Departamento de Física, FCUL, 2019-2020

Termodinâmica e Teoria Cinética (TTC/TTCA)

Série 3 – Potenciais e relações de Maxwell.

1. Mostre que:

a) $\left(\dfrac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \dfrac{C_p}{T}$

b) $\left(\dfrac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \dfrac{C_V}{T}$

2. Mostre que $\left(\dfrac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\dfrac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$ e que por isso para o gás ideal $\left(\dfrac{\partial U}{\partial T}\right)_V = 0$.

3. Mostre que $\left(\dfrac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T\left(\dfrac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_p$.

4. Mostre que $\left(\dfrac{\partial C_P}{\partial p}\right)_T = -T\left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_p$.

5. Considere o coeficiente de expansão isobárica $\beta_p = \dfrac{1}{V}\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ e o coeficiente de compressibilidade isotérmica $k_T = -\dfrac{1}{V}\left(\dfrac{\partial V}{\partial p}\right)_T$. Considerando $S = S(T,V)$ mostre que $C_p - C_V = \dfrac{VT\beta_p^2}{k_T}$.

6. Tomando $S = S(T,V)$ mostre que a entropia de uma mole de gás ideal é $S = C_V \ln T + Nk_B \ln V + C$, com C constante.

7. Mostre que para o gás ideal de N partículas pode escrever que:

(a) $F = C_V T - C_V T \ln T - Nk_B T \ln V - TC + C'$

(b) $G = C_p T - C_p T \ln T + TNk_B \ln p - TC'' + d$

em que C', C'' e d são constantes.

8. Mostre que $C_p = T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_S$.

9. Mostre que $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_S = \frac{C_p}{VT\beta_p}$.

10. Calcule a transformada de Legendre de F em ordem a N e mostre que o potencial resultante se pode escrever como $\Omega = -pV$.

11. Calcule a transformada de Legendre da entropia em ordem à energia interna e mostre que o novo potencial é função das variáveis naturais S, U e $1/T$.