

Урок 1. Элементарные операции.
Задача №1.

$$\begin{aligned}
 7 \cdot \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11,3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} + 2 \cdot \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11,3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 7 \cdot 5 & 7 \cdot 10 \\ 7 \cdot 7 & 7 \cdot 12 \\ 7 \cdot 11,3 & 7 \cdot 5 \\ 7 \cdot 25 & 7 \cdot 30 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \cdot 5 & 2 \cdot 10 \\ 2 \cdot 7 & 2 \cdot 12 \\ 2 \cdot 11,3 & 2 \cdot 5 \\ 2 \cdot 25 & 2 \cdot 30 \end{bmatrix} = \\
 = \begin{bmatrix} 35 & 70 \\ 49 & 84 \\ 79,1 & 35 \\ 175 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 20 \\ 14 & 24 \\ 22,6 & 10 \\ 50 & 60 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 35+10 & 70+20 \\ 49+14 & 84+24 \\ 79,1+22,6 & 35+10 \\ 175+50 & 10+60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 & 90 \\ 63 & 108 \\ 101,7 & 45 \\ 225 & 270 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Задача №2.

$$\begin{aligned}
 7 \cdot \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11,3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} + 2 \cdot \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11,3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11,3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} (7+2) = 9 \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11,3 & 5 \\ 25 & 30 \end{bmatrix} = \\
 = \begin{bmatrix} 9 \cdot 5 & 9 \cdot 10 \\ 9 \cdot 7 & 9 \cdot 12 \\ 9 \cdot 11,3 & 9 \cdot 5 \\ 9 \cdot 25 & 9 \cdot 30 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 45 & 90 \\ 63 & 108 \\ 101,7 & 45 \\ 225 & 270 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Ответ: $\begin{bmatrix} 45 & 90 \\ 63 & 108 \\ 101,7 & 45 \\ 225 & 270 \end{bmatrix}$.

Урок 1. Элементарная алгебра ...
Задача №2.1.

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5z = 7 \\ 7x + 4y - 8z = 3 \\ 5x - 3y - 4z = -12 \end{cases}$$

Метод Гаусса:

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 5 & 7 \\ 7 & 4 & -8 & 3 \\ 5 & -3 & -4 & -12 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{:3 \\ \text{св}}} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 5 & \frac{7}{3} \\ 7 & 4 & -8 & 3 \\ 5 & -3 & -4 & -12 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & \frac{26}{3} & -\frac{59}{3} & -\frac{40}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{37}{3} & -\frac{71}{3} \end{array} \right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{59}{26} & -\frac{20}{13} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{37}{3} & -\frac{71}{3} \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{2}{13} & \frac{17}{13} \\ 0 & 1 & -\frac{59}{26} & -\frac{20}{13} \\ 0 & 0 & -\frac{301}{26} & -\frac{301}{13} \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ y=3 \\ z=2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 3x - 2y + 5z = 7 \\ 3 \cdot 1 - 2 \cdot 3 + 5 \cdot 2 = 3 - 6 + 10 = 7 \end{matrix}$$

Ответ: $x=1; y=3; z=2$;

Урок 1. Линейная алгебра

Задача 2.2.
Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + yx - 9 = 0 \\ x - \frac{y}{5} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + yx - 9 = 0 \\ + \frac{y}{5} = +x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + yx - 9 = 0 \\ y = 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} x^2 + 5x \cdot x - 9 &= 0; \\ x^2 + 5x^2 &= 9 \end{aligned}$$

$$6x^2 = 9$$

$$x^2 = \frac{9}{6}$$

$$|x| = \sqrt{\frac{9}{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}};$$

$$y = 5x;$$

$$x_1 = \frac{3}{\sqrt{6}}$$

$$x_2 = -\frac{3}{\sqrt{6}}$$

$$y_1 = \frac{15}{\sqrt{6}}$$

$$y_2 = -\frac{15}{\sqrt{6}};$$

Проверка:

$$1) \quad x_1 = \frac{3}{\sqrt{6}}; \quad y_1 = \frac{15}{\sqrt{6}}$$

$$\left(\frac{3}{\sqrt{6}}\right)^2 + \frac{15}{\sqrt{6}} \cdot \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{9}{6} + \frac{45}{6} = \frac{54}{6} = 9;$$

$$9 - 9 = 0.$$

$$2) \quad x_2 = -\frac{3}{\sqrt{6}}; \quad y_2 = -\frac{15}{\sqrt{6}}$$

$$\left(-\frac{3}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(-\frac{15}{\sqrt{6}}\right) \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt{6}}\right) = \frac{9}{6} + \frac{15 \cdot 3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{9}{6} + \frac{45}{6} = \frac{54}{6} = 9;$$

$$9 - 9 = 0;$$

$$\text{Ответ: } x_1 = \frac{3}{\sqrt{6}}; y_1 = \frac{15}{\sqrt{6}};$$

$$x_2 = -\frac{3}{\sqrt{6}}; y_2 = -\frac{15}{\sqrt{6}};$$

Урок №1. Элементарные фигуры.

Задача №3.

Решите задачу:

Площадь пола прямоугольной комнаты равна 48 м^2 , а ее периметр равен 28 м . Найдите длину и ширину комнаты.

Решение:

Пусть длина $= x$, ширина $= y$; тогда

$$S = x \cdot y = 48 \text{ м}^2;$$

$$P = 2(x + y) = 28 \text{ м};$$

$$\begin{cases} xy = 48 \\ 2(x + y) = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 48 \\ x + y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 48 \\ x = 14 - y \end{cases}$$

$$(14 - y)y = 48;$$

$$14y - y^2 - 48 = 0$$

$$y^2 - 14y + 48 = 0;$$

найдём дискриминант и проверим знак (есть ли корни):

$$D = b^2 - 4ac = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 196 - 192 = 4 > 0;$$

$$y_{1,2} = \frac{-(-14) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}; \quad y_1 = \frac{14 + 2}{2} = 8; \quad \text{Тогда } x_1 = 14 - y = 14 - 8 = 6;$$

$$y_2 = \frac{14 - 2}{2} = 6; \quad x_2 = 14 - y = 14 - 6 = 8;$$

Ответ: ~~ширина~~ при ширине комнаты $= 6 \text{ м}$, длина составляет 8 метров ,
при ширине комнаты $= 8 \text{ м}$, длина составляет 6 метров