



a)

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,3 & 0,4 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0,4 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{matrix} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,3 & 0,4 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0,4 & 0,3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{matrix} & 2 & 1 & 0 & 3 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,3 & 0,4 & 0,3 & 0 \\ 0,4 & 0,3 & 0 & 0,3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,4 \\ 0,4 & 0,3 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0,3 & 0 \\ 0 & 0,3 \end{bmatrix}$$

$$c) P(\text{absorvido em } t=3) = P(\text{n\~ao ser absorvido em } t=1 \text{ e } t=2) \cdot P(\text{ser absorvido em } t=3)$$

$$= Q^2 \cdot R$$

$$= \begin{bmatrix} 0,3 & 0,4 \\ 0,4 & 0,3 \end{bmatrix}^2 \cdot \begin{bmatrix} 0,3 & 0 \\ 0 & 0,3 \end{bmatrix}$$

Calculando pelo MATLAB

$$= \begin{bmatrix} 0,075 & 0,072 \\ 0,072 & 0,075 \end{bmatrix}$$

Considerando a condi\c{c}o\~ao inicial: $P_0 = [1 \ 0]$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,075 & 0,072 \\ 0,072 & 0,075 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,075 & 0,072 \end{bmatrix}$$

$$P_{\text{total}} = P(\text{absorvido em } 0) + P(\text{absorvido em } 1)$$

$$= 0,075 + 0,072 = 0,147$$

$$d) N = (I - Q)^{-1}$$

$$N = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,3 & 0,4 \\ 0,4 & 0,3 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} 0,7 & -0,4 \\ -0,4 & 0,7 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} 20/9 & 10/9 \\ 10/9 & 20/9 \end{bmatrix}$$

$$t = N \cdot c = \begin{bmatrix} 20/9 & 10/9 \\ 10/9 & 20/9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10/3 \\ 10/3 \end{bmatrix}$$

$$e) B = N \cdot R$$

$$= \begin{bmatrix} 20/9 & 10/9 \\ 10/9 & 20/9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,3 & 0 \\ 0 & 0,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$