

# Análise da Técnica CRD para Detecção de Sinais Primários em Ambientes de Rádio Cognitivo

Pedro Marcio Raposo Pereira

25 de abril de 2025

## Resumo

Com o crescimento exponencial da demanda por comunicação sem fio e o uso intensivo do espectro de radiofrequências, torna-se essencial o desenvolvimento de estratégias mais eficientes para o uso dinâmico do espectro. Nesse contexto, o conceito de rádio cognitivo tem se destacado como uma abordagem promissora para permitir que usuários secundários (não licenciados) utilizem bandas de frequência ociosas de maneira oportunista, sem causar interferência aos usuários primários (licenciados).

Uma das funções fundamentais do rádio cognitivo é o *sensoriamento espectral*, responsável por detectar a presença ou ausência de sinais primários em uma determinada faixa de frequência. Diversas técnicas têm sido propostas para essa tarefa, buscando alta confiabilidade mesmo em cenários com baixa relação sinal-ruído (SNR) e canais com desvanecimento.

Entre essas técnicas, destaca-se a detecção por reconhecimento de característica cosseno, conhecida como CRD (*cosine feature recognition detection*), que baseia sua decisão na análise estatística da variação de fase do sinal recebido. Essa técnica se mostra particularmente eficaz em ambientes ruidosos, apresentando boa capacidade de detecção com baixo custo computacional.

A seguir, é apresentado o funcionamento detalhado da técnica CRD, seguido da descrição da metodologia de simulação utilizada para avaliação de desempenho sob diferentes condições de canal.

## 1 Funcionamento da Técnica de Sensoriamento Espectral CRD

A técnica de sensoriamento espectral CRD é aplicada em sistemas de rádio cognitivo com o objetivo de identificar a presença ou ausência de um sinal de um usuário primário dentro de uma determinada faixa de frequência. Seu princípio de funcionamento está fundamentado na análise estatística da variação de fase do sinal recebido, inicialmente proposta por [1].

No contexto de detecção espectral, duas hipóteses são consideradas: a hipótese  $\mathcal{H}_0$ , que representa a ausência de sinal transmitido, ou seja, apenas ruído está presente no canal; e a hipótese  $\mathcal{H}_1$ , que representa a presença do sinal do usuário primário na faixa sendo

monitorada. Nessas condições, o sinal recebido pode ser modelado como ruído puro ou como a soma do sinal transmitido com ruído aditivo gaussiano branco.

A técnica CRD explora a fase do sinal complexo recebido, que pode ser extraída de cada amostra  $y_n$  por meio da seguinte expressão:

$$\phi_n = \arctan \left[ \frac{\mathbb{I}(y_n)}{\mathbb{R}(y_n)} \right], \quad (1)$$

em que  $\mathbb{R}(y_n)$  e  $\mathbb{I}(y_n)$  são as partes real e imaginária de  $y_n$ , respectivamente. A partir disso, calcula-se a diferença de fase entre amostras consecutivas, conhecida como razão de fase, utilizando a fórmula:

$$\theta = (\phi_{n+1} - \phi_n) \mod (2\pi). \quad (2)$$

A principal característica dessa técnica está na forma como a distribuição de probabilidade da razão de fase,  $f_\theta(\theta)$ , se comporta sob as duas hipóteses. Na hipótese  $\mathcal{H}_0$ , isto é, na ausência de sinal transmitido, essa distribuição é uniforme no intervalo de 0 a  $2\pi$ :

$$f_\theta(\theta|\mathcal{H}_0) = \frac{1}{2\pi}. \quad (3)$$

Por outro lado, quando há um sinal presente, especialmente sob modulações do tipo MPSK em um canal AWGN e em condições de baixa SNR, a distribuição apresenta uma forma aproximada de função cosseno, expressa como:

$$f_\theta(\theta|\mathcal{H}_1) = \frac{1}{2\pi} + \left( \frac{\gamma}{4} - \frac{\gamma^2}{8} \right) \cos(\zeta), \quad (4)$$

sendo  $\gamma$  a razão sinal-ruído média, e  $\zeta = 2\pi \frac{f_c}{f_s} - \theta$ , onde  $f_c$  representa a frequência central do sinal e  $f_s$  a frequência de amostragem do receptor. O diferencial da técnica CRD está na exploração da diferença entre essas duas distribuições. Para isso, realiza-se uma operação de correlação entre a função de densidade de probabilidade da razão de fase e a função cosseno. Essa correlação assume valor nulo sob  $\mathcal{H}_0$ , como mostra a seguinte expressão:

$$C_{\mathcal{H}_0} = \int_0^{2\pi} f_\theta(\theta|\mathcal{H}_0) \cos(\zeta) d\theta = 0, \quad (5)$$

enquanto sob  $\mathcal{H}_1$ , isto é, quando há sinal presente, a correlação é diferente de zero e depende do SNR:

$$C_{\mathcal{H}_1} = \int_0^{2\pi} f_\theta(\theta|\mathcal{H}_1) \cos(\zeta) d\theta = \frac{\gamma\pi}{4}. \quad (6)$$

Na prática, essa operação de correlação é realizada de forma discreta a partir do histograma da razão de fase estimada a partir das amostras coletadas. A estatística de teste utilizada, denominada  $T_{\text{CRD}}$ , é definida como

$$T_{\text{CRD}} = \sum_{i=1}^{\frac{2\pi}{\Delta}} \frac{n_i}{N} \cos(\zeta_i), \quad (7)$$

em que  $n_i$  é o número de ocorrências da razão de fase dentro do intervalo  $\theta_i$ ,  $\Delta$  é o espaçamento entre os intervalos do histograma, e  $N$  é o número total de amostras. Para grandes valores de  $N$ , a distribuição de  $T_{\text{CRD}}$  pode ser aproximada por uma distribuição normal com média:

$$\mu_T = \sum_{i=1}^{\frac{2\pi}{\Delta}} E[n_i] \cos(\zeta_i) \frac{1}{N} \quad (8)$$

e variância:

$$\sigma_T^2 = \sum_{i=1}^{\frac{2\pi}{\Delta}} \text{var}[n_i] \cos^2(\zeta_i) \frac{1}{N^2}. \quad (9)$$

Considerando um cenário de baixo SNR, tem-se que a estatística  $T_{\text{CRD}}$  sob as duas hipóteses se distribui como:

$$T_{\text{CRD}}|\mathcal{H}_0 \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{2\pi - \Delta}{4\pi N}\right), \quad (10)$$

e

$$T_{\text{CRD}}|\mathcal{H}_1 \sim \mathcal{N}\left(\frac{\gamma\pi}{4}, \frac{2\pi - \Delta}{4\pi N}\right). \quad (11)$$

A partir dessas distribuições, é possível estabelecer um limiar de decisão  $\lambda$ , que define o ponto de separação entre as duas hipóteses, com base em uma probabilidade de falso alarme  $\mathcal{P}_{\text{fa}}$ . Esse limiar é dado por:

$$\lambda = \sqrt{\frac{2\pi - \Delta}{4\pi N}} Q^{-1}(\mathcal{P}_{\text{fa}}), \quad (12)$$

em que  $Q^{-1}(\cdot)$  é a função inversa da distribuição normal padrão. A probabilidade de detecção associada ao método, sob canal AWGN, é descrita por:

$$\mathcal{P}_d = Q\left(\frac{4\lambda - \pi\gamma}{4\sqrt{2\pi - \Delta}} \sqrt{4\pi N}\right), \quad (13)$$

onde  $Q(\cdot)$  é a função Q da distribuição normal padrão.

## 1.1 Detecção sob canais com desvanecimento

Quando o canal apresenta desvanecimento, o valor da SNR  $\gamma$  varia de forma instantânea. Assim, a probabilidade média de detecção é calculada por meio da seguinte integral:

$$P_d = \int_0^\infty f_\gamma(\gamma) Q\left(\frac{4\lambda - \pi\gamma}{4\sqrt{2\pi - \Delta}} \sqrt{4\pi N}\right) d\gamma, \quad (14)$$

em que  $f_\gamma(\gamma)$  é a função densidade de probabilidade da SNR instantânea, de acordo com o modelo de desvanecimento adotado. Por exemplo, considerando o canal com desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$ , a probabilidade de detecção  $P_d^{\alpha-\mu}$  pode ser expressa de forma fechada conforme [2, eq.

8]:

$$P_d^{\alpha-\mu} = Q \left( \mu, \left( \frac{4\lambda}{\pi\mathcal{A}} \right)^{\alpha/2} \right) + \frac{\alpha}{4\sqrt{\pi}\Gamma(\mu)} \left( \frac{4\lambda}{\pi\mathcal{A}} \right)^{\frac{\alpha\mu}{2}} \times \left( H_{0,1:1,1;2,2}^{0,0:1,1;2,1} \left[ \left( \frac{4\lambda}{\pi\mathcal{A}} \right)^{\alpha/2}, \frac{2N\pi\lambda^2}{2\pi - \Delta} \middle| \begin{matrix} (-\frac{\alpha\mu}{2}, \frac{\alpha}{2}, 2) \\ (1 - \frac{\alpha\mu}{2}, \frac{\alpha}{2}) \end{matrix} \middle| \begin{matrix} (0, 2), (1, 1) \\ (0, 1), (\frac{1}{2}, 1) \end{matrix} \right] \right), \quad (15)$$

onde  $H_{\dots}[\cdot]$  é a função de Fox H de duas variáveis e  $\mathcal{A} = \bar{\gamma}\Gamma(\mu)/\Gamma(\mu + 2/\alpha)$ .

## 2 Metodologia de Simulação

Todas as curvas características de operação do receptor (ROC) simuladas foram obtidas utilizando o software MATLAB, com a realização de 100.000 eventos de Monte Carlo. Em cada simulação, 50% dos eventos consideram a hipótese  $\mathcal{H}_0$  (ausência do sinal primário) e os outros 50% consideram a hipótese  $\mathcal{H}_1$  (presença do sinal primário). Sob a hipótese  $\mathcal{H}_0$ , o vetor de amostras recebidas  $y_n$  é gerado com  $N$  amostras de ruído gaussiano complexo, com média zero e variância unitária. Por outro lado, sob a hipótese  $\mathcal{H}_1$ , o vetor  $y_n$  é inicialmente composto por  $N$  amostras de um sinal modulado em BPSK (Binary Phase Shift Keying), com frequência central definida como  $f_c = f_s/4$ , onde  $f_s$  é a frequência de amostragem, escolhida como 100 vezes maior que a taxa de bits.

As amostras BPSK geradas são então ponderadas por um ganho de canal aleatório  $h_n$ , que simula o efeito do canal de propagação. Esses ganhos são gerados no MATLAB. Como a distribuição escolhida foi a  $\alpha$ - $\mu$ , utiliza-se de uma transformação da variável aleatória Gama, que pode ser gerada facilmente. Após essa ponderação, o vetor resultante é somado ao ruído gaussiano  $u_n$ , obtendo-se o sinal final recebido.

Para cada execução da simulação, independentemente da hipótese em questão, calcula-se o histograma normalizado da diferença de fase do sinal recebido, com espaçamento de  $\Delta = 2\pi/40$ . Em seguida, a variável de decisão  $T$  é calculada conforme a equação (7). A *probabilidade de detecção* ( $\mathcal{P}_d$ ) é estimada contando-se o número de vezes em que a decisão sobre a presença de sinal está correta sob a hipótese  $\mathcal{H}_1$ , e dividindo esse número pelo total de eventos avaliados nessa hipótese. Analogamente, a *probabilidade de falso alarme* ( $\mathcal{P}_{fa}$ ) é estimada como a razão entre o número de vezes em que se decidiu incorretamente pela presença de sinal sob a hipótese  $\mathcal{H}_0$  e o total de eventos avaliados sob essa hipótese.

## 3 Resultados

A Figura 1 representa a simulação dos cenários gerados a partir da distribuição  $\alpha$ - $\mu$  e seus casos particulares: Rayleigh, que pode ser gerado fazendo  $\alpha = 2$  e  $\mu = 1$ ; Nakagami- $m$  que pode ser gerado por  $\alpha = 2$ ,  $\mu = m = 5$ ; e  $\alpha$ - $\mu$  com  $\alpha = 3$ ,  $\mu = 0.5$ . Como pode ser analisado, os resultados simulados estão alinhados à curva teórica.

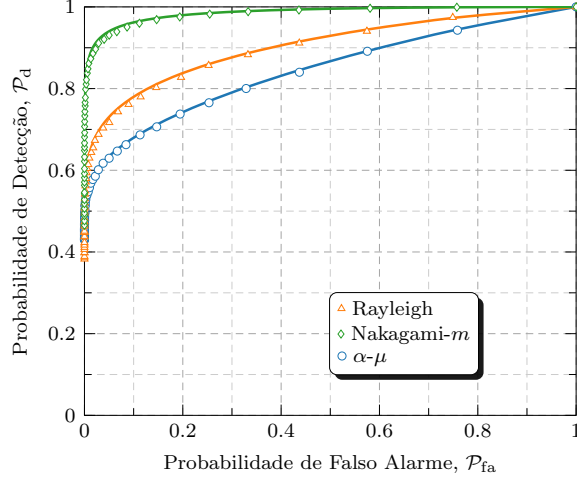


Figura 1: Desempenho da técnica CRD sobre desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$  e seus casos particulares.

## Referências

- [1] Y. Wang, W. Xu, F. Wang, X. Qin, N. Ma, and M. Pan, “Robust spectrum sensing based on phase difference distribution,” *IEEE Trans. Cogn. Commun. Netw.*, vol. 9, no. 1, pp. 28–42, 2023.
- [2] A. A. d. Anjos, C. R. N. d. Silva, and R. A. A. d. Souza, “Fading evaluation in a robust spectrum sensing system based on phase difference distribution,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, pp. 1–11, 2025.