<u>Exercício 7</u>: Equações diferenciais ordinárias

Deve ser entregue relatório até a próxima aula.

1. **Decaimento radioativo:** considere o decaimento radioativo do Polónio-201 dado pela equação:

$$\dot{N}(t) = -kN(t),$$

onde N(t) é a densidade de núcleos radioativos no instante t e k é a taxa de decaimento dada por k=2.3 horas^{-1}. Considerando como valor inicial N(0)=1:

   a. Implemente o método de Euler para esta equação. Trace o gráfico para a solução numérica de N(t), para t em horas, com passos de integração h={0.5, 0.7, 1}. Represente também a curva analítica (Dica: se não conseguir resolver analiticamente esta equação, estudada no infantário, use a função DSolve no Mathematica, mas não diga nada a ninguém). Discuta as diferentes curvas.
   b. Implemente o método de Runge-Kutta de 4ª ordem para a mesma equação. Faça o gráfico do desvio ao valor analítico (t=5 horas) para o método de Euler e de Runge-Kutta de 4ª ordem em função do tamanho do passo (gráfico em escala log-log), com passos $h = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}\}$. Discuta a ordem de convergência dos métodos.
   c. **(opcional)** Imagine que há uma epidemia de zombies, sabendo que um zombie contagia um humano com taxa <u>c</u>, um humano mata um zombie com taxa <u>a</u>, e um zombie mata um humano com taxa <u>b</u>, as equações para a quantidade de humanos (H) e de zombies (Z) são dadas por:
   $$\dot{H}(t) = -bH(t)Z(t) - cH(t)Z(t)$$
   $$\dot{Z}(t) = cH(t)Z(t) - aH(t)Z(t)$$
   Começando com alguns Zombies e uma população de humanos teste com os métodos anteriores e encontre um conjunto de valores não nulos de <u>a</u>, <u>b</u>, e <u>c</u> que levam a um apocalipse (aniquilação de todos os humanos) ou a uma vitória da espécie humana (eliminação de todos os zombies).

2. **Lançamento oblíquo:** considere um lançamento oblíquo de um projétil. As equações de movimento são (x é a horizontal e y a vertical):

$$\dot{v_x}(t) = 0$$
$$\dot{v_y}(t) = -g$$
$$\dot{x}(t) = v_x(t)$$
$$\dot{y}(t) = v_y(t)$$

com uma velocidade inicial de 20m/s e um ângulo de $\pi/4$.

   a. Implemente os métodos de Euler e Runge-Kutta de 4ª ordem (Dica: Para testar faça somente para o movimento vertical, y, e depois faça os dois). Trace o gráfico de y em função de x para os 2 métodos e um passo de h=0.5. Coloque a curva analítica no gráfico. Faça uma tabela com os valores de y quando t=5s para os dois métodos e coloque o valor analítico. Discuta os valores.
   b. **(opcional)** Implemente o método anterior para um projétil com resistência do ar, em que a aceleração tem um termo adicional de γv^2 na mesma direção da velocidade, mas sentido contrário. (Dica: Use o NDSolve do Mathematica para comparar).