$

(d) $Q - P = \overrightarrow{PQ} \in W$