Álgebra Linear e Geometria Analítica II

1^o ano
Matemática
Matemática Aplicada

Docentes e página *web*

Isabel Ferreirim <imferreirim@fc.ul.pt>

Maria da Purificação Coelho <mdcoelho@fc.ul.pt>

Página *web*

`http://moodle.ciencias.ulisboa.pt`

Seguindo o caminho
moodle.ciencias.ulisboa.pt/
▶ Disciplinas/ ▶Licenciatura/ ▶Matemática/ ▶Álgebra Linear e Geometria Analítica II (13511) S2

Objectivos

- Domínio de conceitos e manipulação de exemplos relativos aos tópicos do programa

Programa

- Geometria Analítica em $\mathbb{R}^n$
- Vetores Próprios Generalizados e Forma Normal de Jordan
- Espaços Vetoriais Complexos com produto interno

Bibliografia Principal

- Ana Paula SANTANA e João Filipe QUEIRÓ
  Introdução à Álgebra Linear
  Gradiva, 2010
- Elon Lages LIMA
  Geometria Analítica e Álgebra Linear
  Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2015

Bibliografia Adicional

- Owen BRISON
  Notas teóricas
  DMFCUL, 2017
- Gilbert STRANG
  Linear Algebra and its Applications
  Thomson Brooks/Cole, 4th ed., 2006

Exercícios

- Para as aulas TP, serão disponibilizadas periodicamente folhas de exercícios, no moodle, que os alunos devem tentar resolver autonomamente e cujas soluções serão discutidas nas aulas teórico-práticas.
- Os alunos devem trazer os enunciados para as aulas TP.
- As aulas TP começam, nos respectivos horários, a partir de 22 de fevereiro.

Avaliação

- A avaliação é preferencialmente cumulativa e é constituída por:
  - Um teste feito numa aula teórica, com a cotação de 6 (seis) valores. O teste será realizado no dia 16 de Abril.
  - Um exame final, com a cotação de 14 (catorze) valores.
  - A nota final será atribuída segundo a fórmula:
    NotaFinal = max {10/7 x exame; (teste + exame)}
  - Para obter aprovação, o aluno deverá obter 10 valores de nota final, com nota mínima de 6 valores (não arredondados) no exame final.
- O Professor reserva-se o direito de efectuar exame oral sempre que o considere necessário.
- Mais informações sobre as regras de avaliação em `http://www.fc.ul.pt/pt/legislacao-regulamentos`

Sucesso: algumas recomendações

- Seja pro-activo: participe nas aulas, estando atento, interessado e curioso
- Frequente as aulas, quer teóricas, quer teórico-práticas
- Estude os seus apontamentos das aulas e resolva os exercícios propostos
- Sempre que tiver dúvidas, tente esclarecê-las rapidamente
- Não esqueça: o único lugar onde sucesso vem antes de trabalho é no dicionário!

O plano $\mathbb{R}^2$

O nosso ponto de partida:
$\mathbb{R}^2$ – conjunto formado pelos pares ordenados (x, y) sendo x, y números reais

$\mathbb{R}^2$ foi considerado como exemplo de um espaço vetorial real cujos elementos são vetores

Em Geometria Analítica, usa-se $\mathbb{R}^2$ como modelo do plano.

Fixa-se um *referencial cartesiano* – um sistema de coordenadas cartesianas no plano Π, definido por um par de eixos perpendiculares OX e OY, concorrentes no ponto O e nos quais está fixada uma unidade de comprimento.

Obtém-se uma correspondência biunívoca entre os pontos do plano Π e os elementos de $\mathbb{R}^2$

$$\Pi \to \mathbb{R}^2, \quad P \mapsto (x, y)$$

que associa a cada ponto P do plano Π o par (x, y) das coordenadas de P no referencial.

O plano $\mathbb{R}^2$

O plano Π, cujos elementos são pontos, não é o mesmo que $\mathbb{R}^2$, cujos elementos são pares de números reais.

No entanto vamos identificar os pontos às suas coordenadas num referencial fixo, escrevendo $P = (x, y)$.

Dados pontos A, B

a diferença $B - A$ é o vetor $\overrightarrow{AB}$

o resultado da soma $A + \overrightarrow{AB}$ é o ponto B

se A, B são pontos distintos, o conjunto

$$\{A + \lambda\overrightarrow{AB} : \lambda \in \mathbb{R}\}$$

é reta AB definida pelos pontos A, B.

Dado $\lambda \in \mathbb{R}$, $A + \lambda\overrightarrow{AB}$ pode ser escrita

$$A + \lambda(B - A) = (1 - \lambda)A + \lambda B$$

Observe-se que $(1 - \lambda) + \lambda = 1$.

Combinação afim

Generalizando esta ideia

Definição

Seja $k \in \mathbb{N}$ e sejam $A_1, \ldots, A_k \in \mathbb{R}^2$. Uma combinação afim dos pontos $A_1, \ldots, A_k$ é uma expressão do tipo

$$\alpha_1 A_1 + \ldots + \alpha_k A_k \ \text{ onde } \ \alpha_1, \ldots \alpha_k \in \mathbb{R} \ \text{ e } \ \sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 1.$$

Exemplo

- *Se $A = A_1 = \ldots = A_k \in \mathbb{R}^2$, então* $\left\{\alpha_1 A_1 + \ldots + \alpha_k A_k : \ \alpha_1, \ldots \alpha_k \in \mathbb{R} \ \text{ e } \ \alpha_1 + \ldots \alpha_k = 1\right\} = \left\{A\right\}$