



DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
CURSO DE FÍSICA COMPUTACIONAL

## REPORTE

# OSCILADOR DE DUFFING Y SECCIONES DE POINCARÉ

ACTIVIDAD 11

*Autor:*

Miguel Ernesto MEDINA LEÓN

*Profesor:*

Carlos LIZÁRRAGA CELAYA

AÑO ACADÉMICO 2018-2019

# 1 Introducción

La ecuación de *Duffing* describe un oscilador amortiguado con un potencial más complejo que el de un oscilador armónico simple ( $\beta = \delta = 0$ ).

La ecuación de *Duffing* representa un oscilador de resorte rígido que no obedece la ley de *Hooke*, y es ejemplo de un sistema dinámico que exhibe un **comportamiento caótico**.

En esta actividad se explorará la variedad de movimientos que posee el oscilador de *Duffing*, dada la combinación de fenómenos de oscilación, forzamiento periódico y amortiguamiento.

En este problema se pide, en base a los conocimientos adquiridos de la actividad pasada de la ecuación de Duffing y a la experiencia conseguida tras modelar esos casos, que se genere una colección de posibles movimientos, de los cuales se pide crear gráficas; siendo una la solución del oscilador de Duffing  $x(t)$  como función del tiempo (series de tiempo), y la otra su retrato de fase [puntos en el espacio fase o plano fase  $(x, \dot{x})$ , que describen los posibles estados del sistema dinámico, dadas unas condiciones iniciales], siendo éstas:

- $x(0) = 1$
- $\dot{x} = 0$

Y teniendo que las constantes tienen el valor de

- $\alpha = -1$
- $\beta = 1$
- $\delta = 0.3$
- $\omega = 1.2$

Lo que iría variando sería el valor de  $\gamma$ . Serían seis casos:

- (i)  $\gamma = 0.20$
- (ii)  $\gamma = 0.28$
- (iii)  $\gamma = 0.29$
- (iv)  $\gamma = 0.37$
- (v)  $\gamma = 0.50$
- (vi)  $\gamma = 0.65$

## 2 Desarrollo

### 2.1 Marco teórico

#### 2.1.1 Teoría del caos

[1] La teoría de las estructuras disipativas, conocida también como teoría del caos, plantea que el mundo no sigue estrictamente el modelo del reloj, previsible y determinado, sino que tiene aspectos caóticos. El observador no es quien crea la inestabilidad o la imprevisibilidad con su ignorancia: ellas existen de por sí, y un ejemplo típico es el clima. Los procesos de la realidad dependen de un enorme conjunto de circunstancias inciertas, que determinan por ejemplo que cualquier pequeña variación en un punto del planeta, genere en los próximos días o semanas un efecto considerable en el otro extremo de la Tierra.

[3] Actualmente, tal teoría es la rama que estudia el comportamiento de los sistemas dinámicos, que nacen a partir de leyes universales aparentemente deterministas.

### 2.2 Metodología

La metodología empleada en esta actividad fue extremadamente similar a la anterior. Realmente la única parte que varió fue no considerar la histeresa (se hacía un cochinerito... Daba errores) y en lugar de variar los valores de  $\beta$ , los que cambiaron fueron los de  $\gamma$ .

Al final, lo graficado fue el retraso de fase ( $x$  vs  $\dot{x}$ ) y  $x$  vs  $t$ , habiendo una gráfica de cada una para cada valor de  $\gamma$ .

## 2.3 Resultados

### 2.3.1 Retraso de fase

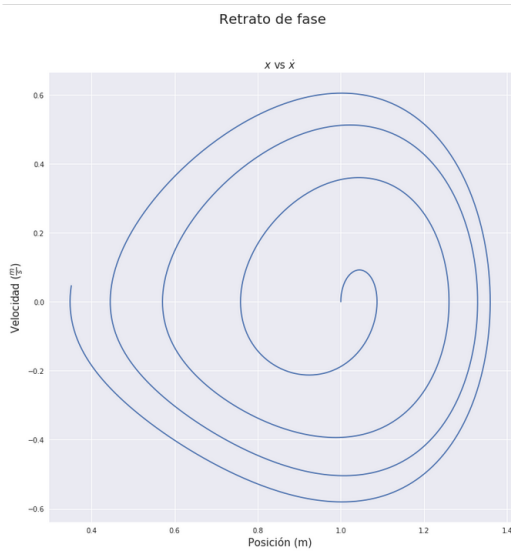


Figura 1:  $\gamma = 0.20$

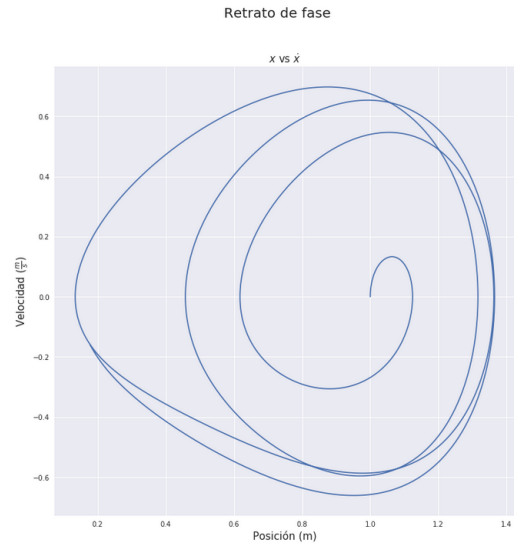


Figura 3:  $\gamma = 0.29$

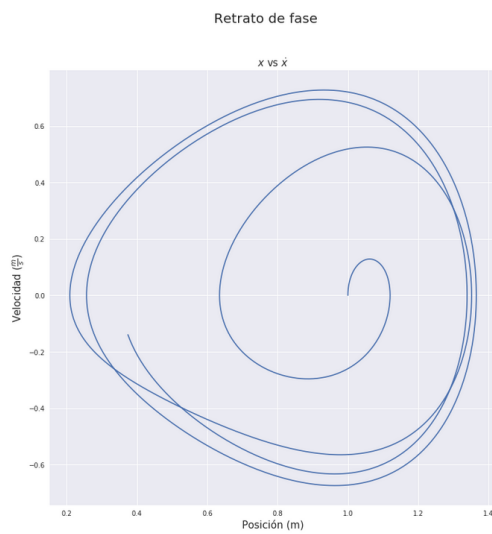


Figura 2:  $\gamma = 0.28$

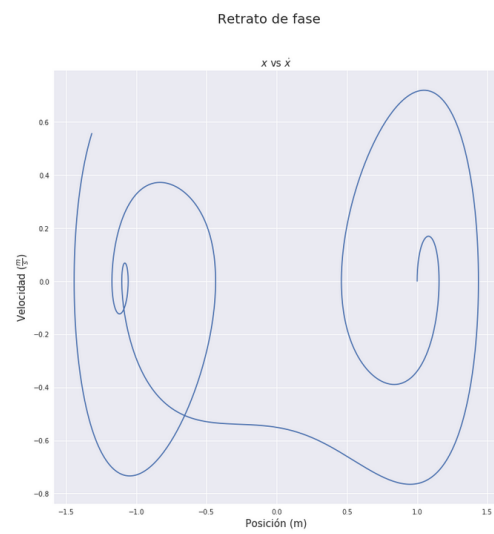


Figura 4:  $\gamma = 0.37$

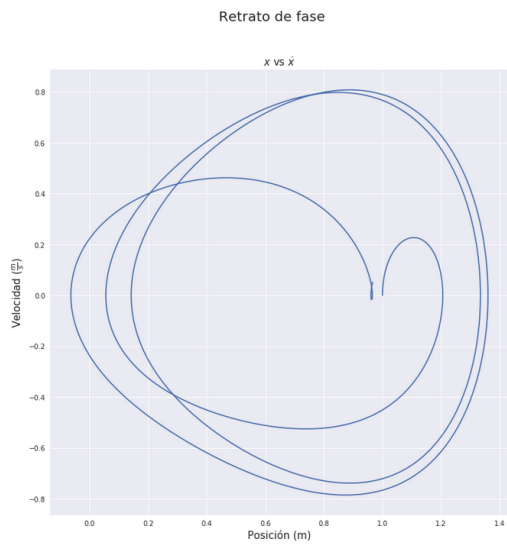


Figura 5:  $\gamma = 0.50$

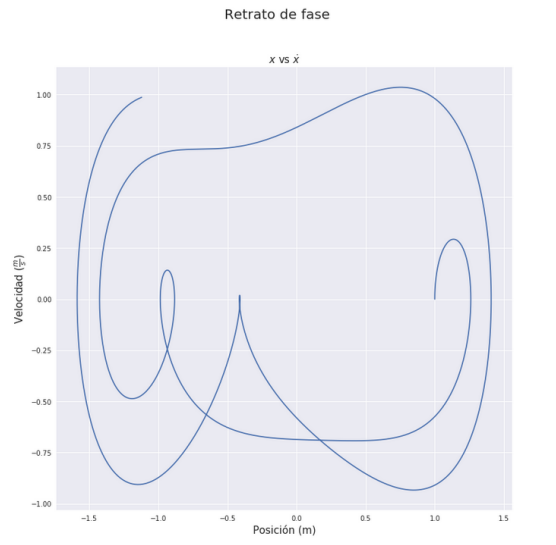


Figura 6:  $\gamma = 0.65$

### 2.3.2 $x$ vs $t$

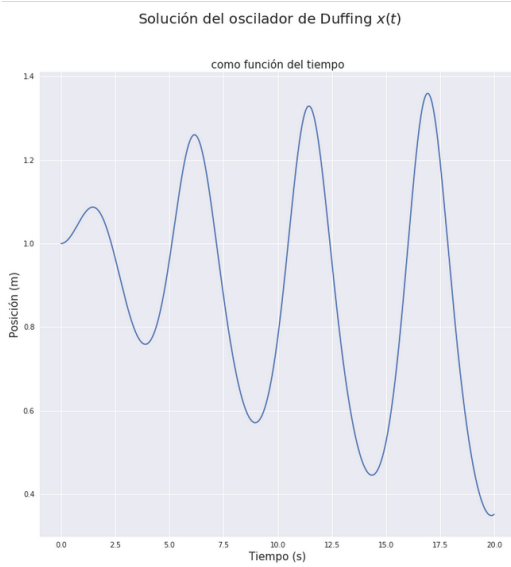


Figura 7:  $\gamma = 0.20$

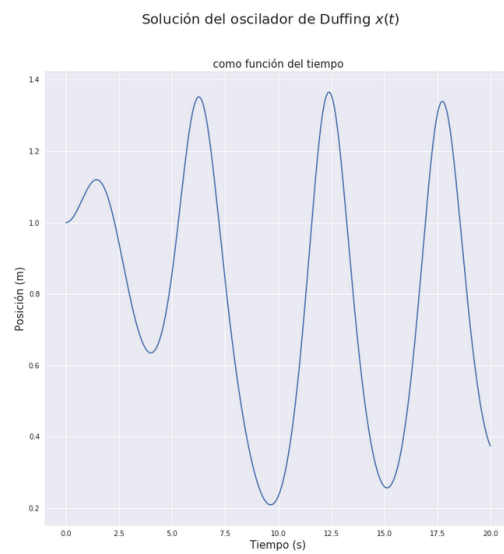


Figura 8:  $\gamma = 0.28$

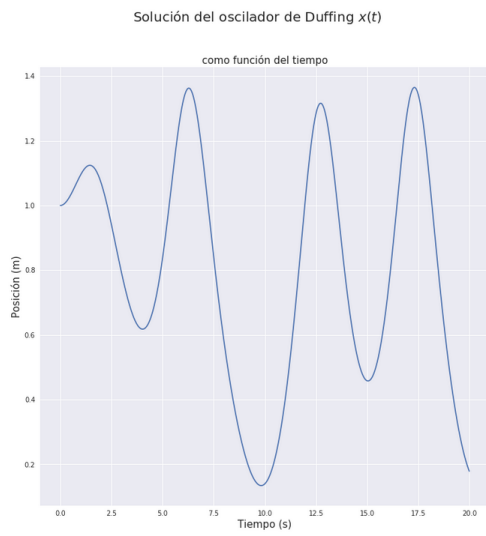


Figura 9:  $\gamma = 0.29$

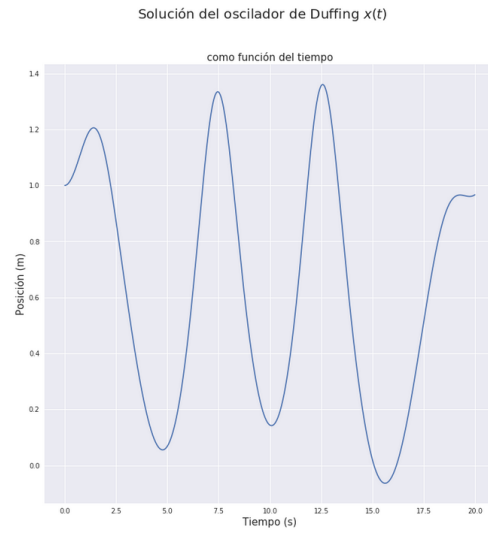


Figura 11:  $\gamma = 0.50$

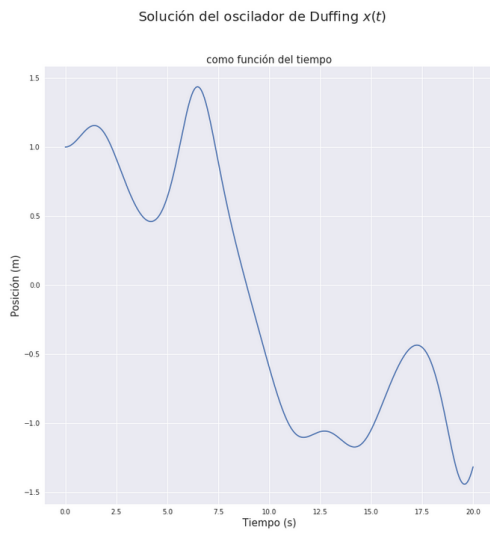


Figura 10:  $\gamma = 0.37$

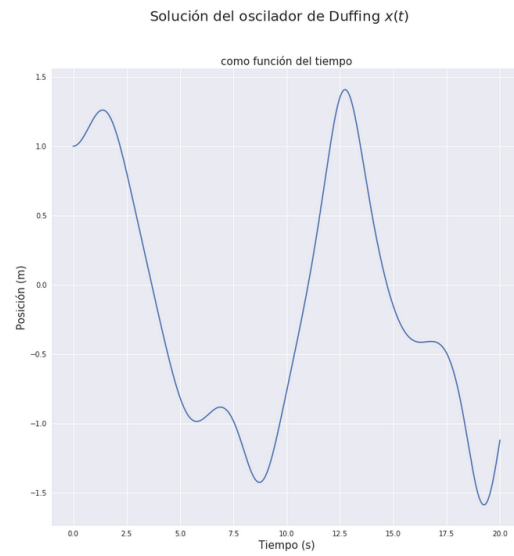


Figura 12:  $\gamma = 0.65$

### 3 Conclusión

A pesar de que  $\gamma$  solo varía un poco, los resultados son muy distintos entre sí, es decir, el sistema es extremadamente sensible a las condiciones iniciales; característica de los sistemas caóticos.

### Riferimenti bibliografici

- [1] Pablo Cazau, "Teoría del caos". Marzo, 1995 <http://www.uca.edu.sv/facultad/chn/c1170/Teoria%20del%20caos.pdf>
- [2] Paul McGarr, "El orden del caos". [https://www.nodo50.org/ciencia\\_popular/articulos/caos.htm](https://www.nodo50.org/ciencia_popular/articulos/caos.htm)
- [3] Aprendemos matemáticas, "Teoría del caos". <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mrodperov/fractales/teoria-del-caos/>