## Experiência 2: PROPAGAÇÃO NUM CABO COAXIAL

As ondas eletromagnéticas são geradas por cargas elétricas em movimento, produzindo um campo magnético e um campo elétrico que são perpendiculares à direção de propagação; trata-se portanto de ondas transversais.

Estas ondas, que podem cobrir um largo espectro de frequências, desde a radiação X até às ondas de rádio, possuem comprimentos de onda desde o Angstrom até às várias centenas de metro. Apesar do processo de propagação poder ser descrito de modo semelhante, quando comparada com as ondas mecânicas, as ondas eletromagnéticas propagam-se a velocidades tanto maiores quanto mais rarefeito for o meio, atingido a velocidade máxima precisamente no vazio. As ondas mecânicas têm um comportamento oposto, em que o processo de transferência de energia mecânica entre osciladores (uma onda pode ser considerada como uma sequência de osciladores acoplados) é tanto mais eficiente quanto mais denso for o meio.

Qualquer tipo de onda que temos vindo a estudar tem associado um determinado nível de energia. Em particular, a onda eletromagnética pode ser descrita em termos de dois campos, o campo da grandeza física que está associada à energia potencial e o campo da grandeza física que está associada à energia cinética. No caso de ondas eletromagnéticas temos a considerar o campo elétrico associado à energia electroestática (energia potencial) e o campo magnético associado à energia magnética, esta do tipo cinético. As densidades de energia (energia por unidade de volume a uma, duas e três dimensões) são sempre funções quadráticas dos campos $\Psi_{pot}$ e $\Psi_{cin}$ referidos. Tem-se:

$$e_{pot} = \frac{1}{2} k \cdot \Psi_{pot}^2 \quad \text{e} \quad e_{cin} = \frac{1}{2} m \cdot \Psi_{cin}^2 \tag{1}$$

com $k$ e $m$ constantes características do meio. O fluxo de energia normal à direção de propagação, ou seja, a intensidade da onda é:

$$\Phi = c \cdot \left( e_{pot} + e_{cin} \right) \tag{2}$$

A razão entre os dois campos potencial e cinético é uma constante característica do meio que se chama impedância ($Z_0$).

$$\frac{\Psi_{pot}}{\Psi_{cin}} = Z_0 \tag{3}$$

que é função das constantes $k$ e $m$ atrás referidas. Dada a proporcionalidade entre os dois campos basta conhecer um deles (por exemplo, a pressão sonora para o caso das ondas sonoras ou o campo elétrico no caso das ondas eletromagnéticas).

Não havendo constrangimentos aos campos, as ondas eletromagnéticas propagam-se num espaço tridimensional. No entanto, o confinamento dos campos segundo determinadas direções permite fazer uma propagação guiada e portanto, a onda propaga-se em direções preferenciais. Tal é o caso das guias de onda e em particular do cabo coaxial.

Dada a construção específica deste tipo de condutores, a propagação fica completamente definida a uma única dimensão, $x$. Uma onda num cabo coaxial fica completamente definida por exemplo pela função $V(t)$, associada à diferença de potencial entre o condutor central e o exterior e pela energia cinética definida pelo movimento das cargas no condutor, ou seja, pela corrente elétrica $I$ que percorre o cabo. O fluxo total da energia, que é a potência elétrica transmitida pela onda eletromagnética numa secção do cabo, vem dado por:

$$P = V \cdot I \tag{4}$$

A impedância do meio é neste caso:

$$Z_0 = \frac{\Psi_{pot}}{\Psi_{cin}} = \frac{V}{I} \tag{5}$$

Voltando à definição mais geral para a descrição da propagação de ondas em meios, que até agora consideramos como meios infinitos, vamos considerar que existem limites à propagação, por exemplo, quando o cabo termina.

Se consideramos o meio não dispersivo (sem perdas), a energia da onda que chega à extremidade do cabo deve ser conservada. Isto implica o aparecimento de uma onda refletida com intensidade igual à da onda incidente. Repare que, não havendo corrente elétrica para além dos limites do cabo, o fluxo é absolutamente determinado pelo campo potencial e a impedância naquele ponto ($x$=$L$) é infinita!

Assim, se produzirmos uma perturbação no início do cabo ($x$=0), esta vai propagar-se até à outra extremidade de um cabo de comprimento $L$ ($x$=$L$), para de seguida ser refletida no sentido inverso. O tempo que decorre entre a produção da perturbação inicial e a chegada do impulso refletido é, portanto, dependente da velocidade do meio e é dado por:

$$t = \frac{2L}{v} \tag{6}$$

Sendo $v$ a velocidade de propagação no meio.

O que acontece se o meio inicial (cabo coaxial de comprimento $L$) estiver ligado a um outro meio de características diferentes? Basicamente, se houver transmissão de energia entre os dois meios (o que equivale a dizer que a impedância na extremidade do cabo não é infinita) podem acontecer duas situações:

- a energia transmitida é uma fração energia do primeiro impulso, o que equivale a dizer que haverá sempre uma onda refletida na extremidade do cabo de comprimento $x$=$L$,
- a energia transmitida corresponde à totalidade da energia da onda que incide na fronteira dos dois meios, o que implica que não há reflexões na extremidade do cabo de comprimento $x$=$L$.

O fator de reflexão, a seguir definido, representa precisamente a razão da amplitude da onda incidente e da amplitude da onda refletida na fronteira que separa os dois meios. Este fator de reflexão depende exclusivamente das impedâncias características dos dois meios (meio 1 e meio 2) e é definido do seguinte modo:

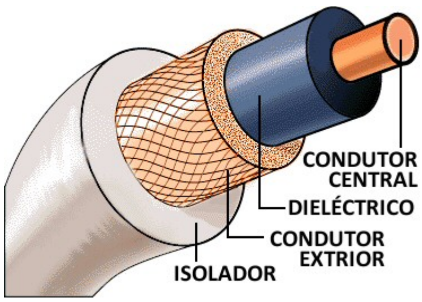
$$R = \frac{1 - \frac{Z_1}{Z_2}}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} \tag{7}$$

Define-se ainda o coeficiente de reflexão $r$ como a razão das intensidades das ondas incidentes e refletidas, ficando então como:

$$r = |R|^2 \tag{8}$$

É fácil de ver que quando $Z_1$=$Z_2$, isto é, os dois meios têm a mesma impedância, o coeficiente de reflexão se anula e que toda a energia é transmitida para o segundo meio. Se terminarmos um cabo coaxial com uma impedância $Z$ igual à impedância característica do cabo, então toda a energia é dissipada na resistência e não há reflexão na extremidade do cabo.

Um cabo coaxial é um guia de ondas eletromagnéticas com geometria cilíndrica, constituído por um condutor central de raio $r_i$ e outro exterior (com a forma de um tubo cilíndrico) com raio $r_e$, separados por um dielétrico. Todos os campos que nos interessam estão confinados na cavidade dielétrica (e na superfície dos condutores, claro), pois encontram-se efetivamente blindados do exterior pelo condutor externo.




Relacionando o campo elétrico com as cargas usando o teorema de Gauss, é possível obter uma expressão para a relação entre a carga e a diferença de potencial entre os condutores do cabo, ou seja, para a sua capacitância por unidade de comprimento:

$$C_L = \frac{2\pi \cdot \varepsilon}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \tag{9}$$

onde $C_L$ é a capacitância do cabo por unidade de comprimento (em F/m) e ε a suscetibilidade elétrica do dielétrico (em F/m).

Integrando o campo magnético no dielétrico (Lei de Ampere), é possível obter uma expressão para a indutância do cabo coaxial por unidade de comprimento:

$$L_L = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \tag{10}$$

onde $L_L$ é a indutância do cabo por unidade de comprimento (em H/m) e μ a permeabilidade magnética do dielétrico (em H/m).

A velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no meio vem, portanto, simplesmente igual à da luz no dielétrico caracterizado pelas constantes ε e μ, ou seja:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon \cdot \mu}} \tag{11}$$

Tal como no caso de ondas mecânicas é possível observar para o cabo coaxial, em condições apropriadas, o aparecimento de ondas estacionárias e ressonâncias para frequências de excitação iguais às frequências próprias do cabo.