Subespaço afim de $\mathbb{R}^2$

Definição

Se $\mathcal{F} \subseteq \mathbb{R}^2$ é um conjunto não vazio, $\mathcal{F}$ diz-se um subespaço afim *do plano se quaisquer que sejam $A, B \in \mathcal{F}$,*
$\{\lambda A + \mu B : \ \lambda, \mu \in \mathbb{R} \ \text{ e } \ \lambda + \mu = 1\}$ *está contido em $\mathcal{F}$.*

Exemplo

1. *Se P é um ponto, $\{P\}$ é subespaço afim de $\mathbb{R}^2$*
2. *$\mathbb{R}^2$ é subespaço afim de $\mathbb{R}^2$*
3. *As retas são subespaços afins de $\mathbb{R}^2$*

Exemplo

1. *Os semiplanos não são subespaços afins de $\mathbb{R}^2$*
2. *Nenhum polígono é subespaço afim de $\mathbb{R}^2$*

Teorema

Os únicos subespaços afins do plano são os conjuntos singulares de pontos, as retas e o plano.

Geometria Analítica em $\mathbb{R}^n$, $n \geq 1$

Consideramos o e.v. real
$\mathbb{R}^n = \{(a_1, \ldots, a_n) : a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}\}$ como conjunto de pontos

Fixa-se um *referencial cartesiano*, cuja origem é o ponto $O = (0, \ldots, 0)$ e cujos eixos coordenados são as n retas

$OX_i = \{(0, \ldots, x_i, \ldots, 0) : x_i \in \mathbb{R}$ é a i-ésima coordenada$\}$

Dados pontos distintos A, B representamos o vetor definido pelos pontos A, B por $\overrightarrow{AB} = B - A$.

Definição

Seja $k \in \mathbb{N}$ e sejam $A_1, \ldots, A_k \in \mathbb{R}^n$. Uma combinação afim dos pontos $A_1, \ldots, A_k$ é uma expressão do tipo

$$\lambda_1 A_1 + \ldots + \lambda_k A_k \ \textit{ onde } \ \lambda_1, \ldots \lambda_k \in \mathbb{R} \ \textit{ e } \ \sum_{i=1}^{k} \lambda_i = 1.$$

Definição

Diz-se que três pontos A, B, C de $\mathbb{R}^n$ são não colineares *se os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ são linearmente independentes.*

Exemplo

Sejam $A, B, C \in \mathbb{R}^3$ pontos não colineares.

O conjunto
$\pi = \{\lambda A + \mu B + \delta C : \lambda, \mu, \delta \in \mathbb{R}$ *e* $\lambda + \mu + \delta = 1\}$
é o plano que contém os pontos A, B, C.