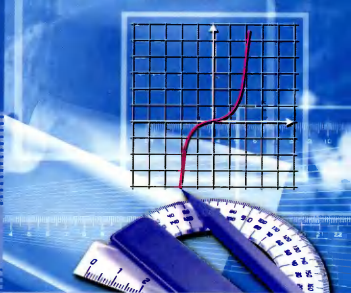


А. Г. Мордкович
Н. П. Николаев

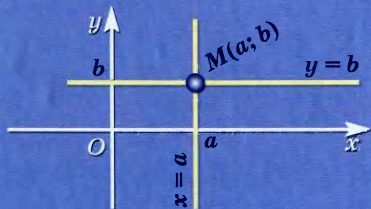


АЛГЕБРА

Задачник

7
класс

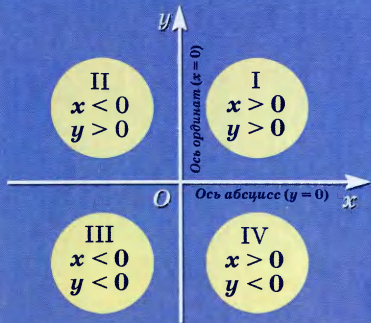




$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0) \quad a^1 = a$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

n множителей
($n = 2, 3, 4, \dots$)



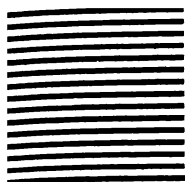
$$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$a^n : a^k = a^{n-k}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b} \right)^n$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$(a^n)^k = a^{nk}$$



А. Г. Мордкович

Н. П. Николаев

АЛГЕБРА

7 класс

В двух частях

Часть 2

Задачник

для учащихся общеобразовательных
учреждений

Рекомендовано

*Министерством образования и науки
Российской Федерации*



Москва 2009

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721 + 22.14я721
М79



На учебник получены положительные заключения
Российской академии наук (№ 10106–5215/510 от 23.10.2008)
и Российской академии образования (№ 01–5/7д–226 от 02.10.2008)

Мордкович А. Г.
М79 Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся обще-
образовательных учреждений / А. Г. Мордкович, Н. П. Нико-
лаев. — М. : Мнемозина, 2009. — 207 с. : ил.

ISBN 978-5-346-01196-5

Задачник содержит разнообразные системы упражнений, тщательно вы-
строенные на трех уровнях — по степени нарастания трудности.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721 + 22.14я721

ISBN 978-5-346-01194-1 (общ.)
ISBN 978-5-346-01196-5 (ч. 2)

© «Мнемозина», 2009
© Оформление. «Мнемозина», 2009
Все права защищены

ПРЕДИСЛОВИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Учебный комплект для изучения курса алгебры в седьмых классах с углубленным изучением математики общеобразовательной школы, выпускаемый издательством «Мнемозина», состоит из двух частей:

А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев. Алгебра–7. В 2 ч. Ч. 1. Учебник.

А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев. Алгебра–7. В 2 ч. Ч. 2. Задачник.

У вас в руках вторая книга комплекта — задачник. Выделение в отдельную книгу задачника позволило авторам создать избыточную по объему систему упражнений, обеспечивающую учителя более чем достаточным материалом для работы в классе и для домашних заданий без привлечения других источников.

Данный комплект адресован не специализированным математическим школам или классам с собственными авторскими программами, а обычным классам в общеобразовательных школах, если в таких классах есть возможность (и желание) изучать курс алгебры на более высоком уровне по сравнению с массовой школой. При этом следует учесть, что, на наш взгляд, ученики 7-го класса в большинстве своем еще не определились со своими возможностями и интересами, поэтому переводить их сразу на существенно повышенный уровень математической подготовки вряд ли целесообразно. Именно поэтому данный комплект в значительной мере (и по структуре, и по содержанию, да и по стилю) соответствует нашему комплекту для массовой школы (А. Г. Мордкович. Алгебра–7. В 2 ч. Ч. 1. Учебник; А. Г. Мордкович и др. Алгебра–7. В 2 ч. Ч. 2. Задачник. Мнемозина, 2007—2008).

Во всех параграфах содержатся упражнения трех уровней сложности: устные (полуустные), задания средней трудности (слева от номеров таких заданий помещен значок ○) и задания повышенной трудности (слева от номеров таких заданий помещен значок ●). К большинству упражнений второго и третьего уровней приведены ответы.

Число заданий в каждом номере унифицировано: либо одно, либо два (а) и б)), либо четыре (а), б), в), г)). Все они однотипны в преде-

лах данного номера, поэтому советуем разбирать в классе задания а) и б), а для работы дома предлагать учащимся задания в) и г).

Не следует стремиться решить с учениками все упражнения. Их чересчур много, это сделано нами сознательно, чтобы у учителей была возможность выбора. Этот выбор диктуется уровнем подготовленности класса и собственными методическими взглядами учителя, а потому имеет заведомо творческий характер.

Авторы

§ 1. ЧИСЛОВЫЕ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Используя термины «сумма», «разность», «произведение» и «частное», прочитайте выражение и найдите его значение:

1.1. а) $\left(2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3}\right) \cdot 6;$ в) $2\frac{1}{2} \cdot 6 + 3\frac{1}{3};$

б) $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} \cdot 6;$ г) $2\frac{1}{2} \cdot 2 + 3\frac{1}{3} \cdot 3.$

1.2. а) $\left(4\frac{1}{3} + 3\frac{1}{5}\right) : 113;$ в) $17 : \left(4\frac{1}{3} - 3\frac{1}{5}\right);$

б) $\left(6 - 7\frac{1}{8}\right) \cdot \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{3}\right);$ г) $\left(15 - 4\frac{1}{8}\right) \cdot \left(3\frac{14}{15} - 2\frac{3}{5}\right).$

1.3. Запишите числовое выражение и найдите его значение:

а) сумма числа $3\frac{1}{3}$ и произведения чисел 2,5 и 16;

б) разность между произведением чисел $2\frac{1}{7}$ и $2\frac{4}{5}$ и числом 2,4;

в) произведение суммы чисел 2,4 и 5,6 и их разности;

г) частное от деления разности чисел $1\frac{6}{19}$ и $\frac{25}{38}$ на большее из них.

1.4. Запишите числовое выражение и найдите его значение:

- а) сумма числа $2\frac{1}{3}$ и произведения чисел 2,4 и 15;
- б) разность между произведением чисел $2\frac{2}{25}$ и $1\frac{9}{16}$ и числом 1,25;
- в) произведение суммы чисел 3,8 и 5,2 и их разности;
- г) частное от деления разности чисел $4\frac{8}{15}$ и $1\frac{1}{3}$ на меньшее из них.

1.5. Составьте числовое выражение, значение которого равно 7, используя при этом:

- а) только одно действие;
- в) вычитание и деление;
- б) сложение и умножение;
- г) сложение и вычитание.

1.6. Составьте числовое выражение, значение которого равно -2,5, используя при этом:

- а) только одно действие;
- в) вычитание и умножение;
- б) сложение и деление;
- г) сложение и вычитание.

○1.7. Составьте числовое выражение, значение которого равно $\frac{5}{6}$, используя при этом:

- а) только одно действие;
- в) умножение и деление;
- б) сложение и вычитание;
- г) сложение и деление.

○1.8. Составьте числовое выражение, значение которого равно $-3\frac{1}{5}$, используя при этом:

- а) только одно действие;
- в) деление и умножение;
- б) сложение и деление;
- г) сложение и умножение.

○1.9. Даны два числа 18 и 12. Запишите и найдите значение:

- а) произведения большего из чисел и разности квадратов этих чисел;
- б) частного от деления меньшего из этих чисел на их полусумму;
- в) суммы большего из этих чисел и частного от деления большего на меньшее;
- г) разности произведения этих чисел и их частного.

- 1.10. Даны два числа 7,2 и 6,4. Запишите и найдите значение:
- а) произведения большего из чисел и полуразности этих чисел;
 - б) частного от деления меньшего из этих чисел на разность их квадратов;
 - в) суммы большего из этих чисел и частного от деления большего на меньшее;
 - г) разности произведения этих чисел и их частного.
- 1.11. Какие свойства действий позволяют, не выполняя вычислений, утверждать, что верны равенства:
- а) $247 + 35 = 35 + 247$;
 - б) $96 \cdot 18 = 18 \cdot 96$;
 - в) $14 + (21 + 971) = (14 + 21) + 971$;
 - г) $13 \cdot (4 + 18) = 13 \cdot 4 + 13 \cdot 18$?

Найдите значение числового выражения:

1.12. а) $7 : 2\frac{1}{3} + 4 : 1\frac{1}{3}$; в) $8\frac{1}{7} - 4\frac{1}{7} : 3\frac{5}{8}$;

б) $\left(12\frac{2}{5} - 6\frac{1}{5}\right) : 7\frac{3}{4}$; г) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} - \left(1\frac{11}{12} - \frac{1}{3}\right) : 4\frac{3}{4}$.

1.13. а) $(0,018 + 0,982) : (8 \cdot 0,5 - 0,8)$;

б) $(0,008 + 0,992) : (5 \cdot 0,6 - 1,4)$.

Вычислите наиболее рациональным способом:

1.14. а) $\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}$; в) $3\frac{2}{5} \cdot 2\frac{3}{7} \cdot 5 \cdot 7$;

б) $\left(\frac{3}{14} - \frac{2}{7} + \frac{1}{2}\right) \cdot 14$; г) $\left(12\frac{2}{9} + 24\frac{2}{3} - 16\frac{2}{15}\right) : 2$.

1.15. а) $4,16 + 2,5 + 6,04 + 3,5$;

б) $7,3 + 1,6 - 0,3 - 0,6$;

в) $-1,06 + 0,04 - 7,04 + 2,16$;

г) $18,9 - 6,8 - 5,2 + 4,1$.

1.16. а) $7,8 \cdot 6,3 + 7,8 \cdot 13,7$; в) $17,96 \cdot 0,1 - 0,1 \cdot 81,96$;

б) $42,4 \cdot \frac{3}{4} - 2,4 \cdot \frac{3}{4}$; г) $6\frac{1}{5} \cdot 4,8 + 6\frac{1}{5} \cdot 5,2$.

1.17. Найдите:

- а) число секунд в a часах;
- б) число минут в x сутках;
- в) скорость в метрах в минуту, если она равна x км/ч;
- г) скорость в километрах в час, если она равна u м/с.

○1.18. Найдите значение числового выражения:

а) $\left(8\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}\right) \cdot 2,7 - 4\frac{1}{3} : 0,65;$

б) $\left(1\frac{11}{24} + \frac{13}{36}\right) \cdot 1,44 - \frac{8}{15} \cdot 0,5625;$

в) $\left(6\frac{8}{15} - 4\frac{21}{45}\right) \cdot 4,5 - 2\frac{1}{6} : 0,52;$

г) $\left(\frac{9}{22} + 1\frac{12}{33}\right) \cdot 1,32 - \frac{8}{13} \cdot 0,1625.$

○1.19. Докажите, что значение дроби равно нулю:

а) $\frac{\left(2\frac{1}{10} : 2 - 1,8\right) \cdot 0,4 + 0,3}{3,15 : 22,5};$ б) $\frac{\left(1,24 - 1\frac{1}{25}\right) \cdot 2,5 - \frac{1}{6} : \frac{1}{3}}{1,4 : 0,1 - 2}.$

○1.20. Докажите, что данная дробь не имеет смысла:

а) $\frac{3,5 \cdot 1,24}{10 + 1,6 : \left(\frac{3}{5} \cdot 0,4 - 0,4\right)};$ б) $\frac{4,2 : 2 - 1}{\frac{1}{9} + \frac{5}{9} \cdot \left(0,8 \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)}.$

Найдите значение выражения:

1.21. а) $8c + 12d$ при $c = 3, d = -2;$

б) $u - 3v$ при $u = 6, v = -2;$

в) $8z - 11t$ при $z = -5,5, t = -4;$

г) $5p - 4q$ при $p = -\frac{2}{5}, q = 0,5.$

1.22. $5x - 3y$, если:

а) $x = 7, y = 4;$

б) $x = 6,5, y = 2,1;$

в) $x = 12\frac{2}{5}, y = 9\frac{2}{3};$

г) $x = 18, y = 7,4.$

1.23. $\frac{6a + 7b}{3a - 4b}$, если:

а) $a = 20, b = 12;$

в) $a = 10,8, b = 6;$

б) $a = 2,4, b = 0,8;$

г) $a = 12, b = 5,6.$

1.24. Преобразуйте выражение и найдите его значение:

- а) $2a + 2b$, если $a = -4,1$, $b = 4,05$;
 б) $2,5a - 7,5a + 1$, если $a = 0,1$;
 в) $5x - 5y$, если $x = -6,2$, $y = -6,02$;
 г) $2\frac{1}{3}b - 4 + 1\frac{2}{3}b$, если $b = \frac{3}{4}$.

Упростите выражение и найдите его значение:

- 1.25. а) $-6a + 7b + 3a - 4b$, если $a = 3,2$, $b = 4,2$;
 б) $1,5x - 9y - (y + 1,5x)$, если $x = 0,781$, $y = 0,9$;
 в) $14a - 12b - a - b$, если $a = \frac{2}{7}$, $b = -\frac{5}{7}$;
 г) $0,7y - (0,2x - 0,3y) + 0,2x$, если $x = 3,245$, $y = -0,14$.

- 1.26. а) $3(2x + y) - 4(2y - x)$, если $x = 0,2$, $y = -\frac{2}{5}$;

б) $7\left(\frac{2}{7}x - \frac{3}{14}y\right) - 4\left(\frac{7}{2}x - \frac{3}{8}y\right)$, если $x = \frac{5}{6}$, $y = 1$;

в) $2(4a - 0,5b) - (3a - 7b)$, если $a = -0,4$, $b = \frac{1}{3}$;

г) $-6\left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{6}b\right) + 4\left(0,75a - \frac{1}{12}b\right)$, если $a = -1$, $b = \frac{3}{2}$.

○1.27. Пусть a см и b см — длины сторон прямоугольника, P см — его периметр, S см² — площадь. Заполните таблицу:

a	1	2	4			1,2	0,8	
b	1	3,5		2	$\frac{1}{3}$			$\frac{2}{9}$
P				14		3,6		$4\frac{4}{9}$
S			12		$\frac{7}{3}$		0,48	

○1.28. Известно, что $a + b = 10$, $c = 7$. Найдите:

а) $a + b + 2c$; б) $\frac{a+b}{2} - c$; в) $\frac{a+b+c}{2}$; г) $\frac{7(a+b)+2c}{3c-1}$.

○1.29. а) Если $a - b = 12$, то чему равно $b - a$?

б) Если $\frac{b}{a} = 3$, то чему равно $\frac{a}{b}$?

в) Если $c - d = 0$, то чему равно $d - c$?

г) Если $\frac{c}{d} = 0,3$, то чему равно $\frac{d}{c}$?

○1.30. Сравните значения выражений $a^2 - b^2$ и $(a - b)(a + b)$, если:

а) $a = 17$, $b = 13$;

в) $a = -13$, $b = -5$;

б) $a = -15$, $b = 12$;

г) $a = 5$, $b = -4$.

○1.31. Найдите значения выражений $\frac{a^2 - b^2}{a - b}$ и $a + b$, если:

а) $a = 1$, $b = 2$;

в) $a = 1,4$, $b = 1$;

б) $a = 3$, $b = 1$;

г) $a = -3$, $b = 1$.

○1.32. Вычислите $\frac{2x^2 - 2y^2}{(x + y)(x - y)}$, если:

а) $x = 2$, $y = 3$;

в) $x = -2$, $y = 0$;

б) $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{1}{3}$;

г) $x = 1,3$, $y = -0,5$.

○1.33. Сравните значения выражений $x^2 - 2xy + y^2$ и $(x - y)^2$, если:

а) $x = 8$, $y = 3$;

в) $x = -10$, $y = -2,6$;

б) $x = 7,6$, $y = -1,4$;

г) $x = -1,5$, $y = 3$.

○1.34. Найдите значения выражений $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a - b}$ и $a - b$, если:

а) $a = -13$, $b = 12$;

б) $a = 2,4$, $b = 2,3$;

в) $a = -3,5$, $b = -2,5$;

г) $a = 7,4$, $b = -3,6$.

При каких значениях переменных имеет смысл выражение:

1.35. а) $x^2 + 5$; б) $\frac{3}{a}$; в) $7y^2 + 8$; г) $\frac{9}{5b}$?

1.36. а) $\frac{12}{x + 3}$; б) $\frac{a - 6}{a + 2}$; в) $\frac{25}{9 + d}$; г) $\frac{47 + c}{c + 13}$?

1.37. а) $\frac{z}{5z - 15}$; б) $\frac{t}{45t - 90}$; в) $\frac{m}{9m - 81}$; г) $\frac{n}{36 - 6n}$?

1.38. Значение дроби $\frac{a}{b} = 0$. Что можно сказать о дроби $\frac{b}{a}$?

Ответ объясните.

○1.39. В начале года был сделан вклад в банк на сумму a р. Банк дает $p\%$ годовых.

а) Составьте выражение для вклада в конце третьего года хранения.

б) Какая сумма будет на счету вкладчика в конце третьего года хранения, если $a = 10\,000$, $p = 10\%$?

1.40. Найдите последнюю цифру числа a :

а) $a = 213 \cdot 488 \cdot 204 \cdot 317$;

б) $a = 1234 \cdot 2345 \cdot 3456 \cdot 4567$.

Вычислите наиболее рациональным способом:

○1.41. а) $28\,387 + 613 \cdot 997 - 996 \cdot 613$;

б) $41\,514 - 1275 \cdot 514 + 1274 \cdot 514$.

○1.42. а) $\frac{17}{441} \cdot \frac{21}{576} \cdot \frac{72}{289} \cdot 51 \cdot 7$;

б) $\frac{19}{529} \cdot \frac{23}{625} \cdot \frac{75}{361} \cdot 23 \cdot 19 \cdot 125$.

○1.43. Не производя вычислений, докажите, что $a : b$ (запись $a : b$ означает, что натуральное число a делится без остатка на натуральное число b):

а) $a = 315 \cdot 227 \cdot 434 \cdot 956 \cdot 735$, $b = 100$;

б) $a = 315 \cdot 227 \cdot 434 \cdot 956 \cdot 735$, $b = 180$;

в) $a = 315 \cdot 227 \cdot 434 \cdot 956 \cdot 735$, $b = 175$;

г) $a = 315 \cdot 227 \cdot 434 \cdot 956 \cdot 735$, $b = 6300$.

○1.44. Не производя вычислений, докажите, что $a \neq b$:

а) $a = 493 \cdot 228$, $b = 231 \cdot 486$;

б) $a = 448 \cdot 656$, $b = 452 \cdot 654$.

Сравните числа a и b :

○1.45. а) $a = 215 \cdot 428 - 577$, $b = 216 \cdot 429 - 576$;

б) $a = 513 \cdot 642 - 274 \cdot 773$, $b = 513 \cdot 642 - 273 \cdot 772$.

○1.46. а) $a = \frac{991}{993}$, $b = \frac{779}{781}$; б) $a = \frac{4009}{4006}$, $b = \frac{2009}{2006}$.

○1.47. а) $a = \frac{791}{993}$, $b = \frac{792}{991}$; б) $a = \frac{6450}{7360}$, $b = \frac{644}{737}$.

Сравните числа a и b :

●1.48. а) $a = \frac{1}{411} \cdot \frac{1}{412} \cdot \frac{1}{413}$, $b = \frac{1}{63\,990\,006}$;

б) $a = \frac{1}{393} \cdot \frac{1}{394} \cdot \frac{1}{395}$, $b = \frac{1}{64\,009\,990}$.

●1.49. а) $a = \frac{1}{383} + \frac{3}{384} + \frac{6}{385}$, $b = \frac{1}{38}$;

б) $a = \frac{2}{477} + \frac{13}{478} + \frac{5}{479}$, $b = \frac{1}{24}$.

○1.50. Докажите, что:

а) $\left| \frac{934}{933} - \frac{948}{947} \right| = \frac{1}{933} - \frac{1}{947}$;

б) $\left| \frac{785}{787} - \frac{783}{785} \right| = 2 \left(\frac{1}{785} - \frac{1}{787} \right)$.

●1.51. В выражении $7 \cdot 6 + 24 : 3 - 2$ расставьте скобки так, чтобы его значение было:

а) наименьшим;

б) наибольшим.

●1.52. Составьте числовое выражение, значение которого равно 100, используя перечисленные цифры и не меняя порядок их следования:

а) 1, 2, 3, 4, 5;

б) пять единиц;

в) пять пятерок;

г) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

●1.53. Составьте числовые выражения, используя в их записи только четыре четверки, так, чтобы эти выражения принимали следующие значения: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

§ 2. ЧТО ТАКОЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЯЗЫК

Запишите на математическом языке:

2.1. а) Полусумму чисел z и x ; в) квадрат числа x ;
б) полуразность чисел p и q ; г) куб числа y .

2.2. а) Сумму числа x и произведения чисел a и b ;
б) разность числа y и частного от деления числа a на число b ;
в) произведение числа a и суммы чисел b и c ;
г) частное от деления числа z на разность чисел x и y .

Запишите на математическом языке:

- 2.3. а) Утроенную сумму чисел m и n ;
б) удвоенную разность чисел p и q ;
в) произведение полусуммы чисел x и y и числа z ;
г) частное от деления числа p на полуразность чисел a и b .
- 2.4. а) Квадрат суммы чисел a и b ;
б) куб разности чисел x и y ;
в) разность квадратов чисел t и w ;
г) сумму кубов чисел c и d .
- 2.5. а) Отношение суммы чисел m и n к их произведению;
б) отношение разности чисел c и d к удвоенной сумме этих чисел;
в) отношение суммы квадратов чисел m и n к их произведению;
г) отношение разности кубов чисел p и q к их удвоенной сумме.

Переведите с математического языка на обычный следующее утверждение:

- 2.6. а) $a + (b + c) = (a + b) + c$; в) $a + 0 = a$;
б) $a - (b + c) = a - b - c$; г) $a \cdot 1 = a$.
- 2.7. а) $a \cdot 0 = 0$; в) $\frac{a}{1} = a$;
б) $\frac{0}{a} = 0$, где $a \neq 0$; г) $a \cdot \frac{1}{a} = 1$, где $a \neq 0$.

Используя математические термины, прочитайте выражение:

- 2.8. а) $a^2 + b^2$; б) $x^2 - y^2$; в) $z^3 + t^3$; г) $m^3 - n^3$.
- 2.9. а) $(s + p)^2$; б) $(u - v)^2$; в) $(p + q)^3$; г) $(f - q)^3$.
- 2.10. а) $\frac{x+y}{2}$; б) $\frac{a-b}{2}$; в) $\frac{xy}{2(x-y)}$; г) $\frac{x+y}{xy}$.
- 2.11. а) $3(x + y)^2$; б) $2(a + b)^3$; в) $2(p - q)^2$; г) $3(z - r)^3$.
- 2.12. а) $\frac{(m-n)^2}{2}$; в) $\frac{(a+b)^3}{3}$;
б) $\frac{(t+w)^2}{2}$; г) $\frac{(p-q)^2}{4}$.

Запишите утверждение на математическом языке:

- 2.13. а) От перестановки мест слагаемых сумма не изменится;
б) от перестановки мест множителей произведение не изменится;
в) чтобы к числу прибавить сумму двух чисел, можно сначала прибавить к нему первое слагаемое, а затем к полученной сумме — второе слагаемое;
г) чтобы к числу прибавить разность двух чисел, можно сначала прибавить к нему уменьшаемое, а затем из полученной суммы вычесть вычитаемое.
- 2.14. а) Для того чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные результаты сложить;
б) для того чтобы умножить число на разность двух чисел, можно это число умножить на уменьшаемое и на вычитаемое, а затем из первого произведения вычесть второе;
в) для того чтобы из числа вычесть сумму двух чисел, можно из этого числа вычесть первое слагаемое, а затем из полученной разности вычесть второе слагаемое;
г) для того чтобы из числа вычесть разность двух чисел, можно из этого числа вычесть уменьшаемое, а затем к полученной разности прибавить вычитаемое.
- 2.15. а) Величина дроби не изменится, если ее числитель и знаменатель умножить на одно и то же число, не равное нулю;
б) величина дроби не изменится, если ее числитель и знаменатель разделить на одно и то же число, не равное нулю;
в) чтобы умножить дробь на дробь, нужно перемножить отдельно числители и знаменатели, первое произведение взять в качестве числителя произведения, а второе — в качестве его знаменателя;
г) чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю.
- 2.16. а) Отношение чисел a и b равно отношению чисел x и y ;
б) сумма чисел x и 4 так относится к числу y , как 3 относится к 5;
в) отношение разности чисел c и d к их сумме равно отношению числа d к квадрату числа c ;
г) разность чисел x и y так относится к числу y , как число x относится к сумме чисел x и y .

2.17. Запишите утверждение на математическом языке:

- а) чтобы найти число b , составляющее $p\%$ от числа a , надо умножить число a на p и разделить полученное произведение на 100;
- б) чтобы найти число a , зная, что $p\%$ от него равны числу b , надо число b умножить на 100 и полученное произведение разделить на p ;
- в) в верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних;
- г) если в верной пропорции поменять местами средние члены или крайние, то полученные пропорции также верны.

Запишите данное утверждение и ответы на поставленные вопросы на математическом языке:

2.18. Периметр P прямоугольника равен удвоенной сумме его сторон a и b .

- а) Чему равен полупериметр p прямоугольника?
- б) Как найти сторону прямоугольника, зная полупериметр и другую его сторону?
- в) Как найти сторону прямоугольника, зная периметр и другую его сторону?
- г) Чему равен периметр квадрата со стороной a ?

2.19. Площадь S прямоугольника равна произведению его сторон a и b .

- а) Как найти сторону прямоугольника, зная его площадь и другую сторону?
- б) Как найти площадь квадрата, зная его сторону?

2.20. Скорость движения v равна отношению расстояния s к времени движения t .

- а) Как найти расстояние, пройденное телом, зная его скорость и время движения?
- б) Как найти время движения, зная скорость и расстояние, пройденное телом?

2.21. Запишите на математическом языке:

- а) чему равен объем V куба со стороной a ;
- б) чему равна площадь S поверхности куба со стороной a ;
- в) чему равен объем V прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны a , b , c ;
- г) чему равна площадь S поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны a , b , c .

- 2.22. а) Найдите значение выражения $x + y$, если x — полусумма чисел 38,5 и 12,36, а y — утроенная разность чисел 24,39 и 16,2.
- б) Найдите значение выражения $a - b$, если a — полуразность чисел 68,56 и 25,3, а b — удвоенная сумма чисел 2,405 и 3,41.
- 2.23. а) Остаток от деления натурального числа a на 36 равен 31. Чему равен остаток от деления числа a на 12?
- б) Остаток от деления натурального числа c на 60 равен 17. Чему равен остаток от деления числа $3c$ на 15?

§ 3. ЧТО ТАКОЕ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Перейдите от словесной модели к математической:

- 3.1. а) Число a на 18 больше числа b ;
 б) число b на 39 меньше числа c ;
 в) число x в 6 раз больше числа y ;
 г) число a в 29 раз меньше числа b .
- 3.2. а) Сумма чисел a и b равна 43;
 б) разность чисел m и n равна 214;
 в) сумма чисел a и b на 6 меньше их произведения;
 г) разность чисел p и q на 17 больше их частного.
- 3.3. Для чисел a, b, c, d :
 а) сумма первых двух чисел равна разности четвертого и третьего чисел;
 б) разность первого и четвертого чисел равна сумме второго и третьего чисел;
 в) первое число равно сумме трех остальных;
 г) сумма первых двух чисел равна удвоенной разности двух последних.
- Опишите данную ситуацию на математическом языке:
- 3.4. а) Сумма чисел a и b в 7 раз больше их произведения;
 б) число x при делении на число y дает в частном 3 и в остатке 1;
 в) разность чисел c и d в 3 раза меньше их частного;
 г) число a при делении на число b дает в частном 12 и в остатке 5.
- 3.5. а) Двухзначное число N содержит a десятков и b единиц;
 б) трехзначное число M содержит a сотен, b десятков и c единиц;
 в) четырехзначное число содержит a тысяч и b десятков;
 г) трехзначное число содержит k сотен и m единиц.

Составьте математическую модель данной ситуации:

- 3.6. Первый рабочий выполняет задание за t ч, а второй такое же задание — за v ч, при этом первый работает на 3 ч больше, чем второй.
- 3.7. Три килограмма яблок стоят столько же, сколько два килограмма груш. При этом известно, что 1 кг яблок стоит x р., а 1 кг груш стоит y р.
- 3.8. Стоимость стакана мандаринового сока a р., а стакана виноградного сока — b р. Известно, что 5 стаканов виноградного сока стоят столько же, сколько 6 стаканов мандаринового сока.

Составьте математическую модель данной ситуации:

- 3.9. В первом вагоне находится x т груза, а во втором — y т. Если из первого вагона выгрузить $5\frac{4}{5}$ т, а во второй добавить $14\frac{1}{5}$ т, то в обоих вагонах груза станет поровну.
- 3.10. Первое число равно x , второе в 1,5 раза больше первого. Если к первому числу прибавить 3,7, а из второго числа вычесть 5,36, то получатся одинаковые результаты.
- 3.11. Первое число равно z , а второе на 6 больше первого, при этом $\frac{1}{3}$ первого числа равна $\frac{1}{4}$ второго.
- 3.12. На стройке работало 5 бригад по a человек в каждой и 3 бригады по b человек в каждой, при этом всего на стройке работало m человек.
- 3.13. Первое число равно c , второе число в 1,4 раза больше первого. Если из второго числа вычесть 5,2, а к первому прибавить 4,8, то получатся равные результаты.
- 3.14. В первом букете d роз, а во втором в 4 раза больше, чем в первом. Когда к первому букету добавили 15 роз, а ко второму — 3 розы, в обоих букетах роз стало поровну.
- 3.15. Первое число равно x , а второе на 2,5 больше первого. Известно, что $\frac{1}{5}$ первого числа равна $\frac{1}{4}$ второго.
- 3.16. У Миши x марок, а у Андрея y марок. Если Миша отдаст Андрею 8 марок, то у Андрея станет марок вдвое больше, чем останется у Миши.

- 3.17. Автомобиль проехал x км по шоссе и y км по проселочной дороге, причем по шоссе он проехал большую часть пути.
- Сколько всего километров проехал автомобиль по шоссе и проселочной дороге?
 - На сколько больше километров он проехал по шоссе, чем по проселочной дороге?
 - Во сколько раз путь по проселочной дороге короче пути по шоссе?
 - Какое время затратил автомобиль на весь путь, если он ехал со скоростью 40 км/ч; v км/ч; 60 км/ч по шоссе и 30 км/ч по проселочной дороге?
- 3.18. Автомобиль ехал 1 ч по городу со скоростью x км/ч и 2 ч по автостраде со скоростью y км/ч.
- Сколько километров автомобиль проехал по городу?
 - Сколько километров он проехал по автостраде?
 - Сколько всего километров автомобиль проехал по городу и автостраде?
 - На сколько больше километров он проехал по автостраде, чем по городу?
- 3.19. Скорость пешехода v км/ч, а велосипедиста на b км/ч больше.
- Чему равна скорость велосипедиста?
 - Какое расстояние пройдет пешеход за 2 ч? 45 мин? 1 ч 20 мин?
 - Какое расстояние проедет велосипедист за t ч? m мин?
 - Сколько времени затратит пешеход на расстояние, пройденное велосипедистом за t ч?
- 3.20. Ира купила n м ткани на юбку, а на блузку в 1,5 раза больше.
- Сколько метров ткани Ира купила на блузку?
 - На сколько больше метров ткани она купила на блузку, чем на юбку?
 - Сколько всего метров ткани купила Ира?
 - Сколько рублей истратила Ира на всю ткань, если цена ткани за 1 м равна x ?
- 3.21. Для засахаривания смородины взяли ягоды и сахар в отношении 2 : 3 по массе. Принимая за x кг массу одной части, запишите:
- чему равна масса ягод;
 - чему равна масса сахара;

- в) сколько всего килограммов засахаренной смородины получится;
- г) на сколько килограммов больше требуется сахара, чем смородины.

3.22. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали велосипедист со скоростью v_1 км/ч и мотоциклист со скоростью v_2 км/ч и встретились через t ч.

- а) Чему равна скорость сближения велосипедиста и мотоциклиста?
- б) Чему равно расстояние от A до B ?
- в) Сколько километров до встречи проехал каждый участник движения?
- г) На сколько километров больше проехал до встречи мотоциклист, чем велосипедист?

3.23. Из пункта A одновременно в противоположных направлениях выехали автомобиль со скоростью v_1 км/ч и автобус со скоростью v_2 км/ч.

- а) Чему равна скорость удаления автомобиля от автобуса?
- б) Какое расстояние будет между ними через t ч?
- в) На каком расстоянии от пункта A окажется каждый участник движения?
- г) На сколько дальше от пункта A будет автомобиль, чем автобус?

3.24. Из пункта A одновременно в одном направлении выехали легковой и грузовой автомобили, скорости которых x км/ч и y км/ч соответственно.

- а) Чему равна скорость удаления легкового автомобиля от грузового?
- б) Какое расстояние будет между ними через t ч?

3.25. Из пункта A выехал велосипедист. Одновременно с ним из пункта B , отстоящего от пункта A на 30 км по ходу движения велосипедиста, в том же направлении вышел пешеход со скоростью x км/ч. Известно, что велосипедист догнал пешехода через t ч.

- а) Какой путь прошел за это время пешеход?
- б) Какой путь проехал за это время велосипедист?
- в) Чему равна скорость велосипедиста?
- г) На сколько километров велосипедист удалится от пешехода через 15 мин после обгона?

- 3.26.** Купили арбуз массой 6 кг по цене x р. за 1 кг и дыню массой 4 кг по цене y р. за 1 кг.
- Сколько рублей заплатили за арбуз?
 - Сколько рублей заплатили за дыню?
 - Сколько рублей стоила вся покупка?
 - На сколько рублей больше заплатили за дыню, чем за арбуз?
- 3.27.** Две бригады работали на уборке урожая. Первая бригада убрала урожай с 5 га по x ц с 1 га, а вторая — с 6 га, убрав с каждого гектара на 10 ц меньше.
- Сколько центнеров с 1 га убирала вторая бригада?
 - Сколько всего центнеров убрала первая бригада?
 - Сколько всего центнеров убрала вторая бригада?
 - Сколько центнеров убрали обе бригады вместе?
- 3.28.** Расстояние между двумя пристанями теплоход проходит по течению реки за 3 ч, а против течения — за 3,5 ч. Собственная скорость теплохода v км/ч, а скорость течения реки x км/ч.
- Чему равна скорость теплохода по течению и против течения реки?
 - Какое расстояние теплоход проплыл по течению?
 - Какое расстояние теплоход проплыл против течения?
 - Сравните расстояние, пройденное теплоходом по течению реки и против течения реки. Результат сравнения запишите в виде математической модели.

Придумайте задачу по данной математической модели:

- 3.29.** а) $x = y$; в) $3c = 2d$;
 б) $a = 2b$; г) $6m = 11n$.
- 3.30.** а) $a + 7 = b$; в) $a - b = 3$;
 б) $a + 2 = b + 8$; г) $a - 3 = b + 1$.
- 3.31.** а) $c = 5d + 2$; в) $m = \frac{3n - 4}{7}$;
 б) $7(x + 1) = y$; г) $2(x - 1) = 3(y + 1)$.

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

- 3.32.** В одном доме на 86 квартир больше, чем в другом. Сколько квартир в каждом доме, если в двух домах 792 квартиры?

- 3.33. В двух залах кинотеатра 460 мест. Сколько мест в большом зале, если в нем в 3 раза больше мест, чем в малом?
- 3.34. В жилом доме всего 215 квартир. Сколько из них однокомнатных, если известно, что трехкомнатных квартир на 10 меньше, чем двухкомнатных, и на 5 больше, чем однокомнатных?
- 3.35. На двух книжных полках всего 48 книг. Сколько книг на первой полке, если известно, что их в 2 раза больше, чем на второй?
- 3.36. За два дня мастер и ученик изготовили 312 деталей. Сколько деталей изготавливал каждый из них за один день, если известно, что мастер производит за день в 3 раза больше деталей, чем ученик?
- Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:
- 3.37. На двух станках изготовлено 346 деталей, причем на первом изготовили на 10 деталей меньше, чем на втором. Сколько деталей изготовили на каждом станке?
- 3.38. С двух участков собрано 39,6 т зерна. Сколько тонн зерна собрали с каждого участка, если со второго участка собрали в 1,2 раза больше, чем с первого?
- 3.39. Маме и дочке вместе 35 лет. Сколько лет дочке, если она на 25 лет моложе мамы?
- 3.40. На двух садовых участках имеются 84 яблони. Если с первого участка пересадить на второй одну яблоню, то на втором участке будет в 3 раза больше яблонь, чем останется на первом. Сколько яблонь на каждом участке?
- 3.41. Производительность труда мастера на 12 деталей в час больше, чем производительность труда ученика. Мастер работал 2 ч, а ученик 5 ч. Сколько деталей в час изготавливал мастер, если:
- а) мастер и ученик изготовили деталей поровну;
 - б) мастер и ученик изготовили вместе 80 деталей;
 - в) мастер изготовил на 9 деталей больше, чем ученик;
 - г) мастер изготовил деталей в 2 раза больше, чем ученик?

- 3.42. От пристани отошел теплоход со скоростью 22 км/ч, а от другой пристани навстречу ему через 3 ч отошел теплоход со скоростью 26 км/ч. Расстояние между пристанями 306 км. Сколько времени был в пути каждый из теплоходов до встречи?
- 3.43. Расстояние между городами мотоциклист проехал за 2 ч, а велосипедист — за 5 ч. Скорость велосипедиста на 18 км/ч меньше скорости мотоциклиста. Найдите скорости велосипедиста и мотоциклиста и расстояние между городами.
- 3.44. а) Найдите все двузначные числа, которые при делении на 6 и на 9 дают в остатке 4.
б) Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 13 и на 8 дает в остатке 7.
- 3.45. а) Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 22 дает в остатке 14, а при делении на 17 дает в остатке 9.
б) Найдите наибольшее трехзначное число, которое при делении на 13 дает в остатке 10, а при делении на 8 дает в остатке 2.
- 3.46. Вкладчик положил в банк некоторую сумму денег из расчета 9,5% годовых. Через год на счете оказалось 43 800 р. Чему равен первоначальный вклад?
- 3.47. а) Стороны прямоугольника увеличили соответственно на 10 и 15%. На сколько процентов увеличилась площадь прямоугольника?
б) Длину прямоугольника увеличили на 40%, а ширину уменьшили на 25%. Увеличилась или уменьшилась площадь прямоугольника? На сколько процентов?
- 3.48. а) Два измерения прямоугольного параллелепипеда увеличили на 30% каждое, а третье увеличили в 1,5 раза. На сколько процентов увеличился объем параллелепипеда?
б) Одно измерение прямоугольного параллелепипеда увеличили на 10%, второе — на 40%, а третье уменьшили на 35%. Увеличился или уменьшился объем параллелепипеда? На сколько процентов?
- 3.49. Цену на некоторый товар сначала увеличили на 20%, а потом снизили на 20%. Больше или меньше стала цена товара по сравнению с первоначальной? На сколько процентов?

- 3.50. Рубашка дешевле брюк на 20%, свитер дороже рубашки на 50%. На сколько процентов свитер дороже брюк?
- 3.51. Костюм стоил 2000 р., но в результате двух последовательных снижений его цены на одно и то же число процентов он стал стоить 1620 р. На сколько процентов снижалась цена каждый раз?
- 3.52. Магазин выставил на продажу товар с наценкой 25% от закупочной цены. После продажи 90% всего товара магазин снизил назначенную цену на 40% и распродал остатки товара. Сколько процентов от закупочной цены составила прибыль магазина?
- 3.53. Цену на некоторый товар повышали дважды: сначала на $p\%$, потом на 40%. Поскольку часть товара после этого оказалась непроданной, устроили распродажу, уменьшив цену товара на 50%. В итоге товар продавали по цене, на 16% меньшей первоначальной. На сколько процентов повысили цену товара в первый раз?
- 3.54. В понедельник на биржевых торгах цена акций банка «Восход» повысилась на 10%, во вторник понизилась на $p\%$, в среду повысилась на 2%. В итоге в среду акции покупали по цене, на 6,59% превышающей цену понедельника. На сколько процентов понизилась цена акций во вторник?
- 3.55. Вкладчик открыл счета в двух банках. Оказалось, что 60% первого вклада равны 24% второго вклада. На сколько процентов первый вклад меньше второго?
- 3.56. Имеющиеся у него акции акционер распределил на два пакета так, что 15% первого пакета равны 35% второго. Сколько процентов составляет первый пакет от общего числа акций?

§ 4. ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Решите уравнение:

4.1. а) $3x = 6$; б) $\frac{1}{3}x = -5$; в) $-2x = 12$; г) $\frac{3}{7}x = 9$.

4.2. а) $4x + 20 = 0$; в) $5x - 15 = 0$;

б) $\frac{3}{2}x - 6 = 0$; г) $\frac{2}{5}x + 4 = 0$.

Решите уравнение:

4.3. а) $7x + 9 = 100$;

в) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$;

б) $26x - 0,8 = 7$;

г) $17,5x - 0,5 = 34,5$.

4.4. а) $9 + 13x = 35 + 26x$;

в) $0,81x - 71 = 1,11x + 1$;

б) $\frac{7}{9}x + 3 = \frac{2}{3}x + 5$;

г) $\frac{1}{3}y - 4 = \frac{1}{4}y - 5$.

4.5. а) $11x - 4x = 14$;

в) $9x + 4x = -26$;

б) $20x - 13x - 12x = 6$;

г) $11x + 7x - 24x = 42$.

4.6. а) $\frac{5}{9}x - \frac{7}{4}x + \frac{17}{18}x = -\frac{1}{4}$;

в) $\frac{1}{9}x + \frac{7}{18}x - \frac{11}{27}x = 2\frac{1}{2}$;

б) $\frac{1}{6}x - 0,82 = \frac{3}{8}x - 1,37$;

г) $0,07 - 3\frac{1}{9}x = 0,26 - x$.

4.7. а) $4(x + 3) = 5(x - 2)$;

б) $-2(x - 5) + 3(x - 4) = 4x + 1$;

в) $3(x - 1) = 2(x + 2)$;

г) $3(x - 5) - 2(x + 4) = -5x + 1$.

4.8. а) $\frac{x+4}{5} = 1$;

в) $\frac{x-7}{3} = -2$;

б) $\frac{2x-3}{3} = -5$;

г) $\frac{3x+1}{2} = 8$.

4.9. а) При каком значении переменной значение выражения $3x - 2$ равно 10?

б) При каком значении переменной значение выражения $4y - 1$ равно $3y + 5$?

4.10. а) При каком значении переменной значение выражения $5k$ в два раза меньше, чем $4k + 12$?

б) При каком значении переменной значение выражения $p + 3$ в четыре раза больше, чем $7p - 33$?

○4.11. Решите уравнение:

а) $\frac{x-3}{6} = \frac{7}{9}$;

в) $\frac{2x-3}{5} = \frac{9}{10}$;

б) $\frac{x+7}{3} = \frac{2x+3}{5}$;

г) $\frac{x+3}{2} = \frac{3x-2}{7}$.

Решите уравнение:

○4.12. а) $3(8x - 6) = 4(6x - 4,5)$;

б) $3(5x - 7) = 5(3x + 4)$;

в) $6\left(2x + \frac{1}{6}\right) = 5(2,4x + 0,2)$;

г) $2(9x + 3) = 3(1 + 6x)$.

○4.13. а) $4(x - 5) - (7x + 9) = 1$;

б) $2x - 3(4 - x) = 5 - (x - 1)$;

в) $8(3 - 2x) - (x - 2) = 9$;

г) $5x - 6(2x + 7) = 13 - (x + 1)$.

○4.14. а) $\frac{1}{3}x + 2\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}\right) = -1\frac{1}{6}$;

б) $0,4(3x - 0,5) = 1,5x + 0,2(x + 1)$;

в) $\frac{3}{5}\left(2x + \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{5}x = 2$;

г) $0,3(6x + 1,5) = 2,7x - 0,6(x - 2)$.

○4.15. а) $\frac{2x - 7}{3} = \frac{5x + 4}{5}$; в) $\frac{3y + 8}{6} = \frac{1 - 4y}{7}$;

б) $\frac{3x + 5}{15} - \frac{x}{3} = \frac{2}{9}$; г) $\frac{4y}{3} - \frac{5y + 4}{12} = -2\frac{5}{8}$.

○4.16. а) $4\left(2x - \frac{1}{4}\right) - (x + 1) = 7\left(x + \frac{2}{7}\right)$;

б) $5(0,4y - 0,3) + 0,5(3 - 4y) = 0$;

в) $6\left(\frac{2}{3}x - 1\right) + (-2x - 3) = 2(x - 3)$;

г) $0,2(15y + 4) - 0,6(5y + 1) = 0,2$.

○4.17. а) $\frac{3x - 4}{9} + \frac{5x - 7}{6} = \frac{4x + 5}{18}$;

б) $\frac{3x - 5}{7} + \frac{2x + 1}{14} = \frac{2x - 3}{2}$.

- 4.18. а) Найдите неизвестное число, если полусумма этого числа и числа 12,3 больше полуразности числа 1,5 и неизвестного числа на 3.
- б) Найдите неизвестное число, если сумма полуразности этого числа и числа 14,6 и полусуммы числа 3,8 и неизвестного числа равна 5.
- 4.19. а) При каких значениях p корнем уравнения $p(x + 4) - (5 - p) = 16$ является число 2?
- б) При каких значениях a корнем уравнения $x(6 - a) + a(x + 2) = 26$ является число 4?
- 4.20. При каком значении a уравнение $(2a - 1)x = 2a^2 - 5a + 2$:
- а) не имеет корней;
- б) имеет один корень;
- в) имеет бесконечно много корней?
- 4.21. При каком значении a уравнение $(3a - 1)(a + 2)x = 9a^2 - 1$:
- а) не имеет корней;
- б) имеет один корень;
- в) имеет бесконечно много корней?

Решите уравнение:

- 4.22. а) $|x| = 3$; б) $|x - 1| = 0$;
 б) $|2x| = 8$; г) $|2x + 3| = -3$.
- 4.23. а) $|3x - 2| = 4$; б) $|5 - 3x| = 17$;
 б) $10 - |2x + 5| = 8$; г) $1 + |1 - 4x| = 9$.
- 4.24. а) $x + |x| = 6$; б) $x + |x| + 4 = 0$;
 б) $x - |x| = 5$; г) $|x| - 8 = x$.
- 4.25. а) $3x + |2x + 1| = 1$; б) $|5 - 2x| - 2x = x + 3$.

§ 5. ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

- о5.1.** Первое число в 2,5 раза больше второго. Если к первому числу прибавить 1,5, а ко второму 8,4, то получатся одинаковые результаты. Найдите эти числа.

- 5.2. Сумма трех чисел равна 496. Второе число составляет $\frac{8}{15}$ от первого, а первое число меньше третьего в $2\frac{3}{5}$ раза. Найдите каждое из чисел.
- 5.3. Отношение двух чисел равно 5 : 3. Если к первому числу прибавить 1, а второе число вычесть из 25, то получатся равные результаты. Найдите эти числа.
- 5.4. Отношение трех чисел равно 5 : 4 : 3, а их сумма равна 84. Найдите эти числа.
- 5.5. Найдите три последовательных нечетных числа, сумма которых равна 81.
- 5.6. Задумали некоторое число. После того как к нему прибавили 4, сумму разделили на 5 и к частному прибавили 200, получилось число, на 16 меньше задуманного. Какое число было задумано?
- 5.7. Задумали некоторое число; 75% этого числа разделили на 15 и к частному прибавили 40. Получилось число, равное 9% задуманного. Какое число было задумано?
- 5.8. Одна сторона треугольника в 2 раза меньше другой стороны и на 3 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 31 см.
- 5.9. В треугольнике один угол в 3 раза меньше другого угла и на 20° больше третьего. Найдите углы треугольника.
- 5.10. Сторона AB треугольника ABC составляет $\frac{3}{4}$ стороны BC , а сторона AC на 2 см больше BC . Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 24 см.
- 5.11. Найдите углы треугольника, если их отношение равно 2 : 3 : 4.
- 5.12. Периметр треугольника ABC равен 44 см. Сторона AB вдвое меньше стороны BC и на 4 см меньше стороны AC . Найдите длины всех сторон треугольника.
- 5.13. На трех полках находится 75 книг. На первой полке в два раза больше книг, чем на второй, а на третьей — на 5 книг меньше, чем на первой. Сколько книг на каждой полке?
- 5.14. В трех цехах работают 310 человек. В первом цехе рабочих в 1,5 раза больше, чем во втором, и на 110 человек меньше, чем в третьем. Сколько рабочих в каждом цехе?

- 5.15. Цена персиков на 20 р. выше, чем цена абрикосов. Для консервирования компота купили 3 кг персиков и 5 кг абрикосов. По какой цене покупали фрукты, если вся покупка обошлась в 620 р.?
- 5.16. Две бригады были заняты на уборке картофеля. Первая бригада за 5 ч работы убрала картофеля столько же, сколько вторая бригада за 7 ч. Сколько центнеров картофеля убрала первая бригада, если за 1 ч она убирала на 16 ц больше, чем вторая бригада?
- 5.17. В одной корзине в 3 раза больше огурцов, чем в другой. Если из нее взять 15 штук огурцов, а в другую корзину добавить 25 штук, то в обеих корзинах огурцов станет поровну. Сколько огурцов было первоначально в каждой корзине?
- 5.18. Туристы отправились в трехдневный поход. В первый день они прошли $\frac{7}{22}$ всего пути, во второй — $\frac{1}{3}$ оставшегося пути, а в третий — последние 25 км. Найдите длину туристского маршрута.
- 5.19. Из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми 350 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 2 ч 20 мин. С какой скоростью двигался каждый автомобиль, если скорость одного из них на 30 км/ч больше скорости другого?
- 5.20. Из пункта *A* выехал автобус. Через полчаса вслед за ним из пункта *B*, отстоящего от пункта *A* на 6 км, выехал автомобиль и через 45 мин догнал автобус. На каком расстоянии от пункта *A* автомобиль догнал автобус, если его скорость на 40 км/ч больше скорости автобуса? (Рассмотрите два случая.)
- 5.21. Катер за 2 ч по озеру и за 3 ч против течения реки проплывает такое же расстояние, что и за 3 ч 24 мин по течению реки. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 3 км/ч.
- 5.22. Велосипедист ехал от поселка до станции сначала 30 мин по грунтовой дороге, а затем 40 мин по шоссе. С какой скоростью ехал велосипедист по шоссе, если она на 4 км/ч больше, чем скорость по грунтовой дороге, а расстояние от поселка до станции 12 км?

- 5.23. Из пункта *A* в пункт *B* со скоростью 60 км/ч выехал мотоциклист. Через 30 мин навстречу ему из *B* выехал другой мотоциклист, скорость которого составляла 50 км/ч. Какое время ехал второй мотоциклист до встречи с первым, если расстояние между *A* и *B* равно 162 км?
- 5.24. Катер шел по течению реки 5 ч, а затем против течения 3 ч. Найдите собственную скорость катера, если известно, что скорость течения реки 3 км/ч, а всего пройдено 126 км.
- 5.25. Из пункта *M* в пункт *N* выехал автобус. Через полчаса из *N* в *M* со скоростью, превышающей скорость автобуса на 18 км/ч, выехал легковой автомобиль. Через 1 ч 20 мин после своего выхода он встретил автобус, причем проехал расстояние на 3 км больше, чем автобус. Чему равно расстояние между *M* и *N*?
- 5.26. Из двух пунктов, расстояние между которыми 340 км, одновременно навстречу друг другу выехали два поезда. Через 2 ч после начала движения им осталось пройти до встречи 30 км. Найдите скорости поездов, если известно, что скорость одного из них на 5 км/ч больше скорости другого.
- 5.27. От пристани *A* отошел плот. Одновременно с ним от пристани *B* отошла моторная лодка вверх по течению реки, по направлению к *A*. Найдите собственную скорость лодки, если лодка и плот встретились через 2 ч, а расстояние между пристанями *A* и *B* равно 16 км.
- 5.28. От пристани *A* вниз по течению реки отошла лодка, собственная скорость которой 12 км/ч, а через 1 ч из *A* вверх по течению отправился катер, собственная скорость которого 18 км/ч. Найдите скорость течения реки, если через 3 ч после выхода лодки расстояние между лодкой и катером составляло 75 км.
- 5.29. Цена 1 м³ бруса на 400 р. меньше, чем цена 1 м³ половой доски. Для строительства купили 4 м³ бруса и 5 м³ половой доски. Сколько стоит 1 м³ пиломатериалов каждого вида, если за половую доску заплатили на 7000 р. больше, чем за брус?
- 5.30. Новая копировальная машина за 1 мин копирует на 10 листов больше, чем старая машина. За 4 мин работы на ней сделали на 16 листов копий больше, чем на старой машине за 7 мин. Сколько листов копирует новая машина за 1 мин?

- 5.31. В магазин привезли яблоки и бананы. Когда продали половину всех яблок и $\frac{2}{3}$ всех бананов, то яблок осталось на 70 кг больше, чем бананов. Сколько килограммов фруктов каждого вида привезли в магазин, если масса привезенных яблок превосходила массу бананов в 3 раза?
- 5.32. Кирпичный завод обеспечивает кирпичом три стройки. В начале рабочего дня на первую стройку отправили $\frac{1}{5}$ всего количества кирпича со склада, а на вторую — $\frac{1}{3}$ остатка. После обеда на третью стройку отправили 120 поддонов кирпича, что составляло $\frac{3}{4}$ остатка кирпича на складе завода. Сколько поддонов кирпича было на складе завода в начале рабочего дня?
- 5.33. Цифра единиц задуманного двузначного числа на 2 больше цифры десятков. Если это число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 4 и в остатке 9. Какое число было задумано?
- 5.34. Четырехзначное нечетное число кратно 5. Если его последнюю цифру перенести на первое место, не меняя порядок остальных цифр, то получится число, которое на 216 меньше удвоенного исходного числа. Найдите исходное четырехзначное число.
- 5.35. Пятизначное число кратно 10 и начинается с цифры 1. Если эту цифру перенести на место десятков, не меняя порядка остальных цифр, разделить новое число на 2 и от частного отнять 165, то получится исходное число, которое и требуется найти.
- 5.36. В первый день в магазине было продано 30% всего картофеля. Во второй день — 40% оставшегося картофеля, а в третий день — последние 84 кг. Сколько килограммов картофеля было в магазине первоначально?
- 5.37. Трое изобретателей получили за свое изобретение премию в размере 141 000 р., причем второй получил $33\frac{1}{3}\%$ того, что получил первый, и еще 6000 р., а третий получил $33\frac{1}{3}\%$ того, что получил второй, и еще 3000 р. Какую премию получил каждый?

- 5.38. Торговая база закупила партию альбомов и поставила ее магазину по оптовой цене, которая на 30% выше закупочной. Магазин установил розничную цену на альбом на 20% выше оптовой цены. При распродаже в конце сезона магазин снизил розничную цену на альбом на 10%. В итоге цена альбома стала равной 70 р. 20 к. На сколько последняя цена больше закупочной?
- 5.39. Сплав массой 2 кг состоит из серебра и меди, причем масса серебра составляет $14\frac{2}{7}\%$ массы меди. Сколько серебра в сплаве?
- 5.40. Имеется 735 г 16%-го раствора йода в спирте. Нужно получить 10%-й раствор. Сколько спирта нужно для этого добавить к имеющемуся раствору?
- 5.41. Из 38 т сырья второго сорта, содержащего 25% примесей, после переработки получается 30 т сырья первого сорта. Каков процент примесей в сырье первого сорта?
- 5.42. Свежие грибы содержат 90% воды, а сушеные — 12%. Сколько получится сушеных грибов из 88 кг свежих?
- 5.43. Пчелы, перерабатывая цветочный нектар в мед, освобождают нектар от значительной части воды. Сколько нектара приходится перерабатывать пчелам для получения 1 кг меда, если известно, что нектар содержит 70% воды, а полученный из него мед — 17% воды?
- 5.44. Акционер решил продать имеющийся у него пакет акций. Он разделил его на две части. Прибыль от продажи первой части составила 25%, а от продажи второй — 10%. В результате прибыль от продажи всего пакета составила 19%. В каком отношении разделил акционер свой пакет на две части для продажи?

Решите старинные задачи (№ 5.45—5.48).

- 5.45. Говорят, что на вопрос о том, сколько у него учеников, древнегреческий математик Пифагор ответил так: «Половина моих учеников изучает математику, четверть изучает природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, остальную часть составляют три девы». Сколько учеников было у Пифагора?

- 5.46. По контракту рабочим причитается по 48 франков за каждый отработанный день, а за каждый неотработанный день с них взыскивается по 12 франков. Через 30 дней работы выяснилось, что работникам ничего не причитается. Сколько дней они отработали на самом деле за это время?
- 5.47. Спросил некто у учителя: «Скажи, сколько у тебя в классе учеников, так как я хочу отдать тебе в ученье своего сына». Учитель ответил: «Если придет еще столько же, сколько имею, и полстолько, и четвертая часть, и твой сын, то будет у меня 100 учеников». Спрашивается, сколько было у учителя учеников?
- 5.48. Идет по морю корабль, на нем 120 человек — мужчин и женщин. Всего они заплатили 120 гривен, причем мужчина платил 4 алтына, а женщина — 3 алтына. Сколько было на корабле мужчин и женщин, если 1 гривна составляет 10 копеек, а 1 алтын — 3 копейки?

§ 6. КООРДИНАТНАЯ ПРЯМАЯ

6.1. а) Изобразите на координатной прямой точки:

$A(5)$, $B(-3)$, $C(-8)$, $D(-1,5)$;
 $M(6)$, $N(-1)$, $P(2,5)$, $O(0)$;
 $Q(-3,5)$, $R(-5)$, $S(2)$, $Z(4,5)$;
 $E(-7)$, $F(9)$, $K(3,5)$, $L(-0,5)$.

б) Найдите расстояние между точками:

P и B , D и P , A и Q , B и N ;
 D и A , B и C , N и Q , M и D ;
 M и N , R и Q , A и C , P и Q ;
 M и Q , N и P , A и P , B и D .

6.2. На координатной прямой даны точки $A(-3)$, $B(5)$; M — середина отрезка AB . Найдите:

- а) расстояние между точками A и B ;
- б) расстояние между точками A и M ;
- в) расстояние между точками B и M ;
- г) координату точки M .

6.3. «Число c больше числа d ». Переведите это утверждение:

- а) на алгебраический язык (с помощью знака неравенства);
- б) на геометрический язык (с помощью координатной прямой).

- 6.4. «Число x меньше числа y ». Переведите это утверждение:
 а) на алгебраический язык (с помощью знака неравенства);
 б) на геометрический язык (с помощью координатной прямой).
- 6.5. «Число a больше числа b , но меньше числа c ». Переведите это утверждение:
 а) на алгебраический язык (с помощью знаков неравенств);
 б) на геометрический язык (с помощью координатной прямой).

Изобразите графическую модель ситуации:

- 6.6. а) На координатной прямой точка a расположена левее точки b ;
 б) на координатной прямой точка a расположена правее точки b .

Запишите на математическом языке, чему равно расстояние между точками a и b .

- 6.7. а) На координатной прямой дана точка $A(a)$ и точки $B(a + 3)$, $C(a - 1)$, $D(a + n)$;
 б) на координатной прямой даны точка $B(b)$ и точка X , удаленная от точки B на расстояние, равное 5;
 в) расстояние от точки $O(0)$ до точки T равно m единичных отрезков;
 г) расстояние от точки $A(a)$ до точки B равно r единичных отрезков.

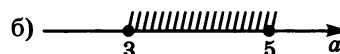
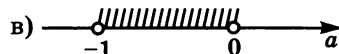
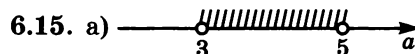
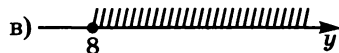
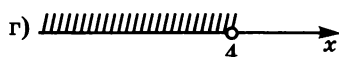
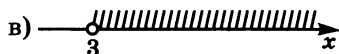
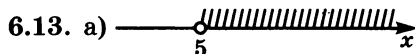
- 6.8. Изобразите на координатной прямой графическую модель ситуации по ее аналитической модели:

- а) $|x| = 3$;
 б) $|x| = 1,5$;
 в) $|x| = 0$;
 г) $|x| = b$, где $b > 0$.

Изобразите на координатной прямой числовой промежуток, назовите его, запишите аналитическую модель:

- 6.9. а) $(3; +\infty)$; б) $(-\infty; -5)$; в) $(-2; +\infty)$; г) $(-\infty; 0)$.
 6.10. а) $[1; +\infty)$; б) $(-\infty; 4]$; в) $(-\infty; -2]$; г) $[-1; +\infty)$.
 6.11. а) $(3; 5)$; б) $[-5; 1]$; в) $[4; 6]$; г) $(0; 1)$.
 6.12. а) $[6; 8)$; б) $(-2; 4]$; в) $[-3; -1]$; г) $(5; 7]$.

Дана геометрическая модель числового промежутка. Назовите этот числовой промежуток, обозначьте его, запишите аналитическую модель:



По названию числового промежутка запишите его обозначение, постройте геометрическую и аналитическую модели:

- 6.17. а) Открытый луч с началом в точке 5;
 б) луч с началом в точке -2 ;
 в) интервал с началом в точке 1 и концом в точке 3;
 г) полуинтервал с началом в точке 6 и концом в точке 10.

- 6.18. а) Отрезок с началом в точке -2 и концом в точке 0;
 б) открытый луч с концом в точке 7;
 в) полуинтервал с началом в точке 4 и концом в точке 9 (точка 9 не входит в полуинтервал);
 г) луч с концом в точке 12.

По данной аналитической модели назовите соответствующий числовой промежуток, запишите его обозначение, постройте геометрическую модель:

- 6.19. а) $x > 3$; б) $x \geq 3$; в) $x < 3$; г) $x \leq 3$.
- 6.20. а) $2 < x < 4$; б) $3 \leq x < 5$; в) $0 \leq x \leq 7$; г) $5 < x \leq 8$.
- 6.21. а) $x \geq 2$; б) $-5 < x < -2$; в) $x < 0$; г) $4 \leq x < 8$.
- 6.22. а) $1 \leq x \leq 3$; в) $x \leq 1$;
б) $6 < x \leq 7$; г) $-6 < x < -2$.
- 6.23. Принадлежит ли промежутку $(-8; 4)$ число:
а) -6 ; б) -8 ; в) 0 ; г) 4 ?
- 6.24. Принадлежит ли промежутку $(2; 6]$ число:
а) -4 ; б) 2 ; в) 6 ; г) 5 ?
- 6.25. Принадлежит ли промежутку $[3; 7)$ число:
а) 3 ; б) 5 ; в) 7 ; г) $6,5$?
- 6.26. Принадлежит ли промежутку $(3; +\infty)$ число:
а) 6 ; б) 125 ; в) $10\,365$; г) 3 ?
- 6.27. Принадлежит ли промежутку $(-\infty; 12)$ число:
а) -8 ; б) -250 ; в) 0 ; г) 12 ?
- 6.28. Принадлежит ли промежутку $[8; 12]$ число:
а) 15 ; б) $8\frac{1}{3}$; в) $12\frac{3}{7}$; г) 25 ?
- 6.29. Какие из чисел $4, 3,5, -1, 0, -10, -9, 1, 3, -12$ принадлежат промежутку:
а) $[3; 5]$; б) $(-8; 0)$; в) $(-12; -9)$; г) $(1; +\infty)$?
- 6.30. Какие из чисел $0, 5, 7, -8, -2, 9, 12$ принадлежат промежутку:
а) $[4; 7]$; б) $[5; +\infty)$; в) $[-8; +\infty)$; г) $(5; 9]$?
- 6.31. Придумайте три положительных и три отрицательных нецелых числа, принадлежащих промежутку:
а) $(-6; 8)$; б) $[-10; 15]$; в) $[-3; 6]$; г) $(-10; 4)$.
- 6.32. Существует ли целое число, которое принадлежит промежутку:
а) $(0; 1)$; б) $[3,5; 4)$; в) $[2; 3)$; г) $(7,5; 8]$?

- 6.33.** Сколько целых чисел принадлежит промежутку:
а) $[5; 7]$; б) $(-3; -1)$; в) $(0; 6]$; г) $[-7; 2)$?
- 6.34.** Сколько натуральных чисел принадлежит промежутку:
а) $[-2; 1]$; б) $\left(0; \frac{1}{3}\right)$; в) $(0; 1)$; г) $[-5; 4]$?
- 6.35.** Укажите наибольшее число, принадлежащее промежутку:
а) $[-15; -11]$; б) $[5; 7)$; в) $[5; 7]$; г) $(-\infty; 8,2]$.
- 6.36.** Укажите наименьшее целое число, принадлежащее промежутку:
а) $[5; 7)$; б) $(0; +\infty)$; в) $(9,3; 12)$; г) $[5,1; +\infty)$.
- 6.37.** Принадлежит ли промежутку $(-\infty; 5)$ число 4,98? Укажите два числа, которые больше 4,98 и принадлежат этому промежутку.
- 6.38.** а) Изобразите множество точек координатной прямой, расстояние до которых от точки $O(0)$ меньше трех единичных отрезков.
б) Изобразите множество точек координатной прямой, расстояние до которых от точки $A(a)$ больше двух единичных отрезков.
в) Изобразите множество точек координатной прямой, расстояние до которых от точки $O(0)$ больше трех единичных отрезков.
г) Изобразите множество точек координатной прямой, расстояние до которых от точки $A(a)$ меньше двух единичных отрезков.

Интервал $(a - r; a + r)$, где r — положительное число, называют *окрестностью точки a* , а число r — *радиусом окрестности*.

- о6.39.** Укажите окрестность точки a радиуса r , если:

- а) $a = 0, r = 3$; в) $a = 4, r = 4$;
б) $a = 1, r = 4$; г) $a = -3, r = 5$.

Для данного интервала укажите, окрестностью какой точки он является и чему равен радиус окрестности.

- о6.40.** а) $(3; 7)$; б) $(-4; 4)$; в) $(2; 10)$; г) $(-7; -1)$.

○6.41. а) (2; 5); б) (1,98; 2,02); в) (-11; -2); г) $\left(\frac{13}{7}; \frac{15}{7}\right)$.

○6.42. Обоснуйте с помощью координатной прямой утверждение: если $a > b$, то $-a < -b$. Рассмотрите следующие случаи:
а) a и b — положительные числа;
б) a и b — отрицательные числа;
в) a — положительное число, b — отрицательное число;
г) $a = 0$, b — отрицательное число.

○6.43. С помощью координатной прямой решите уравнение:

а) $|x| = 3$; в) $|x + 1,3| = 1,7$;

б) $|x - 1| = 2,5$; г) $|2x + 8| = 8$.

●6.44. С помощью координатной прямой решите неравенство:

а) $|x| < 3$; в) $|x + 1,3| > 1,7$;

б) $|x - 1| \geq 2,5$; г) $|2x + 8| \leq 8$.

●6.45. На координатной прямой даны точки $A\left(\frac{4}{99}\right)$, $B\left(\frac{4}{101}\right)$, $C\left(\frac{1}{25}\right)$ и D — середина отрезка BA . Укажите порядок расположения этих точек на координатной прямой (в соответствии с принятым на ней направлением).

○6.46. Пусть a — количество натуральных чисел в отрезке $[0; 70]$, а c — количество целых чисел в полуинтервале $[-4; 7,5]$. Найдите процентное отношение $c : a$.

●6.47. Какова вероятность того, что случайным образом выбранное натуральное число из интервала $(5,9; 47,1)$:

а) делится на 3;

б) является простым числом;

в) при делении на 8 дает в остатке 1;

г) при возведении в квадрат дает трехзначное число?

●6.48. Какова вероятность того, что случайным образом выбранное натуральное число из отрезка $[0; 99]$:

а) делится на 11;

б) при делении на 13 дает в остатке 10;

в) при возведении в квадрат дает трехзначное число;

г) при возведении в квадрат дает четырехзначное число?

●6.49. Пусть A и B — промежутки на координатной прямой. Их *объединением* называют множество всех таких точек, каждая из которых принадлежит хотя бы одному из данных промежутков. Обозначают объединение так: $A \cup B$ (например, если $A = [0; 2]$, $B = [1; 3]$, то $A \cup B = [0; 3]$). Найдите $A \cup B$, если:

- а) $A = (0; 1)$, $B = [1; 3]$;
- б) $A = [-2, 5; 3]$, $B = [0; 1]$;
- в) $A = (-\infty; 0)$, $B = [-1; +\infty)$;
- г) $A = (2; 3)$, $B = [0; +\infty)$.

●6.50. Пусть A и B — промежутки на координатной прямой. Их *пересечением* называют множество всех таких точек, каждая из которых принадлежит обоим промежуткам. Обозначают объединением так: $A \cap B$ (например, если $A = [0; 2]$, $B = [1; 3]$, то $A \cap B = [1; 2]$). Найдите $A \cap B$, если:

- а) $A = (0; 2)$, $B = [1; 5]$;
- б) $A = [-2, 5; 3]$, $B = [0; 1]$;
- в) $A = (-\infty; 0)$, $B = [-1; +\infty)$;
- г) $A = (2; 3)$, $B = [0; +\infty)$.

§ 7. КООРДИНАТНАЯ ПЛОСКОСТЬ

Не производя построения, ответьте на вопрос, в каком координатном угле расположена точка:

7.1. а) $M(2; 4)$, $N(-3; 6)$, $P(12; -4)$, $Q(-3; -0,5)$;

б) $X(-14; -5)$, $Y(-7; 38)$, $K(1; 0)$, $L(0; -4)$;

в) $A(-23; 6)$, $B(13; 16)$, $C(19; -25)$, $D\left(2; -\frac{1}{2}\right)$;

г) $R\left(\frac{5}{8}; -\frac{1}{7}\right)$, $S\left(-\frac{4}{11}; -\frac{1}{12}\right)$, $E\left(-\frac{17}{21}; \frac{41}{43}\right)$, $F\left(\frac{15}{31}; \frac{1}{16}\right)$.

7.2. Замените символ * каким-либо числом так, чтобы:

а) точка $A(5; *)$ принадлежала первому координатному углу;

б) точка $B(*; 3)$ принадлежала второму координатному углу;

в) точка $C(*; -7)$ принадлежала третьему координатному углу;

г) точка $D(12; *)$ принадлежала четвертому координатному углу.

Не производя построения, ответьте на вопрос, в каком координатном угле координатной плоскости xOy расположена точка:

7.3. а) $A(a; 10)$, если $a > 0$; в) $C(-c; 5)$, если $c > 0$;

б) $B(17; b)$, если $b < 0$; г) $D(-8; d)$, если $d < 0$.

7.4. а) $P(x; y)$, если $x > 0$, $y > 0$;

б) $Q(x; y)$, если $x > 0$, $y < 0$;

в) $R(x; y)$, если $x < 0$, $y > 0$;

г) $S(x; y)$, если $x < 0$, $y < 0$.

7.5. В каком координатном угле координатной плоскости расположена данная точка:

- а) $M(a; b)$, если $a < 0, b < 0$;
- б) $N(-a; -b)$, если $a > 0, b < 0$;
- в) $K(a; -b)$, если $a < 0, b > 0$;
- г) $L(-a; b)$, если $a > 0, b > 0$?

7.6. Найдите координаты точек, изображенных на рис. 1:

- а) A, C, M, S ; в) P, Y, B, F ;
- б) R, D, K, Q ; г) E, N, X, Z .

Какой признак объединяет каждую группу точек?

7.7. Найдите координаты точек, изображенных на рис. 2:

- а) A, B, K, P, L, R ; б) C, D, M, N, Q, S .

Какой общий графический признак объединяет эти точки? Как этот общий признак выражается при записи координат точек?

- в) Где расположены все точки, у которых абсцисса равна нулю; ордината равна нулю?
- г) Составьте аналитическую модель множества точек, лежащих на оси x , на оси y .

7.8. Найдите координаты точек, изображенных на рис. 3.

Что общего в записи координат каждой группы точек?

Как расположены на координатной плоскости все точки, имеющие одинаковую абсциссу?

Составьте аналитическую модель прямой, параллельной оси y .

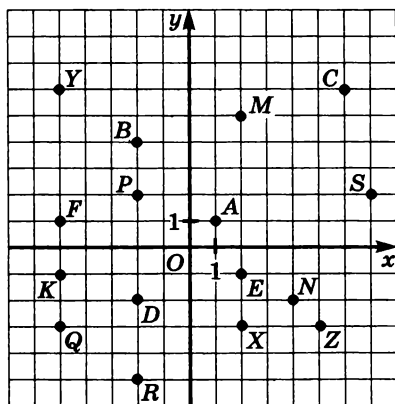


Рис. 1

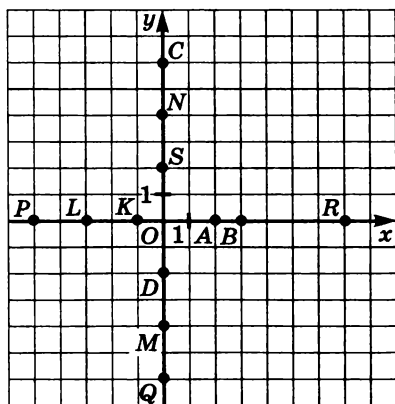


Рис. 2

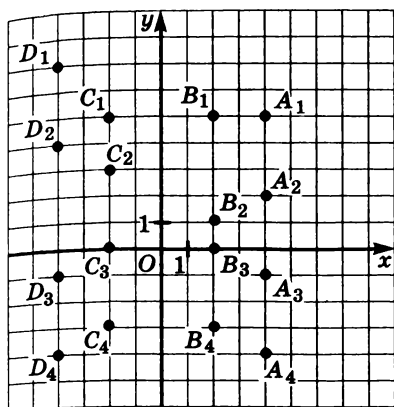


Рис. 3

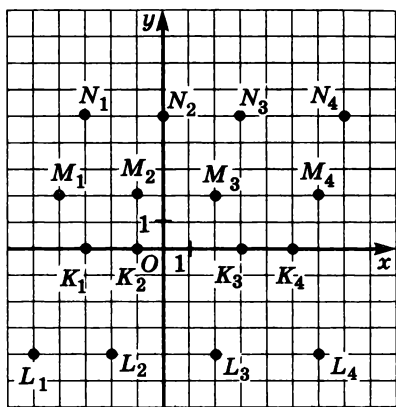


Рис. 4

- 7.9. Найдите координаты точек, изображенных на рис. 4.
 Что общего в записи координат каждой группы точек?
 Как расположены на координатной плоскости все точки, имеющие одинаковую ординату?
 Составьте аналитическую модель прямой, параллельной оси x .

Постройте прямую, удовлетворяющую уравнению:

- 7.10. а) $x = 3$; б) $y = 3$; в) $y = 1$; г) $x = 8$.
 7.11. а) $x = -2$; б) $y = -4$; в) $y = -5$; г) $x = -1$.
 7.12. а) $x = 0,5$; б) $y = -1,5$; в) $y = 3,5$; г) $x = -6,5$.
 7.13. Какая прямая удовлетворяет уравнению:
 а) $x = 0$; б) $y = 0$?
 7.14. Как расположены в координатной плоскости все точки, имеющие абсциссу, равную:
 а) 5; б) -7; в) 9; г) -1?
 7.15. Как расположены в координатной плоскости все точки, имеющие ординату, равную:
 а) -3; б) 8; в) -12; г) 4?

В координатной плоскости xOy постройте прямую, удовлетворяющую уравнению:

- 7.16. а) $2x = 4$; б) $-x + 4 = 0$; в) $-3x = 9$; г) $2x - 6 = 0$.
 7.17. а) $y + 3 = 0$; б) $-6y = 12$; в) $5 - y = 0$; г) $7y = 0$.

- 7.18.** На координатной плоскости xOy найдите точку, симметричную данной точке относительно начала координат:
 а) $A(5; 7)$; б) $B(0; 8)$; в) $C(7; -1)$; г) $D(-3; 0)$.
- 7.19.** На координатной плоскости xOy найдите точку, симметричную данной точке относительно оси y :
 а) $M(-2; 8)$; б) $L(-5; 0)$; в) $S(-9; -3)$; г) $R(0; -4)$.
- 7.20.** На координатной плоскости xOy найдите точку, симметричную данной точке относительно оси x :
 а) $E(6; 0)$; б) $P(-2; 1)$; в) $F(0; -4)$; г) $Q(3; -5)$.
- 7.21.** Постройте прямую, проходящую через точки:
 а) $A(2; 7)$, $B(3; 4)$; в) $M(0; -2)$, $N(8; 0)$;
 б) $C(-1; 5)$, $D(6; -4)$; г) $P(-3; -4)$, $Q(-7; -1)$.
- 7.22.** Постройте отрезок, зная координаты его концов:
 а) $L(-4; 3)$, $K(0,5; 2)$; в) $R(5; 3,5)$, $S(2; 3)$;
 б) $E(2; 7)$, $M(-1; 6)$; г) $X(7; 1)$, $Y(-4; -6)$.
- 7.23.** Постройте геометрическую фигуру по координатам ее вершин:
 а) $A(-4; 3)$, $B(2; -1)$, $C(-1; -1)$;
 б) $K(-2; 3)$, $L(3; 3)$, $M(3; -2)$, $N(-2; -2)$;
 в) $K(3; -4)$, $B(-2; 0)$, $C(0; 5)$;
 г) $F(0; 4)$, $E(5; 0)$, $G(0; -4)$, $H(-5; 0)$.
- 7.24.** Постройте отрезок, симметричный отрезку BK относительно оси x , если:
 а) $B(-6; 2)$, $K(-1; 1)$; в) $B(-4; 0)$, $K(1; -4)$;
 б) $B(5; 1)$, $K(2; -3)$; г) $B(0; 6)$, $K(6; -2)$.
- 7.25.** Постройте отрезок, симметричный отрезку DM относительно оси y , если:
 а) $D(4; 2)$, $M(1; 6)$; в) $D(-5; -3)$, $M(1; -2)$;
 б) $D(-3; 0)$, $M(0; -3)$; г) $D(-4; 4)$, $M(2; -2)$.
- 7.26.** Постройте отрезок, симметричный отрезку CH относительно начала координат, если:
 а) $C(-7; -2)$, $H(-2; -7)$; в) $C(2; 3)$, $H(-3; -2)$;
 б) $C(5; 0)$, $H(2; -4)$; г) $C(0; -3)$, $H(-3; 1)$.

○7.27. Воспользовавшись рис. 5, найдите:

- координаты вершин изображенного четырехугольника;
- координаты точек, в которых стороны четырехугольника пересекают оси координат;
- координаты вершин четырехугольника, расположенного выше нарисованного на 4 единицы;
- координаты вершин четырехугольника, расположенного левее нарисованного на 3 единицы.

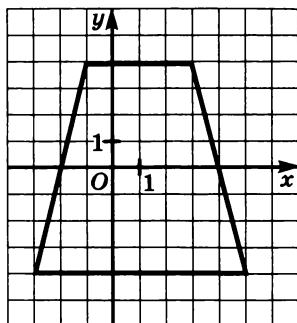


Рис. 5

7.28. Постройте прямую, симметричную прямой AB :

- относительно оси x , если $A(4; 1)$, $B(-1; -4)$;
- относительно оси y , если $A(0; 3)$, $B(-3; 0)$;
- относительно оси x , если $A(-2; 0)$, $B(0; 6)$;
- относительно оси y , если $A(-6; -3)$, $B(4; 2)$.

●7.29. а) Найдите координаты точек, в которых прямая MN , где $M(2; 4)$ и $N(5; -2)$, пересекает координатные оси.

б) Найдите координаты точек, в которых прямая FE , где $F(3; 4)$ и $E(-6; -5)$, пересекает координатные оси.

○7.30. а) Даны точки $A(-1; 4)$ и $B(-1; 8)$. Найдите прямую, которая является осью симметрии для этих двух точек. Отметьте точку $C(-2; 5)$ и найдите точку, симметричную ей относительно найденной прямой.

б) Даны точки $K(1; 5)$ и $L(-3; 5)$. Найдите прямую, которая является осью симметрии для этих двух точек. Отметьте точку $F(3; 7)$ и найдите точку, симметричную ей относительно найденной прямой.

○7.31. а) Даны точки $C(2; 4)$ и $D(1; 5)$. Постройте прямую, симметричную прямой CD относительно оси абсцисс.

б) Даны точки $E(-1; 4)$ и $F(2; -2)$. Постройте прямую, симметричную прямой EF относительно оси ординат.

○7.32. Постройте:

- $\triangle ABC$, если $A(6; 0)$, $B(2; -3)$, $C(3; 2)$;
- $\triangle A_1B_1C_1$, симметричный $\triangle ABC$ относительно оси x ;
- $\triangle A_2B_2C_2$, симметричный $\triangle ABC$ относительно оси y ;
- $\triangle A_3B_3C_3$, симметричный $\triangle ABC$ относительно начала координат.

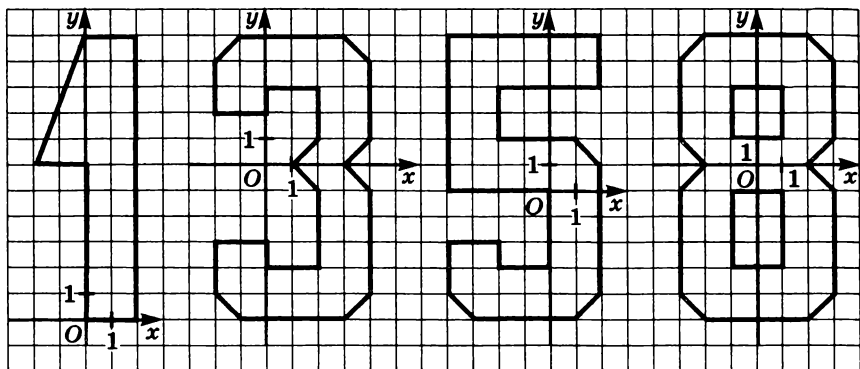


Рис. 6

- 7.33. Даны три вершины $A(1; 1)$, $B(1; 3)$, $C(3; 3)$ квадрата $ABCD$. Найдите координаты точки D , постройте этот квадрат и еще три квадрата, один из которых расположен ниже данного на пять единиц, второй — на две единицы правее данного, третий — на три единицы ниже и пять единиц левее данного. Назовите координаты вершин третьего квадрата $A_3B_3C_3D_3$.
- 7.34. Запишите координаты точек, с помощью которых можно построить цифры, изображенные на рис. 6:
 а) цифра 1; б) цифра 3; в) цифра 5; г) цифра 8.
- 7.35. Найдите координаты вершин C и D квадрата $ABCD$, если известны координаты вершин $A(3; 1)$ и $B(3; -4)$. Сколько решений имеет задача?
- 7.36. Известны координаты двух противоположных вершин квадрата $ABCD$: $A(2; -2)$ и $C(-2; 2)$. Найдите координаты двух других вершин. Сколько решений имеет задача?
- 7.37. Длина стороны квадрата $ABCD$ равна 6, а координаты вершины A равны $(-2; 3)$. Найдите координаты остальных вершин, зная, что сторона AB квадрата параллельна оси ординат и что начало координат лежит внутри квадрата.
- 7.38. Квадрат со стороной 8 расположен так, что центр его находится в начале координат, а стороны параллельны осям координат. Определите координаты вершин квадрата.

На координатной плоскости постройте точки по заданным координатам и последовательно соедините их отрезками. Какая фигура при этом получится?

- 7.39. а) $1(-1; 5)$, $2(-3; 5)$, $3(-3; 9)$, $4(-2; 10)$, $5(3; 10)$, $6(3; 4)$, $7(0; 1)$, $8(3; 1)$, $9(3; -1)$, $10(-3; -1)$, $11(-3; 1)$, $12(1; 5)$, $13(1; 8)$, $14(-1; 8)$;
 б) $1(0; 7)$, $2(-1; 0)$, $3(0; 0)$, $4(0; 2)$, $5(2; 2)$, $6(2; 0)$, $7(3; 0)$, $8(3; -2)$, $9(2; -2)$, $10(2; -4)$, $11(0; -4)$, $12(0; -2)$, $13(-3; -2)$, $14(-3; 0)$, $15(-2; 7)$.
- 7.40. а) $1(4; 2)$, $2(4; 4)$, $3(3; 5)$, $4(-1; 5)$, $5(-2; 4)$, $6(-2; -5)$, $7(-1; -6)$, $8(3; -6)$, $9(4; -5)$, $10(4; -1)$, $11(3; 0)$, $12(0; 0)$, $13(0; 3)$, $14(2; 3)$, $15(2; 2)$, $16(2; -2)$, $17(2; -4)$, $18(0; -4)$, $19(0; -2)$;
 б) $1(-1; 3)$, $2(-3; 3)$, $3(-3; 5)$, $4(-2; 6)$, $5(2; 6)$, $6(3; 5)$, $7(3; 2)$, $8(-1; -5)$, $9(-3; -5)$, $10(1; 2)$, $11(1; 4)$, $12(-1; 4)$.

Изобразите на координатной плоскости xOy множество точек, удовлетворяющих заданному соотношению:

- 7.41. а) $x \geq 1$; б) $y \leq -2$; в) $x < 5$; г) $y > -4$.
- 7.42. а) $-1 \leq x \leq 2$; б) $xy \geq 0$; в) $-2 \leq y \leq 0$; г) $xy < 0$.

§ 8. ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ И ЕГО ГРАФИК

8.1. Является ли линейным заданное уравнение с двумя переменными:

- а) $5x + 3y + 7 = 0$; в) $12c - 17d - 3 = 0$;
 б) $6a - 4b - 1 = 0$; г) $45t + 4s + 19 = 0$?

8.2. Объясните, почему заданное уравнение не является линейным уравнением с двумя переменными:

- а) $3x^2 + 5y - 1 = 0$; б) $8x - 7y^2 + 2 = 0$.

8.3. Является ли заданное уравнение с двумя переменными линейным:

- а) $\frac{x}{3} + y - 5 = 0$; в) $\frac{x - y}{2} + 4 = 0$;
 б) $\frac{3}{x} + y - 5 = 0$; г) $xy + 3 = 0$?

8.4. Назовите коэффициенты a , b и c линейного уравнения $(ax + by + c = 0)$ с двумя переменными:

а) $x - y + 4 = 0$; в) $x - 1 - 2y = 0$;

б) $x - 2y = 0$; г) $\frac{y - x}{3} = 1$.

8.5. Является ли решением уравнения $5x + 2y - 12 = 0$ пара чисел:

а) (3; 2); в) (12; 5);

б) (1; 3,5); г) (4; -4)?

8.6. Является ли решением уравнения $7a - 5b - 3 = 0$ пара чисел:

а) (2; 8); б) $\left(1; \frac{4}{5}\right)$; в) (15; 1); г) (8; 10,6)?

8.7. а) Какая из пар чисел (6; 2), (0; 20), (4; 8), (6; 5) является решением уравнения $3x + y = 20$?

б) Какая из пар чисел (2; 0), (1; 1), (2,5; 2,5), (7; 8) является решением уравнения $5x - y = 10$?

8.8. Составьте какое-нибудь линейное уравнение с двумя переменными, решением которого служит пара чисел:

а) (2; 3); б) (-6; -5); в) (6; -5); г) (-7; 0).

8.9. Не выполняя построения, ответьте на вопрос: какие из точек $M(5; 7)$, $N(0; 3,5)$, $K(7; 0)$, $L(2; 3)$ принадлежат графику уравнения $x + 2y - 7 = 0$?

Для каждого из данных линейных уравнений найдите значение y , соответствующее заданному значению x :

8.10. а) $3x + 2y - 6 = 0$, если $x = 0$;

б) $5x - 7y - 14 = 0$, если $x = 0$;

в) $15x + 25y + 75 = 0$, если $x = 0$;

г) $81x - 15y + 225 = 0$, если $x = 0$.

8.11. а) $8x + 6y - 11 = 0$, если $x = 1$;

б) $11x - 13y + 16 = 0$, если $x = -5$;

в) $19x - 11y - 24 = 0$, если $x = 3$;

г) $3x + 2y + 30 = 0$, если $x = -8$.

8.12. а) $6x + 2y - 1 = 0$, если $x = -0,1$;

б) $7x - y - 4 = 0$, если $x = -2\frac{1}{7}$;

в) $3x + 5y - 10 = 0$, если $x = 0,5$;

г) $9x - 2y - 3 = 0$, если $x = 8\frac{2}{9}$.

Для каждого из данных линейных уравнений найдите значение x , соответствующее заданному значению y :

8.13. а) $6x + 12y - 42 = 0$, если $y = 0$;

б) $17x - 5y + 85 = 0$, если $y = 0$;

в) $8x - 35y = 96$, если $y = 0$;

г) $16x + 54y = 64$, если $y = 0$.

8.14. а) $4x + 7y - 12 = 0$, если $y = -4$;

б) $23x - 9y + 5 = 0$, если $y = -2$;

в) $5x - 3y - 11 = 0$, если $y = 3$;

г) $2x + 4y + 9 = 0$, если $y = 1$.

8.15. а) $6x + 3y - 2 = 0$, если $y = 3\frac{1}{3}$;

б) $3,5x - 5y - 1 = 0$, если $y = 0,5$;

в) $4x - 2y + 11 = 0$, если $y = -1,5$;

г) $8x + 5y - 3 = 0$, если $y = 4\frac{2}{5}$.

8.16. а) Известно, что абсцисса некоторой точки прямой, заданной уравнением $7x - 3y - 12 = 0$, равна 3. Найдите ординату этой точки.

б) Известно, что ордината некоторой точки прямой, заданной уравнением $11x + 21y - 31 = 0$, равна 2. Найдите абсциссу этой точки.

Дано линейное уравнение с двумя переменными. Используя его, выразите каждую из переменных через другую:

8.17. а) $a + b = 24$;

в) $m - n = 48$;

б) $7x - y = 56$;

г) $c + 5d = 30$.

8.18. а) $3a + 8b = 24$;

в) $12m - 3n = 48$;

б) $6c + 5d = 30$;

г) $7x - 8y = 56$.

8.19. а) $3t - 2z + 6 = 0$;

в) $11u + 2v + 22 = 0$;

б) $7s + 9t - 63 = 0$;

г) $25r - 4w - 100 = 0$.

○8.20. Среди решений уравнения $x + 3y - 20 = 0$ найдите такую пару, которая состоит:

а) из двух одинаковых чисел;

б) из двух таких чисел, одно из которых в 2 раза больше другого.

○8.21. Найдите значение коэффициента a в уравнении $ax + 5y - 40 = 0$, если известно, что решением уравнения является пара чисел:

- а) $(3; 2)$; б) $(9; -1)$; в) $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$; г) $(-2; 2,4)$.

○8.22. Найдите значение коэффициента b в уравнении $6x + by - 35 = 0$, если известно, что решением уравнения является пара чисел:

- а) $(0; 1)$; б) $(3; 8,5)$; в) $\left(\frac{1}{3}; 11\right)$; г) $(-5; -13)$.

○8.23. Найдите значение коэффициента c в уравнении $8x + 3y - c = 0$, если известно, что решением уравнения является пара чисел:

- а) $(2; -1)$; б) $\left(3\frac{1}{8}; -4\frac{1}{3}\right)$; в) $\left(0,125; -\frac{2}{3}\right)$; г) $(0; 0)$.

○8.24. При каком значении m решением уравнения $mx + 4y - 12m = 0$ является пара чисел:

- а) $(0; 3)$; б) $\left(2; \frac{1}{2}\right)$; в) $(12; 0)$; г) $\left(-1; 3\frac{1}{4}\right)$?

На координатной плоскости xOy постройте график уравнения:

- 8.25. а) $x + y - 4 = 0$; в) $-x - y + 6 = 0$;
б) $2x - y + 5 = 0$; г) $x + 2y - 3 = 0$.

- 8.26. а) $5x + 3y - 15 = 0$; в) $6x + 3y + 18 = 0$;
б) $7x - 4y + 28 = 0$; г) $8x - 3y - 24 = 0$.

○8.27. На координатной плоскости tOs постройте график уравнения:

- а) $7t + 9s + 63 = 0$; в) $5t - 2s = 10$;
б) $3t - 4s = 12$; г) $4t + 9s + 36 = 0$.

Постройте на координатной плоскости прямую, заданную уравнением $ax + by + c = 0$, при следующих значениях коэффициентов a , b и c :

- 8.28. а) $a = 2, b = 1, c = -3$; в) $a = 1, b = -2, c = 4$;
б) $a = -1, b = 3, c = 0$; г) $a = 3, b = -1, c = 0$.

- 8.29. а) $a = 0, b = 2, c = -6$; в) $a = 0, b = -2, c = -4$;
б) $a = -1, b = 0, c = -2$; г) $a = 5, b = 0, c = -5$.

- 8.30. а) $a = c = 0, b = 0, 2$; б) $a = \frac{1}{3}, b = c = 0$.

- 8.31. При каких значениях коэффициентов a, b, c прямая $ax + by + c = 0$:

- а) параллельна оси x ;
б) параллельна оси y ;
в) проходит через начало координат;
г) совпадает с осью x , осью y ?

- 8.32. а) Докажите, что прямые $5x + 11y = 8$ и $10x - 7y = 74$ пересекаются в точке $A(6; -2)$.
б) Докажите, что прямые $12x - 7y = 2$ и $4x - 5y = 6$ пересекаются в точке $B(-1; -2)$.

- 8.33. Найдите координаты точки пересечения прямых:

- а) $x - y = -1$ и $2x + y = 4$; б) $4x + 3y = 6$ и $2x + 3y = 0$.

- 8.34. При каком значении a точка $A(3a; 2a - 1)$ принадлежит графику уравнения:

- а) $2x + 3y - 21 = 0$; б) $2x - 3y + 21 = 0$?

- 8.35. Постройте график уравнения:

- а) $y + |x| - 3 = 0$; в) $2 - |x| + 2y = 0$;
б) $y - |x - 1| = 0$; г) $3y - |2x - 6| = 0$.

- 8.36. а) Найдите пары натуральных чисел $(x; y)$, которые удовлетворяют уравнению $5x + 3y = 75$.

- б) Найдите пары натуральных чисел $(x; y)$, которые удовлетворяют уравнению $5x - 3y = 75$ и условию $x + y < 50$.

- 8.37. Купили несколько роз по 70 р. и несколько гвоздик по 50 р., заплатив за всю покупку 460 р. Сколько купили роз и сколько гвоздик?

- 8.38. В отель приехала группа туристов в количестве 35 человек. Их разместили в двух- и трехместные номера так, что все предоставленные номера оказались заполненными. Сколько всего было предоставлено номеров, если известно, что двухместных номеров было предоставлено больше и их количество выражается нечетным числом?

- 8.39. Из городов A и B , расстояние между которыми 500 км, навстречу друг другу вышли два поезда, каждый со своей постоянной скоростью. Известно, что первый поезд вышел на 2 ч раньше второго. Встреча произошла через 3 ч после выхода второго поезда. Чему равны их скорости, если известно, что обе они выражаются натуральными числами, кратными 10, отличающимися друг от друга не более, чем на 31?
- 8.40. Будучи в заграничной поездке, Аня, Маша и Света зашли утром в кофейню. Аня заказала 2 чашечки кофе и 3 рулета, Маша — чашечку кофе и 4 рулета, а Света — чашечку кофе и 2 рулета. Аня заплатила за завтрак 7 евро, Маша — 6 евро. Сколько заплатила Света?
- 8.41. Иванов, Петров и Сидоров зашли в хозяйственный магазин за молотками и гвоздями. Иванов купил 2 молотка и коробку гвоздей, Петров — 3 молотка и 2 коробки гвоздей, а Сидоров — 4 молотка и 4 коробки гвоздей. Вес покупки Иванова равен 4 кг, Петрова — 7 кг. Сколько весит покупка Сидорова?

§ 9. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ ГРАФИК

Преобразуйте уравнение к виду линейной функции $y = kx + m$ и выпишите коэффициенты k и m :

9.1. а) $y = \frac{15x - 7}{2}$; в) $y = \frac{19x - 11}{5}$;

б) $y = \frac{8x + 3}{4}$; г) $y = \frac{9x + 7}{5}$.

9.2. а) $y = \frac{5 - 3x}{4}$; в) $y = \frac{12 + 7x}{5}$;

б) $y = \frac{6 + x}{3}$; г) $y = \frac{-16 - 4x}{8}$.

9.3. Установите, задает ли уравнение линейную функцию:

а) $y = x^2 + 5$; в) $y = \frac{x}{5} + 2$;

б) $y = \frac{5}{x} + 2$; г) $y = (x - 5)^2$.

9.4. Установите, задает ли уравнение линейную функцию:

а) $y = \frac{x+3}{3}$;

в) $y = \frac{6-4x}{8}$;

б) $y = \frac{2}{3x} - 1$;

г) $y = \frac{2}{x+3}$.

Преобразуйте линейное уравнение с двумя переменными x и y к виду линейной функции $y = kx + m$ и выпишите коэффициенты k и m :

9.5. а) $12x - y = -17$;

в) $y - 36x = -40$;

б) $y - 19x = 5$;

г) $15x + y = 53$.

9.6. а) $x - y = 9$;

в) $y - x = 15$;

б) $y - 7x = 11$;

г) $35x - y = 8$.

9.7. а) $8x + 3y = 24$;

в) $3x + 4y = 12$;

б) $5x - 2y = 10$;

г) $7x - 5y = 35$.

9.8. а) $5x + 6y = 0$;

в) $15x - 12y = 0$;

б) $7x - 9y = 11$;

г) $2x + 3y = 57$.

9.9. а) $19x + y - 5 = 0$;

в) $y - 7x - 11 = 0$;

б) $7x - 5y + 3 = 11$;

г) $3x + 4y + 1 = 57$.

9.10. а) $\frac{x+y}{2} = 1$;

в) $\frac{x-y}{5} = -1$;

б) $\frac{2x-y}{3} = -2$;

г) $\frac{6x+y}{2} = 3$.

9.11. Найдите значение линейной функции при данном значении аргумента:

а) $y = 5x + 6$ при $x = -1$;

в) $y = 12x + 1$ при $x = 3$;

б) $y = 7x - 8$ при $x = 0$;

г) $y = 9x - 7$ при $x = -2$.

9.12. Найдите значение линейной функции $y = 0,5x - 4$, если значение ее аргумента равно:

а) 6; б) 3,2; в) -7; г) -8,9.

9.13. Найдите значение аргумента, при котором линейная функция $y = 5x - 3,5$ принимает значение:

а) 11,5; б) 0; в) -3,5; г) -6,5.

9.14. Выясните, проходит ли график линейной функции $y = 3,2x - 5$ через точку:

а) $A(3; 4,6)$; б) $B(1,2; 0)$; в) $C(7,5; 4)$; г) $D(2,2; 2,04)$.

Постройте график линейной функции в соответствующей системе координат:

9.15. а) $y = x + 2$; б) $y = x - 3$; в) $y = x + 5$; г) $y = x - 1$.

8.16. а) $y = 4x - 6$; б) $y = 5x + 7$; в) $y = 3x - 3$; г) $y = 2x + 1$.

9.17. а) $y = -x + 2$; в) $y = -x + 1$;

б) $y = -x - 3$; г) $y = -x - 8$.

9.18. а) $y = -3x + 2$; в) $y = -7x + 3$;

б) $y = -4x + 1$; г) $y = -5x + 2$.

9.19. а) $y = 2x$; б) $y = -3x$; в) $y = -6x$; г) $y = x$.

9.20. Постройте график линейной функции $y = kx$, если известно, что ему принадлежит точка:

а) $M(12; 48)$; в) $M(3; -18)$;

б) $M(-16; 32)$; г) $M(-14; -21)$.

9.21. Прямая AB проходит через начало координат и точку $B(-21; 84)$. Графиком какой из указанных линейных функций является прямая AB :

а) $y = -21x + 84$; б) $y = -4x + 4$; в) $y = -4x$; г) $y = 4x$?

9.22. Задайте линейную функцию формулой $s = kt$, если известно, что ее график на координатной плоскости tOs проходит через начало координат и через точку:

а) $A(5; 7)$; б) $B(-2; -8)$; в) $C(9; -3)$; г) $D(-4; 12)$.

9.23. Зависимость между переменными y и x выражена формулой $y = kx$. Определите значение коэффициента k и выясните, возрастает или убывает линейная функция $y = kx$, если:

а) $y = 12$ при $x = 3$; в) $y = 45$ при $x = -9$;

б) $y = -25$ при $x = 5$; г) $y = -99$ при $x = -11$.

Постройте график линейной функции в соответствующей системе координат:

○9.24. а) $y = 0,4x + 2$; в) $y = 0,2x - 4$;
б) $y = -2,5x - 3$; г) $y = -1,5x + 8$.

○9.25. а) $y = \frac{1}{3}x - 1$; в) $y = \frac{1}{2}x + 5$;
б) $y = -\frac{1}{2}x + 1$; г) $y = -\frac{2}{3}x - 2$.

Постройте график линейной функции в соответствующей системе координат:

○9.26. а) $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$; в) $y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{3}$;

б) $y = -\frac{3}{10}x - \frac{2}{5}$; г) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

○9.27. а) $s = 1,5t + 0,5$; в) $s = -4,5t - 2,5$;

б) $s = -3,5t + 4,5$; г) $s = 2,5t - 3,5$.

○9.28. а) $s = \frac{2}{3}t - 1$; б) $u = -\frac{v}{2} + 1$; в) $s = \frac{v}{4} - 2$; г) $u = -\frac{2}{3}t + 1$.

○9.29. Найдите координаты точки пересечения графиков линейных функций:

а) $y = x + 4$ и $y = 2x$;

б) $y = -2x + 3$ и $y = 2x - 5$;

в) $y = -x$ и $y = 3x - 4$;

г) $y = 3x + 2$ и $y = -0,5x - 5$.

○9.30. Найдите координаты точек пересечения с осями координат графика линейной функции:

а) $y = 7,5x + 45$; в) $y = 3,4x - 27,2$;

б) $y = 2,6x - 7,8$; г) $y = 18,1x + 36,2$.

○9.31. Постройте график линейной функции $y = 0,4x$. Найдите по графику:

а) значение y , соответствующее значению x , равному 0; 5; 10; -5;

б) значение x , которому соответствует значение y , равное 0; 2; 4; -2;

в) решения неравенства $0,4x > 0$;

г) решения неравенства $-2 \leq y \leq 0$.

○9.32. Постройте график линейной функции $y = -2,5x$. Найдите по графику:

а) значение y , соответствующее значению x , равному 0; 2; -2;

б) значение x , которому соответствует значение y , равное 0; 5; -5;

в) решения неравенства $-2,5x \geq 0$;

г) решения неравенства $0 < y < 2$.

- 9.33. Постройте график линейной функции $y = x + 4$. Найдите:
- а) координаты точек пересечения графика с осями координат;
 - б) значение y , соответствующее значению x , равному -2 ; -1 ; 1 ;
 - в) значение x , которому соответствует значение y , равное 1 ; -2 ; 7 ;
 - г) выясните, возрастает или убывает заданная линейная функция.
- 9.34. Постройте график линейной функции $y = -4x + 8$. Найдите:
- а) координаты точек пересечения графика с осями координат;
 - б) значение y , соответствующее значению x , равному 0 ; 1 ; 2 ; 3 ;
 - в) значение x , которому соответствует значение y , равное 0 ; 4 ; 8 ;
 - г) выясните, возрастает или убывает заданная линейная функция.
- 9.35. Постройте график функции $y = 2x - 4$.
- а) Найдите координаты точки пересечения графика с осью абсцисс.
 - б) Выделите ту часть графика, которая лежит выше оси абсцисс. Какие по знаку значения y соответствуют выделенной части графика? Какие значения принимает при этом выражение $2x - 4$?
 - в) Определите, какие значения x соответствуют выделенной части графика.
 - г) Найдите, при каких значениях x выполняется неравенство $y < 0$.
Запишите выводы, сделанные в пунктах б), в), г), в виде неравенств.
- 9.36. Постройте график функции $y = -0,5x + 2$ и прямую $y = 4$.
- а) Найдите координаты точки пересечения прямых.
 - б) Выделите ту часть графика функции $y = -0,5x + 2$, которая расположена ниже прямой $y = 4$. Какие значения y соответствуют выделенной части графика? Какие значения при этом принимает выражение $-0,5x + 2$?
 - в) Определите, какие значения x соответствуют выделенной части графика линейной функции.
 - г) Найдите, при каких значениях x выполняется неравенство $y > 4$. Какие значения при этом принимает выражение $-0,5x + 2$?

- 9.37. Постройте график функции $y = -3x + 6$.
- а) С помощью построенного графика решите уравнение $-3x + 6 = 0$.
 - б) Выделите ту часть графика, которая соответствует условию $y > 0$. Какие значения аргумента соответствуют выделенной части графика?
 - в) С помощью графика решите неравенство $-3x + 6 > 0$.
 - г) Решите неравенство $-3x + 6 < 0$.
- 9.38. Постройте график функции $y = 2x - 6$.
- а) С помощью построенного графика решите уравнение $2x - 6 = 0$.
 - б) Выделите ту часть графика, которая соответствует условию $y < 0$. При каких значениях аргумента функция принимает отрицательные значения?
 - в) С помощью графика решите неравенство $2x - 6 \leq 0$.
 - г) Решите неравенство $2x - 6 \geq 0$.
- 9.39. Постройте график линейной функции $y = 3x - 9$ и с его помощью найдите:
- а) координаты точки пересечения графика с осью абсцисс;
 - б) все значения аргумента, при которых выполняется неравенство $y < 0$;
 - в) решение неравенства $3x - 9 > 0$;
 - г) значения x , при которых выполняется неравенство $y > -9$.
- 9.40. Постройте график линейной функции $y = -2x + 6$ и с его помощью найдите:
- а) координаты точки пересечения графика с осью абсцисс;
 - б) все значения аргумента, при которых выполняется неравенство $y > 0$;
 - в) решение неравенства $-2x + 6 < 0$;
 - г) значения x , при которых выполняется неравенство $y > 6$.
- 9.41. Постройте график линейной функции $y = 3x - 6$ и с его помощью решите неравенство:
- а) $3x - 6 > 0$;
 - б) $3x - 6 \leq 0$;
 - в) $3x - 6 < 0$;
 - г) $3x - 6 \geq 0$.
- 9.42. Постройте график линейной функции $y = 4x + 4$ и с его помощью решите неравенство:
- а) $4x + 4 > 0$;
 - б) $4x + 4 \leq 0$;
 - в) $4x + 4 < 0$;
 - г) $4x + 4 \geq 0$.

- 9.43. Построив график линейной функции $y = 3 - \frac{1}{2}x$, решите неравенство:
- а) $3 - \frac{1}{2}x \leq 0$; в) $3 - \frac{1}{2}x \geq 0$;
 б) $3 - \frac{1}{2}x \geq -1$; г) $3 - \frac{1}{2}x \leq 4$.
- 9.44. а) Найдите точку графика линейной функции $y = 3x - 12$, абсцисса которой равна ординате.
 б) Найдите точку графика линейной функции $y = 5x + 4$, абсцисса которой равна ординате.
- 9.45. а) Найдите точку графика линейной функции $y = 2x + 9$, абсцисса и ордината которой — противоположные числа.
 б) Найдите точку графика линейной функции $y = -3x + 8$, абсцисса и ордината которой — противоположные числа.
- 9.46. а) Найдите точку графика линейной функции $y = x + 15$, абсцисса которой в 2 раза меньше ординаты.
 б) Найдите точку графика линейной функции $y = 2x - 35$, абсцисса которой в 3 раза больше ординаты.
- 9.47. Найдите значение m , если известно, что график линейной функции $y = -5x + m$ проходит через точку:
 а) $N(1; 2)$; б) $K(0,5; 4)$; в) $N(-7; 8)$; г) $P(1,2; -3)$.
- 9.48. Найдите значение k , если известно, что график линейной функции $y = kx + 4$ проходит через точку:
 а) $C(3; 5)$; б) $D\left(\frac{1}{2}; 1\right)$; в) $E(-6; -8)$; г) $F\left(\frac{1}{3}; -8\right)$.
- Постройте график линейной функции $y = 2x + 3$ и выделите его часть, соответствующую заданному промежутку оси x :
- 9.49. а) $[0; 1]$; б) $[-2; 2]$; в) $[1; 3]$; г) $[-1; 1]$.
 9.50. а) $(-\infty; 1)$; б) $(-2; +\infty)$; в) $(-\infty; -2)$; г) $(0; +\infty)$.
 9.51. а) $(-\infty; 1]$; б) $[-2; +\infty]$; в) $(-\infty; -2]$; г) $[0; +\infty)$.
 9.52. а) $(-2; 0)$; б) $(-2; -1)$; в) $(-1; 1)$; г) $(-1; 3)$.
- Постройте график линейной функции $y = -3x + 1$ и выделите его часть, соответствующую заданному промежутку оси x :
- 9.53. а) $[1; 2]$; б) $(-2; -1]$; в) $[0; 1]$; г) $(-1; 0]$.
 9.54. а) $(-\infty; 0]$; б) $(2; +\infty)$; в) $(-\infty; 0)$; г) $[1; +\infty)$.
 9.55. а) $[0; 2]$; б) $(1; 3)$; в) $[-1; 1]$; г) $(-2; 1]$.

Найдите наименьшее и наибольшее значения линейной функции:

- 9.56. а) $y = 3x$ на отрезке $[0; 1]$; в) $y = 3x$ на луче $(-\infty; -1]$;
б) $y = 3x$ на луче $[1; +\infty)$; г) $y = 3x$ на отрезке $[-1; 1]$.

- 9.57. а) $y = -2x$ на полуинтервале $[-2; 2)$;
б) $y = -2x$ на луче $[0; +\infty)$;
в) $y = -2x$ на луче $(-\infty; 1]$;
г) $y = -2x$ на полуинтервале $(-1; 0]$.

- 9.58. а) $y = 0,4x$, если $x \in [0; 5]$;
б) $y = 0,4x$, если $x \in [-5; +\infty)$;
в) $y = 0,4x$, если $x \in (-\infty; 0]$;
г) $y = 0,4x$, если $x \in (-5; 5)$.

- 9.59. а) $y = -\frac{3}{4}x$, если $x \in [-4; 4]$;
б) $y = -\frac{3}{4}x$, если $x \in (0; +\infty)$;
в) $y = -\frac{3}{4}x$, если $x \in [-4; +\infty)$;
г) $y = -\frac{3}{4}x$, если $x \in (0; 4]$.

Найдите наименьшее и наибольшее значения линейной функции на заданном промежутке:

- 9.60. а) $y = x + 3$, $[-2; -1]$; в) $y = x + 3$, $[-3; -1]$;
б) $y = -x + 5$, $[-1; 4]$; г) $y = -x + 5$, $[2; 5]$.

- 9.61. а) $y = 4x - 1$, $[-1; 2]$; в) $y = 3x - 2$, $[-1; 1]$;
б) $y = -2x + 5$, $[0; 4]$; г) $y = -5x + 7$, $[0; 2]$.

- 9.62. Постройте график линейной функции $y = x + 5$ и с его помощью найдите:

- а) координаты точек пересечения графика с осями координат;
б) все значения аргумента, при которых выполняется неравенство $y < 0$;
в) отрезок оси x , на котором выполняется неравенство $0 \leq y \leq 5$;
г) наименьшее и наибольшее значения линейной функции на отрезке $[-4; 1]$.

- 9.63. Постройте график линейной функции $y = -3x + 6$ и с его помощью найдите:
- координаты точек пересечения графика с осями координат;
 - отрезок оси x , на котором выполняется неравенство $-3 \leq y \leq 0$;
 - все значения аргумента, при которых выполняется неравенство $y > 0$;
 - наименьшее и наибольшее значения линейной функции на отрезке $[-1; 2]$.
- 9.64. Определите знаки коэффициентов k и m , если известно, что график линейной функции $y = kx + m$ проходит:
- через первый, второй и третий координатные углы плоскости xOy ;
 - через первый, второй и четвертый координатные углы плоскости xOy ;
 - через первый, третий и четвертый координатные углы плоскости xOy ;
 - через второй, третий и четвертый координатные углы плоскости xOy .
- 9.65. Как расположен в координатной плоскости xOy график линейной функции $y = kx + m$, если известно, что:
- $k > 0, m = 0$;
 - $k < 0, m = 0$;
 - $k = 0, m \neq 0$;
 - $k = 0, m = 0$?
- 9.66. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку пересечения графиков линейных функций $y = 9x - 28$ и $y = 13x + 12$ параллельно:
- оси абсцисс;
 - оси ординат.
- 9.67. Задайте формулой линейную функцию, график которой изображен:
- на рис. 7;
 - на рис. 8;
 - на рис. 9;
 - на рис. 10.

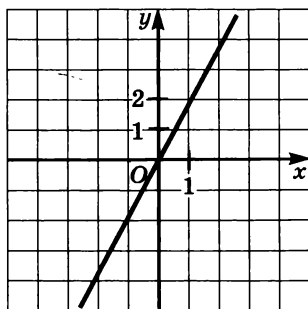


Рис. 7

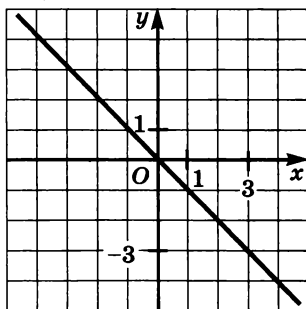


Рис. 8

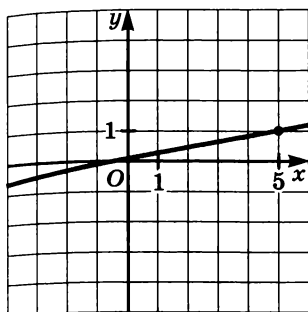


Рис. 9

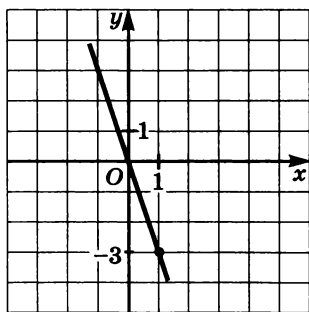


Рис. 10

○9.68. Определите знаки коэффициентов k и t , если известно, что график линейной функции $y = kx + t$ изображен:

- а) на рис. 11; в) на рис. 13;
б) на рис. 12; г) на рис. 14.

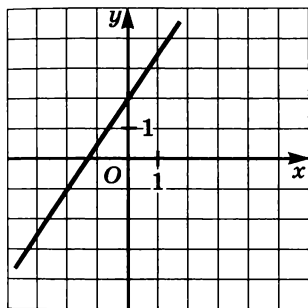


Рис. 11

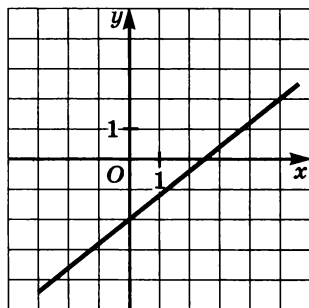


Рис. 12

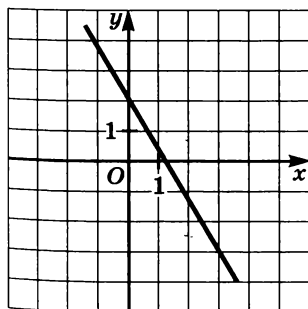


Рис. 13

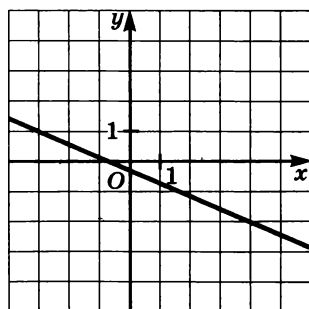


Рис. 14

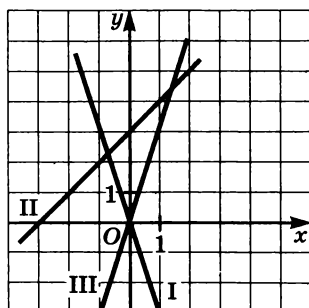


Рис. 15

○9.69. На рис. 15 изображены графики функций $y = 3x$, $y = -3x$, $y = x + 3$. Укажите, какая формула соответствует тому или иному графику.

○9.70. Выясните, корректно ли задание: найти точку пересечения указанных прямых. Если задание корректно, то выполните его.

а) $y = 2x$, $y = 2x - 3$;

б) $y = 3x$, $y = 2x - 1$;

в) $y = 5 - x$, $y = -x$;

г) $y = 4$, $y = x + 3$.

○9.71. Составьте уравнение прямой $y = kx + t$, изображенной на заданном рисунке:

а) рис. 16;

в) рис. 18;

б) рис. 17;

г) рис. 19.

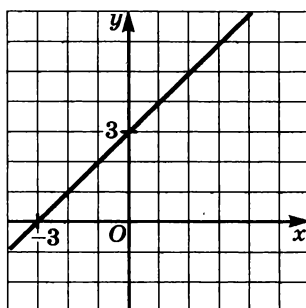


Рис. 16

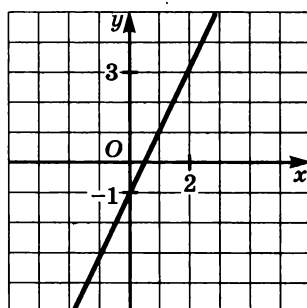


Рис. 17

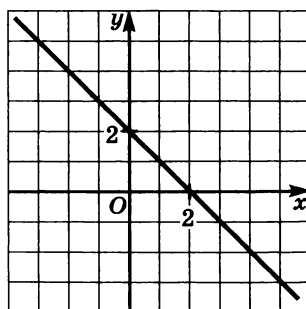


Рис. 18

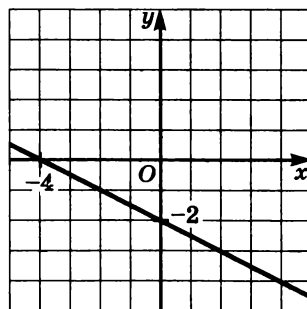


Рис. 19

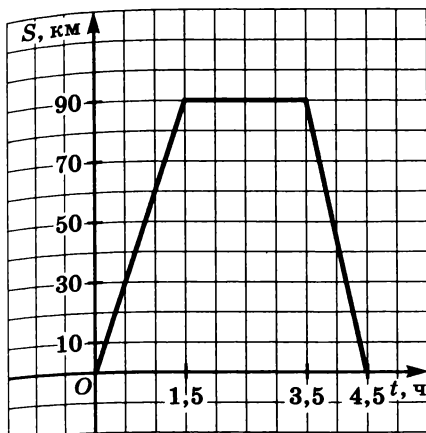


Рис. 20

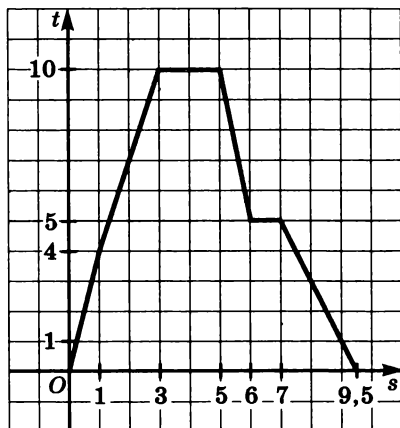


Рис. 21

●9.72. Автомобиль вез с постоянной скоростью груз на базу. Потратив некоторое время на разгрузку, он вернулся назад. На рис. 20 изображен график движения автомобиля.

- Каково расстояние до базы, сколько времени ехал до базы автомобиль и с какой скоростью?
- Сколько времени длилась разгрузка?
- Сколько времени ехал автомобиль обратно и с какой скоростью?
- Сколько времени продолжалась вся поездка и какой суммарный путь пройден автомобилем?
- Чему равна средняя скорость движения: без учета времени разгрузки; с учетом времени разгрузки?

●9.73. На рис. 21 изображен график движения туриста в течение одного дня. Пользуясь им, ответьте на следующие вопросы:

- Сколько всего времени длились привалы?
- Сколько времени длился весь маршрут (от дома до дома)?
- Какой путь пройден туристом за весь день?
- На каком из четырех участков движения скорость туриста была наибольшей? Найдите скорости движения на каждом из четырех участков.
- Чему равна средняя скорость движения: без учета времени привалов; с учетом времени привалов?

§ 10. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ГРАФИКОВ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Не выполняя построения, установите взаимное расположение графиков линейных функций:

10.1. а) $y = 2x$ и $y = 2x - 4$;

б) $y = x + 3$ и $y = 2x - 1$;

в) $y = 4x + 6$ и $y = 4x + 6$;

г) $y = 12x - 4$ и $y = -x + 1$.

10.2. а) $y = 0,5x + 8$ и $y = \frac{1}{2}x + 8$;

б) $y = \frac{3}{10}x - 2$ и $y = 7x - 4$;

в) $y = 5x + 8$ и $y = \frac{10}{2}x - 2$;

г) $y = 105x - 11$ и $y = \frac{3}{8}x + 15$.

10.3. а) $y = \frac{14}{2}x - 5$ и $y = 7x + 3$;

б) $y = 6x + \frac{1}{3}$ и $y = 7 + 6x$;

в) $y = \frac{12}{16}x + \frac{8}{10}$ и $y = \frac{15}{20}x + \frac{4}{5}$;

г) $y = \frac{8}{9}x - \frac{1}{7}$ и $y = \frac{8}{9}x + \frac{1}{10}$.

Подставьте вместо символа * такое число, чтобы графики заданных линейных функций были параллельны:

10.4. а) $y = 8x + 12$ и $y = *x - 3$;

б) $y = *x - 4$ и $y = 5 + 6x$;

в) $y = *x + 6$ и $y = 12 - 7x$;

г) $y = 4x - 1$ и $y = *x + 11$.

- 10.5. а) $y = *x + 5$ и $y = *x + 7$;
б) $y = 45x - 9$ и $y = 45x + *$;
в) $y = -*x - 3$ и $y = *x + 1$;
г) $y = 1,3x + 21$ и $y = 1,3x - *$.

Подставьте вместо символа $*$ такое число, чтобы графики заданных линейных функций пересекались:

- 10.6. а) $y = 6x + 1$ и $y = *x - 3$; в) $y = 7x + 8$ и $y = *x - 4$;
б) $y = *x + 5$ и $y = 9x - 1$; г) $y = *x - 15$ и $y = 3x + 2$.
10.7. а) $y = 2x + *$ и $y = x - *$; в) $y = 3x - *$ и $y = -x - *$;
б) $y = *x - 1$ и $y = *x + 3$; г) $y = *x + 17$ и $y = *x + 9$.

Подставьте вместо символа $*$ такое число, чтобы графики заданных линейных функций совпадали; установите, в каких случаях это задание некорректно:

- 10.8. а) $y = *x + 5$ и $y = x + 7$; в) $y = 6x - 3$ и $y = *x - 3$;
б) $y = *x + 8$ и $y = 5x + 8$; г) $y = 7x - 9$ и $y = *x - 8$.
10.9. а) $y = 8x + *$ и $y = 7x + 8$;
б) $y = 4,5x - *$ и $y = 4,5x - *$;
в) $y = 0,35x - *$ и $y = 0,35x - *$;
г) $y = 2x + *$ и $y = 2x + *$.
10.10. Задайте формулой линейную функцию $y = kx$, график которой параллелен графику данной линейной функции:
а) $y = 4x - 3$; в) $y = \frac{1}{3}x + 2$;
б) $y = -3x + 1$; г) $y = -0,5x - 4$.
10.11. Задайте формулой линейную функцию $y = kx$, график которой параллелен прямой:
а) $x + y - 3 = 0$; в) $2x - y + 4 = 0$;
б) $2x - 3y - 12 = 0$; г) $-x + 2y + 6 = 0$.

- 10.12. Найдите координаты точки пересечения заданных прямых; если это невозможно, объясните почему:
а) $y = 2x + 3$ и $y = 3x + 2$;
б) $y = -15x - 14$ и $y = -15x + 8$;
в) $y = 7x + 4$ и $y = -x + 4$;
г) $y = 7x + 6$ и $y = 7x + 9$.

Найдите координаты точки пересечения заданных прямых; если это невозможно, объясните почему:

- 10.13. а) $y = 15x + 17$ и $y = 15x + 17$;
б) $y = -3x + 4$ и $y = 2x - 1$;
в) $y = 13x - 8$ и $y = 13x - 8$;
г) $y = -5x + 3$ и $y = x - 3$.
- 10.14. а) $y = x + 5$ и $y = x + 7$;
б) $y = 1,5x + 4$ и $y = 1,5x + 4$;
в) $y = -2x + 8$ и $y = 8$;
г) $y = 79x$ и $y = 75x$.
- 10.15. Не выполняя построения графиков, найдите координаты точки пересечения прямых:
а) $y = x + 5$ и $y = 1,5x + 4$;
б) $y = 75x - 1$ и $y = 78x$;
в) $y = -2x + 8$ и $y = x - 7$;
г) $y = -49x$ и $y = -42x + 3$.
- 10.16. Задайте линейную функцию, график которой параллелен графику данной линейной функции и проходит через данную точку M :
а) $y = 3x$, $M(0; -2)$; в) $y = -5x$, $M(0; 3)$;
б) $y = -2,5x$, $M(2; 1)$; г) $y = 1,5x$, $M(-4; -3)$.
- 10.17. Задайте линейную функцию, график которой параллелен данной прямой и проходит через заданную точку N :
а) $x + y - 1 = 0$, $N(0; -2)$;
б) $-4x + 2y + 1 = 0$, $N(1; 4)$;
в) $x - y + 3 = 0$, $N(0; 1)$;
г) $-9x - 3y + 2 = 0$, $N(-2; 1)$.
- 10.18. Даны две возрастающие линейные функции $y = k_1x + m_1$, $y = k_2x + m_2$. Подберите такие коэффициенты k_1 , k_2 , m_1 , m_2 , чтобы графики линейных функций были параллельны.
- 10.19. Даны две убывающие линейные функции $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$. Подберите такие коэффициенты k_1 , k_2 , m_1 , m_2 , чтобы графики линейных функций совпадали.
- 10.20. Даны две линейные функции $y = k_1x + m_1$, $y = k_2x + m_2$. Подберите такие коэффициенты k_1 , k_2 , m_1 , m_2 , чтобы графики линейных функций пересекались, причем обе функции были:
а) возрастающими; б) убывающими.

- 10.21. Построив графики линейных функций $y = 2x - 3$ и $y = 3x - 7$, решите заданное уравнение или неравенство:
- а) $2x - 3 = 3x - 7$; в) $2x - 3 < 3x - 7$;
 б) $2x - 3 > 3x - 7$; г) $2x - 3 \geq 3x - 7$.
- 10.22. Графики линейных функций $y = kx + m$ и $y = ax + b$ пересекаются в точке, лежащей внутри третьего координатного угла координатной плоскости xOy . Определите знаки коэффициентов k, m, a, b , если известно, что прямая $y = kx + m$ не проходит через второй координатный угол, а прямая $y = ax + b$ проходит через начало координат.
- 10.23. Графики линейных функций $y = kx + m$ и $y = ax + b$ пересекаются в точке, лежащей внутри второго координатного угла координатной плоскости xOy . Определите знаки коэффициентов k, m, a, b , если известно, что прямая $y = kx + m$ не проходит через третий координатный угол, а прямая $y = ax + b$ проходит через первый координатный угол.
- 10.24. Для двух линейных функций $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ подберите такие коэффициенты k_1, k_2, b_1, b_2 , чтобы их графики пересекались в первом координатном угле и одна из функций была бы убывающей, а вторая возрастающей.
- 10.25. Для двух линейных функций $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ подберите такие коэффициенты k_1, k_2, b_1, b_2 , чтобы их графики пересекались во втором координатном угле и обе функции были бы убывающими.
- 10.26. При каком значении a графики данных линейных функций не имеют общих точек:
- а) $y = (2a - 3)x + 5a$, $y = (a + 2)x - 3a - 1$;
 б) $y = (3a + 2)x + 7a - 2$, $y = (11a - 6)x + 3a + 2$;
 в) $y = a + 1 - 3ax$, $y = (a + 8)x + a^2$;
 г) $y = (7 + 3a)x + a^2 - 1$, $y = (a + 1)x - 3a - 1$?
- 10.27. Постройте на координатной плоскости xOy множество точек, координаты которых удовлетворяют заданным соотношениям:

а) $\begin{cases} x + y \geq 0, \\ 2x - y \leq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 1 - y \leq 0, \\ 2x + 3y \leq 6. \end{cases}$

Постройте на координатной плоскости xOy множество точек, координаты которых удовлетворяют заданным соотношениям:

●10.28. а) $\begin{cases} |x| \leq 2, \\ y - 2x \geq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} |y| \leq 3, \\ x + y + 3 \geq 0. \end{cases}$

●10.29. а) $\begin{cases} |x - 1| \leq 2, \\ |y - 2| \leq 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} |x| \geq 1, \\ |x + 1| \leq 3. \end{cases}$

●10.30. Принадлежит ли начало координат множеству точек координатной плоскости xOy , заданному следующими условиями:

$$\begin{cases} x - y - 2 \leq 0, \\ x + y + 2 \geq 0, \\ |y + 1| < 1? \end{cases}$$

§ 11. ЧТО ТАКОЕ СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Запишите произведение в виде степени, назовите основание и показатель степени:

- 11.1. а) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; б) $0,5 \cdot 0,5$;
 в) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; г) $8,4 \cdot 8,4 \cdot 8,4 \cdot 8,4 \cdot 8,4$.
- 11.2. а) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$; б) $z \cdot z \cdot z \cdot z \cdot z \cdot z$;
 в) $y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$; г) $q \cdot q \cdot q$.
- 11.3. а) $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$;
 б) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$;
 в) $(-2,5) \cdot (-2,5) \cdot (-2,5)$;
 г) $\left(-5\frac{7}{8}\right) \cdot \left(-5\frac{7}{8}\right)$.
- 11.4. а) $(-c) \cdot (-c) \cdot (-c) \cdot (-c)$;
 б) $(-d) \cdot (-d) \cdot (-d)$;
 в) $(-r) \cdot (-r) \cdot (-r) \cdot (-r) \cdot (-r)$;
 г) $(-s) \cdot (-s) \cdot (-s) \cdot (-s) \cdot (-s) \cdot (-s)$.
- 11.5. а) $(ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \cdot (ab)$;
 б) $(-pq) \cdot (-pq) \cdot (-pq)$;
 в) $(mn) \cdot (mn) \cdot (mn) \cdot (mn) \cdot (mn)$;
 г) $(-xy) \cdot (-xy) \cdot (-xy) \cdot (-xy) \cdot (-xy) \cdot (-xy)$.
- 11.6. а) $(c - d) \cdot (c - d) \cdot (c - d)$;
 б) $(z + t) \cdot (z + t)$;
 в) $(p - q) \cdot (p - q) \cdot (p - q) \cdot (p - q)$;
 г) $(x + y) \cdot (x + y) \cdot (x + y) \cdot (x + y) \cdot (x + y) \cdot (x + y)$.

Запишите выражение в виде произведения степеней, назовите основание и показатель каждой степени:

11.7. а) $13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$;

б) $0,7 \cdot 0,7 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$;

в) $(-0,45) \cdot (-0,45) \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$;

г) $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot 0,1 \cdot 0,1$.

11.8. а) $5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 7$; в) $7,95 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 7,95 \cdot 13$;

б) $(-0,3) \cdot \frac{3}{5} \cdot (-0,3) \cdot \frac{3}{5}$; г) $\left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot 17,8 \cdot 17,8 \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

11.9. Представьте в виде произведения одинаковых множителей:

а) $(4pq)^2$; б) $\left(-\frac{a}{b}\right)^4$; в) $(z - x)^3$; г) $\left(\frac{5c}{6d}\right)^5$.

Вычислите:

11.10. а) 2^n , если $n = 1, 4, 5$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^n$, если $n = 2, 3, 5$;

б) $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$, если $n = 2, 3, 6$; г) $(-5)^n$, если $n = 1, 2, 3$.

11.11. а) a^3 , если $a = -2, 0, 3$; в) c^5 , если $c = -1, 0, 2, 10$;

б) b^4 , если $b = -3, \frac{1}{3}, 1$; г) d^6 , если $d = -1, -\frac{1}{2}, 3$.

11.12. Представьте в виде куба некоторого числа данное число:

а) 125; б) $\frac{1}{64}$; в) -0,216; г) $-\frac{343}{512}$.

11.13. Вычислите значение степени, если:

а) основание равно 3, показатель равен 5;

б) основание равно -0,5, показатель равен 4;

в) основание равно $-\frac{3}{4}$, показатель равен 3;

г) основание равно $1\frac{1}{7}$, показатель равен 2.

Запишите произведение в виде степени, назовите основание и показатель каждой степени:

11.14. а) $\underbrace{6 \cdot 6 \dots 6}_{m \text{ множителей}};$

в) $\underbrace{a \cdot a \dots a}_{k \text{ множителей}};$

б) $\underbrace{(-7) \cdot (-7) \dots (-7)}_{n \text{ множителей}};$

г) $\underbrace{b \cdot b \dots b}_{m \text{ множителей}}.$

11.15. а) $\underbrace{(xy) \cdot (xy) \dots (xy)}_{n \text{ множителей}};$

в) $\underbrace{(m-n) \cdot (m-n) \dots (m-n)}_{k \text{ множителей}};$

б) $\underbrace{(-cd) \cdot (-cd) \dots (-cd)}_{m \text{ множителей}};$

г) $\underbrace{(t+v) \cdot (t+v) \dots (t+v)}_{n \text{ множителей}}.$

11.16. Упростите выражение:

а) $\underbrace{c \cdot c \dots c}_{k \text{ множителей}} \cdot \underbrace{d \cdot d \dots d}_{n \text{ множителей}};$

б) $\underbrace{(-a) \cdot (-a) \dots (-a)}_{n \text{ множителей}} \cdot \underbrace{b \cdot b \dots b}_{k \text{ множителей}};$

в) $\underbrace{(a-b) \cdot (a-b) \dots (a-b)}_{m \text{ множителей}} \cdot (x-z);$

г) $(p-q) \cdot (p-q) \cdot \underbrace{(x-y) \dots (x-y)}_{m \text{ множителей}}.$

11.17. Запишите на математическом языке:

а) чему равна площадь квадрата S со стороной, равной a ;

б) чему равен объем куба V , если ребро равно a .

11.18. а) Вычислите площадь квадрата, сторона которого равна:

3 см, 7 дм, 1,5 см, $\frac{1}{4}$ дм.

б) Вычислите объем куба, ребро которого равно:

10 м, 4 м, 0,6 м, $\frac{3}{7}$ м.

11.19. а) Вычислите сторону квадрата, если его площадь равна:

16 см², 0,25 дм², 100 мм², $\frac{4}{9}$ м².

б) Вычислите ребро куба, если его объем равен:

27 мм³, 0,125 см³, 64 дм³, $\frac{8}{125}$ м³.

11.20. а) Площадь грани куба равна 25 см². Найдите объем куба.

б) Объем куба равен 27 м³. Найдите площадь его грани.

Вычислите:

○11.21. а) $3 \cdot (-4)^2$; б) $(-2)^5 \cdot 3$; в) $8^1 \cdot 7^1$; г) $(-0,5)^2 \cdot (-2)^2$.

○11.22. а) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 1\frac{1}{3}$; б) $3^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3$; в) $1 : \left(-\frac{1}{3}\right)^3$; г) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 1\frac{2}{3}$.

○11.23. а) $\frac{0,2^4}{40}$; б) $\frac{1,8}{(0,3)^2}$; в) $\frac{1}{(-0,1)^3}$; г) $\frac{1,6}{(0,4)^2}$.

○11.24. а) $\left(2\frac{1}{5}\right)^2$; б) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^3$; в) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^4$; г) $\left(5\frac{1}{4}\right)^2$.

○11.25. а) $3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 3^4$; б) $5 \cdot 3^3 + 3 \cdot 5^2$;
б) $7 \cdot 3^2 + 3 \cdot 7^2$; г) $7 \cdot 5^2 + 5 \cdot 7^2$.

○11.26. а) $7 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^2$; б) $9^2 \cdot 3 + 100 \cdot (0,1)^2$.

○11.27. а) $\left(\frac{1}{9}\right)^2 \cdot 27 + (0,1)^4 \cdot 5000$; б) $100 : 5^2 - \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot 128$.

○11.28. а) $\left(2\frac{2}{3}\right)^3 - \left(1\frac{2}{3}\right)^3$; б) $\left(-1\frac{1}{4}\right)^3 + \left(2\frac{1}{8}\right)^2$.

○11.29. а) $\frac{-2^4}{3} - \frac{2^4}{9}$; б) $\frac{(-2)^2}{2^3} - \frac{5^2}{4}$; в) $\frac{(-2)^3}{5} - \frac{3}{2^2}$; г) $\frac{14}{3^3} - \frac{2^4}{(-3)^2}$.

○11.30. Найдите значение выражения; запишите ответ в виде десятичной дроби:

а) $\frac{\left(1\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 0,5^3}{\left(\frac{2}{9}\right)^2}$; б) $\frac{\left(4\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 1,8^2}{\left(1\frac{4}{5}\right)^3}$.

○11.31. Вычислите:

а) $\frac{\left(-1\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(2\frac{2}{3}\right)^2}{\left(-1\frac{1}{7}\right)^2}$; б) $\frac{\left(\frac{12}{25}\right)^3 \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right)^2}{\left(-\frac{1}{5}\right)^2}$.

○11.32. Представьте в виде произведения степеней простых чисел число:

а) 8000; б) 50 625.

- 11.33. а) Запишите на математическом языке, чему равна площадь S полной поверхности куба, если его ребро равно a .
 б) Вычислите площадь полной поверхности куба, ребро которого равно 7 см.
- 11.34. а) Площадь поверхности куба равна 384 дм^2 . Вычислите ребро и объем куба.
 б) Объем куба равен 125 см^3 . Вычислите ребро и площадь поверхности куба.
- 11.35. Сколько рулонов обоев потребуется для того, чтобы оклеить стены квадратной комнаты, высота которой равна 3 м, а площадь пола 9 м^2 , если одним рулоном можно оклеить $7,2 \text{ м}^2$?
- 11.36. Сколько нужно килограммов краски, чтобы покрасить пол в квадратной комнате, длина каждой стены которой 4 м, если на покраску 1 м^2 нужно 200 г краски?
- 11.37. Сколько литров воды потребуется, чтобы наполнить аквариум, имеющий форму куба, ребро которого равно 40 см?
- 11.38. Сравните значения выражений:
 а) $3^2 \cdot 3^1$ и 3^{2+1} ; в) $2^4 \cdot 2^5$ и 2^{4+5} ;
 б) $4^2 \cdot 4^2$ и 4^{2+2} ; г) $5^2 \cdot 5^3$ и 5^{2+3} .
- 11.39. Сравните числа a и b :
 а) $a = (1,215 \cdot 234,5 \cdot 32,78)^6$, $b = (2,345 \cdot 327,8 \cdot 12,15)^7$;
 б) $a = (0,233 \cdot 0,017 \cdot 0,004)^{10}$, $b = (0,4 \cdot 0,17 \cdot 0,000233)^{11}$.
- 11.40. Найдите натуральное число a , если известно, что из трех представленных ниже утверждений два верные, а одно — неверное:
 1) a — одно из чисел 11, 12, 13, 16;
 2) последняя цифра числа a^{15} равна 6;
 3) при делении числа a^{25} на 10 в частном получается 5.

§ 12. ТАБЛИЦА ОСНОВНЫХ СТЕПЕНЕЙ

12.1. Заполните таблицу степеней:

n	1	2	3	4	5	6
3^n						
5^n						
7^n						

Вычислите:

12.2. а) 1^5 ; б) $(-1)^6$; в) $(-1)^3$; г) 1^7 .

12.3. а) 0^{101} ; б) $1^{15} \cdot 0^2$; в) $(-1)^5 \cdot 1^6$; г) $1^7 \cdot (-1)^4 \cdot 0^3 \cdot 1^9$.

12.4. а) $(-1)^{10} + 0^{12} + 1^{45}$; в) $0^{12} + 1^{41} + (-1)^{11}$;
б) $(-1)^6 + (-1)^7 - 0^8$; г) $0^{502} - 1^{14} + 1^{13} + (-1)^2$.

12.5. а) $(-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 + (-1)$;
б) $(-1)^7 + 1^8 + 0^{15} + 1^{19} + (-1)^4$;
в) $(-1)^2 - (-1)^3 - (-1)^4 - (-1)^5$;
г) $(-1)^{12} + 0^1 - 1^{24} + 0^3 - (-1)^5$.

12.6. а) 10^3 ; б) 10^4 ; в) 10^5 ; г) 10^7 .

12.7. Запишите в виде степени числа 10:

а) 1 000 000 000; в) 1 000 000;
б) 10; г) $\underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ нулей}}$.

Представьте заданное число в виде произведения степеней простых чисел:

12.8. а) 288; б) 432; в) 600; г) 784.

12.9. а) 3969; б) 64 800; в) 21 600; г) 19 360.

12.10. а) Назовите числа, квадрат которых равен 1, 9, 64, 121.
б) Назовите числа, квадрат которых равен 0,04, 1,44, $\frac{25}{36}$,

$2\frac{2}{49}$.

в) Назовите числа, четвертая степень которых равна 1, 16, 81, 625.

г) Назовите числа, четвертая степень которых равна 0,0001, 0,0016, $\frac{1}{81}$, $\frac{256}{625}$.

12.11. а) Назовите число, куб которого равен 1, -8, 125, -343.

б) Назовите число, куб которого равен 0,027, -0,216, $\frac{1}{64}$, $-\frac{343}{512}$.

в) Назовите число, пятая степень которого равна -1, -32, 243, 100 000.

г) Назовите число, пятая степень которого равна 0,03125, -0,00243, $\frac{1}{32}$, $-7\frac{19}{32}$.

Вычислите:

12.12. а) $(-2)^5$; б) $(-3)^4$; в) $(-0,5)^3$; г) $\left(-\frac{1}{4}\right)^2$.

12.13. а) $(-2,5)^2 + 1,5^2$; в) $(-0,5)^3 + (-0,4)^2$;

б) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 - \left(\frac{2}{9}\right)^2$; г) $\left(-\frac{1}{6}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^3$.

Вместо многоточия поставьте нужный знак неравенства:

12.14. а) $a^2 \dots 0$; в) $(x + 5)^2 \dots 0$;

б) $-a^2 \dots 0$; г) $-3(x - 7)^2 \dots 0$.

12.15. а) $x^2 + y^2 \dots 0$;

в) $5(a^2 + b^2) \dots 0$;

б) $(a + 51)^2 + (b^2 - 13)^2 \dots 0$; г) $-94(x + y)^2 \dots 0$.

12.16. Используя таблицу степеней однозначных чисел, найдите b , если:

а) $b^3 = 216$; б) $b^5 = -32$; в) $b^7 = 128$; г) $b^3 = -343$.

12.17. Используя таблицу степеней простых однозначных чисел, найдите m , если:

а) $2^m = 512$; б) $5^m = 625$; в) $7^m = 343$; г) $3^m = 729$.

Найдите x , если:

12.18. а) $x^4 = 16$; б) $x^2 = 25$; в) $x^4 = 81$; г) $x^6 = 64$.

○ **12.19.** а) $2x^3 = -250$; б) $2x^4 = 162$; в) $5x^5 = 160$; г) $3x^6 = 192$.

○ **12.20.** Запишите число, представленное суммой разрядных слагаемых:

а) $3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 4$;

б) $8 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^3 + 5$;

в) $1 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^2 + 1$;

г) $3 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 8$.

○ **12.21.** Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых:

а) 17 285; б) 213 149; в) 1 495 643; г) 75 003 400.

○ **12.22.** Найдите значения выражений:

а) a^2 , $(-a)^2$, $-a^2$ при $a = 1$, $a = -1$, $a = 0$, $a = 10$;

б) $c^2 + (-c)^3 + c^4$ при $c = 1$, $c = 0$, $c = 10$, $c = -1$;

в) b^4 , $(-b)^5$, $-b^5$ при $b = 1$, $b = 0$, $b = -1$, $b = 10$;

г) $d^4 - d^3 + d + 1$ при $d = -1$, $d = 0$, $d = 1$, $d = 10$.

○12.23. Укажите, какое из чисел больше:

а) $(-17,2)^2$ или $(-17,2)^3$; в) $(-0,3)^3$ или $(-0,3)^6$;

б) $\left(-\frac{3}{5}\right)^4$ или $\left(\frac{3}{5}\right)^4$; г) $\left(-\frac{1}{5}\right)^2$ или $\left(-\frac{1}{5}\right)^4$.

○12.24. Не производя вычислений, расположите в порядке возрастания следующие числа:

а) $(-0,4)^3$, $(-1,5)^2$, $\left(\frac{1}{7}\right)^3$, $(-7)^3$;

б) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$, $(-1,8)^2$, $\left(-\frac{3}{7}\right)^3$, $(-2,1)^2$;

в) $(-1,5)^2$, $(0,8)^3$, $(-1,1)^2$, $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$;

г) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$, $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$, $0,3^2$, $(-1,2)^2$.

○12.25. Вычислите:

а) $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{2008}$;

б) $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{2009}$.

○12.26. Расположите числа в порядке возрастания:

а) $a = (-1,5)^3$, $b = (-0,5)^2$, $c = -\left(\frac{2}{3}\right)^2$, $d = 1,2^3$;

б) $a = (-2,4)^3$, $b = -\left(\frac{7}{9}\right)^2$, $c = \left(-\frac{3}{4}\right)^3$, $d = 2,3^3$.

○12.27. Вычислите $n + k$, если:

а) $2^n = 1024$; $3^k = 81$;

б) $7^n = 49$; $5^k = 625$.

Решите уравнение:

○12.28. а) $x^5 = 32$; б) $-2x^3 = 250$; в) $x^3 = 216$; г) $5x^5 = -160$.

○12.29. а) $x^2 = 1$; б) $3x^4 = 48$; в) $x^6 = 64$; г) $2x^4 = 162$.

○12.30. а) $x^3 + 1 = 0$; в) $x^5 - 20 = 12$;

б) $3x^5 + 100 = 4$; г) $(3x)^3 - 25 = 100$.

●12.31. а) $2^{2x} = 128$; б) $3^{x-3} = 243$; в) $5^{\frac{x}{2}} = 125$; г) $2^{2-3x} = 256$.

Решите уравнение:

●12.32. а) $2^x = 128$; б) $5^{x-4} = 125$; в) $3^x = 243$; г) $6^{x+1} = 216$.

●12.33. а) $7^{3x} = 343$; в) $2^{5x} = 1024$;
б) $3^{2x-1} = 27$; г) $5^{3x+4} = 625$.

●12.34. а) $(x+3)^3 = 1$; в) $(x-1)^5 = 32$;
б) $(2x-5)^5 = -243$; г) $(5x+4)^7 = -1$.

●12.35. а) $(x+1)^8 = 256$; в) $(x-2)^6 = 729$;
б) $(3x-5)^4 = 81$; г) $(7x-2)^4 = 625$.

●12.36. а) $2^{x^2+1} = 1024$; б) $3^{x^2-10} = 729$.

§ 13. СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Представьте произведение в виде степени:

13.1. а) $x^2 \cdot x^3$; б) $y^6 \cdot y^4$; в) $z^5 \cdot z^{12}$; г) $t^{10} \cdot t^{24}$.

13.2. а) $a^5 \cdot a$; б) $b \cdot b^6$; в) $c^7 \cdot c$; г) $d^n \cdot d$.

13.3. а) $s^3 \cdot s^5 \cdot s^8$; в) $r^4 \cdot r^{12} \cdot r^{51}$;
б) $m^{13} \cdot m^8 \cdot m$; г) $n^4 \cdot n \cdot n^{10}$.

13.4. а) $u^{15} \cdot u^{23} \cdot u \cdot u^7$; в) $v^3 \cdot v^9 \cdot v^4 \cdot v$;
б) $r^4 \cdot r^{12} \cdot r^{51}$; г) $q^{13} \cdot q^8 \cdot q^7 \cdot q^{21}$.

13.5. а) $(a-b)^3 \cdot (a-b)^2$; в) $(q+r)^{15} \cdot (q+r)^8$;
б) $(c+d)^7 \cdot (c+d)^8$; г) $(m-n)^5 \cdot (m-n)^4$.

13.6. а) $(ax)^5 \cdot (ax)^7 \cdot (ax)$; в) $(cd)^8 \cdot (cd)^8 \cdot (cd)$;
б) $(-by)^2 \cdot (-by)^3 \cdot (-by)^7$; г) $(-pq)^{13} \cdot (-pq) \cdot (pq)^6$.

13.7. Представьте выражение x^{25} в виде произведения двух степеней с одинаковыми основаниями так, чтобы одна из степеней была равна:

а) x^7 ; б) x^9 ; в) x ; г) x^{24} .

Замените символ $*$ степенью с основанием r так, чтобы выполнялось равенство:

13.8. а) $r^3 \cdot * = r^{11}$; в) $r^{13} \cdot * \cdot r^{18} = r^{43}$;
б) $* \cdot r^{14} = r^{15}$; г) $* \cdot r^{21} \cdot r^{11} = r^{40}$.

13.9. а) $r^{12} \cdot * \cdot r^3 \cdot * = r^{26}$; в) $* \cdot r^7 \cdot * \cdot r^9 \cdot r^{13} = r^{48}$;
б) $r^{44} \cdot * \cdot r \cdot * = r^{51}$; г) $r \cdot r^{14} \cdot * \cdot r^{20} \cdot * = r^{72}$.

13.10. Вычислите:

а) $2^5 \cdot 2^4$; б) $3^3 \cdot 3^2$; в) $7^2 \cdot 7$; г) $9 \cdot 9^2$.

13.11. Запишите в виде степени с основанием 2:

а) $4 \cdot 2$; б) $32 \cdot 8$; в) $64 \cdot 512$; г) $16 \cdot 32$.

13.12. Запишите в виде степени с основанием 5:

а) $5 \cdot 25$; б) $5^3 \cdot 625$; в) $5^4 \cdot 125$; г) $5^9 \cdot 3125$.

13.13. Определите знак числа a :

а) $a = (-13)^9 \cdot (-13)^8$; в) $a = (-28)^2 \cdot (-28)^6$;
б) $a = (-17)^{17} \cdot (-17)^{71}$; г) $a = (-43)^{41} \cdot (-43)^{14}$.

13.14. Решите уравнение:

а) $x \cdot 7^3 = 7^5$; в) $4^6 \cdot x = 4^8$;
б) $12^2 \cdot x = 12^3$; г) $x \cdot 5^6 = 5^9$.

Представьте частное в виде степени:

13.15. а) $x^7 : x^4$; б) $y^{16} : y^{12}$; в) $z^{13} : z$; г) $m^{28} : m^{27}$.

13.16. а) $a^{12} : a^{10} : a$; в) $c^3 : c : c$;
б) $b^{45} : b^{15} : b^{29}$; г) $d^{43} : d^{14} : d^5$.

13.17. а) $(a - b)^3 : (a - b)^2$;
б) $(z + r)^{13} : (z + r)^8 : (z + r)^3$;
в) $(c + d)^8 : (c + d)^5$;
г) $(m - n)^{42} : (m - n)^{12} : (m - n)^{29}$.

Вычислите:

13.18. а) $10^{13} : 10^8$; в) $(-324)^3 : (-324)^2$;
б) $12^{17} : 12^{16}$; г) $(0,751)^{27} : (0,751)^{26}$.

13.19. а) $\frac{7^8}{7^5}$; б) $\frac{0,6^7}{0,6^5}$; в) $\frac{(-0,2)^6}{(-0,2)^2}$; г) $\frac{\left(1\frac{1}{3}\right)^4}{\left(1\frac{1}{3}\right)^3}$.

13.20. а) $\left(1\frac{1}{3}\right)^{18} : \left(1\frac{1}{3}\right)^{17}$; в) $\left(3\frac{2}{9}\right)^{23} : \left(3\frac{2}{9}\right)^{21}$;
б) $\left(-2\frac{1}{7}\right)^6 : \left(-2\frac{1}{7}\right)^4$; г) $\left(-1\frac{7}{8}\right)^{15} : \left(-1\frac{7}{8}\right)^{14}$.

13.21. а) $\frac{7^3 \cdot 7^{12}}{7^{14}}$; б) $\frac{10^{15} \cdot 10^7}{10^{19}}$; в) $\frac{15 \cdot 15^{13}}{15^{12}}$; г) $\frac{43^{12}}{43^6 \cdot 43^5}$.

13.22. Вычислите:

а) $\frac{(0,3)^3 \cdot (0,3)^{12}}{(0,3)^{13}}$; в) $\frac{(0,09)^5 \cdot (0,09)^4}{(0,09)^7}$;

б) $\frac{\left(\frac{7}{8}\right)^{16} \cdot \frac{7}{8}}{\left(\frac{7}{8}\right)^{15}}$; г) $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2}{\frac{1}{3}}$.

13.23. Каким должно быть натуральное число n , чтобы выполнялось равенство:

а) $128^n : 128^{56} = 128^{42}$; в) $395^n : 395 = 395^9$;
б) $216^3 : 216^n = 216$; г) $548^4 : 548^n = 548^3$.

13.24. Решите уравнение:

а) $x : 2^5 = 2^3$; б) $3^6 : x = 3^4$; в) $x : 5^2 = 5$; г) $7^7 : x = 7^4$.

○13.25. Замените символ $*$ степенью с основанием x так, чтобы выполнялось равенство:

а) $* : x^{10} : * = x^{40}$; в) $x^{45} : * : x^{15} \cdot * = x$;
б) $x^{44} \cdot * \cdot x : * = x^{51}$; г) $* : * : x = x^{73}$.

13.26. Используя правила умножения и деления степеней, упростите выражение:

а) $\frac{x^5 \cdot x^3}{x^3}$; б) $\frac{y^7 \cdot y^9}{y^5}$; в) $\frac{c^{12} \cdot c^{10}}{c^{21}}$; г) $\frac{d^{18} \cdot d^{12}}{d^{15}}$.

13.27. Запишите в виде степени с основанием x :

а) $(x^3)^2$; б) $(x^5)^6$; в) $(x^7)^{12}$; г) $(x^{10})^{13}$.

13.28. Представьте 2^{40} в виде степени с основанием:

а) 2^8 ; б) 2^{10} ; в) 2^{20} ; г) 2^4 .

13.29. Запишите в виде степени с показателем 3:

а) m^{18} ; б) n^{48} ; в) a^{54} ; г) b^{21} .

13.30. Вычислите:

а) $(7^3)^2$; б) $(3^3)^2$; в) $(4^2)^3$; г) $(2^2)^5$.

13.31. Замените символ $*$ таким выражением, чтобы выполнялось равенство:

а) $(*)^5 = a^{30}$; б) $(z^*)^3 = z^{12}$; в) $(*)^7 = b^{14}$; г) $(p^{12})^* = p^{24}$.

13.32. Известно, что $x^2 = y$. Чему равно:

а) x^6 ; б) x^{12} ; в) x^{20} ; г) x^{40} ?

Вычислите:

○13.33. а) $\frac{2^6 \cdot (2^3)^5}{2^{18}}$; б) $\frac{(3^5)^2}{3^3 \cdot 9}$; в) $\frac{(5^6)^3 \cdot 5^8}{5^{22}}$; г) $\frac{4^7 \cdot 16}{(4^2)^4}$.

○13.34. а) $\frac{5^6 \cdot 125}{25^4}$; б) $\frac{3^{11} \cdot 27}{9^6}$; в) $\frac{2^5 \cdot 8}{4^3}$; г) $\frac{16^6}{4^7 \cdot 64}$.

13.35. Упростите выражение:

а) $(a^3)^6 \cdot a^4$; б) $b^5 \cdot (b^3)^4$; в) $c^6 \cdot (c^2)^3$; г) $(d^8)^4 \cdot d^{23}$.

○13.36. Используя правила умножения и деления степеней, упростите выражение:

а) $\frac{a^3 \cdot a^5 : a^6}{a^7 \cdot a^8 : a^{14}}$; в) $\frac{b^{13} \cdot b^{12} : b^3}{b^{20} \cdot b^4 : b^3}$;

б) $\frac{z^3 \cdot z^{17}}{z^{19}} \cdot \frac{q^{43} \cdot q^2}{q^{44}}$; г) $\frac{m^{79} \cdot m^4}{m^{99}} \cdot \frac{m^{63} \cdot m^{57}}{m^{96}}$.

Упростите выражение:

○13.37. а) $(x^5)^4 \cdot (x^6)^7$; в) $(z^{13})^3 \cdot (z^5)^9$;

б) $(y^8)^2 \cdot (y^{12})^3$; г) $(t^{25})^2 \cdot (t^{10})^4$.

○13.38. а) $(z^5)^6 : z^7$; б) $(p^3)^4 : p^{10}$; в) $(u^{14})^3 : u^{20}$; г) $(q^8)^9 : q^{70}$.

○13.39. а) $\frac{(x^3)^4 \cdot x^7}{x^{15}}$; б) $\frac{(y^5)^7 \cdot (y^2)^4}{(y^3)^{14}}$; в) $\frac{(c^3)^5 \cdot c^5}{(c^6)^3}$; г) $\frac{(d^2)^3 \cdot d^{15}}{(d^4)^3}$.

○13.40. Возведите в степень:

а) $(x^3)^n$; б) $(-a^4)^{2n}$; в) $(y^n)^5$; г) $(-b^3)^{6n}$.

○13.41. Решите уравнение:

а) $\frac{(x^8)^4 \cdot (x^5)^9}{(x^{15})^4 \cdot (x^4)^4} = 5$; в) $\frac{(x^{45})^2 : (x^{40})^2}{(x^5)^4 : x^{17}} = -1$;

б) $\frac{x^{17} \cdot x^{23}}{(x^8)^3 \cdot x^5 \cdot (x^2)^3} = -243$; г) $\frac{(x^5)^2 \cdot (x^4)^7 \cdot x}{x^{130} : (x^{25})^4} = 512$.

- 13.42. а) Вместо символа * поставьте степень с основанием a так, чтобы выполнялось равенство

$$\frac{a^3 \cdot (-a^2)^4 \cdot *}{a^5} = a^{12}.$$

- б) Вместо символа * поставьте степень с основанием b так, чтобы выполнялось верное равенство

$$\frac{(-b^2)^3 \cdot b^2 \cdot b^4}{*} = -b^9.$$

- 13.43. Сравните числа a и b :

а) $a = 27^5$, $b = 81^4$;

в) $a = 125^5$, $b = 625^3$;

б) $a = \left(\frac{1}{81}\right)^4$, $b = \left(\frac{1}{32}\right)^2$;

г) $a = 0,04^{10}$, $b = 0,08^7$.

§ 14. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Представьте выражение в виде произведения степеней:

14.1. а) $(2a)^4$; б) $(3b)^5$; в) $(6n)^3$; г) $(8n)^2$.

14.2. а) $(-2p)^3$; б) $(-5q)^4$; в) $(-7c)^2$; г) $(-3d)^5$.

14.3. а) $(mn)^6$; б) $(ab)^4$; в) $(pq)^3$; г) $(cd)^{10}$.

14.4. а) $(-ac)^{17}$; б) $(-am)^8$; в) $(-rs)^3$; г) $(-xy)^{12}$.

14.5. а) $(xy^3)^2$; б) $(a^2bc^3)^4$; в) $(p^3cd^6)^{18}$; г) $(u^5v^4t^7)^9$.

14.6. а) $(3p^2r^8)^5$; б) $(6a^5bx^3)^3$; в) $(10a^2b^5)^4$; г) $(4r^5q^8p^9)^2$.

Представьте выражение в виде степени произведения:

14.7. а) $36a^2$; б) $49b^2$; в) $81c^2$; г) $64d^2$.

14.8. а) $a^2b^2c^2$; б) $x^3y^3z^3$; в) $m^5n^5s^5$; г) $p^{12}q^{12}r^{12}$.

14.9. а) $16x^4y^4z^4$; б) $125c^3d^3z^3$; в) $81m^2p^2q^2$; г) $32r^5s^5q^5$.

Запишите выражение в виде степени с показателем 2:

14.10. а) a^2b^{10} ; б) x^8y^{12} ; в) $x^2y^4z^{24}$; г) $p^8q^{10}z^{30}$.

14.11. а) x^4y^6 ; б) $16q^{18}r^{34}$; в) $81c^8d^{16}f^{28}$; г) $121m^{12}n^{16}r^{54}$.

- 14.12. Найдите наиболее рациональным способом значение выражения:

а) $2^3 \cdot 5^3$; в) $0,6^6 \cdot 5^6$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 1,5^7$; г) $\left(\frac{35}{24}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$.

Возведите дробь в степень:

14.13. а) $\left(\frac{a}{b}\right)^{12}$; б) $\left(-\frac{a}{b}\right)^4$; в) $\left(\frac{c}{d}\right)^{17}$; г) $\left(-\frac{c}{d}\right)^5$.

14.14. а) $\left(\frac{2a}{3b}\right)^6$; б) $\left(-\frac{c}{2d}\right)^5$; в) $\left(\frac{7x}{8y}\right)^3$; г) $\left(-\frac{3m}{5n}\right)^2$.

14.15. а) $\left(\frac{3^5}{7^2}\right)^2$; б) $\left(\frac{-9^2}{8}\right)^4$; в) $\left(\frac{2^5}{5^2}\right)^2$; г) $\left(\frac{(-3)^3}{(-7)^2}\right)^3$.

14.16. Представьте в виде степени дробь:

а) $\frac{3^8}{5^8}$; б) $\frac{m^3}{8}$; в) $\frac{7^9}{11^9}$; г) $\frac{c^4}{16}$.

14.17. Представьте в виде степени с показателем, отличным от единицы:

а) b^3x^3 ; б) $25a^4$; в) $32x^{10}y^5$; г) $16a^8b^{12}$.

Найдите наиболее рациональным способом значение выражения:

○14.18. а) $8^5 \cdot 0,125^5$; в) $5^4 \cdot 0,4^4$;
б) $4^6 \cdot 0,25^6$; г) $(1,25)^7 \cdot 8^7$.

○14.19. а) $\left(-\frac{5}{7}\right)^3 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)^3$; в) $\left(\frac{5}{6}\right)^6 \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^6$;
б) $\left(-\frac{7}{8}\right)^{10} \cdot \left(-\frac{8}{7}\right)^{10}$; г) $\left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^4$.

○14.20. а) $\frac{2^8 \cdot 3^8}{6^6}$; б) $\frac{3^5 \cdot 4^5}{12^3}$; в) $\frac{7^{11} \cdot 9^{11}}{63^{10}}$; г) $\frac{2^8 \cdot 8^8}{16^7}$.

○14.21. а) $\frac{16^3 \cdot 3^3}{48^2}$; б) $\frac{10^{12}}{2^6 \cdot 5^6}$; в) $\frac{5^{16} \cdot 3^{16}}{15^{14}}$; г) $\frac{12^6}{3^5 \cdot 4^5}$.

○14.22. Сравните:

а) $(10x)^5$ и $10x^5$, если $x > 0$;

б) $\left(\frac{x}{2}\right)^7$ и $\frac{x^7}{2}$, если $x > 0$;

в) $(6x)^9$ и $6x^9$, если $x < 0$;

г) $\left(\frac{x}{3}\right)^5$ и $\frac{x^5}{3}$, если $x < 0$.

○14.23. Сравните числа a и b :

а) $a = 14^7$, $b = 2^{14}$; б) $a = 3^{30}$, $b = 12^{15}$.

Решите уравнение:

○14.24. а) $3x^3 = 24$;

в) $5x^5 = -1215$;

б) $(3x)^3 = -27$;

г) $(5x)^5 = 100\,000$.

●14.25. а) $\frac{(2x)^5 \cdot (2x)^3 \cdot 2}{(4x)^3 \cdot 8x^4} = -3$; б) $\frac{(5x)^7 \cdot (5x)^4 \cdot 25}{(25x^2)^4 \cdot 125x^2} = 100$.

Вычислите:

○14.26. а) $\frac{4^3 \cdot (2^5)^2}{8^5}$; б) $\frac{6^4 \cdot 3^5}{9^4 \cdot 2^3}$; в) $\frac{27^6}{9^2 \cdot (3^4)^3}$; г) $\frac{10^3 \cdot (2^2)^5}{5^3 \cdot 8^2}$.

○14.27. а) $\frac{13^6 \cdot 2^6}{26^5}$; б) $\frac{7^{11} \cdot 9^{11}}{(63^5)^2}$; в) $\frac{2^8 \cdot 3^8}{(6^4)^2}$; г) $\frac{12^6}{3^5 \cdot 4^5}$.

○14.28. а) $\frac{25^3 \cdot 14^2}{49 \cdot 10^6}$; б) $\frac{12^2 \cdot 35^3}{28^2 \cdot 15^4}$; в) $\frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3}$; г) $\frac{22^4 \cdot 3^3}{6^2 \cdot 121^2}$.

●14.29. а) $\frac{2 \cdot 3^{20} - 5 \cdot 3^{19}}{9^9}$; в) $\frac{108 \cdot 6^7 - 108 \cdot 6^6}{216^3 - 36^4}$;

б) $\frac{(3 \cdot 2^{20} + 7 \cdot 2^{19}) \cdot 52}{(13 \cdot 8^4)^2}$; г) $\frac{(3^{15} + 3^{13}) \cdot 2^9}{(3^{14} + 3^{12}) \cdot 1024}$.

●14.30. Решите уравнение:

а) $\frac{2^{2x+1}}{3^x} = 4 \frac{20}{27}$;

в) $\frac{5 \cdot 25^x}{2^{4x}} = 7 \frac{13}{16}$;

б) $\frac{4^x \cdot 3^{2x}}{6^3} = 216$;

г) $\frac{2^{2x} \cdot 25^x}{2^7 \cdot 5^7} = 1000$.

●14.31. Средним арифметическим двух чисел называют их полусумму. Найдите среднее арифметическое чисел a и b :

а) $a = \frac{21^{40}}{63^{20}}$, $b = \frac{21^{39}}{63^{19}}$; б) $a = \frac{12^{36}}{36^{18}}$, $b = \frac{12^{35}}{36^{17}}$.

§ 15. СТЕПЕНЬ С НУЛЕВЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

15.1. Найдите $\left(\frac{2}{3}\right)^k$, если:

- а) $k = 3$; б) $k = 0$; в) $k = 1$; г) $k = 5$.

15.2. Найдите a^5 , если:

- а) $a = 1$; б) $a = 0$; в) $a = -2$; г) $a = 10$.

Сравните значения выражений:

15.3. а) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ и $\left(\frac{1}{3}\right)^0$; в) $(-2)^3$ и $(-2)^0$;

б) $\left(-\frac{1}{4}\right)^2$ и $\left(\frac{1}{4}\right)^0$; г) 5^0 и 5^4 .

15.4. а) -2^3 и -2^0 ; в) $-\left(\frac{1}{2}\right)^2$ и $(-2)^0$;

б) $\left(\frac{3}{4}\right)^0$ и $-\left(\frac{3}{4}\right)^2$; г) -5^5 и -5^0 .

Вычислите:

15.5. а) $3^5 + 4^4 + 8^0$; в) $3^0 \cdot 2^5 - 15^2$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^0$; г) $(1,5)^3 + 4^4 + 15^0$.

15.6. а) $(-2)^6 - 5,9^0 - 3^2 \cdot 3$; в) $7,8^0 + ((-2)^2)^3 - 5^3 : 5$;

б) $7,4^0 + (-2^2)^3 - 5^5 : 5^3$; г) $3^{13} : (3^3)^3 - (-2^3)^2 + 4,7^0$.

○15.7. Упростите выражение:

а) $\frac{a^2 \cdot a^5 : a^6}{a^7 \cdot a^8 : a^{14}}$; в) $\frac{a^7 \cdot a^9 : a^4}{a^{16} : a^6 \cdot a^2}$;

б) $\frac{b^{12}b^{11} : (b^3)^5}{(b^5)^4 b^4 : (b^3)^8}$; г) $\frac{(b^4)^3 (b^3)^3 : b^{19}}{b^{19}b : (b^4)^5}$.

○15.8. Упростите выражение:

а) $(a - b)^{10} \cdot (a - b) : (a - b)^{11}$;

б) $\left(\frac{p}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{p}{2}\right)^3 : \left(\frac{p}{2}\right)^8$;

в) $(k + l)^4 : (k + l)^3 \cdot (k + l)^2 : (k + l)^3$;

г) $(-pq)^{14} \cdot (-pq)^{13} : (-pq)^{27}$.

Вычислите:

○15.9. а) $\left(\frac{5}{2}\right)^2 : \left(-\frac{25}{4}\right) \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^0$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) : \left(\frac{1}{3}\right)^5$;

в) $1,5^4 : (-1,5)^3 \cdot (-1,5)^0 : 1,5$;

г) $\left(\frac{8}{27}\right) : \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{16}{81}\right)^0$.

○15.10. а) $\frac{1,6^2 - (3,8)^0 \cdot 16 \cdot 0,4 + 0,4^2}{1,88 - 0,2^2}$;

б) $\frac{3}{4} - (12^0)^3 - \left(1\frac{1}{2}\right)^2 + 4^3 \cdot 0,1$;

в) $\frac{1,2^2 - 1,8^2}{1,2^0 \cdot 0,6 - 1,8^0 \cdot 0,96}$;

г) $((-8)^0)^5 - 6^2 \cdot \frac{1}{6} - 5^2 \cdot 0,2$.

○15.11. Сравните значения выражений:

а) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^5$ и $\left(1,5 + \frac{2}{3}\right)^0$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6$ и $\left(1,5 + \frac{2}{3}\right)^0$;

в) $\left(-\frac{2}{3}\right)^9 \cdot 1,5^{10}$ и $\left(-\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)^0$;

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (-1,5)^4$ и $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)^0$.

○15.12. При каких значениях x верно равенство:

а) $2^x = 1$; б) $5^{x-3} = 1$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 1$; г) $\left(\frac{7}{9}\right)^{x+5} = 1$?

При каких значениях переменных не имеет смысла выражение:

○15.13. а) $(x - 2)^0$;

в) $(2y + 4)^0$;

б) $(x^2 - 9)^0$;

г) $(4y^2 - 25)^0$?

●15.14. а) $\left(\frac{2x+1}{3} - \frac{3x+2}{4}\right)^0$;

б) $(0,7a^2 - 0,028)^0$?

●15.15. Решите уравнение:

а) $\frac{3x-1}{5} + \frac{6x+1}{3} = (3x-1)^0$; б) $x^2 - 3 = (2x^2 - 5x + 2)^0$.

●15.16. Постройте график уравнения:

а) $y - x^0 = 1$;

в) $x - y^0 = 2$;

б) $y - 2(x - 1)^0 = 0$;

г) $2x + 3(y + 2)^0 = 1$.

§ 16. ПОНЯТИЕ ОДНОЧЛЕНА. СТАНДАРТНЫЙ ВИД ОДНОЧЛЕНА

Выясните, является ли данное выражение одночленом; если да, то укажите коэффициент и буквенную часть:

16.1. а) $3xy$; б) $\frac{1}{2}a^2bc^3$; в) $-0,3c^5d^9$; г) $(-2)^3u^nz^nw^n$.

16.2. а) 0 ; б) y ; в) $-0,6$; г) z^n .

16.3. а) $x - y$; б) $\frac{3p^3}{4q^4}$; в) $2(c^2 + d^2)$; г) $\frac{c^3 + d^3}{c^3 - d^3}$.

16.4. а) $-\frac{9c}{13d}$; б) $\frac{6cd}{11}$; в) $-12m^3n^2$; г) $\frac{18m^3}{19n^3}$.

16.5. Используя переменные a, b, c , запишите:

- а) два любых одночлена с коэффициентами, отличными от нуля;
- б) два разных одночлена с коэффициентами, равными 1;
- в) два одночлена с одинаковыми коэффициентами и разными буквенными частями;
- г) два разных одночлена с одинаковыми буквенными частями.

16.6. Используя переменные p и q , запишите:

- а) три разных одночлена с одинаковой буквенной частью;
- б) три разных одночлена с одинаковыми коэффициентами.

16.7. Найдите значение одночлена:

- а) $7x^3$, если $x = 0$, $x = 1$, $x = -1$;
- б) $0,04cd^2$, если $c = 15$, $d = -2$;
- в) $9y^2$, если $y = 2$, $y = -2$, $y = 10$;
- г) $\frac{3}{8}pq^3$, если $p = 1$, $q = 2$.

Приведите одночлен к стандартному виду и укажите коэффициент и буквенную часть:

16.8. а) $3m^4 \cdot m$; в) $42y^5 \cdot y^8 \cdot y^{12}$;
б) $5x \cdot 10y^2$; г) $-7z^3 \cdot 4t^8$.

16.9. а) $7a \cdot 3b \cdot 4c$; в) $8u^4 \cdot 4v^3 \cdot (-2w^5)$;
б) $15q \cdot 2p^2 \cdot 4r^5$; г) $-\frac{1}{2}c^{12} \cdot 2d^{18} \cdot s^{10}$.

○16.10. а) $13a \cdot 2b \cdot 4b \cdot 8a$; в) $14c^3 \cdot (-5)cd^2 \cdot 3d$;
б) $5^2pq^2 \cdot (-4)^2qpq$; г) $2^4x^9y^8(-2)^2(-x)^4(-y)^3$.

○16.11. а) $0,45a^2bc^5 \cdot 1\frac{1}{9}a^7b^6c$; в) $0,4b^3x^4y \cdot \frac{1}{24}bx^3y^7$;
б) $-6p^4n^3\left(-\frac{1}{3}n^2p^2\right)$; г) $-3a^2b^4\left(-\frac{1}{9}a^3b^4\right)$.

○16.12. а) $17x^ny^8z^3 \cdot 2xy^5z^4$; в) $12p^3q^2r^{10}\left(\frac{1}{12}pr^5q^6\right)$;
б) $-2x^3c^5d^8\left(-\frac{1}{2}c^6dx\right)$; г) $-99a^ms^nt^n\left(-\frac{1}{33}a^ns^kt^m\right)$.

○16.13. а) $0,5ab^2 \cdot (-3a^2b) \cdot \left(-\frac{2}{3}a^7b^5c\right)$;

б) $(-1,5x^2y) \cdot 4xy^3 \cdot \left(-2\frac{1}{3}x^5y^6z\right)$.

○16.14. Приведите левую часть равенства к одночлену стандартного вида и решите полученное уравнение:

а) $2x \cdot 3x^2 = 6$; в) $x \cdot 5x \cdot \frac{1}{5}x = -1$;

б) $2x \cdot 5x = 10$; г) $0,5x^2 \cdot (-2x^2) = -1$.

○16.15. а) Стороны прямоугольника относятся как 3 : 4. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 48 см^2 .

б) Ширина прямоугольника составляет $\frac{5}{7}$ от его длины.

Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 35 дм^2 .

- 16.16. В прямоугольном параллелепипеде длина в 2 раза больше ширины, а высота в 4 раза больше ширины. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если его объем равен 1000 см^3 .
- 16.17. В прямоугольном параллелепипеде длина в 2 раза больше ширины, а высота составляет $\frac{5}{2}$ длины. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если его объем равен 640 м^3 .
- 16.18. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как $2 : 3 : 4$, а его объем равен 648 дм^3 . Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда.
- 16.19. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как $3 : 4 : 6$, а его объем равен 576 см^3 . Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда.

§ 17. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ

Выясните, являются ли данные одночлены подобными:

- 17.1. а) $3a$ и $4a$; б) $19x^2$ и $35x^2$; в) $3y^3$ и $3y^3$; г) m^n и $5m^n$.
- 17.2. а) $3a^2b^3c$ и $4a^2b^3c$; б) $6x^2$ и $15x^5$; в) $17,8c^3d^6$ и $3,01c^{12}d^4$; г) $\frac{3}{13}r^3s^2t^5$ и $\frac{11}{18}r^3s^2t^5$.
- 17.3. а) $7a^2$ и $3a^3$; б) $\frac{2}{7}x^3y^4z$ и $\frac{9}{10}x^3y^4z$; в) $-0,2m^2n^4p^8$ и $-0,38m^2p^8n^4$; г) $\frac{1}{2}y^2z$ и $\frac{1}{3}yz^2$.
- 17.4. Вместо символа * поставьте одночлен, подобный данному и такой, коэффициент которого в 3 раза больше, чем у данного одночлена:
а) $1,7x^2y^6$ и *; б) * и $3,6a^2b^2c^9$; в) $c^3d^{12}z^5$ и *; г) $\frac{1}{3}m^2n^8p^{14}$ и *.
- 17.5. Среди данных одночленов найдите подобные:
а) $3x^2y$; $7x^2y$; $10xy^2$; $0,25x^2y$;
б) $12a^2b^2$; $5a^2b^2$; $1,2a^2b^3$; $2,04a^2b^2$;
в) $9c^5b^{12}$; $0,1c^5d^{12}$; c^5d^{12} ; c^3d^7 ;
г) $\frac{1}{2}m^7n^{10}$; $\frac{1}{7}m^{11}n^{15}$; $\frac{3}{8}m^{11}n^{15}$.

17.6. Приведите одночлены к стандартному виду и укажите те из них, которые подобны одночлену $7m^9$:

- а) $m \cdot m^2 \cdot m^3 \cdot 8 \cdot m$; в) $36m^3 \cdot m \cdot 2 \cdot m \cdot 0,1 \cdot m^4$;
б) $\frac{12}{13} m \cdot m^3 \cdot m^5$; г) $\frac{1}{2} m^{13} \cdot m^7 \cdot 0,5$.

Выполните действия:

- 17.7.** а) $3x + 5x$; в) $6y + 7y$;
б) $3p + 5p + p$; г) $7q + 9q + 4q$.

- 17.8.** а) $1,2c + 1,2c$; в) $3,5d + 8,4d$;
б) $\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}m$; г) $\frac{1}{5}n + \frac{3}{10}n$.

- 17.9.** а) $13x^2 + 20x^2$; в) $2,1z^3 + 3,05z^3$;
б) $\frac{1}{2}p^7 + \frac{3}{7}p^7$; г) $\frac{1}{3}q^k + \frac{1}{4}q^k$.

- 17.10.** а) $1,7d^4 - 0,7d^4$; в) $m^4 - m^4$;
б) $7p^8 - 3p^8 - 2p^8$; г) $12x^8 - x^8 - 3x^8$.

- 17.11.** а) $20y - 12y - y - 2y$; в) $30x^2 - 15x^2 - 7x^2$;
б) $\frac{2a^2}{3} - \frac{a^2}{3}$; г) $\frac{3}{4}a^2b - \frac{1}{4}a^2b$.

- 17.12.** а) $5x^2y + 6x^2y$; в) $3,5b^2d^3 - 8,4b^2d^3$;
б) $\frac{1}{2}c^3d + \frac{1}{2}c^3d$; г) $1\frac{3}{8}m^3n^4 + 3\frac{1}{16}m^3n^4$.

Вместо символа * поставьте такой одночлен, чтобы получилось верное равенство:

- 17.13.** а) $5a^2b^3 + * = 13a^2b^3$; в) $7,4pq - * = 4pq$;
б) $-12x^3 - * = -24x^3$; г) $* + 0,5m^2n = 1,7m^2n$.

- 17.14.** а) $-18a^5b^7 - * = 0$; в) $0 - * = 2,4x^3yz$;
б) $* + 6st^4 = -1,2st^4$; г) $13xyz - * = 18,3xyz$.

17.15. а) Представьте одночлен $6cd^2$ в виде суммы одночленов несколькими способами.

б) Представьте одночлен $49x^3y^2$ в виде суммы одночленов несколькими способами.

Упростите выражение:

○17.16. а) $5x \cdot 2y + 3x \cdot 6y + 2x \cdot 7y$;

б) $3y^2x + 6x \cdot 3y \cdot 2y + 2yxy$;

в) $-11ab + a \cdot 8 \cdot b + 5ab$;

г) $ab^2 + 9abb + 3bab + abb$.

○17.17. а) $3a^2b + 7a \cdot 9ba + 10b \cdot 3a^2(-1)$;

б) $x^2y^2 \cdot 7 + 19x \cdot 2xyy - 9x \cdot 3yxy$;

в) $az^3 + 7az^3 - 6z \cdot 2az^2 - 5az^3$;

г) $m^8n^4 + 2m^3 \cdot 3m^5n^4 - 7m^8n^4$.

Решите уравнение:

○17.18. а) $0,5x + 0,4x = 9$;

в) $x - \frac{13}{18}x = \frac{1}{3}$;

б) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x - \frac{1}{12}x = 5$;

г) $20x - 13x - 12x = 0,6$.

○17.19. а) $0,71x - 13 = 9 - 0,39x$;

в) $8x - 1,79 = 4,61 - 8x$;

б) $1,2 + \frac{3}{10}x = \frac{8}{15}x + 0,78$;

г) $\frac{5}{12}x + 1,3 = 0,53 + \frac{7}{8}x$.

○17.20. а) $2x^3 + 3x^3 = 40$;

в) $7x^3 - 5x^3 = -54$;

б) $9x^2 - 6x^2 = 192$;

а) $x^8 + 7x^8 = -8$.

○17.21. а) $\frac{5}{7}x^9 - \frac{3}{14}x^9 - 1\frac{1}{2}x^9 = -1$;

б) $2,05x^6 - 3,07x^6 + 1,03x^6 = 0,01$.

Выполните действия:

○17.22. а) $42b^2c^3d^2 + 54b^2c^3d^4 + 48b^2c^3d^2 + 12b^2c^3d^2$;

б) $1,8m^3n^4z^8 + 3,2m^3n^4z^8 + 1,05m^3n^4z^8$.

○17.23. а) $\frac{1}{2}a^2b^2c^n + \frac{1}{3}a^2b^2c^n + \frac{1}{8}a^2b^2c^n$;

б) $3,09x^ny^nz^n + \frac{1}{10}x^ny^nz^n + 0,01x^ny^nz^n + \frac{1}{20}x^ny^nz^n$.

○17.24. а) $-1,4a^3 - (-0,09a^3) + (-1,5a^3) + 2a^3$;

б) $3,9x^4 + (-2,7x^4) - (-0,8x^4) + (-2x^4)$.

○17.25. а) $-\frac{c}{5} + \left(-\frac{c}{3}\right) - \left(-\frac{2c}{5}\right) - \frac{c}{60}$;

б) $-\frac{p}{5} - \left(-\frac{2p}{3}\right) - \frac{p}{4} + \left(-\frac{p}{60}\right)$.

Упростите выражение:

○17.26. а) $3x \cdot 2y + 5x \cdot 2y + 6x \cdot 2y$;

б) $1,2a^2b + 3,2aba + 6,8aab + 8,8baa$;

в) $\frac{1}{2}xy^2x + \frac{1}{3}xyxy + \frac{1}{6}xy^2x$;

г) $1\frac{3}{5}mn^3r^8 + \frac{7}{10}n^2r^5nr^3m + \frac{3}{20}mr^7n^2rn$.

○17.27. а) $21xyx^2y^3x - 8x^2y^2xyxy - 2xy^3x^3y - 3x^4y^3y$;

б) $5z^nq^n - 3z^{n-1}q^n z - q^{n-1}zqz^{n-1}$.

○17.28. а) $\frac{1}{2}abca + \frac{3}{4}b(-a)ca - \frac{1}{12}acba + \frac{5}{24}(-b)aca$;

б) $3nmk \cdot 4n - \frac{3}{8}nm \cdot \left(2\frac{2}{3}\right) \cdot nk + \frac{2}{9}n^2m \cdot \left(-4\frac{1}{2}\right)k$.

○17.29. а) Дан одночлен $1\frac{1}{5}m^3n^2l^4$. Запишите одночлен, который в сумме с данным дает одночлен $m^3n^2l^4$.

б) Дан одночлен $-\frac{3}{7}x^2y^3z^2$. Запишите одночлен, который в сумме с данным дает одночлен $x^2y^3z^2$.

○17.30. Представьте одночлен $-4,5a^4bc^3$ в виде суммы одночленов:

а) с одинаковыми по знаку коэффициентами;

б) с разными по знаку коэффициентами.

○17.31. Представьте одночлен $5,3a^5b^2c$ в виде суммы одночленов:

а) с одинаковыми по знаку коэффициентами;

б) с разными по знаку коэффициентами.

○17.32. а) К разности одночленов $16x^2y^4$ и $13x^2y^4$ прибавьте сумму одночленов $23x^2y^4$ и $10x^2y^4$.

б) К сумме одночленов $43a^3b^2$ и $-27a^3b^2$ прибавьте разность одночленов $34a^3b^2$ и $20a^3b^2$.

○17.33. а) Из суммы одночленов $2,38n^4p$ и $-1,48n^4p$ вычтите разность одночленов $4,72n^4p$ и $-1,28n^4p$.

б) Из разности одночленов $2,57k^3n^4$ и $-1,43k^3n^4$ вычтите сумму одночленов $-8,39k^3n^4$ и $5,39k^3n^4$.

- 17.34. В данном выражении вместо символа $*$ расставьте знаки $\leftarrow + \rightarrow$ и $\leftarrow - \rightarrow$ так, чтобы получилось верное равенство:
- $25a^2b^4 = 3a^2b^4 * 5a^2b^4 * 7a^2b^4 * 10a^2b^4;$
 - $43x^3y^9 = 50x^3y^9 * 7x^3y^9;$
 - $79c^8d^{10} = 85c^8d^{10} * 10c^8d^{10} * 4c^8d^{10};$
 - $99p^nq^n z^n = 100p^nq^n z^n * 10p^nq^n z^n * 15p^nq^n z^n * 4p^nq^n z^n.$
- 17.35. Сумма двух третей неизвестного числа и его половины на 7 больше самого неизвестного числа. Найдите это число.
- 17.36. Сумма одной четверти и одной шестой неизвестного числа на 5 меньше его половины. Найдите это число.
- 17.37. Первое число в 1,5 раза больше второго. Известно, что удвоенное первое число на 24 больше, чем третья часть второго. Найдите эти числа.
- 17.38. Вкладчик положил в банк некоторую сумму денег из расчета 10% годовых. Через год он снял со своего вклада 600 р., в результате чего на его счете осталась сумма, равная половине первоначального вклада. Сколько денег будет на счету у вкладчика в конце второго года хранения?
- 17.39. Для выполнения практической работы ученик получил три квадрата. Сторона первого квадрата в 2 раза меньше стороны третьего, а сторона второго составляет $\frac{2}{3}$ стороны третьего квадрата. Найдите сторону каждого квадрата, если сумма их площадей равна 61 см^2 .
- 17.40. Ученик изготовил три куба. Ребро первого куба в 3 раза больше, чем ребро второго, а ребро третьего составляет $\frac{4}{3}$ от ребра первого. Найдите ребро каждого куба, если объем первого куба на 296 см^3 меньше объема третьего куба.
- 17.41. Некоторое число уменьшили на 15%, а затем результат увеличили на 10%. После этого получили число, которое на 13 меньше первоначального. Найдите первоначальное число.
- 17.42. Задуманное число сначала увеличили на 12%, а затем результат уменьшили на 24%. Полученное при этом число оказалось на 186 меньше задуманного. Найдите задуманное число.

- 17.43. В прямоугольном параллелепипеде длина в 3 раза больше ширины и в 2 раза меньше высоты. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если площадь его поверхности равна 864 см^2 .
- 17.44. В прямоугольном параллелепипеде ширина в 2 раза меньше высоты и составляет $\frac{4}{5}$ его длины. Найдите измерения параллелепипеда, если площадь его поверхности равна 736 м^2 .
- 17.45. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как $2 : 3 : 5$, а площадь его поверхности равна 62 дм^2 . Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда.

§ 18. УМНОЖЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ. ВОЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА В НАТУРАЛЬНУЮ СТЕПЕНЬ

Найдите произведение данных одночленов:

18.1. а) $2x \cdot 3y$; б) $7a \cdot 5b$; в) $31c \cdot 3d$; г) $15z \cdot 3t$.

18.2. а) $7a \cdot 2b \cdot 3c$; в) $10m \cdot 5n \cdot 2q$;
б) $10x^2 \cdot 2y^2 \cdot 3z^3$; г) $17p^2 \cdot 2q^2 \cdot 0,5s^3$.

18.3. а) $7x^2 \cdot 5x^2 \cdot 6x^3$; в) $71x^2y^3z^8 \cdot 2xyz$;
б) $\frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{3}b^3 \cdot \frac{1}{6}c^4$; г) $54c^2d^2f^3 \cdot cd^3f$.

Возведите одночлен в указанную степень:

18.4. а) $(3a^2c)^2$; в) $(-0,2c^3d)^4$;

б) $\left(-\frac{1}{3}xy^2\right)^4$; г) $\left(-\frac{1}{2}abc\right)^5$.

18.5. а) $(-6x^3y^3)^0$; в) $(-10x^2y^4)^5$;

б) $-(-5a^3x^2)^3$; г) $-(-2ax^3y^2)^4$.

18.6. Представьте данный одночлен в виде произведения одночленов:

а) $56x^2y^3z^8$; в) $0,21c^9d^{14}f^{43}$;

б) $102m^2n^3p^4$; г) $\frac{1}{2}r^7s^9t^{12}$.

18.7. Представьте одночлен $-24x^6y^9$ в виде произведения:

- а) двух одночленов; в) четырех одночленов;
б) трех одночленов; г) пяти одночленов.

18.8. Возведите одночлен:

- а) $6x^3y^6$ в квадрат;
б) $-2ab^3$ в четвертую степень;
в) $-m^3n$ в пятую степень;
г) $-3a^2bc^3$ в куб.

18.9. Представьте данный одночлен в виде квадрата некоторого одночлена:

- а) $81a^4$; б) $36b^6$; в) $144c^{12}$; г) $169d^4$.

18.10. Представьте данный многочлен в виде куба некоторого одночлена:

- а) $0,008b^6$; б) $0,027b^9$; в) $0,001y^{24}$; г) $-\frac{8}{27}a^6$.

Найдите произведение данных одночленов:

- 18.11.** а) $-5a^2b \cdot (-6ab^2)$; в) $-17x^3y \cdot (-2x^2y^2)$;
б) $41c^2d \cdot (-4cd)$; г) $-13m^2n^2p^3 \cdot (-2mn^2p)$.

- 18.12.** а) $0,2c^2d \cdot 5,4c^3d^3$; в) $-b^3 \cdot 0,5b^2$;
б) $8x^2 \cdot \left(-\frac{3}{16}y\right)$; г) $2\frac{1}{3}m^2p^3 \cdot 5\frac{1}{7}mp$.

- 18.13.** а) $0,6x^2y^3z \cdot 0,8xy^2z$; в) $0,75d^3 \cdot (-0,1d^4)$;
б) $6\frac{1}{2}n^2q \cdot 7\frac{1}{13}nq^3$; г) $-\frac{3}{20}x^2y \cdot \frac{40}{51}xy^2$.

- 18.14.** а) $5,1p^3q^4 \cdot (-2pq^8)$; в) $-7,81abc^3 \cdot 2ab^2c$;
б) $-2,5z^3 \cdot \left(\frac{3}{5}z^4\right)$; г) $\left(-\frac{3}{4}\right)xy^2 \cdot (-0,4x^2y^3)$.

Упростите выражение:

- 18.15.** а) $20a^3 \cdot (5a)^2$; в) $(-c^3)^2 \cdot 12c^6$;
б) $-0,4x^5 \cdot (2x^3)^4$; г) $(4ac^2)^3 \cdot 0,5a^3c$.

- 18.16.** а) $(3x^6y^3)^4 \cdot \left(-\frac{1}{81}xy^2\right)$; в) $(3a^2)^2 \cdot (-6a^3)$;
б) $\left(\frac{2}{3}x^2y^3\right)^3 \cdot (-9x^4)^2$; г) $\left(\frac{1}{8}x^2y^3\right) \cdot (2x^6y)^4$.

Упростите выражение:

○18.17. а) $(0,2b^6)^3 \cdot 5b$; в) $(2ab)^4 \cdot (-7a^7b)$;

б) $\frac{9}{16}p^7 \cdot \left(-1\frac{1}{3}p^4\right)^0$; г) $\left(3\frac{1}{3}a^2\right)^3 \cdot 81a^5$.

○18.18. а) $\frac{3}{5}a^2b^2c \cdot 5ab^2c^3 \cdot \frac{1}{3}ac^2$;

б) $\frac{1}{8}x^5y^4z^3 \cdot (-8xy^3z)$;

в) $3,5xz^3 \cdot \left(-3\frac{1}{2}x^2z\right) \cdot (-5xz)$;

г) $2cd^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}cd^2\right) \cdot (-2c^2d^2)$.

○18.19. а) $ab \cdot (-a^2b) \cdot (-ab^2)$;

в) $mn \cdot (-m^2n^5) \cdot (-m^8n^4)$;

б) $x^2y \cdot xy \cdot (-x^2y^2)$;

г) $(-p^3q^4) \cdot (-pq) \cdot (-2p^2q^2)$.

○18.20. а) $1\frac{1}{6}cd \cdot \left(-\frac{6}{7}c^3d^2\right)$;

в) $\frac{19}{23}mn^8p^9 \cdot \left(-\frac{46}{57}m^{10}n^3p^2\right)$;

б) $-1\frac{1}{4}a^2b^3c^7 \cdot \left(-1\frac{1}{15}ab^7c^8\right)$; г) $-\frac{1}{14}xyz \cdot \left(-2\frac{4}{5}x^2y^3z^6\right)$.

○18.21. а) $(0,2a^3b^4)^4$;

в) $(-0,3b^8c^7d^6)^2$;

б) $\left(1\frac{1}{3}x^2y^5z^8\right)^3$; г) $\left(-\frac{1}{9}a^3x^3y^3\right)^0$.

○18.22. а) $(-0,5a^2b^3c^9)^2$;

в) $(-2a^8b^5c^9)^8$;

б) $(0,06m^2n^3p)^2$; г) $(-0,4x^2y^3z^8)^3$.

○18.23. а) $(-a^2b^3c^5)^0$;

в) $(-1,6m^3n^2p^9)^2$;

б) $\left(-1\frac{1}{4}p^2q^2z^8\right)^4$; г) $\left(-2\frac{3}{5}r^9s^{15}t^{12}\right)^2$.

○18.24. а) $(10a^2y)^2 \cdot (3ay^2)^3$;

в) $-(3x^6y^2)^3 \cdot (-x^2y)^4$;

б) $\left(-\frac{1}{2}xy^3\right)^3 \cdot (4y^5)^2$;

г) $(-5ab^6)^4 \cdot (0,3a^6b)^4$.

Упростите выражение:

○18.25. а) $(-4a^3b^4)^2 \cdot 0,25b^7$;

в) $(0,4a^2bc)^2 \cdot (-1,5ab^3c^4)$;

б) $\left(-\frac{2}{3}pq^4\right)^0 \cdot (-27pq^5)$;

г) $\left(\frac{1}{4}m^4n\right)^3 \cdot (-32m^4n)$.

○18.26. а) $(-4,5a^3b^2y)^2 \cdot (-2aby)$;

в) $(-0,8p^3x^2z)^2 \cdot (-2,5px^3z^4)$;

б) $(-3bcd)^3 \cdot \left(-\frac{1}{27}b^2cd\right)$;

г) $\left(-3\frac{1}{3}a^2\right)^3 \cdot 81a^7$.

○18.27. а) $(-6a^3x^2)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}a^2x^2\right)^3$;

в) $\left(-\frac{1}{9}a^2c^4\right)^2 \cdot (-3a^5c^3)^2$;

б) $(-3m^3n^2)^5 \cdot \left(-\frac{1}{3}mn^4\right)^4$;

г) $\left(-\frac{3}{2}a^7b^4\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}a^6b\right)^0$.

○18.28. а) $-\left(\frac{2}{3}x^2y^2\right)^4 \cdot \left(-2\frac{1}{4}xy^3\right)^3$;

б) $-\left(\frac{3}{7}x^2y^3\right)^2 \cdot \left(-2\frac{1}{3}xy^3\right)^3$.

○18.29. Найдите значение выражения:

а) $(3xy)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}xy^2\right)^2$, если $x = -3$, $y = \frac{1}{3}$;

б) $\left(\frac{1}{2}a^2b\right)^3 \cdot (4ab^3)^2$, если $a = \frac{1}{2}$, $b = -2$.

○18.30. Замените символ * таким одночленом, чтобы выполнялось равенство:

а) $* \cdot 3b^2 = 9b^3$;

в) $-4a^3b^4 \cdot * = 16a^7b^9$;

б) $8a^2b^4 \cdot * = -8a^5b^5$;

г) $-17a^8b^{12} \cdot * = -34a^9b^{13}$.

○18.31. Замените символ * таким одночленом, чтобы выполнялось равенство:

а) $* \cdot \frac{1}{5}m^4n = -m^6n^4$;

б) $\frac{3}{4}ab^2 \cdot * = 4a^4b^5$.

○18.32. Представьте заданный одночлен A в виде B^n , где B — некоторый одночлен, если:

а) $A = 81a^6b^8c^{12}$, $n = 2$;

в) $A = 125x^3y^9z^{27}$, $n = 3$;

б) $A = 256x^4y^{12}z^{24}$, $n = 4$;

г) $A = 144a^6b^{10}c^{18}$, $n = 2$.

○18.33. Представьте заданный одночлен C в виде D^n , где D — некоторый одночлен, если:

а) $C = 216c^9b^{12}f^{27}$, $n = 3$;

в) $C = 1024p^{20}q^{100}r^{1000}$, $n = 10$;

б) $C = 243x^{10}y^{25}z^{40}$, $n = 5$;

г) $C = 256a^{36}b^{216}c^{1296}$, $n = 4$.

○18.34. Можно ли представить одночлен A в виде куба некоторого одночлена B , если:

- а) $A = 7a^9$; в) $A = 81b^{10}c^{27}$;
б) $A = 27b^4$; г) $A = -64x^9y^{81}$?

○18.35. Можно ли представить одночлен C в виде квадрата некоторого одночлена D , если:

- а) $C = 25a^{10}$; б) $C = -36d^4$; в) $C = 8c^8$; г) $C = 16b^7$?

○18.36. Представьте заданное выражение в виде квадрата или куба некоторого одночлена:

- а) $2\frac{7}{9}x^4y^2z^8$; в) $3\frac{1}{16}a^6d^4c^8$;
б) $0,027m^9n^6$; г) $0,008u^{15}v^3$.

○18.37. Решите уравнение:

- а) $(2x)^7 = 128$; в) $(3x)^5 = 32$;
б) $(5x)^4 = 81$; г) $(6x)^2 = 144$.

●18.38. Вместо символов $*$ запишите такие одночлены, чтобы получилось верное равенство:

- а) $(*)^2 \cdot (*)^3 = 4a^3b^2c^5$; в) $(*)^4 \cdot (*)^3 = 8c^4d^{13}n^3$;
б) $(*)^3 \cdot (*)^2 = -27p^3x^4y^2$; г) $(*)^5 \cdot (*)^2 = 81b^{13}n^5t^4$.

●18.39. Решите уравнение:

- а) $(5x^2)^3 \cdot (2x^3)^5 = 2^2 \cdot 10^3$;
б) $(9x^4)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}x^2\right)^8 = \left(\frac{3}{4}\right)^4$;
в) $(3x^3)^4 \cdot (4x^5)^3 = -72^2$;
г) $(8x^5)^2 \cdot \left(\frac{1}{5}x^4\right)^3 = \left(\frac{4}{5}\right)^3$.

§ 19. ДЕЛЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН

Выполните деление одночлена на одночлен:

19.1. а) $a^3 : a^2$; б) $x^8 : x^3$; в) $y^{20} : y^{18}$; г) $z^{54} : z^{50}$.

19.2. а) $\frac{1}{3}x : 3$; б) $\frac{1}{5}y : \frac{10}{11}$; в) $\frac{5}{7}a : \left(-\frac{25}{49}\right)$; г) $-\frac{13}{15}b : \left(-\frac{26}{45}\right)$.

19.3. а) $-8x : (-4x)$; б) $3c : c$; в) $7a : (-a)$; г) $-9b : (-b)$.

Выполните деление одночлена на одночлен:

- 19.4. а) $6x^3 : x^2$; в) $-15z^8 : z^8$;
 б) $-27y^2 : (-9y^2)$; г) $-90p^4 : (-5p)$.
- 19.5. а) $-19a : (-19a)$; в) $-100cd : (20cd)$;
 б) $-45b : (-15b)$; г) $18dy : (6dy)$.
- 19.6. а) $16abc : (8a)$; в) $-42cdm : (12c)$;
 б) $24pqr : (-4pq)$; г) $-99xyz : (-9x)$.
- 19.7. а) $4,8axy : (1,6xy)$; в) $-0,81pqs : (0,009pq)$;
 б) $(-0,88abc) : (1,1b)$; г) $6,5xz : (-1,3z)$.
- 19.8. а) $18a^{12} : (6a^4)$; в) $12a^7y^4 : (6a^2y^3)$;
 б) $24b^{10} : (6b^{10})$; г) $6b^5x^3 : (3b^3x^2)$.
- 19.9. а) $44a^3b^2c^6 : (11a^2bc^5)$; в) $144m^8n^9k^4 : (12m^2n^7k)$;
 б) $198x^4y^4z^2 : (2x^4y^3z)$; г) $258p^8q^4r^{17} : (3p^6q^2r^{15})$.

Упростите выражение:

- 19.10. а) $(5a^2b^2)^3 : (5ab)^2$; в) $(49z^{10}t^{14}) : (7zt)^0$;
 б) $(10x^3y^3)^4 : (2x^4y^3)^2$; г) $(-x^2y^3z)^4 : (xyz)$.
- 19.11. а) $(2m^2n^2)^4 : (4mn)^2$; в) $(-x^2y^3z^4)^5 : (-xyz)^6$;
 б) $55p^3q^4 : (5pq)^0$; г) $(-5ac^3d)^3 : (5cd)^2$.
- 19.12. Какое из предложенных заданий корректно, а какое не-корректно:
 а) разделить $8c^3$ на $4c^{10}$; в) сложить $15a^3$ и $2a^2$;
 б) сложить $12ab$, $-5ab$ и $8ab$; г) разделить $4c^{10}$ на $8c^3$?
- 19.13. Можно ли разделить одночлен $24a^3b^4c^5$ на одночлен:
 а) $-2abcd$; б) $18a^2b^2c^2$; в) $12a^3b$; г) $3a^3b^5c^4$?
- 19.14. Вместо символа * поставьте такой одночлен, чтобы получилось верное равенство:
 а) $30x^5y^6z^7 : * = 5x^3y^2z^6$; в) $* : (p^3m^2q^7) = p^8m^4q^9$;
 б) $* : (5a^3b^4c^{10}) = 15a^5b^7c^{21}$; г) $d^2n^3z^{10} : * = dn^2z^5$.

○19.15. Упростите выражение:

- а) $\frac{(2cy^3)^2 \cdot 16c^5y}{(4c^2y)^3}$; в) $\frac{(3x^2c^3)^2 \cdot 27x^{15}c^4}{(3x^2c)^5}$;
- б) $\frac{(9a^3b^4)^3}{(3a^2b)^2 \cdot 27a^4b^9}$; г) $\frac{(4a^3b^3)^2 \cdot (-a^2b)^3}{(-2a^3b^2)^3}$.

Упростите выражение:

○19.16. а) $\frac{(-4x^2y^3)^3 \cdot (-5x^2y^4)^2}{(-10x^3y^5)^0};$

б) $\frac{(-2a^3x^5)^4 \cdot (-9a^3x^5)^2}{(-6a^4x^7)^0}.$

○19.17. а) $\frac{(-6a^5x^9)^3}{(4a^3x^4)^3 \cdot (-2ax^2)^5};$

б) $\frac{(-2a^4b^3)^3 \cdot (3a^3b^9)^2}{(-2a^2b^3)^8}.$

○19.18. а) $\frac{(3a^5b^3)^4 \cdot (2a^3b^2)^0}{(6a^4b^2)^5};$

б) $\frac{(10a^6x^5)^6}{(5a^9x^2)^4 \cdot (2a^9x^6)^0}.$

○19.19. а) $\frac{(1,2x^2z^5)^2 \cdot (2x^4z)^3}{0,6xz^8};$

б) $\frac{(1,3a^4b^2)^3}{(-2,6ab)^2 \cdot 5a^4b}.$

●19.20. Решите уравнение:

а) $\frac{(7x)^{11} \cdot (49x)^2 \cdot 7}{(7x^2)^3 \cdot (343x)^4} = 56;$

б) $\frac{(3x)^9 \cdot (9x^4)^3 \cdot x^2}{(3x^3)^5 \cdot (27x)^3} = -96.$

§ 20. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Установите, какие из данных выражений являются многочленами:

20.1. а) $3a + 4b$;

в) $5(5x^2 - 12y^2)$;

б) $5x^2 - 3y^2$;

г) $(a + 1)(b - 2)$.

20.2. а) $5x^2 - 6x^2 + \frac{1}{x}$;

в) $\frac{b^2}{4} + 12z^2 - \frac{ab}{5}$;

б) $\frac{3a^2b}{4ab^2}$;

г) $0,3p^2 + 13p - 1$.

20.3. а) $3x^2 + 5y + \frac{7}{c}$;

в) $9x^3 - 4y^2 - 5$;

б) $\frac{a^8}{4} - \frac{b^6}{5} + \frac{c^4}{7} + \frac{d^3}{9}$;

г) $\frac{10}{z^5} + \frac{2}{z^3} + \frac{5}{z^2} - \frac{11}{z}$.

20.4. Даны одночлены: $5a$; $-4ab$; $8a^2$; $12a$; $-2,5ab$; $-a^2$.

Составьте из них:

а) многочлен, в котором нет подобных членов;

б) многочлен, в котором есть подобные члены;

в) два многочлена, в каждом из которых нет подобных членов, используя при этом все данные одночлены;

г) выражения, которые не являются многочленами.

20.5. Даны одночлены: $0,5x^2y$; $-xy^2$; $12xy$; $-3x^2y$; $-0,2xy$; $4xy^2$. Составьте из них:

а) многочлен, в котором нет подобных членов;

б) многочлен, в котором есть подобные члены;

в) два многочлена, в каждом из которых нет подобных членов, используя при этом все данные одночлены;

г) выражения, которые не являются многочленами.

Приведите многочлен к стандартному виду:

20.6. а) $5x^2 - 3x^2 - x^2$; в) $1,2c^5 + 2,8c^5 - 4c^5$;

б) $7y^3 + y^3 + 12y^3$; г) $\frac{1}{2}d^n - \frac{1}{3}d^n + \frac{1}{6}d^n$.

20.7. а) $5x^2 - 3xy - 2xy + x^2$;

б) $3t^2 - 5t^2 - 11t - 3t^2 + 5t + 11$;

в) $7a^2b - 5a^2b + ab^2 + 2ab^2$;

г) $z^3 + 2z^2 + z^3 - 4z - z^2$.

20.8. а) $4b^2 + a^2 + 6ab - 11b^2 - 6ab$;

б) $3a^2x + 3ax^2 + 5a^3 - 3ax^2 - 8a^2x - 10a^3$;

в) $9x^3 - 8xy - 6y^2 - 9x^3 - xy$;

г) $m^4 - 3m^3n + n^2m^2 - m^2n^2$.

20.9. а) $mmmm - nnnn$;

б) $3s \cdot 2r + 2rs + 4r \cdot 8s$;

в) $pqpq - qpqp$;

г) $12m \cdot 2n - 3m \cdot 4n - 7m \cdot 8n$.

20.10. а) $4p^3 \cdot 2p + 3p^2 \cdot 4p + 2p^2 \cdot 2p^2 - 2p^3 \cdot 4$;

б) $x \cdot \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x + 0,8x - x \cdot \frac{1}{6}x - x$;

в) $y \cdot 2y - 3y - y^2 - 5 + 2yy - y \cdot 5 + y \cdot 7y^2$;

г) $\frac{5}{6}aa + \frac{1}{3}a - 0,6aa + a \cdot 0,1a$.

20.11. а) $2x \cdot 4y - 3x \cdot 2y - 0,2x \cdot 5y + y \cdot 5x - 5xy + 8xy$;

б) $xpxx - p \cdot 3px - p \cdot 4x^3 + 7pxp$;

в) $15r^3s - 5rsr^2 - 3srrr + 2r^2sr$;

г) $7xax + a \cdot 2ax + x \cdot 9xa - 8axa$.

20.12. Вместо символа * в данном многочлене поставьте такой одночлен, чтобы получившееся выражение после приведения подобных членов не содержало переменной:

а) $1\frac{1}{2}a + 2\frac{1}{3}a - 15 + 2,4a - *$;

б) $4x - 1,5x + 7 + 1\frac{1}{7}x + *$.

○20.13. Приведите многочлен к стандартному виду:

а) $c \cdot \frac{1}{2}c - 0,1c^5 - c^3 + cc^2 \cdot 2c^2 - c \cdot \frac{1}{8}c + ccc$;

б) $\frac{1}{9}mm - m \cdot \frac{1}{2}mm + 0,5m + mm \cdot \frac{1}{8}m - \frac{1}{3}m^2 + \frac{1}{2}m$;

в) $aba + aa - a \cdot 2ab + bab - 2ba \cdot 2b - 6a \cdot 2b^2 - aa$;

г) $y \cdot 2yy - y \cdot 5xy + x \cdot 3xy - xy \cdot 6y + x \cdot 12xy - y^3$.

○20.14. Приведите многочлен к стандартному виду и запишите его в порядке убывания степеней переменной:

а) $15p + 18p^2 + 4 - 12p + 3p^2 - p^4$;

б) $1,4x^2 - 4,1x^3 + x - 3,1 + x + 1,3x^3$;

в) $\frac{1}{4}a + \frac{3}{5}a^2 - \frac{3}{4}a^2 + \frac{7}{8} - \frac{2}{3}a$;

г) $0,2y^4 - 3,5y - 1,2y^4 - 1 + 3,5y$.

○20.15. Приведите многочлен к стандартному виду, укажите его степень и свободный член:

а) $4x \cdot \frac{1}{2}x^3 - 3,5x^2 \cdot 6 + \frac{1}{5}x^2 \cdot 3x^3 - x^2(-2x) + 2 \cdot (-1,5)$;

б) $5a^2 \cdot 1,5a^4 - \frac{1}{3}a \cdot 6a^2 + a^3 \cdot (-4a^2) - a^2 \cdot (-a^2) - 12 \cdot (-3)$.

○20.16. Приведите многочлен к стандартному виду и найдите его значение:

а) $a^3b + a^2b - 3ab^2 + 2a^2b + 2ab^2$ при $a = -1$, $b = 2$;

б) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y^2 + 0,3x - x + \frac{5}{9}y^2$ при $x = 5$, $y = \frac{3}{4}$;

в) $m^4 - 3m^3n + m^2n^2 - m^3n - 4m^2n^2$ при $m = -\frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{3}$;

г) $6p^2q - 5pq^2 + 5p^3 + 2pq^2 - 8p^3 - 3p^2q$ при $p = -2$, $q = 0,5$.

○20.17. Дан многочлен $p(x) = 7x^3 - x + 2x^2 - 5x^3 + x^2 - x - 3$.

а) Приведите многочлен $p(x)$ к стандартному виду.

б) Вычислите $p(1)$, $p(-1)$, $p(2)$, $p\left(\frac{1}{2}\right)$.

○20.18. Дан многочлен $p(y) = 9y^4 + 3y^2 - 2y^3 - y - 8y^4 - 3y^2 + 2$.

а) Приведите многочлен $p(y)$ к стандартному виду.

б) Вычислите $p(1)$, $p(-1)$, $p(2)$, $p\left(\frac{1}{2}\right)$.

- 20.19. Приведите многочлен к стандартному виду и выясните, при каких значениях переменной его значение равно 1:
- $x^3 + 2x^2 + 7x + 8x - x^3 - x^2 - x^2$;
 - $0,5y^3 + 2,7y^2 + 3,5y + 6,5y - 0,5y^3 - 2y^2 - 0,7y^2$;
 - $3z^4 - z^2 + 4z + z + z^2 - 2z^4 - z^4 + 8$;
 - $6p^3 - p^2 + 4p^3 + p^2 - 10p^3 - 3p + 19$.
- 20.20. а) Дан многочлен $3a + 11$. Полагая $a = 5x + 4$, составьте новый многочлен и приведите его к стандартному виду.
 б) Дан многочлен $14 - 8a$. Полагая $a = 3x^2 - 4x + 2$, составьте новый многочлен и приведите его к стандартному виду.
- 20.21. Приведите многочлен к стандартному виду и запишите его в порядке убывания степеней переменной:
- $12m \cdot 0,2m^2 + 3,5m \cdot 2m - 27 + 4,5m^2 \cdot 0,2m - 15m$;
 - $3,6k \cdot 5k^3 - 0,4k^2 \cdot 7k + 1,4k^3 - 10k^2 \cdot 2k + 15k \cdot 0,5k^2$;
 - $9a^3 \cdot 0,3a - 12a \cdot 0,4a^2 + 7a \cdot 0,2a^3 + 1,7a^2 \cdot (-3a) - 13a \cdot 0,5a$;
 - $0,5b \cdot 4b^2 - 5b \cdot 0,3b - 3b^2 \cdot (-0,2b) + 14b^2 \cdot 0,5 - 25b \cdot 0,3b^2$.
- 20.22. Дан многочлен $p(a; b) = 2a^2 - 3ab + b^2 - ab - a^2$.
 а) Приведите многочлен $p(a; b)$ к стандартному виду.
 б) Вычислите $p(1; 2)$, $p(1; -1)$, $p(2; 2)$, $p(-1; 2)$.
- 20.23. Дан многочлен $p(a; b) = a^3 + 5a^2b + 2ab^2 + b^3 + ab^2 - 2a^2b$.
 а) Приведите многочлен $p(a; b)$ к стандартному виду.
 б) Вычислите $p(1; 1)$, $p(-1; 1)$, $p(1; -2)$, $p(-1; -2)$.
- 20.24. Приведите многочлен $p(x)$ к стандартному виду и найдите, при каких значениях переменной $p(x) = 1$:
- $0,6x^3 + 7,2x^2 + 0,4x - 5x^2 + 0,4x^3 - 2,2x^2 - 0,4x$;
 - $3x^4 - x^2 + 3x + x + x^2 - 2x^4 - 4x + 1$;
 - $4,6x^3 - x^2 + 4,4x^3 + 0,2x + x^2 + 1,7x - x^3 - 1,9x$;
 - $2x^3 + 3x^2 - 0,1x - 4x^2 - 1,8x^3 + 0,1x + 2x^2 - 0,2x^3 - 3$.
- 20.25. Вместо символа $*$ поставьте такой одночлен, чтобы полученный многочлен стандартного вида не содержал переменной a :
- $5a - 13 + 8a - 7a + 25 + *$;
 - $7b - 15 + 10a - 2a + 13 - *$;
 - $12a - 23 + 2a - 3a + b + *$;
 - $8a^2 - 7a^2 - 4 + *$.

- 20.26. Вместо символа $*$ поставьте такой одночлен, чтобы полученный многочлен стандартного вида не содержал членов, подобных a^2 :
- $a^2 + 2a^2 - b^2 - 3c + *$;
 - $3ax^2 - 5x^3 + 4a^2 + 8x^2a - 5 + 11a^2 + *$;
 - $2x^2 + 3ax - 9a^2 + 8x^2 - 5ax + 8a^2 + *$;
 - $2y^2 - 5ay + a^2 + 7y^2 + 3ay - 5a^2 + *$.
- 20.27. а) Дан многочлен $p(x; y) = 7x + 4y - 11$.
Считая, что $y = 3x^2 - 2x + 5$, преобразуйте $p(x; y)$ так, чтобы получился многочлен от одной переменной x , и приведите его к стандартному виду.
- б) Дан многочлен $p(a; b) = 13a + 6b - 7$.
Считая, что $b = 4 - a^2 + 3a$, преобразуйте $p(a; b)$ так, чтобы получился многочлен от одной переменной a , и приведите его к стандартному виду.
- 20.28. а) В выражении $2a^2 + 4b - 12$ замените переменную b многочленом $2a^2 - 4a + 1$ и приведите получившийся многочлен к стандартному виду.
- б) В выражении $3x^3 + 2y + 4$ замените переменную y многочленом $3x^3 + x - 5$ и приведите получившийся многочлен к стандартному виду.
- 20.29. Пусть $x = 3a + 12$, $y = 13 - a$, $z = 5 + 4a$. Составьте выражение и приведите его к многочлену стандартного вида:
- $x + y + z$;
 - $y - x + z$;
 - $x - y + z$;
 - $z - x - y$.
- 20.30. Пусть $a = 3x^2 + 4x + 8$, $b = 1,2 - 2x^2 - 7x$, $c = 12,5x^2 - 3,5x + 21,8$. Составьте выражение и приведите его к многочлену стандартного вида:
- $a + b + c$;
 - $a - b + c$;
 - $b - a - c$;
 - $c - b - a$.
- 20.31. Докажите, что $p(x; y) = 0$, если:
- $p(x; y) = 25x^2 - 30xy + 9y^2 - 10x + 6y$ и $y = \frac{5}{3}x$;
 - $p(x; y) = 4x^2 - 28xy + 49y^2 - 6x + 21y$ и $x = 3,5y$.
- 20.32. Пусть $k = 5a^3 + 4a^2b + 8ab^2 - 24b^3$, $l = 7a^3 - 13a^2b - 4ab^2 + 17b^3$, $m = -12a^3 + 9a^2b - 4ab^2 + 15b^3$. Составьте выражение и приведите его к многочлену стандартного вида:
- $k + l + m$;
 - $l + k - m$;
 - $m - l - k$;
 - $l - k + m$.

- 20.33. Значение многочлена $ax + by + cz$ при $x = 1, y = 2, z = -3$ равно 2,5. Найдите значение многочлена $ax + by - cz$ при $x = \frac{1}{24}, y = \frac{1}{12}, z = \frac{1}{8}$.
- 20.34. Найдите $p(x)$, если:
а) $p(x - 2) = 2x + 5$; б) $p(x + 3) = 8x - 7$.
- 20.35. Найдите многочлен $p(x)$, если известно, что из данных ниже четырех утверждений три истинны, а одно ложно:
1) $p(x) = x^3 + 2x$ или $p(x) = 5x - 2$;
2) $p(1) = 3, p(-2) = -12$;
3) сумма коэффициентов многочлена $p(x)$ равна 3;
4) $p(x)$ — многочлен третьей степени.

§ 21. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

- 21.1. Найдите $p(a) = p_1(a) + p_2(a)$, если:
а) $p_1(a) = 2a + 5; p_2(a) = 3a - 7$;
б) $p_1(a) = 7 - 2a; p_2(a) = -1 - 5a$;
в) $p_1(a) = 3a - 4; p_2(a) = 11 - 3a$;
г) $p_1(a) = -4 - 3a; p_2(a) = 7 - 8a$.
- 21.2. Найдите $p(x) = p_1(x) + p_2(x)$, если:
а) $p_1(x) = 2x^3 + 5; p_2(x) = 3x^3 + 7$;
б) $p_1(x) = 4x^5 + 2x + 1; p_2(x) = x^5 + x - 2$;
в) $p_1(x) = 6x^2 - 4; p_2(x) = 5x^2 - 10$;
г) $p_1(x) = x^{11} + x^6 - 3; p_2(x) = 2x^{11} + 3x^6 + 1$.
- 21.3. Найдите $p(y) = p_1(y) - p_2(y)$, если:
а) $p_1(y) = 2y^3 + 8y - 11; p_2(y) = 3y^3 - 6y + 3$;
б) $p_1(y) = 4y^4 + 4y^2 - 13; p_2(y) = 4y^4 - 4y^2 + 13$;
в) $p_1(y) = y^3 - y + 7; p_2(y) = y^3 + 5y + 11$;
г) $p_1(y) = 15 - 7y^2; p_2(y) = y^3 - y^2 - 15$.
- 21.4. Найдите $p(a; b) = p_1(a; b) + p_2(a; b)$, если:
а) $p_1(a; b) = a + 3b; p_2(a; b) = 3a - 3b$;
б) $p_1(a; b) = 8a^3 + 3a^2b - 5ab^2 + b^3$;
 $p_2(a; b) = 18a^3 - 3a^2b - 5ab^2 + 2b^3$;
в) $p_1(a; b) = a^2 - 5ab - 3b^2; p_2(a; b) = a^2 + b^2$;
г) $p_1(a; b) = 10a^4 - 7a^3b - a^2b^2 + 6$;
 $p_2(a; b) = 17a^4 - 10a^3b + a^2b^2 + 3$.

○21.5. Найдите $p(c; d) = p_1(c; d) - p_2(c; d)$, если:

а) $p_1(c; d) = 3c^2 + d$; $p_2(c; d) = 2c^2 - 3d$;

б) $p_1(c; d) = 5c^4 + 3c^2d$; $p_2(c; d) = 2c^2 + 3c^2d + d^2$;

в) $p_1(c; d) = 12c^2d - 3cd^2 + 4$; $p_2(c; d) = 6c^2d - 5cd^2 + 2c$;

г) $p_1(c; d) = c^2 + 2cd + d^2$; $p_2(c; d) = 5c^2 - 6cd - 7d^2$.

○21.6. Даны три многочлена: $p_1(a) = 2a^3 + 3a^2 - a + 1$,
 $p_2(a) = 4a^4 + 6a^3 - 2a^2 + 2a$, $p_3(a) = 2a^5 + 3a^4 - a^3 + a^2$.
 Найдите:

а) $p(a) = p_1(a) + p_2(a) + p_3(a)$;

б) $p(a) = p_1(a) - p_2(a) + p_3(a)$;

в) $p(a) = p_1(a) + p_2(a) - p_3(a)$;

г) $p(a) = p_1(a) - p_2(a) - p_3(a)$.

○21.7. Даны три многочлена: $p_1(x; y) = 27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3$,
 $p_2(x; y) = 20x^3 - 15x^2y + 4xy^2 - 3y^3$,
 $p_3(x; y) = 10x^3 + 12x^2y - 5xy^2 + y^3$.

Найдите:

а) $p(x; y) = p_1(x; y) + p_2(x; y) + p_3(x; y)$;

б) $p(x; y) = p_1(x; y) - p_2(x; y) + p_3(x; y)$;

в) $p(x; y) = p_1(x; y) + p_2(x; y) - p_3(x; y)$;

г) $p(x; y) = p_1(x; y) - p_2(x; y) - p_3(x; y)$.

○21.8. Пусть $p_1(a) = a^2 - 3a^3 + 1,2$, $p_2(a) = 3a^3 - 2,4a^2 - a$. Составьте многочлен:

а) $p(a) = p_1(a) + 2p_2(a)$;

б) $p(a) = 3p_1(a) - p_2(a)$.

○21.9. Запишите во втором столбце такой многочлен, чтобы его сумма с многочленом из первого столбца была равна многочлену, записанному в третьем столбце:

а) $5x + 6$		$9x + 7$
б) $a^3 + 2a^2b + b^3$		$a^3 + 2a^2b + b^3$
в) $m^2 + 2mn + n^2$		$m^2 - 2mn + n^2$
г) $2c^2d + 3cd^2 - 8$		0

○21.10. Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

а) $6a^2 - (2 - (1,56a - (a^2 + 0,36a)) + (5,5a^2 + 1,2a - 1))$;

б) $(a^2 + 2x^2) - (5a^2 - 1,2ax + (2,8x^2 - (1,5a^2 - 0,5ax + 1,8x^2)))$;

в) $12,5x^2 + y^2 - (8x^2 - 5y^2 - (-10x^2 + (5,5x^2 - 6y^2)))$;

г) $(y^3 + 3z^2) - (y^3 - 6az + (2y^3 - (3z^2 + 4az - 1,2y^3)))$.

Решите уравнение:

○21.11. а) $(5x - 3) + (7x - 4) = 8 - (15 - 11x)$;

б) $(4x + 3) - (10x + 11) = 7 + (13 - 4x)$;

в) $(7 - 10x) - (8 - 8x) + (10x + 6) = -8$;

г) $(2x + 3) + (3x + 4) + (5x + 5) = 12 - 7x$.

○21.12. а) $\frac{3}{4}y - \left(\frac{5}{6}y - 1,25\right) = 0,55$; в) $\frac{3}{8}x - \left(\frac{1}{3}x - 2,4\right) = -0,4$;

б) $\frac{3}{4}x - (0,25x - 3) = 1,2$; г) $\frac{1}{2}x - (2,5x - 3) = 1,8$.

○21.13. а) $2x^2 - (2x^2 - 5x) - (4x - 2) = 5$;

б) $(y^3 + y) + (3 - 6y) - (4 - 5y) = -2$;

в) $(x^2 - 7x - 11) - (5x^2 - 13x - 18) = 16 - 4x^2$;

г) $(y^2 - 5y^5 - 19) - (5y^2 - 6y^5 - 9) = 22 - 4y^2$.

○21.14. Турист был в пути 4 ч. За первый час он прошел x км, а в каждый следующий час проходил на 0,5 км меньше, чем в предыдущий. Найдите путь, пройденный туристом:

а) за третий час;

в) за первые два часа;

б) за последние три часа;

г) за все время ходьбы.

●21.15. Известно, что $p(x) = p_1(x) + p_2(x) - p_3(x)$, где $p_1(x) = 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 7x + 15$, $p_2(x) = x^3 + x^2 - 8x + 1$, $p_3(x) = 2x^4 + 4x^3 - x^2 - x + 2$. Вычислите $p(287,34)$.

●21.16. а) Докажите, что сумма пяти последовательных натуральных четных чисел делится на 10;

б) Докажите, что сумма шести последовательных натуральных нечетных чисел делится на 12.

§ 22. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

22.1. а) $2x(x^2 + 5x + 3)$;

в) $3y(y^3 - 3y - 4)$;

б) $-2xy(x^2 + 2xy - y^2)$;

г) $-5mn(m^3 + 3m^2n - n^3)$.

22.2. а) $x^2y^2(x + y)$;

в) $-c^3d^4(c^2 - d^3)$;

б) $-p^5q^8(p^3 + 3pq - q^4)$;

г) $r^7s^{12}(r^{10} + 2rs - s^5)$.

22.3. а) $3x(x + y) - 3x^2$;

в) $5c(c^2 - d^2) - 5c^3$;

б) $7a(a - b) - 7a^2$;

г) $10m(m^5 + n^6) - 10m^6$.

22.4. Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- а) $3x(x - 5) - 5x(x + 3)$; в) $2a(a - b) + 2b(a + b)$;
б) $2y(x - y) + y(3y - 2x)$; г) $3p(8c + 1) - 8c(3p - 5)$.

○22.5. Упростите выражение и найдите его значение:

- а) $5x(2x - 3) - 2,5x(4x - 2)$ при $x = -0,01$;
б) $12(2 - p) + 29p - 9(p + 1)$ при $p = \frac{1}{4}$;
в) $5a(a^2 - 4a) - 4a(a^2 - 5a)$ при $a = -3$;
г) $3(3d - 1) + 7(2d + 1)$ при $d = 2\frac{4}{23}$.

Выполните действия:

○22.6. а) $14a \cdot \frac{a+2}{7} + 25a^2 \cdot \frac{4-3a}{5}$;

б) $3k^2 \cdot \frac{5k^2-4}{0,1} + 5k \cdot \frac{7k^3-3k}{0,5}$;

в) $24b^3 \cdot \frac{b^2+b-1}{6} + 26b^2 \cdot \frac{b^3-3b^2+4}{13}$;

г) $8a \cdot \frac{13a^3-12a^2+5}{0,4} - 9a^2 \cdot \frac{4a^2+12a-1}{0,3}$.

○22.7. а) $18a^2 \cdot \frac{a^2-3a+1}{9} - 2a \cdot \frac{a^3-3a^2+a}{0,4} + a^4 - 3a^3 + a^2$;

б) $12x \cdot \frac{x+y}{6} - 27y \cdot \frac{2x-y}{9} - y(y+1)$;

в) $33c^3 \cdot \frac{c+1}{11} - 10c \cdot \frac{c^3-5c^2+c}{5} + c^4 - 3c$;

г) $28p^2 \cdot \frac{p^2+5p-1}{0,7} - 3p \cdot \frac{p^3+5p^2-p}{0,1} + 2p^4 + 10p^3 - 2p^2$.

○22.8. Пусть $a = 3x^2 + 4x - 8$, $b = 2x^2 - 7x + 12$, $c = 5x^2 + 3x - 27$.

По данному ниже условию составьте выражение и преобразуйте его в многочлен стандартного вида, записанный по степеням убывания переменной x :

- а) $2a + 3c - 4b$;
б) $7ax - 12xb + 15xc - 13$;
в) $72xa - 4b + 3xc + 4$;
г) $0,1x^2a + 0,5xc - 0,6x^3b - 17$.

- 22.9. Пусть $x = 3a^2 + 4$; $y = 12a - 13$; $z = a^2 - a + 1$; $k = 5a^3$; $l = 12a^2$; $m = 4a$. По данному ниже условию составьте выражение и преобразуйте его в многочлен стандартного вида, записанный по степеням убывания переменной a :
- а) $2x + ky - lz$; в) $kx + ly - mz$;
 б) $lx - 3my$; г) $mx - lz + 4kx - 14$.

Решите уравнение:

○22.10. а) $3(x - 1) - 2(3 - 7x) = 2(x - 2)$;

б) $10(1 - 2x) = 5(2x - 3) - 3(11x - 5)$;

в) $2(x + 3) - 3(2 - 7x) = 2(x - 2)$;

г) $5(3x - 2) = 3(x + 1) - 2(x + 2)$.

○22.11. а) $3x - \frac{2x-1}{5} = \frac{3x-19}{5}$; в) $2x - \frac{2x+3}{3} = \frac{x-6}{3}$;

б) $\frac{8x-3}{7} - \frac{3x+1}{10} = 2$; г) $\frac{x+14}{5} - \frac{6x+1}{7} = 2$.

○22.12. а) $6x(x + 2) - 0,5(12x^2 - 7x) - 31 = 0$;

б) $2x^3 - x(x^2 - 6) - 3(2x - 1) - 30 = 0$;

в) $12x(x - 8) - 4x(3x - 5) = 10 - 26x$;

г) $8(x^2 - 5) - 5x(x + 2) + 10(x + 4) = 0$.

○22.13. а) $\frac{2x-3}{3} + \frac{7x-13}{6} + \frac{5-2x}{2} = x - 1$;

б) $\frac{x-2}{5} + \frac{2x-5}{4} + \frac{4x-1}{20} = 4 - x$;

в) $\frac{5x-4}{3} + \frac{3x-2}{6} + \frac{2x-1}{2} = 3x - 2$;

г) $\frac{3-5x}{5} + \frac{3x-5}{3} + \frac{6x+7}{15} = 2x + 1$.

○22.14. а) $2x + x(3 - (x + 1)) = x(2 - x) + 12$;

б) $x^2(5x + 3) - 6x(x^2 - 4) = 3x(8 + x)$;

в) $x(12 - x) - 5 = 4x - x(10 - (3 - x))$;

г) $x(4x - 11) - 7x(x - 1) = -2x(x + 2) + 1$.

- 22.15. Докажите, что выражение $x(3x + 2) - x^2(x + 3) + (x^3 - 2x + 9)$ при любом значении переменной x принимает одно и то же значение.

○22.16. Докажите, что выражение $6x(x - 3) - 9(x^2 - 2x + 4)$ при любом значении переменной x принимает отрицательное значение.

●22.17. При каких значениях переменных верно равенство:

а) $6x^2y(2xy - 1) + 3x(2xy - 5) = 2x(6x^2y^2 - 5) - 25$;

б) $3a(5ab^3 - 3) + 5a^2b^2(3b - 2a) = 15a(2ab^3 - 1) + 18$?

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

○22.18. Из пункта A в пункт B со скоростью 12 км/ч выехал велосипедист, а через полчаса вслед за ним выехал другой велосипедист, проезжавший в час 14 км и прибывший в пункт B одновременно с первым велосипедистом. Найдите расстояние между A и B .

○22.19. Лодка плыла 6 ч по течению реки, а затем 4 ч против течения. Найдите собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки равна 3 км/ч, а всего лодкой пройдено расстояние 126 км.

○22.20. От поселка до станции велосипедист ехал со скоростью 10 км/ч, а возвращался со скоростью 15 км/ч, поэтому он затратил на обратный путь на 1 ч меньше. Найдите расстояние от поселка до станции.

○22.21. Катер плыл 4 ч по течению реки и 3 ч против течения, пройдя за это время расстояние 93 км. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

○22.22. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 17 км, вышел пешеход со скоростью 4 км/ч. Через 15 мин из B в A навстречу ему выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Какое расстояние до встречи преодолел велосипедист, а какое — пешеход?

○22.23. Расстояние AB , равное 110 км, турист прошел за три дня. За второй день пути он прошел на 5 км меньше, чем за первый, а за третий день — $\frac{3}{7}$ расстояния, пройденного за два первых дня. Сколько километров проходил турист за каждый день пути?

- 22.24. Из двух аэропортов, расстояние между которыми 2400 км, вылетели одновременно навстречу друг другу два самолета. Через 30 мин им оставалось пролететь до встречи 1400 км. Найдите скорости самолетов, если известно, что скорость одного из них в 1,5 раза больше скорости другого.
- 22.25. Из двух пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми равно 10 км, одновременно в противоположных направлениях выехали велосипедист и легковой автомобиль. Через 24 мин расстояние между ними стало равным 40 км. Найдите скорость велосипедиста, если известно, что она в 4 раза меньше скорости автомобиля.
- 22.26. Один фермер убирал в день на 2,5 га картофеля больше, чем другой, и, проработав 8 дней, убрал на 2 га больше, чем второй фермер за 10 дней. Сколько гектаров картофеля убирал каждый фермер за день?
- 22.27. Мастер изготавливает на 8 деталей в час больше, чем ученик. Ученик работал 6 ч, мастер — 8 ч, и вместе они изготовили 232 детали. Сколько деталей в час изготавливал ученик?
- 22.28. В трех поселках 6000 жителей. Во втором поселке вдвое больше жителей, чем в первом, а в третьем — на 400 жителей меньше, чем во втором. Сколько жителей в каждом поселке?
- 22.29. Во втором цехе завода рабочих в 1,5 раза меньше, чем в первом, и на 200 человек больше, чем в третьем. Всего в первом и третьем цехах работают 800 человек. Сколько рабочих во втором цехе?
- 22.30. Длина прямоугольника на 8 см больше ширины. Если ширину увеличить в 2 раза, а длину уменьшить на 4 см, то площадь прямоугольника увеличится на 25 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.
- 22.31. В прямоугольном параллелепипеде длина и ширина одинаковые, а высота на 6 см больше длины. Если длину увеличить в 2 раза, высоту уменьшить на 3 см, а ширину оставить без изменения, то объем параллелепипеда увеличится на 64 см^3 . Найдите измерения данного параллелепипеда.

- 22.32. Из двух пунктов A и B , расстояние между которыми равно 2 км, одновременно в одном направлении отправились пешеход и велосипедист. Через 48 мин велосипедист опережал пешехода на 10 км. Найдите, какое расстояние будет между ними через 2 ч, если известно, что расстояние между ними все время увеличивалось.
- 22.33. Из двух пунктов A и B , расстояние между которыми равно 1 км, одновременно в одном направлении отправились пешеход и велосипедист. Через 45 мин расстояние между ними стало равным 7 км. Найдите, какое расстояние между ними будет через 1,5 часа, если известно, что расстояние между ними все время увеличивалось.

§ 23. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОГОЧЛЕН

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- 23.1. а) $(x + 1)(x + 2)$;
б) $(a - 3)(a + 8)$;
- 23.2. а) $(x - 5)(9 - x)$;
б) $(-8 - a)(b + 2)$;
- 23.3. а) $(2a + 4)(5a + 6)$;
б) $(7b - 3)(8b + 4)$;
- 23.4. а) $(m^2 + n)(m + n)$;
б) $(2x^2 - 1)(x + 3)$;
- 23.5. а) $(3a + 5)(3a - 6) + 30$;
б) $(8 - y)(8 + y) - (y^2 + 4)$;
- 23.6. а) $0,3a(4a^2 - 3)(2a^2 + 5)$;
б) $1,5x(3x^2 - 5)(2x^2 + 3)$;
- 23.7. а) $(3m^3 + 5)(3m^2 - 10)$;
б) $(4n^5 - 1)(2n^3 + 3)$;
- 23.8. а) $(a + 2)(a^2 - a - 3)$;
б) $(m - n + 1)(m + n)$;
- 23.9. а) $(x^2 - xy + y^2)(x + y)$;
б) $(a + x)(a^2 + ax + x^2)$;
- в) $(b + 10)(b - 4)$;
г) $(y - 5)(y - 9)$.
- в) $(y - 10)(-y + 6)$;
г) $(-7 - b)(a - 4)$.
- в) $(8c + 12)(3c - 1)$;
г) $(15d + 27)(-5d - 9)$.
- в) $(3y^2 + 5)(y - 6)$;
г) $(7c^2 - 1)(c - 3)$.
- в) $x(x - 3) + (x + 1)(x + 4)$;
г) $(c + 2)c - (c + 3)(c - 3)$.
- в) $3p(2p + 4) \cdot 2p(2p - 3)$;
г) $-0,5y(4 - 2y^2)(y^2 + 3)$.
- в) $(5k^4 + 2)(6k^2 - 1)$;
г) $(6p^8 - 4)(2p^2 + 5)$.
- в) $(5b - 1)(b^2 - 5b + 1)$;
г) $(c - 2d)(c + 2d - 1)$.
- в) $(n^2 + np + p^2)(n - p)$;
г) $(c^2 - cd + d^2)(c - d)$.

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

○23.10. а) $(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$;

б) $(5 - 2a + a^2)(4a^2 - 3a - 1)$;

в) $(5x - 2y)(25x^2 + 10xy + 4y^2)$;

г) $(m^2 - m + 2)(3m^2 + m - 2)$.

○23.11. а) $(2x - y)^2$;

в) $(3x + 2y)^2$;

б) $(x^2 + x + y)^2$;

г) $(2x^2 - xy + y^2)^2$.

○23.12. а) $a(3a^2 - 4)(3a^2 + 4)$;

в) $a^2(2a + 3)(2a - 3)$;

б) $(a - 5)(a + 5)(a^2 + 25)$;

г) $(a^2 + 16)(a - 4)(a + 4)$.

○23.13. а) $(3,5p - 1,2k)(3,5p + 1,2k)$;

б) $(1,7s + 0,3t^2)(0,3t^2 - 1,7s)$;

в) $(2,4m^2 - 0,8n^2)(0,8n^2 + 2,4m^2)$;

г) $(1,3x^3 - 1,8y^2)(1,8y^2 + 1,3x^3)$.

○23.14. а) $(a^2 + a - 1)(a^2 - a + 1)$;

б) $(m^2 + 2m - 1)(m^2 - 2m + 1)$;

в) $(2x^2 + 3x + 2)(-2x^2 + 3x - 2)$;

г) $(b^3 + 5b + 3)(-b^3 - 5b + 3)$.

○23.15. а) $(m - 1)(m^3 + m^2 + m + 1)$;

б) $(2 - s)(16 + 8s + 4s^2 + 2s^3 + s^4)$;

в) $(x + y)(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)$;

г) $(a + 3)(81 - 27a + 9a^2 - 3a^3 + a^4)$.

○23.16. Найдите значение выражения:

а) $(a - 1)(a - 2) - (a - 5)(a + 3)$ при $a = -8$;

б) $(a - 3)(a + 4) - (a + 2)(a + 5)$ при $a = -\frac{1}{6}$;

в) $(a - 7)(a + 4) - (a + 3)(a - 10)$ при $a = -0,15$;

г) $(a + 2)(a + 5) - (a + 3)(a + 4)$ при $a = -0,4$.

○23.17. Докажите, что выражение $p(x)$ при любых значениях x принимает одно и то же значение:

а) $p(x) = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - 8x^3$;

б) $p(x) = 27x^3 - (3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$.

○23.18. Докажите, что выражение $p(x; y)$ при любых значениях переменных принимает положительные значения:

а) $p(x; y) = (xy + 3)(2xy - 4) - 2(xy - 7)$;

б) $p(x; y) = (2x^2 - y)(3x + y^2) + 3(xy + 2) + y^3 - 6x^3$.

Решите уравнение:

- 23.19. а) $12x^2 - (4x - 3)(3x + 1) = -2$;
б) $(x + 1)(x + 2) - (x + 3)(x + 4) = 0$;
в) $10x^2 - (2x - 3)(5x - 1) = 31$;
г) $(x - 2)(x - 3) - (x + 2)(x - 5) = 0$.
- 23.20. а) $(3x + 5)(4x - 1) = (6x - 3)(2x + 7)$;
б) $(5x - 1)(2 - x) = (x - 3)(2 - 5x)$;
в) $(5x + 1)(2x - 3) = (10x - 3)(x + 1)$;
г) $(7x - 1)(x + 5) = (3 + 7x)(x + 3)$.
- 23.21. а) $(x + 4)(x - 3) + (x - 5)(x + 4) = 0$;
б) $(x^2 - 3)(x + 2) + (x^2 + 3)(x - 2) = 4$;
в) $(x - 4)(x + 3) + (x - 2)(x + 3) = 0$;
г) $(x^2 - 1)(x - 4) + (x^2 + 1)(x + 4) = 6$.

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

- 23.22. Длина прямоугольника на 20 м больше его ширины. Если длину прямоугольника уменьшить на 10 м, а ширину увеличить на 6 м, то его площадь увеличится на 12 м^2 . Найдите стороны прямоугольника.
- 23.23. Найдите четыре последовательных натуральных числа, если известно, что разность между произведением двух больших чисел и произведением двух меньших чисел равна 58.
- 23.24. Периметр прямоугольника равен 60 см. Если длину прямоугольника увеличить на 10 см, а ширину уменьшить на 6 см, то площадь прямоугольника уменьшится на 32 см^2 . Найдите площадь прямоугольника.
- 23.25. Найдите три последовательных натуральных числа, если известно, что квадрат меньшего из них на 65 меньше произведения двух других чисел.
- 23.26. Каждый из двух прямоугольников имеет периметр 122 см. Длина первого прямоугольника больше длины второго на 5 см, а площадь второго прямоугольника на 120 см^2 больше площади первого. Найдите площадь каждого прямоугольника.
- 23.27. Периметр прямоугольника равен 240 см. Если длину прямоугольника уменьшить на 14 см, а ширину увеличить на 10 см, то его площадь увеличится на 4 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.

- 23.28. Даны три числа, из которых каждое следующее на 3 больше предыдущего. Найдите эти числа, если известно, что произведение меньшего и большего на 54 меньше произведения большего и среднего.
- 23.29. Даны три числа, из которых каждое следующее на 12 больше предыдущего. Найдите эти числа, если известно, что произведение двух меньших на 432 меньше произведения двух больших.
- 23.30. Из четырех чисел второе больше первого на 3, третье больше второго на 5, а четвертое является суммой первого и второго. Найдите эти числа, если известно, что произведение первого и второго на 74,2 меньше разности между квадратом третьего числа и четвертым числом.
- 23.31. Не приводя многочлен $h(x)$ к стандартному виду, найдите степень многочлена, старший коэффициент, свободный член и сумму коэффициентов:
 а) $h(x) = p(x)q(x)$, где $p(x) = 2x^5 + x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 2$,
 $q(x) = x^7 - 3x^5 + 2x^3$;
 б) $h(x) = (p(x))^2(q(x))^3$, где $p(x) = 2x^2 - 5x + 1$, $q(x) = x^2 - 3x - 2$.
- 23.32. При каком натуральном значении n выполняется равенство:
 а) $(2^n - 1)(4^n + 2^n + 1) = 511$;
 б) $(2^n - 1)(16^n + 8^n + 4^n + 2^n + 1) = 31$;
 в) $(3^n + 2)(9^n - 2 \cdot 3^n + 4) = 737$;
 г) $(3^n + 1)(81^n - 27^n + 9^n - 3^n + 1) = 82$?
- 23.33. а) Число A при делении на 8 дает в остатке 3, а число B при делении на 8 дает в остатке 5. Какой остаток получится при делении числа AB на 4?
 б) Число A при делении на 5 дает в остатке 3, а число B при делении на 8 дает в остатке 2. Какой остаток получится при делении на 5 числа $(A + B)(A - B)$?

§ 24. ФОРМУЛЫ

СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

Преобразуйте квадрат двучлена в многочлен стандартного вида:

24.1. а) $(a + x)^2$; б) $(b - y)^2$; в) $(c + d)^2$; г) $(m - n)^2$.

24.2. а) $(x + 1)^2$; б) $(y - 2)^2$; в) $(a - 5)^2$; г) $(c + 8)^2$.

Преобразуйте квадрат двучлена в многочлен стандартного вида:

24.3. а) $(7 - a)^2$; б) $(9 + b)^2$; в) $(4 + n)^2$; г) $(12 - p)^2$.

24.4. а) $(-x + 1)^2$; б) $(-z - 3)^2$; в) $(-n + 8)^2$; г) $(-m - 10)^2$.

24.5. а) $(2a + 1)^2$; б) $(3c - 2)^2$; в) $(6x - 3)^2$; г) $(7y + 6)^2$.

24.6. а) $(8x + 3y)^2$; б) $(6m - 4n)^2$; в) $(9p - 2q)^2$; г) $(10z + 3t)^2$.

24.7. а) $(-3a + 5x)^2$; в) $(-3m + 4n)^2$;

б) $(-6y - 2z)^2$; г) $(-12z - 3t)^2$.

24.8. а) $(0,2x - 0,5a)^2$; в) $\left(6a - \frac{1}{6}\right)^2$;

б) $\left(\frac{1}{4}m + 3n\right)^2$; г) $(10c + 0,1y)^2$.

24.9. а) $(x^2 + 1)^2$; б) $(y^2 - 6)^2$; в) $(q^2 + 8)^2$; г) $(p^2 - 10)^2$.

24.10. а) $(a^2 + 3x)^2$; б) $(b^2 - 5y)^2$; в) $(r^2 + 4s)^2$; г) $(m^2 - 6n)^2$.

24.11. а) $(c^2 + d^2)^2$; б) $(m^2 - n^3)^2$; в) $(z^2 + t^3)^2$; г) $(p^2 - q^2)^2$.

24.12. а) $(a^3 + 3b)^2$; в) $(5m^2 + 3n^2)^2$;

б) $(4x^2 - 3c)^2$; г) $(6p^2 - 8g^3)^2$.

24.13. а) $\left(2\frac{1}{3}a - 1\frac{1}{14}b\right)^2$; в) $\left(-1,2x - 4\frac{1}{6}y\right)^2$;

б) $\left(0,9x + 1\frac{13}{27}y\right)^2$; г) $\left(-2,3a + 1\frac{2}{23}b\right)^2$.

Используя формулы для $(a \pm b)^2$, вычислите:

24.14. а) 79^2 ; б) 39^2 ; в) 59^2 ; г) 69^2 .

24.15. а) 21^2 ; б) 31^2 ; в) 61^2 ; г) 91^2 .

24.16. а) 42^2 ; б) 62^2 ; в) 82^2 ; г) 32^2 .

24.17. а) 98^2 ; б) 28^2 ; в) 88^2 ; г) 58^2 .

24.18. а) $\left(12\frac{1}{12}\right)^2$; б) $\left(-7\frac{2}{7}\right)^2$; в) $\left(7\frac{3}{14}\right)^2$; г) $\left(-13\frac{3}{13}\right)^2$.

24.19. а) $\left(12\frac{12}{13}\right)^2$; б) $\left(14\frac{13}{15}\right)^2$; в) $\left(39\frac{39}{40}\right)^2$; г) $\left(15\frac{13}{16}\right)^2$.

Выполните действия, используя соответствующую формулу сокращенного умножения:

- 24.20. а) $(a - b)(a + b)$; в) $(m - n)(m + n)$;
 б) $(c - d)(c + d)$; г) $(p - q)(p + q)$.
- 24.21. а) $(x - 1)(x + 1)$; в) $(c - 2)(c + 2)$;
 б) $(9 - a)(9 + a)$; г) $(12 - t)(12 + t)$.
- 24.22. а) $(3b - 1)(3b + 1)$; в) $(10m - 4)(10m + 4)$;
 б) $(6x - 2)(6x + 2)$; г) $(8a - 1)(8a + 1)$.
- 24.23. а) $(4a - b)(b + 4a)$; в) $(4b + 1)(1 - 4b)$;
 б) $(x + 7)(7 - x)$; г) $(5m + 2)(2 - 5m)$.
- 24.24. а) $(3x - 5y)(3x + 5y)$; в) $(13c - 11d)(13c + 11d)$;
 б) $(7a - 8b)(7a + 8b)$; г) $(8m - 9n)(8m + 9n)$.
- 24.25. а) $(5x - 2y^2)(5x + 2y^2)$; в) $(10p^3 - 7q)(10p^3 + 7q)$;
 б) $(2c - 3a^2)(3a^2 + 2c)$; г) $(8d + 6c^3)(6c^3 - 8d)$.
- 24.26. а) $(4x^2 - 2y^2)(4x^2 + 2y^2)$;
 б) $(10a^3 + 5b^2)(10a^3 - 5b^2)$;
 в) $(3n^4 - m^4)(3n^4 + m^4)$;
 г) $(10m^8 + 8n^8)(10m^8 - 8n^8)$.

Используя формулу $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, вычислите:

- 24.27. а) $69 \cdot 71$; б) $31 \cdot 29$; в) $89 \cdot 91$; г) $99 \cdot 101$.
- 24.28. а) $58 \cdot 62$; б) $82 \cdot 78$; в) $42 \cdot 38$; г) $18 \cdot 22$.
- 24.29. а) $0,49 \cdot 0,51$; в) $0,67 \cdot 0,73$;
 б) $0,78 \cdot 0,82$; г) $1,21 \cdot 1,19$.
- 24.30. а) $10\frac{1}{7} \cdot 9\frac{6}{7}$; б) $10\frac{2}{5} \cdot 9,6$; в) $99\frac{2}{3} \cdot 100\frac{1}{3}$; г) $7\frac{4}{5} \cdot 8,2$.

24.31. Вычислите наиболее рациональным способом:

- а) $\frac{910}{137^2 - 123^2}$; б) $\frac{274^2 - 34^2}{960}$; в) $\frac{53^2 - 27^2}{79^2 - 51^2}$; г) $\frac{14\,400}{324^2 - 36^2}$.

24.32. Выполните действия, используя соответствующую формулу сокращенного умножения:

- а) $(x - 1)(x^2 + x + 1)$; в) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$;
 б) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$; г) $(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$.

24.33. Выполните действия, используя соответствующую формулу сокращенного умножения:

а) $(5m + 3n)(25m^2 - 15mn + 9n^2)$;

б) $(2a - 3x)(4a^2 + 6ax + 9x^2)$;

в) $(3x + 4y)(9x^2 - 12xy + 16y^2)$;

г) $(4x - 5y)(16x^2 + 20xy + 25y^2)$.

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

24.34. а) $3(x - y)^2$; б) $-c(3a + c)^2$; в) $-6(5m - n)^2$; г) $b(1 + 2b)^2$.

24.35. а) $a^2 + (3a - b)^2$;

в) $(5c + 7d)^2 - 70cd$;

б) $9p^2 - (q - 3p)^2$;

г) $(8m - n)^2 - 64m^2$.

24.36. а) $(a - 4)^2 + a(a + 8)$;

в) $(y - 5)^2 - (y - 2)$;

б) $(x - 7)x + (x + 3)^2$;

г) $b(b + 4) - (b + 2)^2$.

24.37. а) $(3a - b)(3a + b) + b^2$;

б) $9x^2 - (y + 4x)(y - 4x)$;

в) $(5c - 6d)(5c + 6d) - 25c^2$;

г) $(7m - 10n)(7m + 10n) - 100n^2$.

24.38. а) $2(a - 2)(a + 2)$;

в) $5c(c + 3)(c - 3)$;

б) $x(x + 4)(x - 4)$;

г) $7d^2(d - 1)(d + 1)$.

24.39. а) $(a - c)(a + c) - (a - 2c)^2$;

б) $(x - 4)(x + 4) - (x + 8)(x - 8)$;

в) $(3b - 1)(3b + 1) - (b - 5)(b + 5)$;

г) $(m + 3n)^2 + (m + 3n)(m - 3n)$.

24.40. а) $(b - 5)(b + 5)(b^2 + 25)$;

в) $(a - 2)(a + 2)(a^2 + 4)$;

б) $(3 - y)(3 + y)(9 + y^2)$;

г) $(c^2 - 1)(c^2 + 1)(c^4 + 1)$.

○**24.41.** а) $(x - 1)^3$; б) $(2a + 3b)^3$; в) $(2y + 5)^3$; г) $(3m - 4n)^3$.

○**24.42.** а) $(0,5a^2 + 2b)^3$; б) $\left(3xy - \frac{1}{3}x^2y^2\right)^3$.

○**24.43.** Докажите, что

$$(2a - b)(2a + b) + (b - c)(b + c) + (c - 2a)(c + 2a) = 0.$$

○**24.44.** Докажите, что значение данного выражения не зависит от значения переменной:

а) $(5m - 2)(5m + 2) - (5m - 4)^2 - 40m$;

б) $(3b + 2)^2 + (7 + 3b)(7 - 3b) - 12b$.

Упростите выражение и найдите его значение:

- 24.45. а) $(a + 3)^2 - (a - 2)(a + 2)$ при $a = -3,5$;
б) $(x - 3)^2 - (x + 3)(x - 3)$ при $x = -0,1$;
в) $(m + 3)^2 - (m - 9)(m + 9)$ при $m = -0,5$;
г) $(c + 2)^2 - (c + 4)(c - 4)$ при $c = \frac{1}{4}$.
- 24.46. а) $(5a - 10)^2 - (3a - 8)^2 + 132a$ при $a = -6$;
б) $(3p - 8)^2 + (4p + 6)^2 + 100p$ при $p = -2$;
в) $(5b - 3)^2 + (12b - 4)^2 - 4b$ при $b = -1$;
г) $(13 - 5m)^2 - (12 - 4m)^2 + 4m$ при $m = -\frac{2}{3}$.
- 24.47. а) $125 - (5 - 3x)(25 + 15x + 9x^2)$ при $x = -\frac{4}{3}$;
б) $25 - (2 - 3a)(4 + 6a + 9a^2)$ при $a = -\frac{1}{3}$;
в) $127 + (5c - 3)(25c^2 + 15c + 9)$ при $c = -1\frac{1}{5}$;
г) $64 - (4 - 3a)(16 + 12a + 9a^2)$ при $a = -\frac{2}{3}$.

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- 24.48. а) $(10x^2 - 3xy^3)^2$; в) $(0,6b^3 - 5b^2c^4)^2$;
б) $(8p^3 + 5p^2q)^2$; г) $(3z^7 + 0,5z^3t)^2$.
- 24.49. а) $(20x^3z + 0,03z^2)^2$; в) $(0,15k^4n^3 - 10n^4)^2$;
б) $\left(\frac{3}{8}n^3 + 4mn^2\right)^2$; г) $\left(6a^2 - \frac{1}{3}ab\right)^2$.
- 24.50. а) $(x^n - 2^3)(x^n + 2^3)$; в) $(c^n - d^{3n})(c^n + d^{3n})$;
б) $(a^{2n} + b^n)(a^{2n} - b^n)$; г) $(a^{n+1} - b^{n-1})(a^{n+1} + b^{n-1})$.
- 24.51. а) $(3x^2 - 2)(9x^4 + 6x^2 + 4)$;
б) $(5x^2 + 3)(25x^4 - 15x^2 + 9)$;
в) $(8b^2 + 3)(64b^4 - 24b^2 + 9)$;
г) $(7a^2 - 1)(49a^4 + 7a^2 + 1)$.
- 24.52. а) $(x - 2)^2(x + 2)^2$; в) $(m - 6)^2(m + 6)^2$;
б) $(y - 4)^2(y + 4)$; г) $(n - 7)^2(7 + n)$.

Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

○24.53. а) $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$;

б) $(3a - b)(3a + b)(9a^2 + b^2)$;

в) $(p^3 + q)(p^3 - q)(p^6 + q^2)$;

г) $(s^4 + r^4)(s - r)(s + r)(s^2 + r^2)$.

○24.54. а) $(3x^2 + 4)^2 + (3x^2 - 4)^2 - 2(3x^2 + 4)(3x^2 - 4)$;

б) $p(p - 2c)(p + 2c) - (p - c)(p^2 + pc + c^2)$;

в) $(4a^3 + 5)^2 + (4a^3 - 1)^2 + 2(4a^3 + 5)(4a^3 - 1)$;

г) $m(2m - 1)^2 - 2(m + 1)(m^2 - m + 1)$.

○24.55. а) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)$;

б) $x^{32} - (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^8 + 1)(x^{16} + 1)$.

○24.56. а) $(a + 2b)^3 + (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2) - 2a(a^2 + 6b^2)$;

б) $3(2x - y)^3 + 3(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2) - 6xy(3y - 6x)$.

Замените символы * одночленами так, чтобы выполнялось равенство:

○24.57. а) $(6a^5 + *)^2 = * + * + 25x^2$;

б) $(10m^5 + *)^2 = * + * + 36m^4n^6$;

в) $(* - 4x^7)^2 = 25x^4y^2 - * + *$;

г) $(8a^3 - *)^2 = * - * + 49a^8b^6$.

○24.58. а) $(* + 4d^4)^2 = * + 24c^2d^5 + *$;

б) $(* - 8a^4)^2 = 81a^6b^2 - * + *$;

в) $(4p^2q^2 + *)^2 = * + * + 0,01q^8$;

г) $(8q^4t^3 - *)^2 = * - * + 0,16t^4$.

○24.59. а) $(* + *)^2 = * + 70b^3c + 49c^2$;

б) $(* - *)^2 = 81x^2 - * + 100x^4y^6$;

в) $(* + *)^2 = * + 70x^3y^2 + *$;

г) $(* - *)^2 = * - 48c^5d^3 + *$.

○24.60. а) $(* - 15a)(* + *) = 4c^2 - *$;

б) $(* + *)(* - 11c) = 81a^2 - *$;

в) $\left(* - \frac{3}{4}x^3\right)(* + *) = 0,25y^4 - *$;

г) $(* - *)(* + 0,4n^2) = 100m^6 - *$.

○24.61. Замените символы * одночленами так, чтобы выполнялось равенство:

а) $(* - 10z^2)(* + *) = 0,49x^6 - *;$

б) $(* + *)(7p^6 - *) = * - \frac{16}{121}q^4;$

в) $\left(1\frac{3}{4}x^7 - *\right)(* + *) = * - 64y^4z^{10};$

г) $(* - *)^2 = * - 60a^4x^2 + *.$

Решите уравнение:

○24.62. а) $8x(1 + 2x) - (4x + 3)(4x - 3) = 2x;$

б) $x - 3x(1 - 12x) = 11 - (5 - 6x)(6x + 5);$

в) $(6x - 1)(6x + 1) - 4x(9x + 2) = -1;$

г) $(8 - 9x)x = -40 + (6 - 3x)(6 + 3x).$

○24.63. а) $(x - 6)^2 - x(x + 8) = 2;$

б) $9x(x + 6) - (3x + 1)^2 = 1;$

в) $x(x - 1) - (x - 5)^2 = 2;$

г) $16x(2 - x) + (4x - 5)^2 = 1.$

○24.64. а) $9x^2 - 1 - (3x - 2)^2 = 0;$

б) $x + (5x + 2)^2 = 25(1 + x^2);$

в) $(2x - 3)^2 - 2x(4 + 2x) = 11;$

г) $(4x - 3)(3 + 4x) - 2x(8x - 1) = 0.$

○24.65. а) $(x - 1)(x + 1) = 2(x - 3)^2 - x^2;$

б) $(2x + 3)^2 - 4(x - 1)(x + 1) = 49;$

в) $3(x + 5)^2 - 4x^2 = (2 - x)(2 + x);$

г) $(3x + 1)^2 - (3x - 2)(2 + 3x) = 17.$

○24.66. а) $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0;$ в) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0;$

б) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = 7;$ г) $(x + 1)(x^2 - x + 1) = -7.$

○24.67. В прямоугольном параллелепипеде длина на 5 см больше ширины и на 5 см меньше высоты. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если площадь его поверхности равна 244 см^2 .

○24.68. В прямоугольном параллелепипеде длина на 3 см больше ширины и на 3 см меньше высоты. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда, если площадь его поверхности равна 198 см^2 .

○24.69. Если сторону квадрата увеличить на 7 см, то площадь квадрата увеличится на 301 см^2 . Найдите периметр квадрата.

- 24.70. а) Докажите, что разность квадратов двух последовательных четных чисел делится на 4.
 б) Докажите, что разность квадратов двух последовательных нечетных чисел делится на 8.
- 24.71. Известно, что числа A и B не кратны 3. Докажите, что $(A^2 - B^2) : 3$ (напоминаем, что знак $:$ означает «делится на»).
- 24.72. Найдите значение числового выражения:
 а) $(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) - 2^{16}$;
 б) $3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32}$.
- 24.73. Докажите равенство
 $(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) = 0,2(3^{32} - 2^{32})$.
- 24.74. Вычислите наиболее рациональным способом:
 а) $1,72^3 - 0,72^3 - 3 \cdot 1,72 \cdot 0,72$;
 б) $0,505^3 + 3 \cdot 0,495 \cdot 0,505 + 0,495^3 + 48 \cdot 0,505 + 48 \cdot 0,495$.

§ 25. МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ПОЛНОГО КВАДРАТА

- 25.1. Какой одночлен нужно прибавить к заданному двучлену, чтобы получился полный квадрат:
 а) $x^2 + 4x$; б) $4a^2 + 9$; в) $4x^2 - 12xy$; г) $25a^2 + 16b^2$?
- 25.2. Найдите наименьшее значение многочлена $p(x)$:
 а) $p(x) = x^2 - 10x + 5$; в) $p(x) = x^2 - 5x + 8$;
 б) $p(x) = 2x^2 - 6x + 3$; г) $p(x) = 3x^2 + x$.
- 25.3. Найдите наибольшее значение многочлена $p(x)$:
 а) $p(x) = 7 - x^2 - 6x$; в) $p(x) = 10 - 3x - x^2$;
 б) $p(x) = 5x - 2x^2$; г) $p(x) = 1 + 3x - 2x^2$.
- 25.4. а) Найдите наименьшее значение выражения
 $(4x - 3)(4x + 3) - 3y(8x - 3y)$;
 б) Найдите наибольшее значение выражения
 $(5 - 3x)(5 + 3x) - 5y(6x + 5y)$.
- 25.5. Найдите ту пару значений переменных, при которых многочлен
 $p(x; y) = 3x^2 - 6xy + y^2 + 5x + 96y - 68$
 принимает наименьшее значение, если известно, что $x + 2y = 7$. Чему равно это наименьшее значение?

- 25.6. Найдите ту пару значений переменных, при которых многочлен

$$p(x; y) = 12x + 4y + 84 - x^2 - 8xy + y^2$$

принимает наибольшее значение, если известно, что $3x - y - 4 = 0$. Чему равно это наибольшее значение?

- 25.7. Найдите ту пару значений переменных, при которых многочлен

$$p(x; y) = 2x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 2$$

принимает наименьшее значение. Чему равно это наименьшее значение?

- 25.8. Найдите ту пару значений переменных, при которых многочлен

$$p(x; y) = 5 + 2xy - (x^2 + y^2) - 4x$$

принимает наибольшее значение. Чему равно это наибольшее значение?

- 25.9. Решите уравнение:

а) $(x + 2y)^2 + 4x + 5 - 4y - 4xy = 0$;

б) $12(ab + b - a) + 13 + (3a - 2b)^2 = 0$.

- 25.10. Докажите, что заданное неравенство выполняется при любых значениях x :

а) $x^2 - 12x + 37 > 0$;

б) $12x - 12 - 4x^2 < 0$.

Докажите, что заданное неравенство выполняется при любых значениях переменных:

- 25.11. а) $13x^2 - 42xy + 49y^2 \geq 0$; б) $-4x^2 + 20xy - 28y^2 \leq 0$.

- 25.12. а) $2x^2 + 6xy + 11y^2 \geq 0$; б) $4xy - 6x^2 - 3y^2 \leq 0$.

§ 26. ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН

Выполните деление многочлена на одночлен:

26.1. а) $(12a + 8) : 4$;

в) $(44y + 22) : 11$;

б) $(54d + 36) : (-18)$;

г) $(-15 - 5y) : (-5)$.

26.2. а) $(a - ab) : a$;

в) $(-m - mn) : m$;

б) $(x - xy) : (-x)$;

г) $(-c + cd) : (-c)$.

26.3. а) $(a^2 + 3ab) : a$;

в) $(c^2 - 2cd) : c$;

б) $(m^3 - m^2n) : m^2$;

г) $(p^4 - p^3q) : p^3$.

Выполните деление многочлена на одночлен:

26.4. а) $(4ab^2 + 3ab) : (ab)$; в) $(-3,5m^2n - 0,2mn) : (mn)$;
б) $(1,2cd^3 - 0,7cd) : (cd)$; г) $\left(-\frac{1}{2}xy + \frac{1}{3}x^3y\right) : (xy)$.

○26.5. а) $(4x + 12y - 16) : (-4)$;
б) $(3x^2y - 4xy^2) : (5xy)$;
в) $(2ab + 6a^2b^2 - 4b^2) : (-2b)$;
г) $(-a^5b^3 + 3a^6b^2) : (4a^4b^2)$.

○26.6. Найдите значение алгебраического выражения:

а) $(18a^4 - 27a^3) : (9a^2) - 10a^3 : (5a)$ при $a = -8$;
б) $(36x^2y - 4xy^2) : (4xy) + y$ при $x = -\frac{1}{9}$; $y = 0,2745$.

○26.7. Придумайте три одночлена, на которые делится данный многочлен:

а) $5x^2 - 6x^4 + 48x^6 - 12x^3$;
б) $14x^6 - 28x + 7x^5 + 84x^4 - 56x^8$;
в) $15a^2b^3 + 25a^4b^2 - 30a^6b^3 - 75a^4b^7$;
г) $45m^6n^2 + 30m^3n^5 + 60m^4n^3 - 90m^4n^5$.

○26.8. Установите, корректно ли задание: разделить многочлен $2x^3y^2 + 3x^2y - 5x^4y^4$ на одночлен A , если:

а) $A = xyz$; б) $A = x^2y^2$; в) $A = xy$; г) $A = -x^2y$.

○26.9. Выполните почленное деление числителя дроби на знаменатель:

а) $\frac{12a^8b^6 + 60a^6b^8}{4a^5b^5}$;
б) $\frac{132n^3p^2 - 44n^2p^3 + 110n^2p^4}{22np}$;
в) $\frac{15a^7x^9 - 45a^9x^7}{5a^6x^6}$;
г) $\frac{108k^4n^2 - 144k^3n^3 - 180k^2n^4}{36kn}$.

○26.10. Установите, корректно ли предложенное задание, и если да, то выполните его:

а) $(7a^2 + 10a^3b) : a^4$; в) $(27a^3 - 81b^3) : (9a^3b^3)$;
б) $(4x^2 - 3x) : (-x^2)$; г) $(42x^3y - 63xy^3 + 14xy) : (7xy)$.

26.11. Запишите два одночлена, не являющихся подобными, на которые делится данный многочлен:

- а) $13k^3l^4 + 21k^4l^6 - 2k^2l^8 + 32k^9l^5$;
- б) $18p^6q^3 + 27p^2q^4 - 63p^8q^5 - 72p^9q^7$;
- в) $16c^6d^4 + 24c^5d^8 + 32c^9d^7 - 48c^2d^3$;
- г) $36x^6y^5 - 48x^4y^8 + 84x^9y^3 - 144x^3y^4$.

26.12. Запишите пять одночленов, не являющихся подобными, на которые делится данный многочлен:

- а) $4b^4c^5 - b^4c^4 + 13b^2c^6$;
- б) $12x^3y^4 - 16x^2y^3 + 24x^2y^2$;
- в) $5z^5m^7 - 25z^8m + 40z^{12}m^2$;
- г) $3,2k^2l^4 - 1,4k^3l^4 + 4,3kl^6$.

26.13. Из данных одночленов выберите те, на которые делится многочлен $12x^2y^3z - 3xy^2z^2 + 4xy^2z^3$:

- а) x^2yz ; $3x^2y^2z$; xy ; xyz^4 ; x^3 ;
- б) xy^2z ; $6xy^4z$; $5z$; $6xyz$; $20xy$;
- в) y^2 ; 3 ; $142xyz$; $15x$; $24z^2$;
- г) $4xy^2$; y^2z ; 8 ; $7xyz$; $2xy^2z$.

Замените символы * одночленами так, чтобы выполнялось равенство:

●26.14. а) $\frac{15a^4b - * + 20a^2b^3}{5a^2b} = * - 7ab + *;$

б) $\frac{* - 24a^3x^4}{*} = 7a^2 - 8ax^3;$

в) $\frac{* - 100a^2b^4 + 75ab^5}{25ab^3} = 3a^2 - * + *;$

г) $\frac{57c^4d^3 - 38c^3d^2}{*} = 3cd^2 - *.$

●26.15. а) $\frac{42a^2x^4 - 21a^3x^3 + 72a^4x^2}{*} = * - * + 12a^2x;$

б) $\frac{* - * + 63a^n x^5}{*} = 2a^5x^3 - 3a^6x^2 + 4,5a^{n-3}x;$

в) $\frac{30k^3p^3 - 175k^2p^4 - *}{*} = 3k^2 - * - 14p^2;$

г) $\frac{45c^{10}d^8 + 54c^{n+2}d^7 - *}{*} = * + 3,6c^n d^6 - 2c^6d^8.$

●26.16. Выясните, какой из данных многочленов может быть частным от деления многочлена $30a^4b^3 - 12a^2b^4$ на некоторый одночлен. Найдите делитель, если он существует:

а) $3a^3 - 1,2ab$; $30a^4b - 12ab^2$;

б) $5b^3 - 2b^4$; $15a^2b - 4b$;

в) $30a^3b^2 - 12ab$; $6a^3b^2 - 3ab^3$;

г) $15a^4b^3 - 6a^2b^4$; $3a^2 - 1,2b$.

●26.17. Выясните, какой из данных многочленов может быть частным от деления многочлена $42x^5y^4 + 56x^4y^2$ на некоторый одночлен. Найдите делитель, если он существует:

а) $21x^4y^3 + 18x^3y^6$; $5,25xy^3 + 7y^6$; $6x^4y^3 + 8x^3y$;

б) $6x^3y^3 + 8x^2y^6$; $42xy + 56y^2$; $21x^2y^3 + 28xy$;

в) $42x^2y + 56x$; $21x^3y^3 + 28x^3y$; $4,2x^4y^2 + 5,6x^3$;

г) $5,25xy^3 + 14xy^6$; $10,5x^2y^3 + 14xy$; $6x^3y + 8x^2$.

§ 27. ЧТО ТАКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ И ЗАЧЕМ ОНО НУЖНО

Решите уравнение:

27.1. а) $x(x + 2) = 0$;

в) $z(z - 1,6) = 0$;

б) $(x + 1)(x + 4) = 0$;

г) $(y + 2)(y - 6) = 0$.

27.2. а) $m(m + 1)(m + 2) = 0$;

в) $p(p + 13)(p - 17) = 0$;

б) $n^2(n - 3)(n - 8) = 0$;

г) $q^3(q - 21)(q - 105) = 0$.

27.3. а) $(2x + 3)(3x - 6) = 0$;

б) $(9y + 18)(12y - 4)(36y - 72) = 0$;

в) $(4a - 8)(6a - 10) = 0$;

г) $(4t - 1)(8t - 3)(12t - 17) = 0$.

27.4. Представьте многочлен $p(x)$ в виде произведения многочлена и одночлена, если:

а) $p(x) = 2x^2 + x$;

в) $p(x) = 3x^3 - 12x$;

б) $p(x) = 6x^3 - 3x^2 + 3x$;

г) $p(x) = 5x^4 + 5x^3 - 10x^2$.

○27.5. Представьте многочлен $p(x)$ в виде произведения многочлена и одночлена и найдите, при каких значениях x выполняется равенство $p(x) = 0$, если:

а) $p(x) = 5x^2 - 10x$;

в) $p(x) = 7x^2 + 21x$;

б) $p(x) = x^2 + 6x^3$;

г) $p(x) = 4x^4 - x^3$.

○27.6. Решите уравнение:

а) $x^2 - x = 0$;

в) $3x^2 - 7x = 0$;

б) $2x^2 + 4x = 0$;

г) $x^2 = 4x$.

27.7. Воспользовавшись формулой $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, представьте многочлен $p(x)$ в виде произведения двух многочленов, если:

а) $p(x) = x^2 - 4$;

в) $p(x) = x^2 - 9$;

б) $p(x) = 9 - 4x^2$;

г) $p(x) = 4 - 9x^2$.

27.8. Разложите многочлен $p(x)$ на множители и найдите, при каких значениях x выполняется равенство $p(x) = 0$, если:

а) $p(x) = x^2 - 1$;

в) $p(x) = x^2 - 49$;

б) $p(x) = x^2 - 0,64$;

г) $p(x) = x^2 - \frac{25}{36}$.

27.9. Решите уравнение:

а) $x^2 - 16 = 0$;

в) $z^2 - 36 = 0$;

б) $y^2 - 25 = 0$;

г) $t^2 - 100 = 0$.

Вычислите наиболее рациональным способом:

27.10. а) $1,8 \cdot 0,6 + 1,8 \cdot 0,4$;

в) $3,6 \cdot 1,3 - 0,3 \cdot 3,6$;

б) $1,5^2 - 1,5 \cdot 11,5$;

г) $1,3 \cdot 8,7 + 1,3^2$.

27.11. а) $53^2 - 43^2$;

в) $108^2 - 98^2$;

б) $\left(6\frac{1}{3}\right)^2 - \left(5\frac{1}{3}\right)^2$;

г) $\left(7\frac{1}{2}\right)^2 - \left(3\frac{1}{2}\right)^2$.

Решите уравнение:

○**27.12.** а) $(x - 1)^2(x + 2) = 0$;

в) $(x - 4)^2(x - 3) = 0$;

б) $(x^2 - 1)(x - 3) = 0$;

г) $(x^2 - 4)(x + 1) = 0$.

○**27.13.** а) $x(x - 2)(x^2 + 1) = 0$;

в) $x(x^2 + 4)(x + 4) = 0$;

б) $(x + 6)(x^3 - 8) = 0$;

г) $(x - 5)(x^3 + 1) = 0$.

○**27.14.** а) $0,25a^2 - 9 = 0$;

в) $4x^2 - 1,44 = 0$;

б) $0,04b^2 - 4 = 0$;

г) $0,25y^2 - 25 = 0$.

Вычислите наиболее рациональным способом:

○**27.15.** а) $\frac{910}{137^2 - 123^2}$;

в) $\frac{324^2 - 36^2}{1440}$;

б) $\frac{13,2 \cdot 9,8 + 13,2 \cdot 2,2}{24}$;

г) $\frac{4,5 \cdot 3,1 - 4,5 \cdot 2,1}{0,1}$.

○**27.16.** а) $\frac{425^2 - 95^2}{215^2 - 115^2}$;

б) $\frac{1,27^2 + 2 \cdot 1,27 \cdot 0,73 + 0,73^2}{1,2^3 + 3 \cdot 1,2^2 \cdot 0,8 + 3 \cdot 1,2 \cdot 0,8^2 + 0,8^3}$.

Постройте график уравнения:

- 27.17. а) $x(x - y) = 0$; в) $y(x + y) = 0$;
б) $(x - 4)(y + 3) = 0$; г) $(x + 1)(y - 2) = 0$.
- 27.18. а) $(2x - y)(x + y) = 0$; в) $(x - y)(3x + y) = 0$;
б) $(x + 2y)(x + y - 1) = 0$; г) $(x - 3y)(x - y + 2) = 0$.
- 27.19. а) $2x^2 + xy = 0$; в) $y^2 - 3xy = 0$;
б) $xy - 5y = 0$; г) $4x + xy = 0$.

§ 28. ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

28.1. Запишите три одночлена, на которые делится каждый из заданных одночленов:

- а) $2m^2$, $2m$, 4 ; в) $15ab^2$, $25ab$, $30a^2b$;
б) $4x$, $16x$, $8xy$; г) $56xyz$, $42x^2z$, $14y^2z$.

Разложите многочлен на множители:

28.2. а) $3x + 3y$; б) $5a - 5b$; в) $7a + 7y$; г) $8x - 8a$.

28.3. а) $3x + 6y$; б) $5a - 15b$; в) $7a + 14y$; г) $8x - 32a$.

28.4. а) $8x + 12y$; в) $21a + 28y$;
б) $15a - 25b$; г) $24x - 32a$.

28.5. а) $2,4x + 7,2y$; в) $0,01a + 0,03y$;
б) $1,8a - 2,4b$; г) $1,25x - 1,75a$.

28.6. а) $\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}y$; б) $\frac{8}{9}a - \frac{16}{27}b$; в) $\frac{18}{25}a + \frac{12}{35}y$; г) $\frac{12}{49}x - \frac{3}{28}y$.

28.7. а) $3\frac{1}{5}x + 3\frac{2}{15}y$; б) $4\frac{2}{7}a - 1\frac{1}{14}b$.

28.8. а) $3b^2 - 3b$; в) $4c^2 - 12c^5$;
б) $a^4 + 2a^2$; г) $8d^4 - 32d^2$.

28.9. а) $x^3 - 3x^2 - x$; в) $y^5 - 2y^4 + y^2$;
б) $2m^6 - 4m^3 + 6m$; г) $9p^4 - 18p^2 - 27p$.

28.10. а) $ab - a^2b$; в) $x^2y - xy^2$;
б) $-p^2q^2 - pq$; г) $m^3n^2 - n^3m^2$.

Разложите многочлен на множители:

- 28.11. а) $3x(a + b) + y(a + b)$; в) $5p(r - s) + 6q(r - s)$;
 б) $m(x - y) - (x - y)$; г) $(c + 2) - d(c + 2)$.
- 28.12. а) $15c(a + b) + 8(b + a)$; в) $n(2a + 1) + m(1 + 2a)$;
 б) $4a(x + y) - 9b(y + x)$; г) $11p(c + 8d) - 9(8d + c)$.
- 28.13. а) $a(b - c) + 3(c - b)$; в) $6(m - n) + s(n - m)$;
 б) $4(p - q) - a(q - p)$; г) $7z(x - y) - 5(y - x)$.
- 28.14. а) $2z^5q^2 - 4z^3q + 6z^2q^3$; в) $7a^4b^3 - 14a^3b^4 + 21a^2b^5$;
 б) $xy^3 + 5x^2y^2 - 3x^2y$; г) $8x^3y^3 + 88x^2y^3 - 16x^3y^4$.
- 28.15. а) $15x^3y^2 + 10x^2y - 20x^2y^3$;
 б) $12a^2b^4 - 36a^2b + 44abc$;
 в) $195c^6p^5 - 91c^5p^6 + 221c^3p^{10}$;
 г) $42a^4b - 48a^3b^2 - 78a^2b^3$.
- 28.16. а) $4c(4c - 1) - 3(4c - 1)^2$;
 б) $(a + 2)^3 - 4a(a + 2)$;
 в) $8m(m - 3) - 3(m - 3)^2$;
 г) $(a - 4)^3 + 8a(a - 4)$.
- 28.17. а) $a(2a - b)(a + b) - 3a(a + b)^2$;
 б) $m(3m + n^2)(m - n) + mn(m - n)^2$;
 в) $5x^2(3x - 8) + 10x(3x - 8)^2$;
 г) $6d^2(2d - 5)^2 - 12d^2(2d - 5)(d + 5)$.

Вычислите наиболее рациональным способом:

- 28.18. а) $154^2 + 154 \cdot 46$; в) $167^2 - 167 \cdot 67$;
 б) $0,2^3 + 0,2^2 \cdot 0,8$; г) $0,9^3 - 0,81 \cdot 2,9$.
- 28.19. а) $0,756^2 - 0,241 \cdot 0,756 - 0,415 \cdot 0,756$;
 б) $0,25^2 \cdot 2,4 + 0,25 \cdot 2,4^2 - 0,25 \cdot 2,4 \cdot 0,65$;
 в) $2,49 \cdot 1,63 - 2,12 \cdot 1,63 + 1,63^2$;
 г) $0,16 \cdot 6,41 \cdot 1,25 - 0,16 \cdot 1,25^2 - 0,16^2 \cdot 1,25$.

- 28.20. а) $\frac{1,9 \cdot 3,8 + 1,9 \cdot 1,2}{0,2^2 + 0,2 \cdot 1,7}$; в) $\frac{1,7 \cdot 1,6 + 1,7^2}{3,4 \cdot 8,7 - 3,4 \cdot 5,4}$;
 б) $\frac{1\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} - 4\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}}{\left(1\frac{2}{7}\right)^2 - 1\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7}}$; г) $\frac{1\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{15} - \frac{7}{15} \cdot \frac{8}{9}}{\left(1\frac{2}{5}\right)^2 - 1\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{15}}$.

Решите уравнение:

- 28.21. а) $x^2 - 3x = 0$; в) $y^2 - 5y = 0$;
б) $a^2 + 10a = 0$; г) $b^2 + 20b = 0$.
- 28.22. а) $0,45p^2 + 18p = 0$; в) $9m^2 + 0,27m = 0$;
б) $-4q^2 + 3q = 0$; г) $-7x^2 + 2x = 0$.
- 28.23. а) $x^3 + 2x^2 = 0$; в) $x^3 - 3x^2 = 0$;
б) $(x - 6)^2 + 2x(x - 6) = 0$; г) $(x + 4)^2 - 3x(x + 4) = 0$.
- 28.24. а) $(x + 2)^2(x - 5)^3 = (x - 5)(x + 2)^4$;
б) $(2x + 1)^3(2x - 3)^5 = (2x + 1)^5(2x - 3)^3$.

Докажите, что значение выражения:

- 28.25. а) $17^6 + 17^5$ кратно 18; в) $42^8 + 42^7$ кратно 43;
б) $3^{17} + 3^{15}$ кратно 30; г) $2^{23} + 2^{20}$ кратно 72.
- 28.26. а) $8^7 - 2^{18}$ кратно 28; в) $9^7 + 3^{12}$ кратно 90;
б) $10^6 + 5^7$ кратно 23; г) $6^4 - 2^8$ кратно 13.
- 28.27. Докажите, что следующее утверждение верно для любого натурального значения n :
а) $(2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}) : 7$;
б) $(2^n + 2^{n+2} + 2^{n+4} + 2^{n+6}) : 170$;
в) $(3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}) : 39$;
г) $(5^{2n-1} + 5^{2n+1} + 5^{2n+3}) : 15$.
- 28.28. Постройте график уравнения:
а) $2x^2 + 3xy + 6x = 0$; в) $2xy - 3y^2 - 6y = 0$;
б) $x^2y + xy^2 = 0$; г) $2x^2y - xy^2 = 0$.
- 28.29. При каких значениях p график линейной функции $y = p^2 - 2px$ проходит через заданную точку:
а) $(1; 0)$; б) $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$; в) $(-1; 0)$; г) $(2,5; 0)$?

§ 29. СПОСОБ ГРУППИРОВКИ

Разложите многочлен на множители:

- 29.1. а) $3a + 3 + pa + n$; в) $ax + 3x + 4a + 12$;
б) $6mx - 2m + 9x - 3$; г) $2mx - 3m + 4x - 6$.
- 29.2. а) $7kp - 6k - 14n + 12$; в) $9m^2 - 9mn - 5m + 5n$;
б) $7x + 7a - 5ax - 5a^2$; г) $bc + 3ac - 2ab - 6a^2$.

Разложите многочлен на множители:

- 29.3. а) $5y^2 + y + y^3 + 5$; в) $z^3 + 21 + 3z + 7z^2$;
б) $y^3 - 4 + 2y - 2y^2$; г) $z - 3z^2 + z^3 - 3$.
- 29.4. а) $7c^2 - c - c^3 + 7$; в) $x^3 - 6 + 2x - 3x^2$;
б) $x^3 + 28 - 14x^2 - 2x$; г) $2b^3 - 6 - 4b^2 + 3b$.
- 29.5. а) $16ab^2 + 5b^2c + 10c^3 + 32ac^2$;
б) $20n^2 - 35a - 14an + 50n$;
в) $18a^2 + 27ab + 14ac + 21bc$;
г) $2x^2yz - 15yz - 3xz^2 + 10xy^2$.
- 29.6. а) $40a^3bc + 21bc - 56ac^2 - 15a^2b^2$;
б) $16xy^2 - 5y^2z - 10z^3 + 32xz^2$;
в) $30x^2 + 10c - 25cx - 12x$;
г) $18x^2z - 10kxy + 20k^2y - 36kxz$.
- 29.7. а) $x^{n+1} - 5x^n + 3x - 15$;
б) $x^{n+1}y^n - y^{n+3} + 2x^{n+1} - 2y^3$;
в) $a^{n-1}x^2 + x^2 - 4a^{n-1} - 4$;
г) $x^ny^n - y^{n+1} - x^{n+1} + xy$.
- 29.8. Найдите значение выражения:
а) $ax - 2a - 3x + 6$, если $a = 1,5$; $x = 3,5$;
б) $2a + b + 2a^2 + ab$, если $a = -1$; $b = 998$;
в) $7by + 4b - 14y - 8$, если $y = \frac{5}{28}$, $b = \frac{2}{7}$.
г) $5ab - 7b + 5a^2 - 7a$, если $a = 3,7$; $b = -3,7$.
- 29.9. Найдите значение выражения $21a^2b - 4b - 12a + 7ab^2$, если:
а) $a = -\frac{1}{3}$; $b = 2$; в) $a = 1\frac{1}{7}$; $b = 0,5$;
б) $a = 4$; $b = \frac{1}{7}$; г) $a = -\frac{2}{3}$; $b = 3$.
- 29.10. Найдите значение выражения:
а) $6a^2 + 3ab^2 - 4ab - 2b^3$, если $a = -1\frac{1}{8}$, $b = -1\frac{1}{2}$;
б) $2x^2 - 4xy^2 + 3xy - 6y^3$, если $x = \frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{6}$.
- 29.11. Вычислите наиболее рациональным способом:
а) $2,7 \cdot 6,2 - 9,3 \cdot 1,2 + 6,2 \cdot 9,3 - 1,2 \cdot 2,7$;
б) $125 \cdot 48 - 31 \cdot 82 - 31 \cdot 43 + 125 \cdot 83$;
в) $14,9 \cdot 1,25 + 0,75 \cdot 1,1 + 14,9 \cdot 0,75 + 1,1 \cdot 1,25$;
г) $3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5} + 4,2 \cdot \frac{2}{3} + 3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{4}{5} + 2,8 \cdot \frac{2}{3}$.

○29.12. Вычислите наиболее рациональным способом:

- а) $109 \cdot 9,17 - 5,37 \cdot 72 - 37 \cdot 9,17 + 1,2 \cdot 72$;
- б) $19,9 \cdot 18 - 19,9 \cdot 16 + 30,1 \cdot 18 - 30,1 \cdot 16$;
- в) $15,5 \cdot 20,8 + 15,5 \cdot 9,2 - 3,5 \cdot 20,8 - 3,5 \cdot 9,2$;
- г) $77,3 \cdot 13 + 8 \cdot 37,3 - 77,3 \cdot 8 - 13 \cdot 37,3$.

○29.13. Разложите многочлен на множители:

- а) $ax^2 - ay - bx^2 + cy + by - cx^2$;
- б) $xy^2 - by^2 - ax + ab + y^2 - a$;
- в) $ax + bx + cx + ay + by + cy$;
- г) $ab - a^2b^2 + a^3b^3 - c + abc - ca^2b^2$.

Разложите многочлен на множители, представив один из его членов в виде суммы подобных слагаемых:

- 29.14. а) $x^2 + 6x + 8$; в) $x^2 + 3x + 2$;
б) $x^2 - 8x + 15$; г) $x^2 - 5x + 6$.
- 29.15. а) $a^2 - 7a + 6$; в) $y^2 - 10y + 24$;
б) $b^2 + 9b - 10$; г) $z^2 - 18z - 40$.
- 29.16. а) $a^2 + 8ab - 9b^2$; в) $x^2 + 4xy - 12y^2$;
б) $a^2 + 16ab + 55b^2$; г) $x^2 + 16xy + 39y^2$.

Решите уравнение:

- 29.17. а) $x^2 - 3x + 2 = 0$; в) $x^2 - 6x + 8 = 0$;
б) $x^2 + 8x + 15 = 0$; г) $x^2 - 3x - 4 = 0$.
- 29.18. а) $2x^2 - 5x + 2 = 0$; в) $4x^2 + 5x - 6 = 0$;
б) $3x^2 + 10x + 3 = 0$; г) $3x^2 - x - 2 = 0$.
- 29.19. а) $x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0$; в) $x^3 + 3x^2 + 5x + 15 = 0$;
б) $x^4 + x^3 - 8x - 8 = 0$; г) $x^4 - 3x^3 - x + 3 = 0$.
- 29.20. При каком значении p заданная пара чисел является решением уравнения $p^2x + py + 8 = 0$:
а) (1; -6); б) (-1; 2)?
- 29.21. При каких значениях p график линейной функции $y = p^2 - 2px$ проходит через заданную точку:
а) (1; 3); б) (-2; 5)?
- 29.22. При каких целочисленных значениях n выполняется равенство:
а) $6^n - 4 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n + 12 = 0$;
б) $10^n - 8 \cdot 5^n + 8 = 2^n$?

- 29.23. а) Докажите, что для любого натурального значения n верно утверждение:

$$(2n^3 + 3n^2 + n) : 6.$$

- б) Докажите, что для любого нечетного натурального значения n верно утверждение:

$$(n^2 + 4n - 5) : 8.$$

- 29.24. Найдите целочисленные решения уравнения:

а) $2xy + y - 4x - 2 = 5$; б) $6xy - 4y - 3x = 1$.

Постройте график уравнения:

- 29.25. а) $x^2 - xy - y + x = 0$; б) $2xy - 4x + y^2 = 2y$.

- 29.26. а) $2xy - 4y + x^2 - 5x + 6 = 0$;

б) $10xy - 3 + x + 2x^2 + 15y = 0$.

- 29.27. Постройте в системе координат xOy график линейной функции $y = p^2x + 2p$, если известно, что он проходит через точку $(1; 3)$ и не имеет общих точек с четвертым координатным углом.

§ 30. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

Разложите многочлен на множители:

30.1. а) $x^2 - 196$; б) $169 - m^2$; в) $y^2 - 144$; г) $225 - n^2$.

30.2. а) $4 - 36a^2$; в) $400 - 121c^2$;

б) $49b^2 - 100$; г) $144d^2 - 225$.

30.3. а) $a^2 - 9b^2$; б) $16d^2 - c^2$; в) $m^2 - 64n^2$; г) $100q^2 - p^2$.

30.4. а) $49x^2 - 121a^2$; в) $9m^2 - 16n^2$;

б) $64p^2 - 81q^2$; г) $144y^2 - 25r^2$.

30.5. а) $x^2y^2 - 1$; б) $25 - 36p^2c^2$; в) $4 - c^2d^2$; г) $49x^2y^2 - 400$.

30.6. а) $c^2d^2 - m^2$; в) $16y^2z^2 - 9a^2n^2$;

б) $a^2x^2 - 0,25y^2$; г) $x^2y^2 - 0,25p^2q^2$.

30.7. а) $144a^4 - 625c^2$; в) $169x^8 - 400y^{16}$;

б) $25p^{10} - \frac{1}{9}q^{12}$; г) $4b^{16} - \frac{1}{16}d^4$.

Решите уравнение:

30.8. а) $x^2 - 49 = 0$; в) $z^2 - 625 = 0$;

б) $y^2 - 100 = 0$; г) $t^2 - 1 = 0$.

30.9. а) $4x^2 - 1 = 0$; в) $36a^2 - 25 = 0$;

б) $25y^2 - 49 = 0$; г) $144z^2 - 1 = 0$.

Разложите многочлен на множители:

30.10. а) $a^3 + 8$; б) $b^3 - 27$; в) $c^3 - 64$; г) $d^3 + 125$.

30.11. а) $216 - m^3$; в) $729 + p^3$;

б) $1000 + m^3$; г) $343 - q^3$.

30.12. а) $64a^3 + 1$; в) $512b^3 - 125$;

б) $27d^3 - 8$; г) $216c^3 + 1000$.

30.13. а) $a^3b^3 - 1$; б) $8 + c^3d^3$; в) $m^3n^3 - 27$; г) $p^3q^3 + 64$.

30.14. а) $8a^3 + b^3$; в) $216x^3 - y^3$;

б) $64a^3 - 125c^3$; г) $27x^3 + 343t^3$.

Представьте выражение в виде квадрата двучлена:

30.15. а) $a^2 - 2ab + b^2$; в) $z^2 + 2zt + t^2$;

б) $x^2 + 2xy + y^2$; г) $m^2 - 2mn + n^2$.

30.16. а) $m^2 + 4m + 4$; в) $1 - 2b + b^2$;

б) $a^2 - 12a + 36$; г) $81 + 18y + y^2$.

30.17. а) $4y^2 - 12y + 9$; в) $9m^2 + 24m + 16$;

б) $9p^2 + 48p + 64$; г) $9a^2 - 30a + 25$.

30.18. а) $p^2 + 10pq + 25q^2$; в) $x^2 - 14xy + 49y^2$;

б) $225x^2 - 30xy + y^2$; г) $64t^2 - 16tz + z^2$.

30.19. а) $9x^2 + 24xy + 16y^2$; в) $4m^2 - 28mn + 49n^2$;

б) $2,25a^2 - 9ab + 9b^2$; г) $0,25x^2 + 3xy + 9y^2$.

Разложите многочлен на множители:

○30.20. а) $(x + 1)^2 - 25$; в) $(z + 10)^2 - 36$;

б) $(y - 2)^2 - 4$; г) $(t - 7)^2 - 100$.

○30.21. а) $49 - (m - 3)^2$; в) $625 - (n + 12)^2$;

б) $400 - (a + 9)^2$; г) $121 - (b - 13)^2$.

○30.22. а) $(y + 2)^2 - 4y^2$; в) $(t - 7)^2 - 9t^2$;

б) $100a^2 - (5a + 9)^2$; г) $121b^2 - (7b - 3)^2$.

○30.23. а) $(a + 4)^2 - (b + 2)^2$; в) $(m + 10)^2 - (n - 12)^2$;

б) $(x - 5)^2 - (y + 8)^2$; г) $(c - 1)^2 - (d - 23)^2$.

Разложите многочлен на множители:

○30.24. а) $(3x + 1)^2 - (4x + 3)^2$; в) $(15z + 4)^2 - (3z - 2)^2$;

б) $(6y - 7)^2 - (9y + 4)^2$; г) $(13t - 9)^2 - (8t - 7)^2$.

○30.25. а) $\frac{1}{8}a^3 - \frac{8}{27}b^3$; в) $\frac{125}{512}x^3 - \frac{216}{343}y^3$;

б) $\frac{64}{343}c^3 + \frac{729}{1000}d^3$; г) $\frac{1}{729}m^3 + \frac{125}{216}n^3$.

○30.26. а) $a^6 - 8$; в) $27 + b^9$;

б) $-x^6 + \frac{1}{8}$; г) $-\frac{1}{64} - y^6$.

○30.27. а) $x^3y^3 - c^3$; в) $a^3 + m^3n^9$;

б) $m^6n^3 + p^{12}$; г) $q^3 - c^{15}d^{18}$.

○30.28. а) $\frac{1}{8}a^6 - b^9$; в) $\frac{1}{125}x^3 + y^6$;

б) $\frac{8}{27}a^3 + \frac{1}{64}x^9$; г) $\frac{64}{729}m^3 - \frac{343}{1000}n^6$.

○30.29. а) $(2c + 1)^3 - 64$; в) $8 - (3 - k)^3$;

б) $p^3 + (3p - 4)^3$; г) $(5a + 4)^3 - a^3$.

○30.30. а) $(6b + 8)^3 - 125b^3$; в) $8x^3 - (5x - 3)^3$;

б) $1000p^3 + (3q - 2p)^3$; г) $(3x + 2y)^3 + 729y^3$.

○30.31. а) $\frac{9}{16}a^2 - 2ab + \frac{16}{9}b^2$; в) $b^8 + a^2b^4 + \frac{1}{4}a^4$;

б) $\frac{9}{25}a^6b^2 + a^4b^4 + \frac{25}{36}a^2b^6$; г) $0,01x^4 + y^2 - 0,2x^2y$.

○30.32. а) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$; в) $c^3 - 6c^2 + 12c - 8$;

б) $8a^3 - 36a^2 + 54a - 27$; г) $27m^3 + 54m^2 + 36m + 8$.

○30.33. а) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$;

б) $27a^9 - 9a^6 + \frac{1}{9}a^3 - \frac{1}{27}$;

в) $125x^3 - 300x^2y + 240xy^2 - 64y^3$;

г) $\frac{1}{8}c^6 - 3c^4b + 24c^2b^2 - 64b^3$.

○30.34. Решите уравнение:

а) $x^2 - 24x + 144 = 0$; в) $x^2 + 32x + 256 = 0$;

б) $25x^2 + 60x + 36 = 0$; г) $9x^2 - 42x + 49 = 0$.

Решите уравнение:

○30.35. а) $\frac{1}{16}a^2 - \frac{1}{25} = 0$;

в) $\frac{9}{16}c^2 - \frac{81}{100} = 0$;

б) $\frac{4}{49}b^2 - \frac{16}{121} = 0$;

г) $\frac{36}{1225}d^2 - \frac{64}{441} = 0$.

○30.36. а) $(2x - 5)^2 - 36 = 0$;

в) $(4 - 11y)^2 - 1 = 0$;

б) $(5z - 3)^2 - 9z^2 = 0$;

г) $(4t - 3)^2 - 25t^2 = 0$.

○30.37. а) $(a + 1)^2 - (2a + 3)^2 = 0$;

б) $(5c + 8)^2 - (c - 10)^2 = 0$;

в) $(3b - 2)^2 - (b + 1)^2 = 0$;

г) $(7d - 13)^2 - (9d - 25)^2 = 0$.

○30.38. а) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 = 0$;

б) $x^6 + 9x^5 + 27x^4 + 27x^3 = 0$;

в) $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8 = 0$;

г) $x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1 = 0$.

Вычислите наиболее рациональным способом:

○30.39. а) $\frac{53^2 + 22^2 - 47^2 - 16^2}{65^2 - 2 \cdot 65 \cdot 59 + 59^2}$;

в) $\frac{109^2 - 2 \cdot 109 \cdot 61 + 61^2}{79^2 + 73^2 - 49^2 - 55^2}$;

б) $\frac{59^3 - 41^3}{18} + 59 \cdot 41$;

г) $\frac{67^3 + 52^3}{119} - 67 \cdot 52$.

○30.40. а) $\left(\frac{97^3 - 53^3}{44} + 97 \cdot 53 \right) : (152,5^2 - 27,5^2)$;

б) $(36,5^2 - 27,5^2) : \left(\frac{57^3 + 33^3}{90} - 57 \cdot 33 \right)$;

в) $\left(\frac{79^3 - 41^3}{38} + 79 \cdot 41 \right) : (133,5^2 - 58,5^2)$;

г) $(94,5^2 - 30,5^2) : \left(\frac{69^3 + 29^3}{98} - 69 \cdot 29 \right)$.

○30.41. а) $\frac{27^5 + 27^4}{9^8 + 9^7 + 9^6}$;

в) $\frac{8^{11} - 8^{10} - 8^9}{4^{15} - 4^{14} - 4^{13}}$;

б) $\frac{16^7 - 16^6}{8^{10} - 8^9 + 8^8}$;

г) $\frac{9^{23} + 9^{22} + 9^{21}}{27^{14} - 27^{13}}$.

Вычислите:

○30.42. а) $\frac{47^3 + 33^3}{47^2 - 47 \cdot 33 + 33^2}$;

в) $\frac{27^3 - 13^3}{27^2 + 27 \cdot 13 + 13^2}$;

б) $\frac{23^3 - 11^3}{23^2 + 23 \cdot 11 + 11^2}$;

г) $\frac{87^3 + 43^3}{87^2 - 87 \cdot 43 + 43^2}$.

○30.43. а) $\frac{48^2 - 2 \cdot 48 \cdot 18 + 18^2}{48^2 - 18^2}$;

в) $\frac{73^2 - 2 \cdot 73 \cdot 23 + 23^2}{26^2 - 24^2}$;

б) $\frac{85^2 - 17^2}{85^2 - 2 \cdot 85 \cdot 17 + 17^2}$;

г) $\frac{48^2 - 12^2}{89^2 + 2 \cdot 89 \cdot 31 + 31^2}$.

○30.44. Найдите значение выражения:

а) $8a^3 - 60a^2b + 150ab^2 - 125b^3$ при $a = 0,935$, $b = 0,174$;

б) $27a^3 + 27a^2b + 9ab^2 + b^3$ при $a = 0,123$, $b = 1,631$.

●30.45. Вычислите:

а) $0,44^3 + 3 \cdot 0,44^2 \cdot 0,56 + 1,32 \cdot 0,56^2 + 0,56^3$;

б) $\frac{2,17^3 - 3 \cdot 2,17^2 \cdot 0,17 + 6,51 \cdot 0,17^2 - 0,17^3}{3,48^2 + 3,48 \cdot 1,04 + 0,52^2}$;

в) $17,211^3 - 3 \cdot 17,211^2 \cdot 16,211 + 51,622 \cdot 16,211^2 - 16,211^3$;

г) $\frac{27,513^2 - 2 \cdot 27,513 \cdot 23,513 + 23,513^2}{1,485^3 + 1,485^2 \cdot 1,545 + 3 \cdot 1,485 \cdot 0,515^2 + 0,515^3}$.

●30.46. Докажите, что данное выражение принимает неотрицательные значения при любых значениях переменных:

а) $(x^2 - 5x + 1)^2 - (8x^2 - 40x + 8)(y^2 - 3)(y^2 + 3) + 16(y^8 - 18y^4 + 81)$;

б) $x^6 - 3x^4(4xy - 4y^2) + 48x^2(xy - y^2)^2 - 64(xy - y^2)^3$.

Постройте график уравнения:

●30.47. а) $x^2 - y^2 = 0$;

в) $y^2 = 9x^2$;

б) $x^2 = 4y^2$;

г) $16x^2 - 25y^2 = 0$.

●30.48. а) $(x + 1)^2 - y^2 = 0$;

в) $x^2 - (y - 2)^2 = 0$;

б) $(x - 3)^2 - (y + 2)^2 = 0$;

г) $(x + 4)^2 - (y - 1)^2 = 0$.

●30.49. а) $(x + 2y)^2 - (2x - y)^2 = 0$;

б) $(2x - y + 3)^2 - (x - 2y - 3)^2 = 0$;

в) $(3x + 2y)^2 - (2x + 3y)^2 = 0$;

г) $(3x + 2y - 6)^2 - (x + y - 1)^2 = 0$.

§ 31. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ С ПОМОЩЬЮ КОМБИНАЦИИ РАЗЛИЧНЫХ ПРИЕМОВ

Разложите многочлен на множители:

- 31.1. а) $5x^2 - 5$; б) $18b^2 - 2c^2$; в) $3a^2 - 12$; г) $10x^2 - 10y^2$.
- 31.2. а) $x^3 - 81x$; в) $64a - a^3$;
б) $3y^3 - 300y$; г) $2b^3 - 288b$.
- 31.3. а) $c^3 - 0,25c$; в) $0,04s - sa^2$;
б) $50m^3 - 2n^2m$; г) $48p^2q - 75q^3$.
- 31.4. а) $\frac{16}{49}p^2q - q^3$; в) $c^3 - \frac{25}{36}cd^2$;
б) $2\frac{7}{9}a^3b - \frac{ab^3}{4}$; г) $\frac{mn^5}{9} - 3\frac{1}{16}m^3n$.
- 31.5. а) $5a^2 + 10ab + 5b^2$; в) $3m^2 + 3n^2 - 6mn$;
б) $2x^2 + 4x + 2$; г) $8n^2 - 16n + 8$.
- 31.6. а) $-3x^2 + 12x - 12$; в) $-5p^2 - 10pq - 5q^2$;
б) $-2a^3 + 20a^2b - 50ab^2$; г) $-36z^3 - 24z^2 - 4z$.
- 31.7. а) $a^4 - 16$; б) $b^8 - c^8$; в) $y^8 - 1$; г) $x^4 - z^4$.
- 31.8. а) $4m^3 - 4n^3$; в) $15c^3 + 15d^3$;
б) $13a^3 + 13b^3$; г) $21s^3 - 21t^3$.
- 31.9. а) $6x^5y - 24xy^3$; в) $0,3y^2 - 2,7y^6$;
б) $0,1x^4y - 2,7xy^4$; г) $3a^4b^2 + 24ab^5$.
- 31.10. а) $(m + 3)^3 - 8$; в) $(a - 12)^3 - 125$;
б) $(c - 1)^3 + 27$; г) $(b + 4)^3 + 64$.
- 31.11. а) $(x^2 + 1)^2 - 4x^2$; в) $81 - (c^2 + 6c)^2$;
б) $(y^2 + 2y)^2 - 1$; г) $16m^2 - (m - n)^2$.
- 31.12. а) $(a^2 + 2ab + b^2) - c^2$; в) $16 - (x^2 - 2xy + y^2)$;
б) $1 - m^2 - 2mn - n^2$; г) $4 - p^2 - 2pq - q^2$.
- 31.13. а) $x^2 - 2xc + c^2 - d^2$; в) $c^2 - d^2 + 6c + 9$;
б) $a^2 + 2a - b^2 + 1$; г) $r^2 - s^2 - 10s - 25$.
- 31.14. а) $x^2 + 2xy - m^2 + y^2$; в) $m^2 - n^2 - 8m + 16$;
б) $c^2 - a^2 + 2ab - b^2$; г) $9 - p^2 + q^2 - 6q$.
- 31.15. а) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$; в) $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$;
б) $c^2 + 2c - d^2 + 2d$; г) $m^2 - 2n - m - 4n^2$.

Разложите многочлен на множители:

○31.16. а) $x^2(x-3) - 2x(x-3) + x - 3$;

б) $(1-a)^2 - 4a(1-a)^2 + 4a^2(1-a)^2$.

○31.17. а) $a^3 + 8b^3 + a^2 - 2ab + 4b^2$; б) $8c^3 - d^3 + 4c^2 + 2cd + d^2$.

○31.18. а) $x^3 + 8y^3 + x^2 + 4xy + 4y^2$; б) $8p^3 - q^3 + 4p^2 - 4pq + q^2$.

○31.19. а) $a^3 - a^2 - 2a + 8$; б) $b^3 - 6b^2 - 6b + 1$.

○31.20. а) $a(a+6) - (2b-3)(2b+3)$;

б) $4x(x+3) - (5y+3)(5y-3)$.

○31.21. а) $63a^3b - 28ab^3 + 28ab^2 - 7ab$;

б) $300x^5 - 48x^3y^2 + 12x^3(10x+1)$.

○31.22. а) $a^3 - 3a^2 + 3a + 26$;

в) $a^3 + 6a^2 + 12a + 7$;

б) $x^3 - a^3 + 3a^2 - 3a + 1$;

г) $8x^3 + a^3 + 6a^2 + 12a + 8$.

●31.23. а) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 35$;

б) $x(x+2)^2(x+4) - 21$.

●31.24. *Степенью одночлена* называют сумму показателей переменных одночлена (например, xy^5 — одночлен 6-й степени). *Степенью многочлена* называют наибольшую из степеней одночленов, составляющих многочлен. Представьте многочлен $a^6 + a^4 + a^2b^2 + b^4 - b^6$ в виде произведения многочленов второй степени.

●31.25. Представьте многочлен $x^5 - 7x^2 + 2x + 4$ в виде произведения многочленов степени не выше второй.

Решите уравнение:

○31.26. а) $x^3 - x = 0$;

в) $c^3 + c^2 = 0$;

б) $16y - y^3 = 0$;

г) $d^3 + d = 0$.

○31.27. а) $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$;

в) $9z + 9 - z^3 - z^2 = 0$;

б) $y^3 + 2y^2 - 4y - 8 = 0$;

г) $p^3 - p^2 - 4p + 4 = 0$.

●31.28. а) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$;

в) $4x^4 - 45x^2 + 81 = 0$;

б) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$;

г) $16x^8 - 17x^4 + 1 = 0$.

●31.29. а) $x^4 + 2x^3 - 2x - 1 = 0$; б) $x^4 + 4x^3 - 16x - 16 = 0$.

●31.30. Постройте график уравнения:

а) $xy^2 = 4x$;

в) $yx^2 + 9y = 0$;

б) $x^2 + 4x - xy - 2y + 4 = 0$;

г) $x^2 + xy - 2y - 4 = 0$.

●31.31. Постройте график уравнения:

- а) $x^2 - 6xy + 8y^2 = 0$; в) $x^2 + xy - 2y^2 = 0$;
б) $2x^2 + 5xy + 2y^2 = 0$; г) $3x^2 - 10xy + 3y^2 = 0$.

●31.32. Пусть $x_1 + x_2 = 7$, $x_1 x_2 = 2$. Вычислите:

- а) $x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2$; в) $x_1^2 + x_2^2$;
б) $x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2$; г) $x_1^3 + x_2^3$.

●31.33. Пусть $x_1 + x_2 = 5$, $x_1 x_2 = -3$. Вычислите:

- а) $x_1^4 + x_2^4$; б) $(x_1 - x_2)^2$; в) $x_1^3 x_2^2 + x_1^2 x_2^3$; г) $x_1^2 x_2^4 + x_1^4 x_2^2$.

●31.34. Докажите, что:

- а) $(7 \cdot 11^6 - 7) : 84$; б) $(156 \cdot 13^5 - 12^7) : 75$.

●31.35. а) Докажите, что если m и n — целые числа, отличные от 0, 1, -1, то $m^4 + 4n^4$ — составное число.

б) Докажите, что $n^4 + 324$ — составное число при любом целом n .

§ 32. СОКРАЩЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ

32.1. Найдите общий делитель для данных одночленов:

- а) $3a^2b^3$, $12a^3b^2$; в) $6x^2y$, $9y^5$;
б) $15b^{12}c^2$, $25b^3c^4$; г) p^5q^2 , $12p^2q^5$.

Сократите дробь:

32.2. а) $\frac{y^4}{y^3}$; б) $\frac{-z^5}{z^8}$; в) $\frac{m^{10}}{-m^{24}}$; г) $\frac{-n^{19}}{-n^4}$.

32.3. а) $\frac{z^8 t^4 w^{20}}{zt^3 w}$; б) $\frac{-m^{15} n^4 r^8}{m^{19} n^{21} r^6}$; в) $\frac{a^{12} x^{19} z^5}{-a^{40} x^{31} z^6}$; г) $\frac{-b^{100} y^5 z}{-b^{101} y^3 z^4}$.

32.4. а) $\frac{-3a^2b}{-9a^3}$; б) $\frac{7x^4y}{-49xy^3}$; в) $\frac{-21cd^4}{14cd^8}$; г) $\frac{30p^2q^3}{48p^3q^3}$.

32.5. а) $\frac{15a(p-q)}{20b(p-q)}$; в) $\frac{2b(m+n)}{6bc(m+n)}$;

б) $\frac{8a^2b^3(a+b)}{20ab^2(a+b)}$; г) $\frac{44c^3d^8(c-d)}{100c^6d^4(c-d)}$.

Сократите дробь:

32.6. а) $\frac{5(x-y)}{15(y-x)}$;

в) $\frac{2(m-n)}{a(n-m)}$;

б) $\frac{150a^2b^3(z-t)}{300ab^5(t-z)}$;

г) $\frac{13x^3y^4z^5(c-d)}{26xy^5z^7(d-c)}$.

32.7. а) $\frac{2a(x+y)}{8a(x+y)(x-y)}$;

в) $\frac{3(a-b)(a+b)}{6(a+b)(a-b)}$;

б) $\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}$;

г) $\frac{3(n^2+n+1)}{(n-1)(n^2+n+1)}$.

32.8. а) $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2}$;

в) $\frac{16(x-y)^2}{48(y-x)^2}$;

б) $\frac{12a^3b^5(p-q)^2}{36a^2b(q-p)^2}$;

г) $\frac{49xy(c-d)^2}{7x^2(d-c)^2}$.

32.9. а) $\frac{(x+5)^3}{(x+5)^2}$;

в) $\frac{(y-8)^{10}}{(y-8)^8}$;

б) $\frac{c(z-15)^3}{8c(z-15)^4}$;

г) $\frac{3a(b-2)}{6(b-2)^2}$.

32.10. а) $\frac{6a+6b}{7a+7b}$;

б) $\frac{xz-3yz}{x^2-3xy}$;

в) $\frac{s^2+s}{5s+5}$;

г) $\frac{3c^3+3cd^2}{6dc^2+6d^3}$.

32.11. а) $\frac{8x-8y}{9y-9x}$;

б) $\frac{ma+a}{-mc-c}$;

в) $\frac{3m-6n}{12n-6m}$;

г) $\frac{2p-4q}{16q-8p}$.

32.12. а) $\frac{-ax-bx}{ay+by}$;

в) $\frac{m^5-3m^2}{2m^7-6m^4}$;

б) $\frac{4x^2y-4x^3}{12x^2y^2-12xy^3}$;

г) $\frac{3n^6+2n^4}{15n^8+10n^6}$.

○32.13. а) $\frac{x^2-xy}{x^2y-xy^2}$;

в) $\frac{ma^2-m^2a}{m^2-ma}$;

б) $\frac{pq^4-cq^4}{cq^3-pq^3}$;

г) $\frac{2nd^4-4pd^4}{3nd^3-6pd^3}$.

Сократите дробь:

$$32.14. \text{ а) } \frac{4a^2 - 9b^2}{2a - 3b}; \quad \text{б) } \frac{8 + 3c}{9c^2 - 64}; \quad \text{в) } \frac{36 - y^2}{6 - y}; \quad \text{г) } \frac{100 - 49d^2}{7d + 10}.$$

$$\circ 32.15. \text{ а) } \frac{x^2 - 9}{3x + 9}; \quad \text{б) } \frac{y^2 - 144}{12y - y^2}; \quad \text{в) } \frac{4 - d^2}{3d + 6}; \quad \text{г) } \frac{c^2 - 5c}{25 - c^2}.$$

$$\circ 32.16. \text{ а) } \frac{15a^4b^2 - 15a^2}{45a^4b + 45a^3}; \quad \text{в) } \frac{17a^3b + 17a^4c}{51a^2b^2 - 51a^4c^2};$$

$$\text{б) } \frac{18a^4b - 72a^2b}{48ab^2 - 24a^2b^2}; \quad \text{г) } \frac{36a^3b^2c - 36a^3b^3}{48ab^5 - 48ab^3c^2}.$$

$$32.17. \text{ а) } \frac{a^3 - 8}{a^2 + 2a + 4}; \quad \text{в) } \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1};$$

$$\text{б) } \frac{1 - 5y + 25y^2}{125y^3 + 1}; \quad \text{г) } \frac{4t^2 + 2t + 1}{8t^3 + 1}.$$

$$32.18. \text{ а) } \frac{(x + y)^2}{x^2 - y^2}; \quad \text{в) } \frac{(m - n)^2}{m^2 - n^2};$$

$$\text{б) } \frac{(d + 2)^2}{7d^2 + 14d}; \quad \text{г) } \frac{6pq - 18p}{(q - 3)^2}.$$

$$32.19. \text{ а) } \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b}; \quad \text{в) } \frac{x - y}{x^2 - 2xy + y^2};$$

$$\text{б) } \frac{(p - q)^2}{p^2 - 2pq + q^2}; \quad \text{г) } \frac{m^2 + 2mn + n^2}{(m + n)^2}.$$

$$32.20. \text{ а) } \frac{1 - 2p}{1 - 4p + 4p^2}; \quad \text{в) } \frac{c^2 - 18c + 81}{c - 9};$$

$$\text{б) } \frac{9 - 6x + x^2}{x - 3}; \quad \text{г) } \frac{5 - 2m}{4m^2 - 20m + 25}.$$

$$\circ 32.21. \text{ а) } \frac{270a^{10}b^8c^7}{810a^4b^{12}c}; \quad \text{в) } \frac{140m^{25}n^{101}r^{64}}{42m^{14}n^{202}r^{61}};$$

$$\text{б) } \frac{132x^5y^{10}z^{11}}{144x^6y^5z^{22}}; \quad \text{г) } \frac{540p^{12}q^{43}t^{54}}{36p^2q^{54}t^{55}}.$$

Сократите дробь:

○32.22. а) $\frac{x^2 - 4x + 4}{3x - 6}$;

в) $\frac{4 - 4x}{x^2 - 2x + 1}$;

б) $\frac{a^2 + 2a + 1}{-a^2 - a}$;

г) $\frac{3q^2 + 24q}{q^2 + 16q + 64}$.

○32.23. а) $\frac{y^2 - x^2}{x^2 - 2xy + y^2}$;

в) $\frac{b^2 - 49}{49 - 14b + b^2}$;

б) $\frac{16c^2 - 1}{16c^2 - 8c + 1}$;

г) $\frac{4n^2 - 4nm + m^2}{4n^2 - m^2}$.

○32.24. а) $\frac{3x^2 - 6xy + 3y^2}{6x^2 - 6y^2}$;

в) $\frac{40c^2 - 10cd}{20c^2 + 20cd + 5d^2}$;

б) $\frac{m^2 + 6mn + 9n^2}{4m^2 + 12mn}$;

г) $\frac{4n^2 - 4n + 1}{2n - 4n^2}$.

○32.25. а) $\frac{(a^2 - b^2)^2}{a^2 + 2ab + b^2}$;

в) $\frac{p^2 - 2pq + q^2}{(q^2 - p^2)^2}$;

б) $\frac{7x^2y^2 - 14xy^3 + 7y^4}{x^4 - 2x^2y^2 + y^4}$;

г) $\frac{m^4 - 2m^2n^2 + n^4}{6m^3n + 12m^2n^2 + 6n^3m}$.

○32.26. а) $\frac{1 - c^2}{1 - c^3}$;

б) $\frac{8t^3 + 125}{4t^2 - 25}$;

в) $\frac{b^2 - 4}{b^3 - 8}$;

г) $\frac{16z^2 - 9}{27 - 64z^3}$.

○32.27. а) $\frac{3qp^2 - 27q}{27q - p^3q}$;

в) $\frac{8mn^2 - 2m}{8mn^4 + mn}$;

б) $\frac{x^6 - y^6}{x^3 + y^3}$;

г) $\frac{y^6 + y^3}{y^6 - 1}$.

○32.28. Найдите значение алгебраической дроби, предварительно сократив ее:

а) $\frac{a^2 - 2a}{6 - 3a}$ при $a = -108$;

в) $\frac{c^2 + 4c}{12 + 3c}$ при $c = 24$;

б) $\frac{3b^2 + 9b}{b^2 - 9}$ при $b = 3,1$;

г) $\frac{x^2 - 9}{3x^2 + x^3}$ при $x = 3$.

Найдите значение алгебраической дроби, предварительно сократив ее:

○32.29. а) $\frac{x+6}{x^2+12x+36}$ при $x = 94$;

б) $\frac{z^2-8z+16}{z^2-16}$ при $z = -16$;

в) $\frac{y^2-14y+49}{y-7}$ при $y = -4$;

г) $\frac{t^2-100}{t^2+20t+100}$ при $t = -8$.

○32.30. а) $\frac{40x^2-5xy}{y^2-8xy}$ при $x = 2$, $y = 10$;

б) $\frac{21a^2-12ab}{20b^2-35ab}$ при $a = 10$, $b = -3$;

в) $\frac{15c^2-10cd}{8d^2-12cd}$ при $c = -6$, $d = 4$;

г) $\frac{25z^2-20zt}{16t^2-20zt}$ при $z = -3$, $t = -2$.

○32.31. а) $\frac{a^3+27}{a^2-3a+9}$ при $a = 15$; в) $\frac{b^2+2b+4}{b^3-8}$ при $b = \frac{1}{3}$;

б) $\frac{c^3+64}{3c^2-12c+48}$ при $c = 5$; г) $\frac{d^2-5d+25}{2d^3+250}$ при $d = -4,5$.

○32.32. а) $\frac{pz+qz+p+q}{pt+qt+p+q}$ при $p = 2,5$, $q = 0,5$, $z = 25$, $t = 12$;

б) $\frac{c-d+c^2-d^2}{c-d+c^2-2cd+d^2}$ при $c = 8$, $d = -2$;

в) $\frac{m-n+mx-nx}{m-n+my-ny}$ при $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$, $m = 1256$, $n = 4516$;

г) $\frac{a+b+a^2-b^2}{a-b+a^2-2ab+b^2}$ при $a = 3$, $b = 5$.

Сократите дробь:

$$\circ 32.33. \text{ а) } \frac{32a^4b^5c - 2a^4b^3c^3}{a^3b^4c^3 - 4a^3b^5c^2};$$

$$\text{в) } \frac{6a^2b^4c^4 - 9a^2b^3c^5}{54abc^7 - 24ab^3c^5};$$

$$\text{б) } \frac{x^n y^{2n+1} + x^{n+1} y^{2n}}{x^{2n+2} y^n - x^{2n} y^{n+2}};$$

$$\text{г) } \frac{2x^{n+2} y^{n-1} + 3x^{n+1} y^n}{9x^{n-1} y^{n+3} - 4x^{n+1} y^{n+1}}.$$

$$\circ 32.34. \text{ а) } \frac{32a^4b - 80a^3b^2 + 50a^2b^3}{20ab^3 - 16a^2b^2};$$

$$\text{в) } \frac{18a^4b^2 - 30a^3b^3}{75a^2b^5 - 90a^3b^4 + 27a^4b^3};$$

$$\text{б) } \frac{18a^3b^2 + 36ab^4}{96a^2b^5 + 96a^4b^3 + 24a^6b};$$

$$\text{г) } \frac{10a^2b^8 + 60a^4b^6 + 90a^6b^4}{45a^5b + 15a^3b^3}.$$

$$\circ 32.35. \text{ а) } \frac{4a^3bc^3 - 4a^2b^2c^2 + ab^3c}{26a^3c - 13a^2b};$$

$$\text{б) } \frac{40x^2y^6z^4 + 8x^4y^3z^4}{2x^5y^4z + 20x^3y^7z + 50xy^{10}z};$$

$$\text{в) } \frac{36x^2y - 12xy^3}{27x^4yz - 18x^3y^3z + 3x^2y^5z};$$

$$\text{г) } \frac{6a^4b^4c^{11} + 24a^4b^4c^7d^4 + 24a^4b^4c^3d^6}{6a^5b^3c^5d^4 + 3a^5b^3c^9}.$$

$$\circ 32.36. \text{ а) } \frac{18x^5 - 72x^3y^2}{12x^3y^2 - 48x^2y^3 + 48xy^4};$$

$$\text{б) } \frac{72a^2bc^3 - 96a^4bc^2 + 32a^6bc}{16a^5b^2c^3 - 36ab^2c^5};$$

$$\text{в) } \frac{135a^3b^3 + 180a^2b^4 + 60ab^5}{225a^5b - 100a^3b^3};$$

$$\text{г) } \frac{150x^5y^2z - 24x^3y^6z}{40xy^5z^2 - 200x^2y^3z^2 + 250x^3yz^2}.$$

$$\circ 32.37. \text{ а) } \frac{a^2 - ab - bc - c^2}{b^2 - a^2 + 2ac - c^2};$$

$$\text{в) } \frac{ax^2 - 2x^2 - ay^2 + 2y^2}{ax + ay - 2x - 2y};$$

$$\text{б) } \frac{2xy - 3 + 3x - 2y}{9 + 12y + 4y^2};$$

$$\text{г) } \frac{3xy - 2x - 3y + 2}{x^2 - 2x + 1}.$$

Сократите дробь:

○32.38. а) $\frac{x^2 - y^2}{3x - 2x^2 + 3y - 2xy}$;

в) $\frac{a^2 - c^2}{a^2 + ac - ax - cx}$;

б) $\frac{x^2 - yz + xz - y^2}{x^2 + yz - xz - y^2}$;

г) $\frac{12z^2 - 9rz + 4nz - 3rn}{20z^2 + 3rn - 15rz - 4nz}$.

●32.39. а) $\frac{x^{3n} - x^n y^{2n}}{3x^{3n} + 6x^{2n} y^n + 3x^n y^{2n}}$;

б) $\frac{a^{3n-1} b^{n+1} - 4a^{n-1} b^{n+1}}{4a^n b^{n-1} - 4a^{2n} b^{n-1} + a^{3n} b^{n-1}}$;

в) $\frac{2a^{n+1} - 4a^{2n+1} + 2a^{3n+1}}{4a^{3n} - 4a^n}$;

г) $\frac{54xy^{3n}z^n - 72x^{n+1}y^{2n}z^n + 24x^{2n+1}y^n z^n}{12x^{2n+2}y^{n-1}z^{n+1} - 27x^2y^{3n-1}z^{n+1}}$.

●32.40. а) $\frac{a^{99} + 8}{a^{100} - 8a^{67} + 64a^{34}}$;

б) $\frac{a^{3n} - b^{6n}}{(a^{2n} - b^{4n})(a^{2n+1} + a^{n+1}b^{2n} + ab^{4n})}$.

●32.41. а) $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 - x + 1}$;

б) $\frac{a^4 + 324}{a^2 + 6a + 18}$.

●32.42. а) $\frac{8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3}{16x^4 - 72x^2y^2 + 81y^4}$;

б) $\frac{81a^4 - 18a^2b^2 + b^4}{27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3}$.

●32.43. Докажите, что при любых допустимых значениях переменных данное выражение принимает одно и то же числовое значение:

а) $\frac{9b^2 - 30b + 25 + (6b - 10)(7b + 5) + (7b + 5)^2}{(2b + 7)^2 - (2b + 7)(14 - 6b) + 9b^2 - 42b + 49}$;

б) $\frac{(2x - 3y)^2 - (2x - 3y)(2y - 10x) + 25x^2 - 10xy + y^2}{x^2 + 6xy + 9y^2 + (2x + 6y)(6x - 7y) + (6x - 7y)^2}$.

§ 33. ТОЖДЕСТВА

Выясните, является ли равенство тождеством:

33.1. а) $a + b = b + a$;

в) $ab = ba$;

б) $(a + b) + c = a + (b + c)$;

г) $(ab)c = a(bc)$.

33.2. а) $a(b + c) = ab + ac$;

в) $a \cdot 1 = a$;

б) $a + 0 = a$;

г) $a + (-a) = 0$.

33.3. Выясните, является ли равенство тождеством:

а) $a \cdot (-b) = -ab$;

в) $(-a)(-b) = ab$;

б) $a - b = a + (-b)$;

г) $a \cdot 0 = 0$.

Какие свойства действий позволяют утверждать, что тождественно равны выражения:

33.4. а) $a + 7b$ и $7b + a$;

б) $(x + 4) + y$ и $x + (4 + y)$;

в) $m \cdot 7n$ и $7nm$;

г) $5(c + d) + 3$ и $5c + 5d + 3$?

33.5. а) $2c \cdot 4$ и $8c$;

в) $4t + 8sr$ и $8rs + 4t$;

б) $(p - p)q$ и 0 ;

г) $(a + b) \cdot 2$ и $2a + 2b$?

Докажите тождество:

33.6. а) $x - y = -(y - x)$;

в) $2a - 3b = -(3b - 2a)$;

б) $(m - n)^2 = (n - m)^2$;

г) $(3c - 4d)^2 = (4d - 3c)^2$.

33.7. а) $10a - (-(5a + 20)) = 5(3a + 4)$;

б) $-(-7x) - (6 + 5x) = 2(x - 3)$;

в) $12y - (25 - (6y - 11)) = 18(y - 2)$;

г) $36 - (-(9c - 15)) = 3(3c + 7)$.

33.8. а) $a^2 + 7a + 10 = (a + 2)(a + 5)$;

б) $(b - 8)(b + 3) = b^2 - 5b - 24$;

в) $x^2 - 9x + 20 = (x - 4)(x - 5)$;

г) $(c - 4)(c + 7) = c^2 + 3c - 28$.

33.9. а) $(a - 4)(a + 2) + 4 = (a + 1)(a - 3) - 1$;

б) $16 - (x + 3)(x + 2) = 4 - (6 + x)(x - 1)$;

в) $(y - 3)(y + 7) - 13 = (y + 8)(y - 4) - 2$;

г) $(z - 11)(z + 10) + 10 = (z - 5)(z + 4) - 80$.

33.10. а) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$;

б) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$;

в) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$;

г) $(a + b)^2 - 2b(a + b) = a^2 - b^2$.

33.11. а) $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = (a + b)^3$;

б) $a^3 - b^3 - 3ab(a - b) = (a - b)^3$.

○ **33.12.** а) $x^{15}(-x^2)^3((-x)^3)^2 = (((-x)^2)^3)^2(-x^5)^3$;

б) $\frac{a^2(-a)^3(-a)^4((-a)^3)^3}{-a^0a^3(-a)^5} = -a(-a)(-a^2)^2$.

Докажите тождество:

○33.13. а) $(2a - b)(2a + b) + (b - c)(b + c) + (c - 2a)(c + 2a) = 0$;
б) $(3x + y)^2 - (3x - y)^2 = (3xy + 1)^2 - (3xy - 1)^2$;
в) $(x - 3y)(x + 3y) + (3y - c)(3y + c) + (c - x)(c + x) = 0$;
г) $(a - b)(a + b)((a - b)^2 + (a + b)^2) = 2(a^4 - b^4)$.

○33.14. а) $(x + y)(x - y) + (y + a)(y - a) = (x - a)(x + a)$;
б) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$;
в) $(a - b)(a + b) - (a - c)(a + c) - (c - b)(c + b) = 0$;
г) $(m - a)(m - b) = m^2 - (a + b)m + ab$.

○33.15. а) $(a - 1)^3 - 4(a - 1) = (a - 1)(a + 1)(a - 3)$;
б) $(x^2 + 1)^2 - 4x^2 = (x - 1)^2(x + 1)^2$;
в) $(a + 1)^3 - (a + 1) = a(a + 1)(a + 2)$;
г) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2 =$
 $= (a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)(b + c - a)$.

○33.16. а) $a(b + c)^2 + b(c + a)^2 + c(a + b)^2 - 4abc = (a + b)(b + c)(c + a)$;
б) $(b - c)(b + c)^2 + (c - a)(c + a)^2 + (a - b)(a + b)^2 = -(a - b)(b - c)(c - a)$.

○33.17. а) $(a^4 + b^4)(a^4 + b^4 - 2ab) - (a^4 + b^4 - 6ab)(a^4 + b^4 + 4ab) =$
 $= 24(ab)^2$;
б) $(3x^3 + 2xy)(x^3 + xy + 1) + (x^3 + 2xy)(xy - 1 - 3x^3) =$
 $= 2x^3 + 4(-xy)^2$.

○33.18. Докажите, что каждое из выражений $(a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3)$ и $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$ тождественно равно выражению $a^4 - b^4$.

○33.19. Докажите тождество:

а) $\frac{27 - m^3}{m^2 + 3m + 9} = \frac{9 - m^2}{3 + m}$;
б) $\frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{x^3 - 8y^3} = -\frac{2y - x}{x^2 - 4x + 4y^2}$;
в) $\frac{5 - p}{p^2 - 25} = -\frac{p^2 - 5p + 25}{p^3 + 125}$;
г) $\frac{9a^2 + 6ab + b^2}{3a + b} = \frac{27a^3 + b^3}{9a^2 - 3ab + b^2}$.

○33.20. Докажите тождество:

а) $\frac{a^3 - 64}{a - 4} + 4a = (a + 4)^2$;

б) $(3b - 1)(3b + 1) - \frac{27b^3 + 1}{3b + 1} = 3b$;

в) $\frac{c^3 + 125}{c + 5} - 5c = (c - 5)^2$;

г) $\frac{8d^3 - 27}{2d - 3} - (2d + 3)^2 = -6d$.

○33.21. Докажите, что выражение $A + B - C$ тождественно равно выражению $C - B - A$, если $A = 2x - 1$, $B = 3x + 1$ и $C = 5x$.

○33.22. Установите, является ли данное равенство тождеством, и если да, то укажите допустимые значения переменных:

а) $\frac{x^4 - 4x^2}{x^2 - 2x} = x^2 + 2x$;

в) $\frac{2a^3 - 12a^2 + 18a}{4a^4 - 36a^2} = \frac{a - 3}{2a^2 + 6a}$;

б) $\frac{3x^5 - 24x^2}{6x^5 - 12x^4} = \frac{x^2 + 2x + 4}{2x^2}$;

г) $\frac{a^6b^2 - 27a^3b^2}{2a^3b^3 - 6a^2b^3} = \frac{a^3 + 3a^2 + 9a}{2b}$.

○33.23. Докажите, что если $a + b = 9$,
то $(a + 1)(b + 1) - (a - 1)(b - 1) = 18$.

○33.24. Докажите, что выражение
 $(b + c - 2a)(c - b) + (c + a - 2b)(a - c) - (a + b - 2c)(a - b)$
тождественно равно нулю.

●33.25. Подберите значения m и n так, чтобы получилось тождество:

а) $(x^2x^m)^n = (x^3x^n)^m : x^6$;

б) $((x^3x^m)^2)^n = (((-x)^5)^2(-x)^2x^n)^m$.

Докажите, что:

●33.26. $(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)(a^{16} + b^{16})(a^{32} + b^{32}) = a^{64} - b^{64}$,
если $b = a - 1$.

●33.27. а) $(x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4) = x^5 + y^5$;

б) $(x + 1)(x^{16} - x^{15} + x^{14} - x^{13} + \dots - x + 1) = x^{17} + 1$.

●33.28. Докажите, что:

а) $(a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + a^{n-3} + \dots + a + 1) = a^n - 1$;

б) $(x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1}) = x^n - y^n$.

●33.29. а) Докажите, что если $x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz$, то $x = y = z$.

б) Докажите, что если $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = (x + y - 2z)^2 + (y + z - 2x)^2 + (z + x - 2y)^2$, то $x = y = z$.

●33.30. Постройте график уравнения:

а) $\frac{2y^2 - x - xy + 2y}{y + 1} = 0$; б) $\frac{y^2 - 8y + 16x - 4x^2}{y - 2x} = 0$.

●33.31. Используя тождество из № 33.28 б, постройте график уравнения

$$\frac{x^7 - y^7}{(x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4) + xy(x^4 + y^4) + x^2y^2(x^2 + xy + y^2)} = 0.$$

§ 34. ФУНКЦИЯ $y = x^2$ И ЕЕ ГРАФИК

Найдите значение функции $y = x^2$, соответствующее заданному значению аргумента:

34.1. а) 1; б) 3; в) 2; г) 0.

34.2. а) $\frac{1}{2}$; б) $-2\frac{1}{3}$; в) $-3\frac{1}{4}$; г) 1,6.

34.3. Найдите значения аргумента, которым соответствует заданное значение функции $y = x^2$:

а) 4; б) 6,25; в) 0; г) 2,25.

Найдите значение функции $y = -x^2$, соответствующее заданному значению аргумента:

34.4. а) -3; б) 0; в) -1; г) 4.

34.5. а) $-\frac{3}{2}$; б) $3\frac{1}{4}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) 2,5.

34.6. Найдите значение аргумента, которому соответствует заданное значение функции:

а) -9; б) $-\frac{1}{4}$; в) 0; г) -1.

Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = x^2$ заданная точка:

34.7. а) $A(2; 4)$, б) $B(3; 6)$, в) $C(4; 8)$, г) $D(-3; 9)$.

34.8. а) $R(0,5; 0,25)$; в) $E(1,5; 3)$;
б) $S(1,2; 2,4)$; г) $F(-2,5; 6,25)$.

34.9. а) $K\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$, б) $P\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{9}\right)$, в) $L\left(-\frac{5}{7}; \frac{25}{49}\right)$, г) $M\left(-\frac{11}{12}; -\frac{121}{144}\right)$.

Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = -x^2$ заданная точка:

34.10. а) $A(-1; -1)$; б) $B(-2; 4)$; в) $C(4; -16)$; г) $D(-3; -6)$.

34.11. а) $K\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$; в) $E(1,5; -3)$;

б) $N\left(-\frac{7}{13}; -\frac{49}{169}\right)$; г) $M(1,6; 2,56)$.

34.12. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика найдите:

а) значения функции при $x = -2$, $x = 2$;

б) значения аргумента при $y = 4$;

в) значения x , если $y < 4$, $y > 4$;

г) значения y , если $0 < x < 2$.

34.13. Постройте график функции $y = -x^2$. С помощью графика найдите:

а) значения функции при $x = -1$, $x = 1$;

б) значения аргумента при $y = -1$;

в) значения x , если $y < -1$, $y > -1$;

г) значения y , если $-1 < x < 0$.

Используя выделенную часть графика функции $y = x^2$, найдите наибольшее и наименьшее значения функции и ответьте на вопрос, какому промежутку оси абсцисс соответствует выделенная часть:

34.14. а) На рис. 22; б) на рис. 23; в) на рис. 24; г) на рис. 25.

34.15. а) На рис. 26; б) на рис. 27; в) на рис. 28; г) на рис. 29.

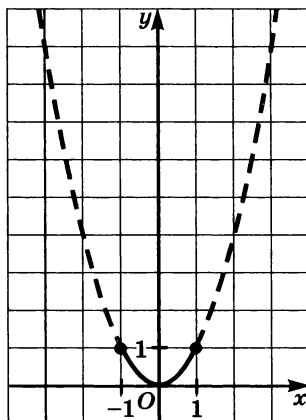


Рис. 22

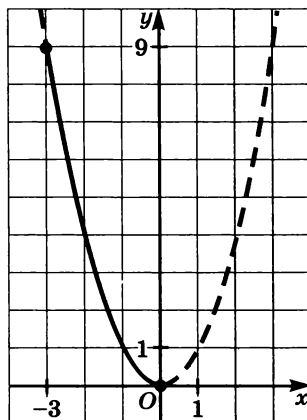


Рис. 23

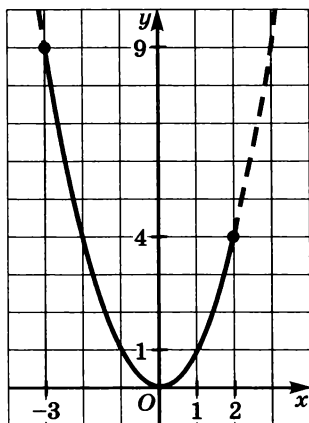


Рис. 24

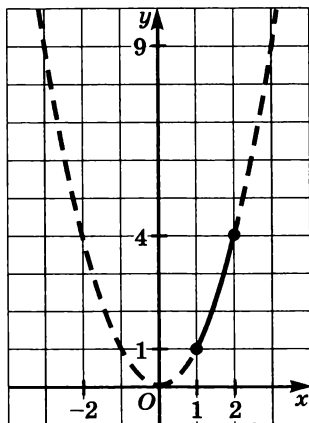


Рис. 25

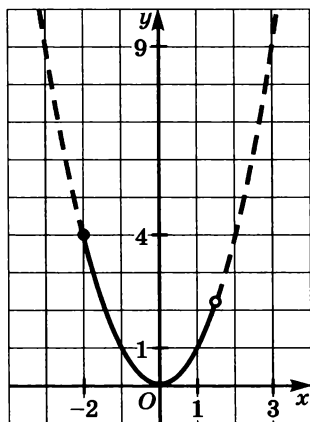


Рис. 26

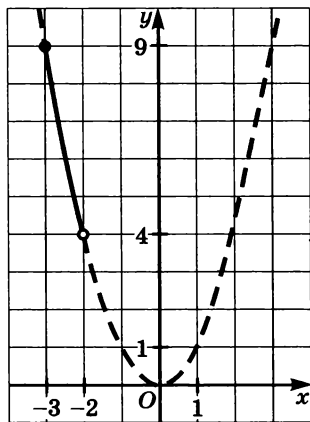


Рис. 27

Используя выделенную часть графика функции $y = -x^2$, найдите наибольшее и наименьшее значения функции и укажите, какому промежутку оси абсцисс соответствует выделенная часть:

- 34.16. а) На рис. 30; в) на рис. 32;
 б) на рис. 31; г) на рис. 33.

- 34.17. а) На рис. 34; в) на рис. 36;
 б) на рис. 35; г) на рис. 37.

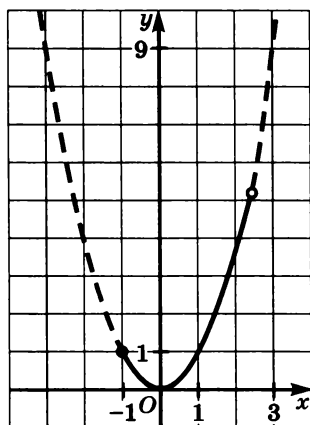


Рис. 28

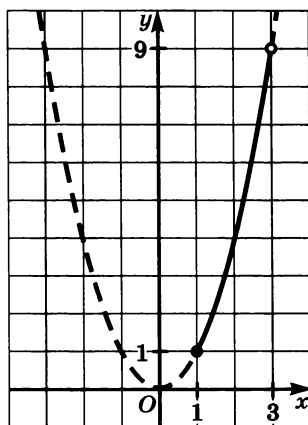


Рис. 29

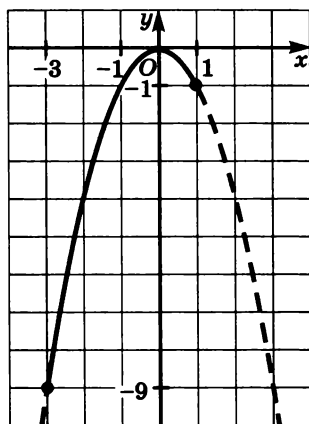


Рис. 30

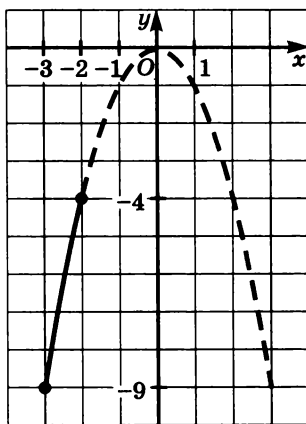


Рис. 31

Постройте график функции $y = x^2$ на заданном промежутке:

- 34.18. а) $(1; 3)$; б) $[-2; 2]$; в) $(0; 2)$; г) $[-2; -1]$.
 34.19. а) $(-\infty; 1]$; б) $[2; +\infty)$; в) $(-1; +\infty)$; г) $(-\infty; 0)$.
 37.20. а) $[0; 1)$; б) $(-1; 3]$; в) $(0; 3]$; г) $[1; 2)$.

Постройте график функции $y = -x^2$ на заданном промежутке:

- 34.21. а) $[-3; 0]$; б) $[0; +\infty)$; в) $(1; 3)$; г) $(-\infty; -1)$.
 34.22. а) $(-2; 1)$; б) $(-2; 3]$; в) $[-1; +\infty)$; г) $[-3; 1]$.

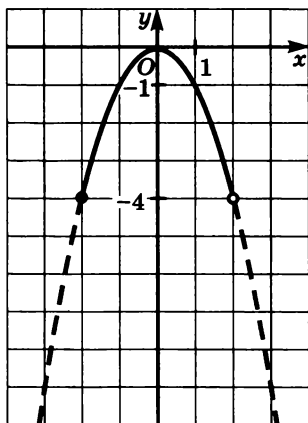


Рис. 32

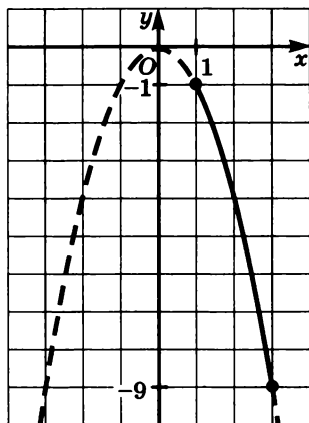


Рис. 33

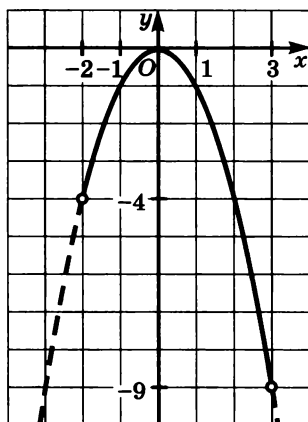


Рис. 34

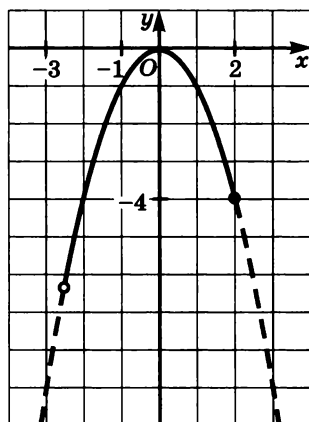


Рис. 35

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2$ на заданном отрезке:

34.23. а) $[1; 2]$; б) $[-2; -1]$; в) $[0; 1]$; г) $[-3; 0]$.

34.24. а) $[-1; 1]$; б) $[-2; 3]$; в) $[-3; 2]$; г) $[-1; 3]$.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -x^2$ на заданном отрезке:

34.25. а) $[-1; 0]$; б) $[0; 2]$; в) $[-2; 0]$; г) $[2; 3]$.

34.26. а) $[-2; 2]$; б) $[-3; 2]$;

в) $[-2; 1]$; г) $[-1; 3]$.

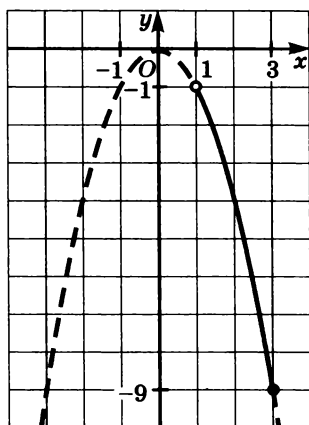


Рис. 36

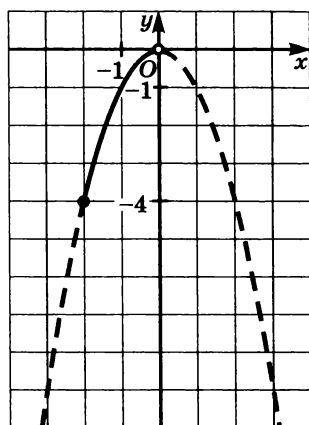


Рис. 37

Найдите наименьшее значение функции $y = x^2$ на заданном луче:

- 34.27. а) $[-3; +\infty)$; в) $(-\infty; 1]$;
 б) $(-\infty; -2]$; г) $[1; +\infty)$.
- 34.28. Найдите наибольшее значение функции $y = -x^2$ на заданном луче:
 а) $(-\infty; 0]$; в) $[2; +\infty)$;
 б) $[-\infty; 3]$; г) $(-\infty; -3]$.
- 34.29. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика найдите:
 а) значения функции при значении аргумента, равном -4 ; 0 ; 2 ;
 б) значения аргумента, если значение функции равно 1 ; 0 ; 9 ;
 в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 2]$;
 г) значения аргумента, при которых $1 < y < 9$.
- 34.30. Постройте график функции $y = -x^2$. С помощью графика найдите:
 а) значения функции при значении аргумента, равном -3 ; 0 ; 1 ;
 б) значения аргумента, если значение функции равно -16 ; -4 ; 0 ;
 в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-3; 2]$;
 г) значения аргумента, при которых $-4 \leq y \leq -1$.

○34.31. Постройте график функции $y = x^2$. С помощью графика определите:

- а) значения функции, если $x \geq 1$;
- б) значения аргумента, если $1 < y < 4$;
- в) наименьшее значение функции;
- г) промежутки возрастания и убывания функции.

○34.32. Постройте график функции $y = -x^2$. С помощью графика определите:

- а) значения функции, если $x < -2$;
- б) значения аргумента, если $-9 \leq y < -4$;
- в) наибольшее значение функции;
- г) промежутки возрастания и убывания функции.

Найдите точки пересечения параболы и прямой:

- 34.33. а) $y = x^2$ и $y = 1$; в) $y = x^2$ и $y = 4$;
б) $y = -x^2$ и $y = -9$; г) $y = -x^2$ и $y = 0$.

- 34.34. а) $y = x^2$ и $y = 2x$; в) $y = x^2$ и $y = -x$;
б) $y = -x^2$ и $y = -3x$; г) $y = -x^2$ и $y = x$.

- 34.35. а) $y = x^2$ и $y = x + 2$; в) $y = x^2$ и $y = -x + 6$;
б) $y = -x^2$ и $y = -x - 6$; г) $y = -x^2$ и $y = x - 2$.

- 34.36. а) $y = x^2$ и $y = -2x + 3$; в) $y = -x^2$ и $y = 2x - 3$;
б) $y = -x^2$ и $y = x + 5$; г) $y = x^2$ и $y = x - 3$.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2$ на заданном промежутке:

- 34.37. а) $[-2; 0,5]$; б) $[-1,5; 0]$; в) $[-2,5; 1,5]$; г) $[-3; 2,3]$.

- 34.38. а) $[0,5; +\infty)$; в) $[-0,3; +\infty)$;

- б) $\left(-\infty; \frac{6}{7}\right]$; г) $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right]$.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -x^2$ на заданном промежутке:

- 34.39. а) $\left[-2; \frac{3}{7}\right]$; б) $(-0,7; 3]$; в) $[-1,5; 0]$; г) $\left[-1; \frac{1}{4}\right)$.

- 34.40. а) $[-2,5; +\infty)$; б) $\left(-\infty; \frac{2}{9}\right]$; в) $[1,2; +\infty)$; г) $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$.

○34.41. Не выполняя построения графика, найдите наименьшее значение функции $y = x^2$ на заданном отрезке:

а) $[-1,5; 0,3]$; в) $\left[-\frac{32}{101}; \frac{7}{19}\right]$;

б) $\left[-\frac{8}{15}; 1,257\right]$; г) $\left[-\frac{45}{49}; \frac{23}{31}\right]$.

○34.42. Не выполняя построения графика, найдите наибольшее значение функции $y = -x^2$ на заданном отрезке:

а) $[-2,3; 1,62]$; в) $\left[-\frac{10}{11}; 41,1\right]$;

б) $\left[-\frac{13}{27}; \frac{29}{51}\right]$; г) $\left[-3,4; \frac{1}{16}\right]$.

●34.43. Найдите точки пересечения параболы и прямой:

а) $y = x^2$ и $y = -2x - 1$; в) $y = x^2$ и $y = 4x - 4$;
б) $y = -x^2$ и $y = 2x + 1$; г) $y = -x^2$ и $y = -4x + 4$.

○34.44. С помощью графика функции $y = x^2$ определите, при каких значениях x выполняется неравенство:

а) $x^2 < 1$; б) $x^2 \geq 1$; в) $x^2 \leq 9$; г) $x^2 > 9$.

○34.45. С помощью графика функции $y = -x^2$ определите, при каких значениях x выполняется неравенство:

а) $-x^2 \leq -4$; б) $-x^2 > -9$; в) $-x^2 \geq -4$; г) $-x^2 < -9$.

○34.46. С помощью графика функции $y = x^2$ определите, при каких значениях x выполняется неравенство:

а) $1 < x^2 < 4$; б) $4 \leq x^2 \leq 9$.

§ 35. ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

○35.1. В одной системе координат постройте графики заданных функций и найдите координаты точек их пересечения:

а) $y = x + 3$ и $y = 2x + 1$; в) $y = -x$ и $y = 3x - 4$;
б) $y = x^2$ и $y = 9$; г) $y = -x^2$ и $y = -2x$.

Определите, сколько корней имеет уравнение:

- 35.2. а) $x^2 = \frac{3}{2}x$; в) $x^2 = -\frac{x+1}{4}$;
б) $x^2 = -x - 3$; г) $x^2 = -3x + 1$.

- 35.3. а) $-x^2 = 4 - x$; в) $-x^2 = \frac{4}{3}x$;
б) $\frac{2x-1}{2} = -x^2$; г) $4x + 2 = -x^2$.

Решите графически уравнение:

- 35.4. а) $x^2 = 1$; б) $x^2 = 4$; в) $x^2 = 0$; г) $x^2 = -1$.
- 35.5. а) $x^2 = 2x$; в) $-x^2 = 2x$;
б) $x^2 = -3x$; г) $-x^2 = 3x$.
- 35.6. а) $x^2 = x + 6$; в) $x^2 = x + 2$;
б) $-x^2 = x - 2$; г) $-x^2 = x - 6$.
- 35.7. а) $x^2 = 2x + 3$; в) $x^2 = -2x + 3$;
б) $-x^2 = -3x + 2$; г) $-x^2 = 2x - 3$.
- 35.8. а) $x^2 + 2x - 3 = 0$; в) $x^2 + 4x + 3 = 0$;
б) $x^2 - 4x = -3$; г) $x^2 - x = 6$.
- 35.9. а) $x^2 + x + 2 = 0$; в) $x^2 - x + 6 = 0$;
б) $x^2 - x + 4 = 0$; г) $x^2 + x + 8 = 0$.
- 35.10. а) $x^2 - 2x + 1 = 0$; в) $x^2 + 2x + 1 = 0$;
б) $x^2 + 4x + 4 = 0$; г) $x^2 - 4x + 4 = 0$.
- 35.11. а) На графике функции $y = -x + 4$ найдите точку, абсцисса которой равна ординате.
б) На графике функции $y = x^2$ найдите точку, абсцисса которой равна ординате.
- 35.12. а) На графике функции $y = 2x - 4$ найдите точку, ордината которой на 8 меньше абсциссы.
б) На графике функции $y = x^2$ найдите точку, абсцисса и ордината которой — противоположные числа.
- 35.13. а) На графике функции $y = -x^2$ найдите точку, ордината которой на 6 меньше абсциссы.
б) На графике функции $y = -x^2$ найдите точку, абсцисса которой на 2 больше ординаты.

§ 36. ЧТО ОЗНАЧАЕТ В МАТЕМАТИКЕ ЗАПИСЬ $y = f(x)$

36.1. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 8x$. Найдите:

а) $f(0)$, $f(-2)$, $f(1)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$;

б) $f(a)$, $f(-a)$, $f(2a)$, $f\left(-\frac{1}{4}a\right)$;

в) $f(b+2)$, $f(1-b)$, $f(3b-8)$, $f\left(7-\frac{b}{8}\right)$;

г) $f(c)+3$, $f(-3c)-1$, $-f(c-3)$, $-f(c)+1$.

36.2. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 5x + 6$. Найдите:

а) $f\left(\frac{1}{4}\right)$, $f(-3)$, $f(0,5)$, $f\left(6\frac{2}{5}\right)$;

б) $f(p)$, $f(-2p)$, $f\left(\frac{3}{5}p\right)$, $-f(5p)$;

в) $f(a+1)$, $f(5-a)$, $f(a)-6$, $f\left(\frac{a}{10}\right)-3$;

г) $f(a-3)+1$, $f(a+4)-2$, $f(1-2a)$, $-f\left(\frac{a+6}{5}\right)$.

36.3. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -3x + 2$. Найдите:

а) $f(0)$, $f\left(\frac{2}{3}\right)$, $f(-3)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$;

б) $f(-x)$, $-f(x)$, $f(2x)$, $f(x-2)$;

в) $f(x^2)$, $(f(x))^2$, $f(x-1)^2$, $(f(-x^2)-1)^2$;

г) $f(-x^3)$, $f(2x^3)$, $f(2x)^3$, $(f(2x))^3$.

36.4. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. Найдите:

а) $f(-6)$, $-f(6)$, $f(0)$, $f\left(4\frac{1}{3}\right)$;

б) $f(3a)$, $f\left(-\frac{1}{3}a\right)$, $-f(a)$, $2f(a)$;

в) $f(x+2)$, $f(5-x)$, $f(2x+3)$, $f(3x-1)$;

г) $f(x)-1$, $f(-2x)+1$, $2f(x)+3$, $-f(-x)+3$.

36.5. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -x^2$. Найдите:

- а) $f(-10)$, $-f(10) - 1$, $f(8) + 1$, $f(6) + f(8)$;
- б) $f(-a)$, $-f(a)$, $f(5a)$, $-5f(a)$;
- в) $f(b - 1)$, $f(b^2 - 1)$, $f(b - 1)^2$, $f(b^2) - 1$;
- г) $f(-x^3)$, $f(2x^3)$, $f(2x)^3$, $-2f(x^3)$.

36.6. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. Найдите:

- а) $f(-5)$, $f(7) + 1$, $f(5) - 4$, $f(7) - f(5)$;
- б) $f(2x + 5)$, $f(2x) + 5$, $2f(x) + 5$, $2f(x + 5)$;
- в) $f(x^2)$, $f(x^2 - 2)$, $f(x^2) - 2$, $f(x - 2)^2$;
- г) $f(-x^3)$, $3f(x^3)$, $f(3x^3)$, $(-f(3x))^3$.

○**36.7.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. Найдите:

- а) $f(-12) - 44$, $f(9) - 1$, $f(7) - f(3)$, $f(3) + f(4)$;
- б) $f(a + b)$, $f(a) + b$, $f(b) - a$, $f(a) + f(b)$;
- в) $f(ab)$, $af(b)$, $-bf(a)$, $f\left(\frac{a}{b}\right)$;
- г) $f(x - 1) + f(x + 1)$, $f(x + 2) - f(x)$, $\frac{f(x) - 1}{f(x - 1)}$, $\frac{f(x + 2)}{f(x) - 4}$.

○**36.8.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = 1,6x + 3,5$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x) = -4,5$; в) $f(x) = 0,3$;
- б) $f(x - 1) = 0,6x$; г) $f(x + 2) = 8,3x$?

○**36.9.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x) = 144$; в) $f(x) = 100$;
- б) $f(x) = -10x$; г) $f(x) = 8x$?

○**36.10.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x - 2) = 64$; в) $f(x + 1) = 81$;
- б) $f(2x) = 49$; г) $f(-3x) = 121$?

○**36.11.** Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x - 9) = f(x + 5)$; в) $f(x - 1) = f(x - 7)$;
- б) $f(2x - 7) = f(2x + 3)$; г) $f(1 + 3x) = f(3x + 5)$?

○36.12. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{если } x < -3; \\ -2x + 5, & \text{если } x \geq -3. \end{cases}$$

Вычислите:

а) $f(1)$; б) $f(-3)$; в) $f(-4)$; г) $f(0)$.

○36.13. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x + 5,7, & \text{если } x < -1,3; \\ -5, & \text{если } x \geq -1,3. \end{cases}$$

Вычислите:

а) $f(-5)$; б) $f(-20)$; в) $f(0)$; г) $f(1,273)$.

○36.14. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < -4,5; \\ -4x + 7, & \text{если } x \geq -4,5. \end{cases}$$

Вычислите:

а) $f(-5)$; б) $f(-4)$; в) $f(3)$; г) $f(-4,5)$.

Постройте график функции:

○36.15. а) $y = \begin{cases} 1, & \text{если } -4 \leq x \leq -1; \\ 2x + 3, & \text{если } -1 < x \leq 1; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} 0, & \text{если } -5 \leq x \leq -2; \\ x + 2, & \text{если } -2 < x \leq 2. \end{cases}$

○36.16. а) $y = \begin{cases} -x + 1, & \text{если } 2 \leq x \leq 1; \\ x - 1, & \text{если } 1 < x \leq 4; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} x + 3, & \text{если } -4 \leq x \leq 0; \\ -x + 3, & \text{если } 0 < x \leq 4. \end{cases}$

○36.17. а) $y = \begin{cases} -1, & \text{если } -4 \leq x < -1; \\ -x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 3; \\ 9, & \text{если } 3 < x \leq 5. \end{cases}$

Постройте график функции:

○36.18. а) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } -3 \leq x \leq 0; \\ x, & \text{если } 0 < x \leq 4; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} -x, & \text{если } -4 \leq x < 0; \\ -x^2, & \text{если } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$

○36.19. а) $y = \begin{cases} x + 3, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -3 \leq x \leq 0; \\ 2 - 2x, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$

○36.20. а) $y = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2; \\ 2x - 8, & \text{если } 2 < x \leq 5; \end{cases}$

б) $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } -3 \leq x < 2; \\ 6 - x, & \text{если } 2 \leq x \leq 7. \end{cases}$

○36.21. Для функции из упражнения 36.18 а найдите:

- а) значения функции при значении аргумента, равном $-1; 0; 2; 4$;
- б) значения аргумента, если значение функции равно $0; 1; 4$;
- в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 2]$;
- г) промежутки возрастания и убывания функции.

○36.22. Для функции из упражнения 36.19 б найдите:

- а) область определения;
- б) наименьшее и наибольшее значения;
- в) промежутки убывания и возрастания;
- г) точки разрыва.

○36.23. Для функции из упражнения 36.20 б найдите:

- а) область определения;
- б) множество значений функции;
- в) промежутки убывания и возрастания;
- г) значения аргумента, при которых значение функции равно нулю, больше нуля, меньше нуля.

○36.24. Дана функция $y = f(x)$, где

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{если } -4 \leq x < 1; \\ 2x, & \text{если } 1 < x \leq 5. \end{cases}$$

Выясните, корректно ли предложенное задание, и если да, то выполните его:

- а) вычислите $f(-4)$; в) вычислите $f(-4,5)$;
б) вычислите $f(1)$; г) вычислите $f(4,9)$.

○36.25. Можно ли считать, что $y = f(x)$ — функция, где

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } -4 \leq x \leq 0; \\ 2x, & \text{если } x \geq 1; \end{cases}$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x < 0; \\ x^2, & \text{если } x \geq -1? \end{cases}$$

○36.26. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3,4, & \text{если } x < -2; \\ -2x + 5, & \text{если } -2 \leq x \leq 3,5; \\ x^2, & \text{если } x > 3,5. \end{cases}$$

Вычислите:

- а) $f(-3)$; б) $f(-2)$; в) $f(3)$; г) $f(4)$.

○36.27. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & \text{если } -4 < x < -2; \\ x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2; \\ 0,5x + 3, & \text{если } 2 < x < 4. \end{cases}$$

- а) Вычислите $f(-4)$, $f(-2)$, $f(1)$, $f(4)$;
б) постройте график функции $y = f(x)$;
в) с помощью графика найдите значения аргумента, если $f(x) = 1$, $f(x) = 0$, $f(x) = 5$, $f(x) = 6$.

○36.28. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x < -1; \\ x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2; \\ x + 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

- а) Вычислите $f(0)$, $f(-2)$, $f(2)$, $f(3)$;
б) постройте график функции $y = f(x)$;
в) с помощью графика найдите значения аргумента, если $f(x) = 1$, $f(x) = 0$, $f(x) = 4$, $f(x) = -1$.

Постройте график функции:

$$\circ 36.29. \text{ а) } y = \begin{cases} x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq -1; \\ x, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ -x^2, & \text{если } 1 < x \leq 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} -1, & \text{если } -4 \leq x \leq -1; \\ 2x, & \text{если } -1 < x \leq 0; \\ -x^2, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$$

$$\circ 36.30. \text{ а) } y = \begin{cases} x + 2, & \text{если } -4 \leq x \leq -2; \\ 0, & \text{если } -2 < x \leq 0; \\ x^2, & \text{если } 0 < x \leq 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} \frac{x}{2} + 2, & \text{если } -6 \leq x \leq -2; \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 1; \\ 3 - 2x, & \text{если } 1 < x \leq 5. \end{cases}$$

Используя заданный график функции, установите:

- а) какова область определения функции $y = f(x)$;
- б) чему равны наименьшее и наибольшее значения функции;
- в) является ли функция непрерывной; если нет, то в каких точках она претерпевает разрыв;
- г) при каких значениях аргумента значение функции равно нулю, больше нуля, меньше нуля;
- д) где функция возрастает, где убывает.

Ответьте на эти вопросы для функции, график которой изображен:

- 36.31. а) На рис. 38; в) на рис. 40;
 б) на рис. 39; г) на рис. 41.

- 36.32. а) На рис. 42; в) на рис. 44;
 б) на рис. 43; г) на рис. 45.

- 36.33. а) На рис. 46; в) на рис. 48;
 б) на рис. 47; г) на рис. 49.

- 36.34. а) На рис. 50; в) на рис. 52;
 б) на рис. 51; г) на рис. 53.

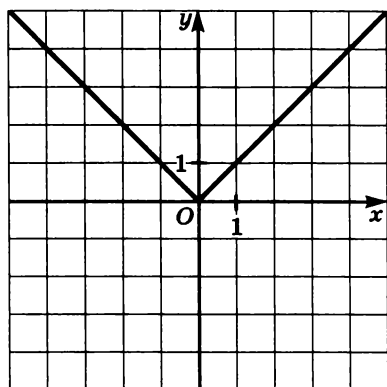


Рис. 38

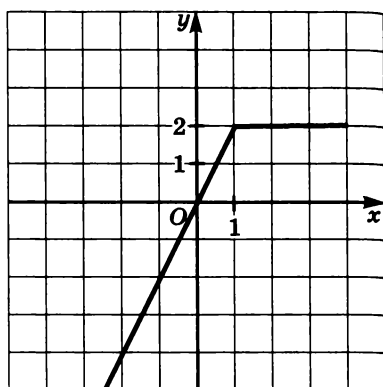


Рис. 39

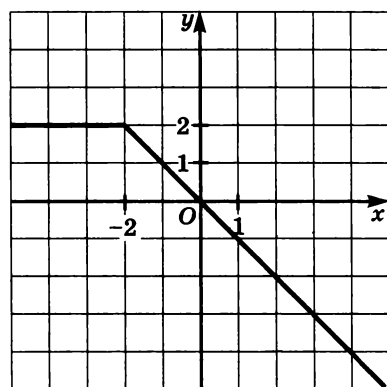


Рис. 40

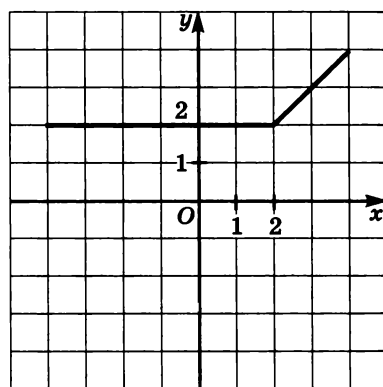


Рис. 41

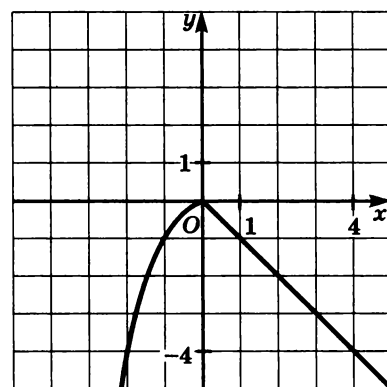


Рис. 42

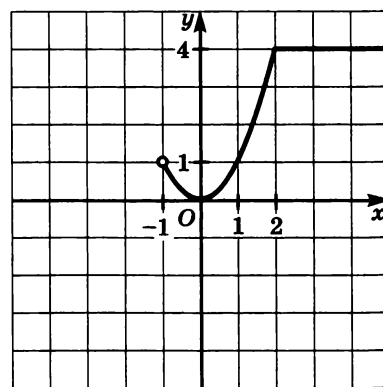


Рис. 43

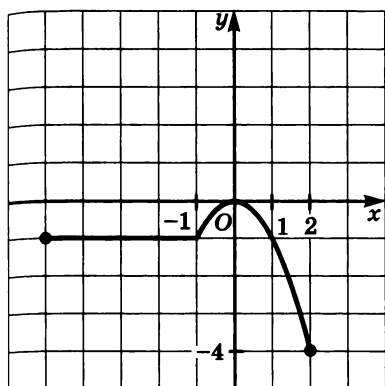


Рис. 44

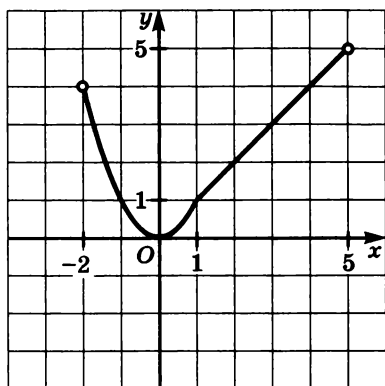


Рис. 45

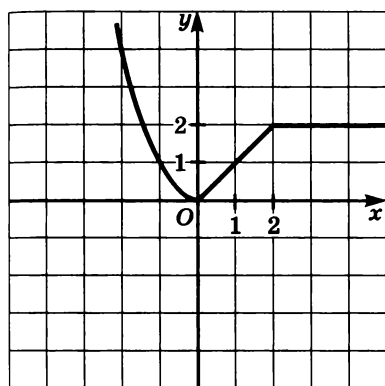


Рис. 46

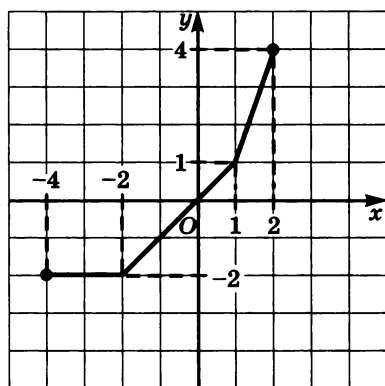


Рис. 47

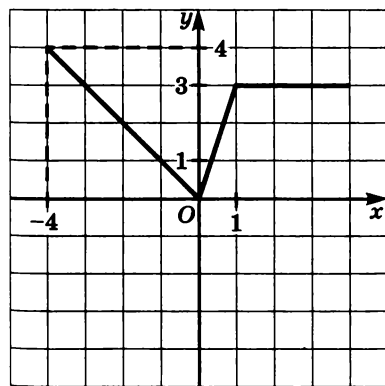


Рис. 48

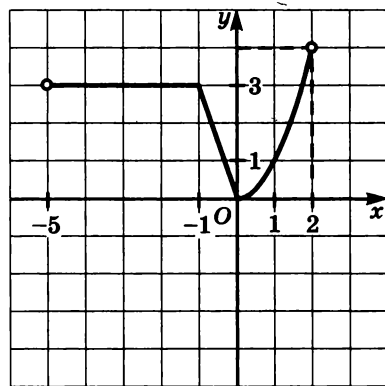


Рис. 49

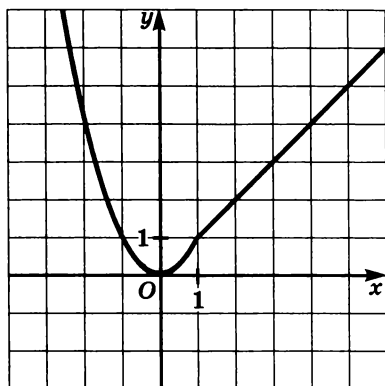


Рис. 50

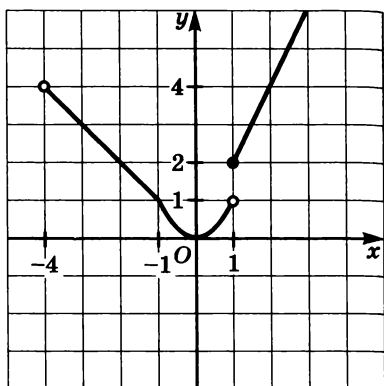


Рис. 51

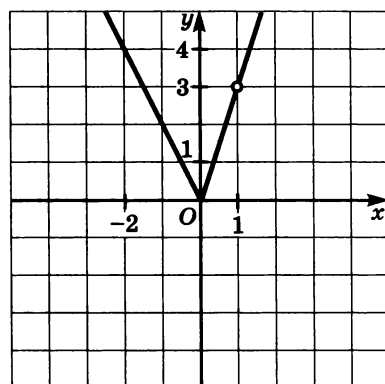


Рис. 52

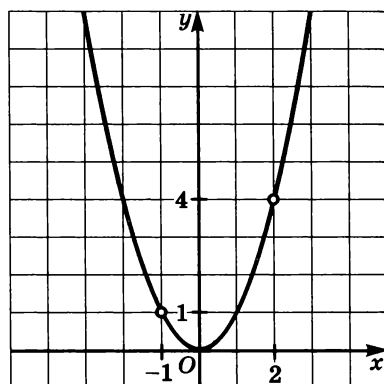


Рис. 53

○36.35. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ 0, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$$

а) Вычислите $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(-1)$, $f(3)$;

б) постройте график функции $y = f(x)$;

в) опишите свойства функции $y = f(x)$ с помощью построенного графика.

○36.36. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ 4x, & \text{если } 0 < x \leq 1; \\ 4, & \text{если } 1 < x < 3. \end{cases}$$

- а) Вычислите $f(-1)$, $f(2)$, $f(1)$, $f(1,5)$, $f(-2)$;
 б) постройте график функции $y = f(x)$;
 в) опишите свойства функции $y = f(x)$ с помощью построенного графика.

○36.37. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ -x^2, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ x, & \text{если } 1 < x \leq 6. \end{cases}$$

- а) Вычислите $f(-2)$, $f(4)$, $f(-1)$, $f(1)$, $f(5)$;
 б) постройте график функции $y = f(x)$;
 в) опишите свойства функции $y = f(x)$ с помощью построенного графика.

○36.38. Дана функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2; \\ 2x + 2, & \text{если } 2 < x < 4. \end{cases}$$

- а) Вычислите $f(-3)$, $f(2)$, $f(0)$, $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$;
 б) постройте график функции $y = f(x)$;
 в) опишите свойства функции $y = f(x)$ с помощью построенного графика.

●36.39. а) Даны функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$, где $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = -3x + 4$. При каком значении x выполняется равенство $f(x - 1) = g(x + 1)$?

б) Даны функции $y = f(x)$ и $y = h(x)$, где $f(x) = -4x - 1$, $h(x) = 2x + 9$. При каком значении x выполняется равенство $f(x + 2) = h(x - 3)$?

●36.40. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^2$. При каком значении x выполняется равенство:

- а) $f(x + 1) = f(x - 2)$;
 б) $f(x - 4) = f(x) - 4$?

●36.41. Даны функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$, где $f(x) = -x^2$, $g(x) = 3x - 10$. При каких значениях x выполняется равенство:

- а) $f(x + 2) = g(x + 2)$; б) $f(1 - x) = g\left(\frac{1 - x^2}{3}\right)$?

Постройте график функции:

●36.42. а) $y = \frac{2x^2}{x}$; б) $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$; в) $y = -\frac{x^2}{x}$; г) $y = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$.

●36.43. а) $y = \frac{2x^2 - 8x + 4}{x - 2}$; б) $y = \frac{x^3 + 6x^2 + 9x}{x^2 + 3x}$.

●36.44. а) $y = \frac{x^3 + 3x^2}{x + 3}$; б) $y = \frac{-x^3 + x^2}{x - 1}$.

●36.45. а) $y = \frac{-x^4 + x^2}{(x - 1)(x + 1)}$; б) $y = \frac{x^4 - 4x^2}{(x - 2)(x + 2)}$.

Решите графически уравнение:

●36.46. а) $\frac{2x^4}{x^3} = -x^2$; в) $x^2 = \frac{3x^8}{x^7}$;

б) $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x^2$; г) $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = -x^2$.

●36.47. а) $\frac{x^3 - x^2}{x - 1} = -2x + 3$; в) $\frac{x^3 - 3x^2}{x - 3} = x + 6$;

б) $-\frac{x^3 + 2x^2}{x + 2} = x - 2$; г) $-\frac{4x^2 + x^3}{x + 4} = 2x - 8$.

●36.48. При каких значениях p данное уравнение имеет один корень:

а) $\frac{2x^3 + 6x^2}{2x + 6} = p$; в) $\frac{9x^2 - 3x^3}{3x - 9} = p$;

б) $\frac{x^4 - 4x^3}{x^2 - 4x} = p$; г) $\frac{x^4 - 2x^3}{x^2 - 2x} = p$?

Задайте аналитически кусочную функцию по ее графику, представленному:

●36.49. а) На рис. 38; в) на рис. 40;
б) на рис. 39; г) на рис. 41.

●36.50. а) На рис. 42; в) на рис. 44;
б) на рис. 43; г) на рис. 45.

●36.51. а) На рис. 46; в) на рис. 48;
б) на рис. 47; г) на рис. 49.

●36.52. а) На рис. 50; в) на рис. 52;
б) на рис. 51; г) на рис. 53.

●36.53. При каких значениях b уравнение $f(x) = b$, где

$$f(x) = \begin{cases} x + 6, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 3, \end{cases}$$

- а) имеет один корень; в) имеет три корня;
б) имеет два корня; г) не имеет корней?

●36.54. При каких значениях b уравнение $f(x) = b$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{2}, & \text{если } x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2, \end{cases}$$

- а) имеет один корень; в) имеет три корня;
б) имеет два корня; г) не имеет корней?

●36.55. При каких значениях b уравнение $f(x) = b$, где

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 2, & \text{если } x \leq -1; \\ -x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2, \end{cases}$$

- а) имеет один корень; в) имеет три корня;
б) имеет два корня; г) не имеет корней?

●36.56. При каких значениях b уравнение $f(x) = b$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 1; \\ -2, & \text{если } x > 1, \end{cases}$$

- а) имеет один корень;
б) имеет два корня;
в) имеет бесконечное множество корней;
г) не имеет корней?

●36.57. Решите графически уравнение:

а) $f(x) = 1$; б) $f(x) = 4$; в) $f(x) = 9$; г) $f(x) = 0$,

если $f(x) = \begin{cases} 0,5x + 5, & \text{если } -10 \leq x \leq -2; \\ x^2, & \text{если } -2 < x \leq 3. \end{cases}$

●36.58. Решите графически данное уравнение, если

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1; \\ 3x - 7, & \text{если } 1 < x \leq 3; \end{cases}$$

а) $f(x) = 1$; б) $f(x) = -4$; в) $f(x) = 2$; г) $f(x) = 0$.

●36.59. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 0; \\ 2x, & \text{если } 0 < x \leq 2; \\ 4, & \text{если } 2 < x \leq 7; \\ x - 6, & \text{если } x > 7. \end{cases}$

Сколько целочисленных корней имеет уравнение:

а) $f(x) = 4$; б) $f(x) = 1$; в) $f(x) = 5$; г) $f(x) = 0$?

●36.60. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } x \leq 0; \\ x^2, & \text{если } 0 < x \leq 2; \\ 4, & \text{если } 2 < x \leq 6; \\ 16 - 2x, & \text{если } x > 6. \end{cases}$

Сколько целочисленных корней имеет уравнение:

а) $f(x) = 0$; б) $f(x) = 1$; в) $f(x) = -3$; г) $f(x) = 4$?

§ 37. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

37.1. Является ли пара чисел (1; 1) решением линейного уравнения с двумя переменными:

- а) $7x + 3y = 10$; в) $6x + 8y = 1$;
б) $6x - 2y = 4$; г) $15x - 12y = 3?$

37.2. Подберите несколько решений линейного уравнения $3x - 2y = 5$.

37.3. Составьте линейное уравнение с двумя переменными, решением которого служит пара чисел:

- а) (2; 5); б) (-3; 1); в) (-7; -2); г) (-4; 5).

37.4. Найдите все пары натуральных чисел, которые удовлетворяют уравнению $x + y = 15$.

37.5. Является ли пара чисел (60; 30) решением системы уравнений:

- а) $\begin{cases} 4x - 7y = 30, \\ 4x - 5y = 90; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 5y = 330, \\ 6x - 8y = 110? \end{cases}$

37.6. Какая из пар чисел является решением системы уравнений

$$\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9; \end{cases}$$

- а) (3; -1); б) (-9; 3); в) (2; 1); г) (1; 2)?

37.7. Является ли решением системы уравнений

$$\begin{cases} 4x - 3y = 7, \\ 5x + 2y = 26 \end{cases}$$

- пара чисел: а) (1; 2); б) (-2; -5); в) (4; 3); г) (0; 1)?

37.8. Убедитесь, что пара чисел (12; 15) является решением системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x + y = 27, \\ 2x - 4y = -36; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x - y = 9, \\ 4y = 5x. \end{cases}$$

37.9. Даны два линейных уравнения с двумя переменными:
 $x - y = 2$ и $x + y = 8$.

Найдите пару чисел, которая:

- а) является решением первого уравнения, но не является решением второго;
- б) является решением второго уравнения, но не является решением первого;
- в) является решением и первого, и второго уравнений;
- г) не является решением ни первого, ни второго уравнения.

В заданном уравнении выразите одну переменную через другую:

$$\begin{array}{ll} \text{37.10. а) } 2x + y = 4; & \text{в) } 3a + b = 12; \\ \text{б) } x + 6y = 9; & \text{г) } c + 8d = 15. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{37.11. а) } 6x - y = 18; & \text{в) } 18m - n = 3; \\ \text{б) } -a - 5b = 20; & \text{г) } -p - 9q = 4. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{37.12. а) } 3s - 2t = 8; & \text{в) } 9r - 13s = 17; \\ \text{б) } 7z + 4q = 11; & \text{г) } 5u + 7v = 21. \end{array}$$

○**37.13.** а) Подберите три решения линейного уравнения $4x - 2y = 3$ так, чтобы переменные x и y имели разные знаки.

б) Подберите три решения линейного уравнения $3x + 4y = 2$ так, чтобы переменные x и y имели одинаковые знаки.

○**37.14.** Найдите значение коэффициента a в уравнении $ax + 8y = 20$, если известно, что решением этого уравнения является пара чисел:

$$\text{а) } (2; 1); \quad \text{б) } (-3; -2).$$

●**37.15.** а) Найдите натуральные решения уравнения $2x + 3y - 7 = 0$.

б) Найдите пары натуральных чисел $(x; y)$, которые удовлетворяют уравнению $5x - 2y = 13$ и неравенству $x + y \leq 25$.

○**37.16.** Составьте какую-либо систему двух линейных уравнений с двумя переменными, если известно, что решением этой системы является пара чисел:

$$\text{а) } (0; 6); \quad \text{б) } (-3; -4); \quad \text{в) } (-1; 2); \quad \text{г) } (5; -7).$$

○37.17. К каждому из следующих уравнений подберите второе уравнение так, чтобы полученная система имела бесконечно много решений:

- а) $8x + y = 5$; в) $7x + 8y = 4$;
б) $3x - 2y = 1$; г) $x - y = 3$.

○37.18. К каждому из следующих уравнений подберите второе уравнение так, чтобы полученная система не имела решений:

- а) $7x - 5y = 3$; в) $45x - 31y = 13$;
б) $6x + 11y = 8$; г) $54x - 23y = 40$.

Решите графически систему уравнений:

- 37.19. а) $\begin{cases} y = x, \\ y = 3x - 4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = 5x, \\ y = -2x + 7; \end{cases}$
б) $\begin{cases} y = -3x, \\ y = 3 - 4x; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x, \\ y = x - 5. \end{cases}$

- 37.20. а) $\begin{cases} y = x - 1, \\ x + 3y = 9; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -2x, \\ x - 2y = 0; \end{cases}$
б) $\begin{cases} 3x - 2y = 12, \\ x + 2y = -4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x - 3y = 8, \\ 2x - 3y = 10. \end{cases}$

- 37.21. а) $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 2x + y = 3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 2, \\ x + 3y = 3; \end{cases}$
б) $\begin{cases} y = \frac{2}{5}x - 1, \\ 4x - 10y = 10; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x - 3y = 2, \\ 2x - 6y = 4. \end{cases}$

- 37.22. а) $\begin{cases} x + y = -5, \\ 3x - y = -7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - 2y = 1, \\ y - x = 1; \end{cases}$
б) $\begin{cases} x - 2y = 7, \\ 3x + 2y = 5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x + y = -2, \\ 2x - y = -4. \end{cases}$

- 37.23. а) Дана система уравнений $\begin{cases} x + ay = 35, \\ bx + 2y = 27. \end{cases}$

Известно, что пара чисел (5; 6) является ее решением. Найдите значения a и b .

- б) Дана система уравнений $\begin{cases} ax - 3y = 7, \\ 5x + by = 26. \end{cases}$

Известно, что пара чисел (10; 5) является ее решением. Найдите значения a и b .

- 37.24. Решите графически систему уравнений $\begin{cases} ax + 3y = 11, \\ 5x + 2y = 12, \end{cases}$

если известно, что первое уравнение этой системы обращается в верное равенство при $x = 5$ и $y = -3$.

Решите графически систему уравнений:

- 37.25. а) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 9; \end{cases}$
б) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2x + 3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = x^2, \\ 2x + y - 3 = 0. \end{cases}$

- 37.26. а) $\begin{cases} y = -x^2, \\ y = 3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y = -x^2, \\ y = x; \end{cases}$
б) $\begin{cases} y = -x^2, \\ x - y - 2 = 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = -x^2, \\ 2x - y - 3 = 0. \end{cases}$

- 37.27. Купили некоторое количество яблок по 30 р. за 1 кг и некоторое количество груш по 38 р. за 1 кг. Все количества выражаются целыми числами (в кг). Сколько всего купили фруктов, если за покупку заплатили 400 р.?
- 37.28. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 580 км, вышли навстречу друг другу два поезда. До встречи первый был в пути 4 ч, а второй — 3 ч, причем оба двигались с постоянной скоростью и без остановок. Найдите скорость поездов, если известно, что каждая из них выражается целым числом, кратным 10 и большим 50.
- 37.29. Какое двузначное число обладает следующим свойством: если между его цифрами поместить цифру 0, то число увеличится в 6 раз?
- 37.30. Когда каждую из сторон прямоугольника увеличили на 2 см, оказалось, что площадь прямоугольника увеличилась на 16 см^2 . Найдите стороны заданного прямоугольника, если известно, что они выражаются целыми числами (в см.).
- 37.31. Скорый поезд проходит за 5 ч на 40 км больше, чем пассажирский за 6 ч. Найдите их скорости, v_1 км/ч и v_2 км/ч соответственно, если известно, что числа v_1 и v_2 делятся на 10 и оба меньше 100, но больше 50.

§ 38. МЕТОД ПОДСТАНОВКИ

○38.1. Решите систему уравнений:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} y = 9x + 5, \\ y = -6x - 25; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} y = -8x - 15, \\ y = 5x + 24; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} y = 13x - 7, \\ y = 23x - 6; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} y = -11x + 9, \\ y = -21x + 11. \end{cases} \end{array}$$

Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{array}{ll} \text{○38.2. а) } \begin{cases} y = 1 - 7x, \\ 4x - y = 32; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} y = x + 1, \\ 5x + 2y = 16; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} x = y + 2, \\ 3x - 2y = 9; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x = 2y - 3, \\ 3x + 2y = 7. \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{○38.3. а) } \begin{cases} x = 4y, \\ x + 5y = 99; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} y = 6x, \\ 4x + y = 150; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} y = -4x, \\ x - y = 10; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x = -5y, \\ x - 4y = -18. \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{○38.4. а) } \begin{cases} x = 10y, \\ 2x + 3y = 46; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} x = -0,5y, \\ -6x - 2y = 9; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} y = -2,5x, \\ 5x + 4y = 75; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} y = 1,5x, \\ 2y + 5x = 64. \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{○38.5. а) } \begin{cases} 5x - 3y = 14, \\ 2x + y = 10; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} 7x - 2y = 15, \\ 2x + y = 9; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} x + 5y = 35, \\ 3x + 2y = 27; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x + 3y = 2, \\ 2x + 3y = 7. \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{○38.6. а) } \begin{cases} 2x - y = 2, \\ 3x - 2y = 3; \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} 3x + 4y = 55, \\ 7x - y = 56; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} 5y - x = 6, \\ 3x - 4y = 4; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} 4y - x = 11, \\ 6y - 2x = 13. \end{cases} \end{array}$$

Решите систему уравнений:

○38.7. а) $\begin{cases} 4x - 3y = 12, \\ 3x + 4y = 34; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x - 3y = 12, \\ 3x + 2y = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} -5x + 2y = 20, \\ 2x - 5y = -8; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5x - 4y = 5, \\ 2x - 3y = 9. \end{cases}$

○38.8. а) $\begin{cases} 4x - 5y = 1, \\ 2x - 3y = 2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x - 3y = 7, \\ 5x + 2y = 26; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x + 4y = 0, \\ 2x + 3y = 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x - 5y = 0, \\ 8y - 5x = -1. \end{cases}$

○38.9. а) $\begin{cases} 4x - 7y = 33, \\ 2x + 5y = 25; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 5x - 2y = 48, \\ 2x + 3y = 23; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5y - 6x = 2, \\ 8x - 3y = 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4x - 3y = -1, \\ 10x - 4y = 1. \end{cases}$

○38.10. а) $\begin{cases} 6x + 5y = 1, \\ 2x - 3y = 33; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x - 5y = -2, \\ 3x + 2y = -13; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5x + 6y = 4, \\ 3x + 5y = 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x - 7y = 1, \\ 2x + 3y = 16. \end{cases}$

○38.11. а) $\begin{cases} 4(x - y) = -2, \\ 3x - 7y = -2,5 - 2(x + y); \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3(x + y) = 6, \\ 6 + 5(x - y) = 8x - 2y; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2(x + y) = 8, \\ 14 - 3(x - y) = 5y - x; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5(x - y) = 10, \\ 3x - 7y = 20 - (x + 3y). \end{cases}$

○38.12. а) $\begin{cases} 2 - 3x = 2(1 - y), \\ 4(x + y) = x - 1,5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x - 3(2y + 1) = 15, \\ 3(x + 1) + 3y = 2y - 2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 6x + 3 = 8x - 3(2y - 4), \\ 2(2x - 3y) - 4x = 2y - 8; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4y + 20 = 2(3x - 4y) - 4, \\ 16 - (5x + 2y) = 3x - 2y. \end{cases}$

Решите систему уравнений:

$$\textcircled{38.13.} \text{ а) } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{1}{3}; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -4, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = -2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5, \\ 5x - 11y = 1; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 4x + 7y = 1, \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{6} = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\textcircled{38.14.} \text{ а) } \begin{cases} 6y - 5x - 1 = 0, \\ \frac{x-1}{3} + \frac{y+1}{2} = 10; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{3x+2y}{5} + \frac{x-3y}{6} = 3, \\ 2x + 7y + 43 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{x+2y}{5} + \frac{3x-y}{3} = 5, \\ 2x - 3y = -1; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 7x - 10y = 5, \\ \frac{4x+1}{3} - \frac{5x-3y}{4} = 3. \end{cases}$$

$$\textcircled{38.15.} \text{ а) } \begin{cases} \frac{5x-3+9y}{3} = \frac{2x+3y-2}{2}, \\ \frac{x-3y}{2} = \frac{2x-3y}{3}; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{x+3-5y}{2} = \frac{3x-4y+3}{3}, \\ \frac{6+3x-y}{3} = \frac{12x-y}{4}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{2x-y}{6} + \frac{2x+y}{9} = 3, \\ \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{4} = 4; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{x+y}{8} + \frac{x-y}{6} = 5, \\ \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{5} = 10. \end{cases}$$

Найдите координаты точки пересечения прямых:

$$\textcircled{38.16.} \text{ а) } y = 10x + 30 \text{ и } y = -12x + 272;$$

$$\text{б) } y = -18x + 25 \text{ и } y = 15x + 14;$$

$$\text{в) } y = 15x - 21 \text{ и } y = 7x - 77;$$

$$\text{г) } y = -7x - 19 \text{ и } y = 14x - 1.$$

$$\textcircled{38.17.} \text{ а) } y = 5x \text{ и } 4x + y = 180;$$

$$\text{б) } x - 2y = 5 \text{ и } 2x + y = 9;$$

$$\text{в) } y = -1,4x \text{ и } x - y = 18;$$

$$\text{г) } x - 10y = 1 \text{ и } 2x + 3y = 48.$$

$\textcircled{38.18.}$ Найдите абсциссу точки пересечения графиков двух линейных уравнений с двумя переменными:

$$\text{а) } 4x - 3y = 12 \text{ и } 3x + 4y = -24;$$

$$\text{б) } 5x + 2y = 20 \text{ и } 2x - 5y = 10;$$

$$\text{в) } 2x - 3y = 12 \text{ и } 3x + 2y = 6;$$

$$\text{г) } 5x - 3y = 5 \text{ и } 2x + 7y = 4.$$

○38.19. Составьте уравнение прямой, проходящей через данные точки:

- а) $A(5; 0); B(0; 2);$ в) $E(7; 0); F(0; -1);$
 б) $C(-6; 0); D(0; 4);$ г) $L(-2; 0); K(0; -4).$

○38.20. Составьте аналитическую модель линейной функции, график которой изображен:

- а) на рис. 54; в) на рис. 56;
 б) на рис. 55; г) на рис. 57.

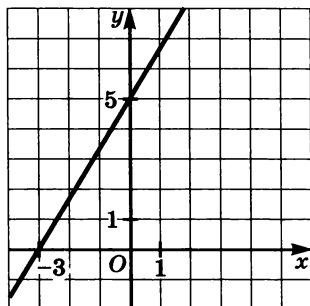


Рис. 54

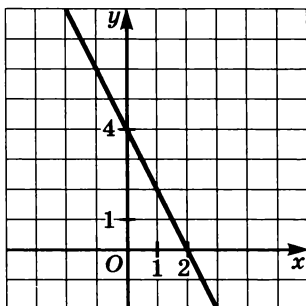


Рис. 55

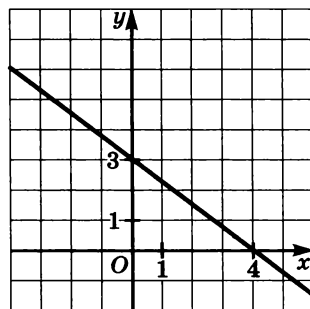


Рис. 56

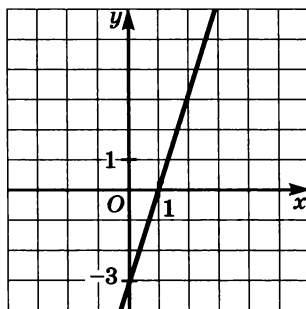


Рис. 57

○38.21. Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку пересечения прямых $y = 9x - 28$ и $y = 13x + 12$.

○38.22. Решите задачу, используя для составления математической модели две переменные:

В седьмых классах девочек в 1,3 раза больше, чем мальчиков. Сколько всего учеников в седьмых классах, если девочек на 12 больше, чем мальчиков?

Решите задачу, используя для составления математической модели две переменные:

○38.23. Два числа в сумме дают 77. Найдите эти числа, если $\frac{2}{3}$ одного числа составляют $\frac{4}{5}$ другого.

○38.24. Первое число составляет 25% от второго. Найдите эти числа, если их сумма равна 52,5.

○38.25. Первое число составляет 87% от второго. Найдите эти числа, если второе число больше первого на 3,9.

○38.26. Первое число составляет 124% от второго. Найдите эти числа, если их сумма равна 112.

Решите систему уравнений:

●38.27. а) $\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0, \\ 2x + 5y = 18; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 9x^2 - y^2 = 0, \\ 5x + 2y = 22. \end{cases}$

●38.28. а) $\begin{cases} x^2 + 4xy + 4y^2 = 7x + 14y, \\ 2x + 5y = 15; \end{cases}$
б) $\begin{cases} 9y^2 - 6xy - 5x + x^2 + 15y = 0, \\ 3x - 4y = 20. \end{cases}$

●38.29. а) $\begin{cases} x^2 - 9y^2 + 2x - 6y = 0, \\ 5x + 6y + 1 = 0; \end{cases}$
б) $\begin{cases} 4y^2 + 3x = x^2 + 6y, \\ 7x + 8y = 15. \end{cases}$

●38.30. а) $\begin{cases} x^2 - xy - 6x + 6y = 0, \\ 5x + 3y = 24; \end{cases}$
б) $\begin{cases} 2y^2 + xy - 3x - 6y = 0, \\ 3x + y = 10. \end{cases}$

●38.31. а) $\begin{cases} x^3 + 6x^2y + 12xy^2 = 27 - 8y^3, \\ 3x + 10y = 1; \end{cases}$
б) $\begin{cases} 8y^3 + 6x^2y = 8 + 12xy^2 + x^3, \\ 2x - 5y - 3 = 0. \end{cases}$

●38.32. Найдите те значения переменных, при которых заданное выражение принимает наименьшее значение. Чему равно это наименьшее значение?

а) $(2x + 3y + 5)^2 + (x - 4y - 25)^4 - 3$;

б) $y^2 - 8xy + (3x + 5y - 46)^6 + 4(4x^2 + 1)$.

●38.33. Найдите те значения переменных, при которых заданное выражение принимает наибольшее значение. Чему равно это наибольшее значение?

а) $15 - (x + 2y - 1)^2 - (3x + y - 18)^4$;

б) $9(3 - x^2) - (5x - 3y + 12)^6 + y(6x - y)$.

§ 39. МЕТОД АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СЛОЖЕНИЯ

Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:

○39.1. а) $\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = 7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x + y = 11, \\ 3x - y = 9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y = 9, \\ -x + y = -3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x - 3y = 4, \\ -x + y = -8. \end{cases}$

○39.2. а) $\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - 6y = 17, \\ 5x + 6y = 13; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 9y + 13x = 35, \\ 29y - 13x = 3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 9x - 7y = 19, \\ -9x - 4y = 25. \end{cases}$

○39.3. а) $\begin{cases} x + y = 7, \\ x - 3y = -5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y - x = 9, \\ 7y - x = -3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 4x - y = 3, \\ x - y = 6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5x + y = 6, \\ x + y = -10. \end{cases}$

○39.4. а) $\begin{cases} 4x - 7y = 30, \\ 4x - 5y = 90; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x - 6y = 12, \\ 3x + 5y = 100; \end{cases}$

б) $\begin{cases} -5x + 7y = 6, \\ 2x + 7y = 76; \end{cases}$ г) $\begin{cases} -3x + 5y = -11, \\ 8x + 5y = 11. \end{cases}$

Решите систему уравнений:

- 39.5. а) $\begin{cases} x - 3y = 5, \\ 3x + 2y = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 3y = 9, \\ x + 2y = 1; \end{cases}$
в) $\begin{cases} 3x + y = 1, \\ 2x - 5y = -22; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5x + y = 24, \\ 7x + 4y = 18. \end{cases}$
- 39.6. а) $\begin{cases} x + y = 4, \\ 4x - 5y = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y = -3, \\ 2x + 7y = 3; \end{cases}$
в) $\begin{cases} x - y = 6, \\ 5x - 2y = -3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 9x + 4y = -2, \\ x + y = -8. \end{cases}$
- 39.7. а) $\begin{cases} 40x + 3y = -10, \\ 20x - 7y = -5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 8y = 13, \\ 5x - 16y = 7; \end{cases}$
в) $\begin{cases} 5x + 2y = 1, \\ 15x + 3y = 3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 10x + 15y = -45, \\ 2x - 3y = 33. \end{cases}$
- 39.8. а) $\begin{cases} 3x + 7y = 46, \\ 4x - 3y = 12; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x + 3y = 20, \\ 2x - 4y = 21; \end{cases}$
в) $\begin{cases} -3x + 4y = 24, \\ 5x + 3y = -40; \end{cases}$ г) $\begin{cases} -5x + 3y = -15, \\ 2x + 7y = 47. \end{cases}$
- 39.9. а) $\begin{cases} 4x + 5y = 1, \\ 5x + 7y = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 7x + 5y = -5, \\ 5x + 3y = 1; \end{cases}$
в) $\begin{cases} 3x - 5y = 25, \\ 4x - 3y = 37; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4x - 3y = 12, \\ 3x - 4y = 30. \end{cases}$
- 39.10. а) $\begin{cases} 4x + 15y = -42, \\ -6x + 25y = -32; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 12x - 35y = 25, \\ -8x - 15y = -55; \end{cases}$
в) $\begin{cases} 9x + 8y = -53, \\ 15x + 12y = -27; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 25x - 24y = -21, \\ 10x - 9y = 3. \end{cases}$
- 39.11. а) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ 6x - 5y = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{1}{3}y = 4, \\ \frac{4}{5}x - 3y = 7; \end{cases}$
в) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = 11, \\ \frac{3}{5}x - 2y = 8; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{1}{5}x + \frac{1}{4}y = -1, \\ 2x - 3y = -54. \end{cases}$

○39.12. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{y+1}{3x-4} = \frac{1}{2}, \\ \frac{5x+y}{3x+11} = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{3x+10}{y+1} = \frac{1}{12}, \\ \frac{5x+y}{9x+2y} = \frac{4}{5}. \end{cases}$$

●39.13. Составьте уравнение прямой, проходящей через заданные точки:

- а) $A(2; 3); B(-1; 4);$ в) $M(-3; -1); N(2; 5);$
 б) $C(-6; 7); D(4; 3);$ г) $P(6; 2); Q(-1; -3).$

●39.14. Составьте аналитическую модель линейной функции, график которой изображен:

- а) на рис. 58; б) на рис. 59; в) на рис. 60; г) на рис. 61.

●39.15. Составьте аналитическую модель системы линейных уравнений, геометрическая иллюстрация которой представлена:

- а) на рис. 62; б) на рис. 63; в) на рис. 64; г) на рис. 65.

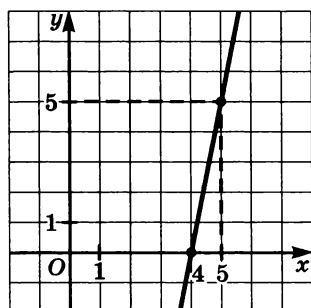


Рис. 58

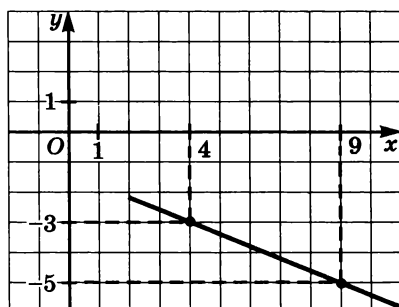


Рис. 59

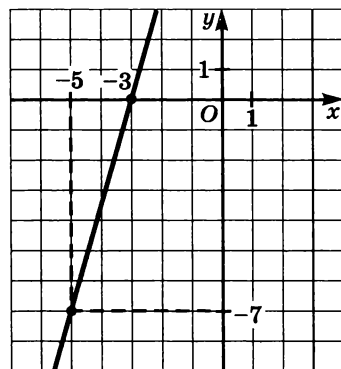


Рис. 60

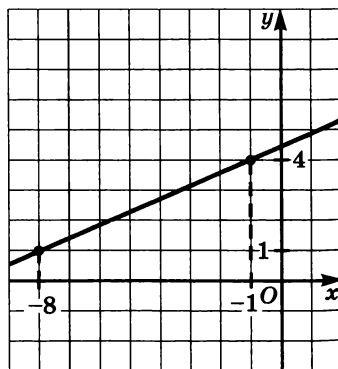


Рис. 61

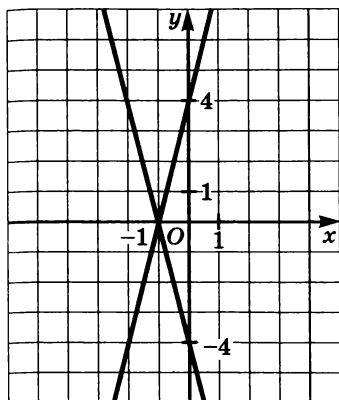


Рис. 62

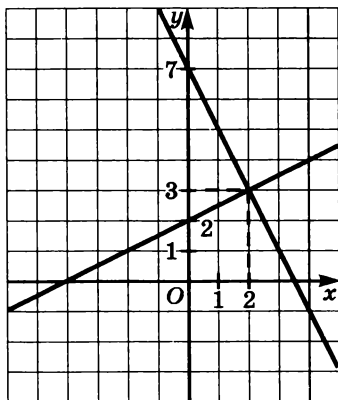


Рис. 63

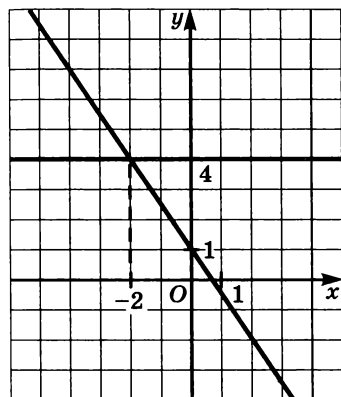


Рис. 64

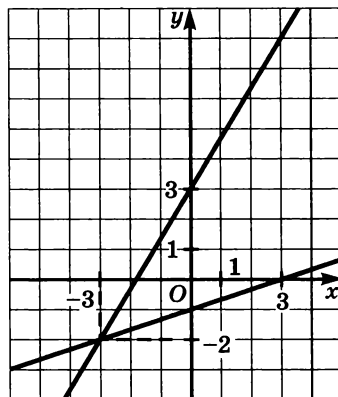


Рис. 65

●39.16. При каком значении p график функции:

а) $y = px$;

б) $y = px + 1$

пройдет через точку пересечения прямых $6x - y = 13$ и $5x + y = 20$?

●39.17. При каких значениях a и b решением системы уравнений:

а) $\begin{cases} ax + by = 36, \\ ax - by = 8 \end{cases}$ является пара чисел $(2; -1)$;

б) $\begin{cases} ax + by = 2a, \\ ax - by = 16 \end{cases}$ является пара чисел $(-1; 2)$;

$$в) \begin{cases} ax + by = 4, \\ ax - by = -24 \end{cases} \text{ является пара чисел } (1; -2);$$

$$г) \begin{cases} ax + by = 18, \\ ax - by = a + 2 \end{cases} \text{ является пара чисел } (-2; 1)?$$

●39.18. При каких значениях a и b решением системы уравнений:

$$а) \begin{cases} (a - 10)x + by = 2b, \\ ax - (b + 4)y = 2a - 20 \end{cases} \text{ является пара чисел } (1; 1);$$

$$б) \begin{cases} (a + 1)x - by = 2b, \\ ax + (b + 1)y = 5a \end{cases} \text{ является пара чисел } (-4; -6)?$$

Решите систему уравнений:

$$●39.19. а) \begin{cases} (2x - 5)^2 + (3y - 2)^2 = 4x^2 + 9y^2 - 63, \\ 5x - 3y = 17; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} (x + 3)^2 + (2y + 1)^2 = x^2 + 4y^2 + 16, \\ 3y - 7x = 16. \end{cases}$$

$$●39.20. а) \begin{cases} (3a - 2b)(2a + 5b) = 0, \\ 5a - 4b + 2 = 0; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} (a + 2b + 1)(3a - 4b - 2) = 0, \\ 5b - 2a - 8 = 0. \end{cases}$$

$$●39.21. а) \begin{cases} (2x - 3y)^2 - (5x + y)^2 = 0, \\ 5x - 2y = 1; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} (x + 4y)^2 - (3x - y)^2 = 0, \\ 3x - 7y = 1. \end{cases}$$

$$●39.22. а) \begin{cases} 3|x| - 2y = 7, \\ 2x + 3y = 2; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 2x + 3|y| = 7, \\ 5x - 3y = 13. \end{cases}$$

- 39.23. Найдите наибольшее значение выражения и укажите, при каких значениях переменных оно достигается:

а) $\frac{18}{9x^2 - 12xy + 4y^2 + 9} + \frac{24}{|5x - 3y - 1| + 6};$

б) $\frac{1}{49x^2 + 9y^2 - 2(21xy - 1)} + \frac{25}{|5x - 2y - 1| + 10}.$

- 39.24. Найдите целочисленные значения переменных, которые являются решениями двух и только двух из приведенных уравнений:

1) $3x - 2y = 19,$ 2) $5x + y = 10,$ 3) $7x + 3y = 22.$

- 39.25. Найдите натуральные значения x и y , при которых из четырех приведенных ниже утверждений три верные и одно неверное:

1) $x : 5y,$ 3) $2x + 5y = 75,$
2) $25y^2 - x^2 = 0,$ 4) $3x - 4y = 9.$

§ 40. СИСТЕМЫ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ СИТУАЦИЙ

- 40.1. Найдите два числа, если известно, что утроенная разность этих чисел на 6 больше их суммы, а удвоенная разность этих чисел на 9 больше их суммы.
- 40.2. Если числитель дроби умножить на 2, а из знаменателя вычесть 2, то получится 2. Если же из числителя вычесть 4, а знаменатель умножить на 4, то получится $\frac{1}{12}$. Найдите эту дробь.
- 40.3. Если к числителю и знаменателю дроби прибавить по единице, то получится $\frac{1}{2}$, а если из них вычесть по единице, то получится $\frac{1}{3}$. Найдите эту дробь.
- 40.4. Одно число на 140 меньше другого; 60% большего числа на 64 больше 70% меньшего. Найдите эти числа.

- 40.5. Известно, что 30% числа a на 20 больше, чем 25% числа b , а 30% числа b на 8 больше, чем 20% числа a . Найдите числа a и b .
- 40.6. Среднее арифметическое двух чисел равно 32,5. Найдите эти числа, если известно, что 30% одного из них на 0,25 больше, чем 25% другого.
- 40.7. Полуразность двух чисел равна 14,9. Найдите эти числа, если известно, что 24% первого числа на 0,6 меньше второго.
- 40.8. Среднее арифметическое двух чисел равно 185. Если одно число разделить на другое, то в частном получится 2 и в остатке 40. Найдите эти числа.
- 40.9. Разность двух чисел равна 52. Если первое число разделить на второе, то в частном получится 3 и в остатке 4. Найдите эти числа.
- 40.10. Найдите число B , если известно, что оно составляет 24% от числа A и на 7 больше числа C , составляющего 16% от числа A .
- 40.11. Сумма цифр двузначного числа равна 14. Если его цифры поменять местами, то полученное двузначное число будет на 18 меньше первоначального. Найдите исходное число.
- 40.12. Сумма цифр двузначного числа равна 11. Если это число разделить на разность его цифр, то в частном получится 24 и в остатке 2. Найдите исходное число.
- 40.13. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 6 и в остатке 3. Если же разделить его на сумму цифр, увеличенную на 2, то в частном получится 5 и в остатке 5. Найдите исходное число.
- 40.14. Сумма цифр заданного двузначного числа равна 7. Если к каждой цифре прибавить по 2, то получится число, меньшее удвоенного заданного числа на 3. Какое число задано?
- 40.15. Сумма двух натуральных чисел, из которых второе оканчивается цифрой 2, равна 1244. Если к первому числу приписать справа цифру 3, а во втором числе отбросить последнюю цифру, то полученные числа будут равны. Найдите исходные числа.

- 40.16. Найдите сумму двух двузначных чисел, о которых известно следующее. Если к первому числу приписать справа второе число, то полученное четырехзначное число при делении на второе заданное число дает в частном 121. Если к первому числу приписать слева второе число, то полученное четырехзначное число при делении на первое заданное число дает в частном 84 и в остатке 6.
- 40.17. Найдите произведение двух двузначных чисел, о которых известно следующее. Если к первому числу приписать справа второе число, а затем цифру 0, то получится пятизначное число, которое при делении на второе заданное число дает в частном 1381 и в остатке 15. Если к первому заданному числу приписать справа второе число, а затем составить новое четырехзначное число, которое получается приписыванием к первому числу второго слева, то первое четырехзначное число окажется больше второго четырехзначного числа на 1287.
- 40.18. Два тракториста вспахали вместе 678 га. Первый тракторист работал 8 дней, а второй — 11 дней. Сколько гектаров вспахивал за день каждый тракторист, если первый тракторист за каждые 3 дня вспахивал на 22 га меньше, чем второй за 4 дня?
- 40.19. Две бригады работали на уборке картофеля. В первый день одна бригада работала 2 ч, а вторая — 3 ч, причем ими было собрано 23 ц картофеля. Во второй день первая бригада за 3 ч работы собрала на 2 ц больше, чем вторая за 2 ч. Сколько центнеров картофеля собирала каждая бригада за 1 ч работы?
- 40.20. Зерно перевозили на двух автомашинах различной грузоподъемности. В первый день было вывезено 27 т зерна, причем одна машина сделала 4 рейса, а другая — 3 рейса. На следующий день вторая машина за 4 рейса перевезла на 11 т зерна больше, чем первая машина за 3 рейса. Сколько тонн зерна перевозили на каждой машине за один рейс?
- 40.21. Для перевозки руды из карьера были отправлены пятитонные и трехтонные самосвалы. За 1 рейс пятитонные самосвалы перевозят руды на 18 т больше, чем трехтонные. За рабочий день пятитонные самосвалы совершили 4 рейса, а трехтонные — 6 рейсов, и всего ими перевезено за день 192 т руды. Сколько самосвалов каждой грузоподъемности перевозили руду?

- 40.22. На рынке было закуплено 84 кг черешни и вишни, причем черешни куплено на 3 ящика меньше, чем вишни. Сколько ящиков черешни и вишни закуплено по отдельности, если в 1 ящике черешни 8 кг, а вишни 10 кг?
- 40.23. Двое рабочих изготовили 162 детали. Первый работал 8 дней, а второй — 15 дней. Сколько деталей изготовил каждый рабочий, если первый изготовил за 5 дней на 3 детали больше, чем второй за 7 дней?
- 40.24. На двух полках находится 110 книг. Если со второй полки переставить половину книг на первую, то на первой окажется в 4 раза больше книг, чем останется на второй. Сколько книг на каждой полке?
- 40.25. Для учащихся приобрели футбольные и волейбольные мячи, причем волейбольных в 5 раз больше, чем футбольных. На следующий год приобрели новую партию мячей, причем футбольных стало в 6 раз больше, чем было, волейбольных — в 4 раза больше, чем было, а всего мячей стало 52. Сколько мячей закупили в первый год?
- 40.26. Буратино положил в копилку 59 р. пятирублевыми и двухрублевыми монетами. В течение некоторого времени он докладывал туда деньги теми же монетами. Когда Буратино вскрыл копилку, он обнаружил, что пятирублевых монет стало в 2 раза больше, чем было, а двухрублевых — в 3 раза больше, чем было, при этом денег пятирублевыми монетами стало на 2 р. меньше, чем двухрублевыми. Сколько монет каждого достоинства было в копилке первоначально?
- 40.27. В магазин поступили учебники по физике и математике. Когда продали 50% учебников по математике и 20% учебников по физике, что составило в общей сложности 390 книг, учебников по математике осталось в 3 раза больше, чем по физике. Сколько учебников по математике и сколько по физике поступило в магазин?
- 40.28. Два фрезеровщика, один из которых работал 5 дней, а другой — 8 дней, изготовили 280 деталей. Затем, применив новую фрезу, первый повысил производительность труда на 62,5%, а второй — на 50%, и уже за 4 дня совместной работы они изготовили 276 деталей. Сколько деталей изготовили бы они с новой фрезой, если бы, как и раньше, первый работал 5 дней, а второй — 8 дней?

- 40.29. За 2 кг конфет и 3 кг печенья заплатили 480 р. Сколько стоит 1 кг печенья и 1 кг конфет, если 1,5 кг конфет дешевле 4 кг печенья на 15 р.?
- 40.30. В кассе было 136 монет пятирублевого и двухрублевого достоинства на сумму 428 р. Сколько монет каждого достоинства было в кассе?
- 40.31. В автобусном парке, обслуживающем туристические маршруты, были автобусы марки «Икарус», по 44 пассажирских места в каждом, и марки «Мерседес», по 52 места. Всего в автобусном парке было 15 автобусов, которые одновременно могли перевозить 724 человека. Сколько автобусов каждой марки было в автопарке?
- 40.32. В двух бидонах находится 70 л молока. Если из первого бидона перелить во второй 12,5% молока, находящегося в первом бидоне, то молока в обоих бидонах станет поровну. Сколько литров молока в каждом бидоне?
- 40.33. Двое рабочих изготовили вместе 1020 деталей. Первый работал 15 дней, а второй — 14 дней. Сколько деталей изготовлял каждый рабочий за один день, если первый за 3 дня изготовил на 60 деталей больше, чем второй за 2 дня?
- 40.34. Расстояние между двумя пунктами по реке равно 80 км. Это расстояние лодка проплывает по течению реки за 4 ч, а против течения — за 5 ч. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения реки.
- 40.35. Два пешехода отправились одновременно навстречу друг другу из пунктов M и N , расстояние между которыми 38 км. Через 4 ч расстояние между ними сократилось до 2 км, а еще через 3 ч первому пешеходу осталось пройти до пункта N на 7 км меньше, чем второму до M . Найдите скорости пешеходов.
- 40.36. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 30 км, навстречу друг другу одновременно вышли два пешехода и встретились через 3 ч 20 мин. Если бы первый вышел на 2 ч раньше второго, то встреча произошла бы через 2,5 ч после выхода второго. Найдите скорости пешеходов.
- 40.37. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 360 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 2 ч 15 мин. Если бы первый автомобиль выехал на 24 мин раньше второго, то встреча произошла бы через 2 ч после выезда второго автомобиля. Найдите скорость каждого автомобиля.

- 40.38. Катер за 4 ч по течению реки проплывает на 10 км меньше, чем за 6 ч против течения. Найдите собственную скорость катера, если плот по этой реке за 15 ч проплывает такое же расстояние, что и катер за 2 ч по озеру.
- 40.39. Теплоход 120 км проходит за 5 ч против течения реки и 180 км за 6 ч по течению. Найдите скорость течения реки и собственную скорость теплохода.
- 40.40. По течению реки лодка за 3 ч 20 мин проходит расстояние 30 км, а против течения за 4 ч — расстояние 28 км. Какое расстояние по озеру пройдет лодка за 1,5 ч?
- 40.41. Путь по морю от города *A* до города *B* на 60 км короче, чем по шоссе. Теплоход проходит путь от *A* до *B* за 5 ч, а автомобиль — за 3 ч. Найдите скорости теплохода и автомобиля, если известно, что скорость теплохода составляет 40% скорости автомобиля.
- 40.42. Туристы сначала плыли на теплоходе по реке 2 ч, а затем шли 5 ч пешком до конечного пункта. Известно, что по реке они проплыли в 3 раза большее расстояние, чем прошли пешком. Найдите скорости туристов и теплохода, если известно, что скорость теплохода на 26 км/ч больше скорости туристов. Сколько времени понадобилось бы туристам, чтобы пройти весь путь пешком?
- 40.43. На велогонке по гористой местности спортсмен должен был двигаться сначала с горы, потом в гору, а затем в обратном направлении. Путь туда велосипедист преодолел с горы за 20 мин, в гору за 45 мин, а путь обратно — с горы за 25 мин, в гору за 35 мин. Какова скорость велосипедиста в гору и с горы, если путь в одном направлении равен 17 км?
- 40.44. Путь от туристической базы до моря пролегал сначала в гору, а затем с горы. От турбазы до моря туристы шли в гору 45 мин и с горы 40 мин, а обратно — в гору 1 ч 15 мин, а с горы 24 мин. Найдите длину каждого участка пути, если путь в одну сторону равен 6,4 км.
- 40.45. По окружности, длина которой 100 см, движутся равномерно две точки. Они встречаются через каждые 4 с, двигаясь в противоположных направлениях, и через каждые 20 с, двигаясь в одном направлении. Найдите скорости этих точек.

- 40.46. Ночью от берега, на котором был расположен лагерь туристов, унесло плот. Спустя 6,5 ч, утром, туристы на моторной лодке отправились за ним вдогонку и через 1,5 ч увидели плот на расстоянии 0,5 км впереди. Найдите скорость, с которой туристы догоняли плот, если на обратном пути они на этой моторной лодке преодолели 20 км за 2,5 ч.
- 40.47. Имеются две отливки стали двух сортов, одна из которых содержит 5%, а другая — 10% никеля. Сплавив их вместе, получили отливку, содержащую 8% никеля. Найдите массу каждой отливки до переплавки, если известно, что вторая отливка содержала никеля на 4 т больше, чем первая.
- 40.48. Имеется лом стали двух сортов с содержанием 5 и 40% никеля. Сколько тонн стали каждого сорта нужно взять, чтобы, сплавив их, получить 140 т стали, в которой содержится 30% никеля?
- 40.49. Имеется лом стали двух сортов, первый содержит 10% никеля, а второй 30%. Сколько тонн стали каждого сорта нужно взять, чтобы получить 200 т стали с содержанием никеля 25%.
- 40.50. Имеются два раствора спирта в воде разной концентрации. Объем первого раствора 4 л, второго — 6 л. Если их слить вместе, то получится 35%-й раствор. Если слить вместе одинаковые объемы растворов, то получится 36%-й раствор. Сколько литров чистого спирта содержится в каждом из данных растворов?
- 40.51. Имеются два слитка, представляющие собой сплавы цинка с медью. Масса первого слитка 2 кг, второго — 3 кг. Их сплавив вместе с 5 кг третьего сплава цинка с медью, в котором цинка было 45%; в полученном сплаве цинка оказалось 50%. Если бы в первом сплаве процентное содержание цинка было таким, как во втором, а во втором таким, как в первом, то, сплавив эти два слитка с 5 кг четвертого сплава, в котором содержание цинка 60%, получили бы сплав, в котором содержится 55% цинка. Каково процентное содержание цинка в первом и во втором слитках?
- 40.52. У двух братьев было по 30 000 р. Они положили свои деньги в банки А и В, первый соответственно, 20 000 р. и 10 000 р., а второй — по 15 000 р. Через год, закрыв счета, первый брат получил на руки 32 000 р., а второй — 32 250 р. Каков годовой процент в банке А и каков — в банке В?

- 40.53. Акционер купил два различных пакета акций. По итогам первого года первый пакет дал прибыль 20% , а второй — 15% . В итоге акционер получил дивиденды в сумме 19 000 р. По итогам второго года первый пакет дал прибыль 15% , а второй — 20% . Продав оба пакета по новым ценам, акционер получил на руки 129 500 р. Какова была первоначальная цена обоих пакетов акций?

ОТВЕТЫ

1.18. а) $9\frac{5}{6}$; б) 2,32; в) $5\frac{2}{15}$; г) 2,24. **1.39.** а) $a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$; б) 13 310 р.

1.41. а) 29 000; б) 41 000. **1.42.** а) $\frac{1}{8}$; б) 15. **1.45.** а) $a < b$; б) $a < b$.

1.46. а) $a > b$; б) $a < b$. **1.47.** а) $a < b$; б) $a > b$. **1.48.** а) $a < b$; б) $a > b$.

1.49. а) $a < b$; б) $a > b$.

2.22. а) 50; б) 10. **2.23.** а) 7; б) 6.

3.32. 353 квартиры, 439 квартир. **3.33.** 345 мест. **3.34.** 65 квартир. **3.35.** 32 книги. **3.36.** 39 деталей, 117 деталей. **3.37.** 168 деталей, 178 деталей. **3.38.** 18 т, 21,6 т. **3.39.** 5 лет. **3.40.** 22 яблони, 62 яблони. **3.41.** а) 20 деталей; б) 20 деталей; в) 17 деталей; г) 15 деталей. **3.42.** 5 ч, 8 ч. **3.43.** 12 км/ч, 30 км/ч, 60 км. **3.44.** а) 22, 40, 58, 76, 94; б) 111. **3.45.** а) 366; б) 946. **3.46.** 40 000 р. **3.47.** а) На 16,5%; б) увеличилась на 11,5%. **3.48.** а) 53,5%; б) увеличился на 0,1%. **3.49.** Меньше на 4%. **3.50.** На 20%. **3.51.** На 10%. **3.52.** 18,5%. **3.53.** На 20%. **3.54.** На 5%. **3.55.** На 60%. **3.56.** 70%.

4.11. а) $7\frac{2}{3}$; б) 26; в) $3\frac{3}{4}$; г) -25. **4.12.** а), в) x — любое число;

б), г) нет корней. **4.13.** а) -10; б) 3; в) 1; г) -9. **4.14.** а) -0,5; б) 0,8;

в) 4; г) -2,5. **4.15.** а) -9,4; б) $\frac{5}{6}$; в) $-\frac{10}{9}$; г) 2,5. **4.16.** а), в) нет корней;

б), г) x — любое число. **4.17.** а) 2; б) 2. **4.18.** а) -2,4; б) 10,4. **4.19.** а) $p = 3$;

б) $a = 1$. **4.20.** а) Нет таких значений a ; б) при $a \neq 0,5$; в) при $a = 0,5$.

4.21. а) При $a = -2$; б) при $a \neq \frac{1}{3}$, $a \neq -2$; в) при $a = \frac{1}{3}$. **4.22.** а) 3, -3;

б) 4, -4; в) 1; г) нет корней. **4.23.** а) 2, $-\frac{2}{3}$; б) -1,5, -3,5; в) $7\frac{1}{3}$, -4;

г) 2,25, -1,75. **4.24.** а) 3; б), в) нет корней; г) -4. **4.25.** а) 0; б) 0,5.

5.1. 11,5 и 4,6. **5.2.** 120, 64, 312. **5.3.** 15 и 9. **5.4.** 35, 28, 21. **5.5.** 25, 27, 29. **5.6.** 271. **5.7.** 1000. **5.8.** 7 см, 14 см, 10 см. **5.9.** 40°, 120°, 20°. **5.10.** 6 см, 8 см, 10 см. **5.11.** 40°, 60°, 80°. **5.12.** 10 см, 20 см, 14 см. **5.13.** 32, 16, 27 книг. **5.14.** 75 человек, 50 человек, 185 человек. **5.15.** 90 р., 70 р. **5.16.** 280 ц. **5.17.** 20 штук, 60 штук. **5.18.** 55 км. **5.19.** 60 км/ч, 90 км/ч. **5.20.** 60 км или 900 км. **5.21.** 12 км/ч. **5.22.** 12 км/ч. **5.23.** 1 ч 12 мин. **5.24.** 15 км/ч. **5.25.** 157 км. **5.26.** 75 км/ч, 80 км/ч. **5.27.** 8 км/ч. **5.28.** 3 км/ч. **5.29.** 5000 р., 5400 р. **5.30.** 18 листов. **5.31.** 180 кг, 60 кг. **5.32.** 300 поддонов. **5.33.** 57. **5.34.** 2745.

5.35. 12 540. **5.36.** 200 кг. **5.37.** 90 000 р., 36 000 р., 15 000 р.
5.38. 20,2 р. **5.39.** 0,25 кг. **5.40.** 441 г. **5.41.** 5%. **5.42.** 10 кг.
5.43. $2\frac{23}{30}$ кг. **5.44.** 3 : 2. **5.45.** 28 учебников. **5.46.** 6 дней. **5.47.** 36 учеников. **5.48.** 40 мужчин, 80 женщин.

6.43. а) 3, -3; б) 3,5, -1,5; в) -3; 0,4; г) 0, -8. **6.44.** а) $-3 < x < 3$; б) $x \geq 3,5$; $x \leq -1,5$; в) $x < -3$; $x > 0,4$; г) $-8 \leq x \leq 0$. **6.45.** B, C, D, A.
6.46. 20%. **6.47.** а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{11}{42}$; в) $\frac{5}{42}$; г) $\frac{1}{2}$. **6.48.** а) 0,09; б) 0,06; в) 0,22; г) 0,68. **6.49.** а) (0; 3); б) [-2,5; 3]; в) $(-\infty; +\infty)$; г) [0; $+\infty$).
6.50. а) [1; 2); б) [0; 1]; в) [-1; 0); г) (2; 3).

7.29. а) (4; 0), (0; 8); б) (-1; 0), (0; 1). **7.30.** а) (-2; 7); б) (-5; 7).

8.20. а) (5; 5); б) (8; 4), $(\frac{20}{7}; \frac{40}{7})$. **8.21.** а) 10; б) 5; в) 120; г) -14.

8.22. а) 35; б) 2; в) 3; г) -5. **8.23.** а) 13; б) 12; в) -1; г) 0. **8.24.** а) 1; б) 0,2; в) любое число; г) 1. **8.35.** а) 2; б) ни при каком. **8.36.** а) (3; 20), (6; 15), (9; 10), (12; 5); б) (18; 5), (21; 10), (24; 15), (27; 20). **8.37.** а) 3 розы и 5 гвоздик. **8.38.** 16. **8.39.** 70 км/ч, 50 км/ч. **8.40.** 3 евро. **8.41.** 12 кг.

9.31. а) (0; 45) и (-6; 0); б) (0; -7,8) и (3; 0); в) (0; -27,2) и (8; 0); г) (0; 36,2) и (-2; 0). **9.44.** а) (6; 6); б) (-1; -1). **9.45.** а) (-3; 3); б) (4; -4).
9.46. а) (15; 30); б) (21; 7). **9.47.** а) $m = 7$; б) $m = 6,5$; в) $m = -27$; г) $m = 3$.

9.48. а) $k = \frac{1}{3}$; б) $k = -6$; в) $k = 2$; г) $k = -36$. **9.72.** а) 90 км, 1,5 ч, 60 км/ч;

б) 2 ч; в) 1 ч, 90 км/ч; г) 4,5 ч, 180 км; д) 72 км/ч, 40 км/ч. **9.73.** а) 3 ч; б) 9,5 ч; в) 20 км; г) на третьем; 4 км/ч, 3 км/ч, 5 км/ч, 2 км/ч; д) $3\frac{1}{13}$ км/ч, $2\frac{2}{19}$ км/ч.

10.15. а) (2; 7); б) $(-\frac{1}{3}; -26)$; в) (5; -2); г) $(-\frac{3}{7}; 21)$. **10.16.** а) $y = 3x - 2$;

б) $y = -2,5x + 6$; в) $y = -5x + 3$; г) $y = 1,5x + 3$. **10.17.** а) $y = -x - 2$; б) $y = 2x + 2$; в) $y = x + 1$; г) $y = -3x - 5$. **10.21.** а) $x = 4$; б) $x < 4$; в) $x > 4$; г) $x \leq 4$. **10.22.** $k \geq 0$, $m < 0$, $a > 0$, $b = 0$. **10.23.** $k \leq 0$, $m \geq 0$, $b \geq 0$.
10.26. а) 5; б), г) ни при каком; в) -2. **10.30.** Нет.

11.25. а), б), в) 210; г) 420. **11.26.** а) 6200; б) 244. **11.27.** а) $\frac{5}{6}$; б) 2.

11.28. а) $14\frac{1}{3}$; б) $2\frac{9}{16}$. **11.29.** а) $-7\frac{1}{9}$; б) $-5\frac{3}{4}$; в) $-2\frac{7}{20}$; г) $-1\frac{7}{27}$.

11.30. а) 4,5; б) 50,625. **11.31.** а) $-18\frac{3}{8}$; б) $\frac{16}{75}$. **11.32.** а) $2^6 \cdot 5^3$; б) $3^4 \cdot 5^4$.

11.33. б) 294 см^2 . **11.34.** а) 8 дм, 512 дм^3 ; б) 5 см, 150 см^2 . **11.35.** 5 рулонов. **11.36.** 3,2 кг. **11.37.** 64 л. **11.39.** а) $a < b$; б) $a > b$. **11.40.** 16.

12.19. а) -5; б) ± 3 ; в) 2; г) ± 2 . **12.25.** а) 0; б) -1. **12.26.** а) a, c, b, d ; б) a, b, c, d . **12.27.** а) 14; б) 6. **12.30.** а) -1; б) -2; в) 2; г) $1\frac{2}{3}$. **12.31.** а) 3,5; б) 8; в) 6; г) -2. **12.32.** а) 7; б) 7; в) 5; г) 2. **12.33.** а) 1; б) 2; в) 2; г) 0. **12.34.** а) -2; б) 1; в) 3; г) -1. **12.35.** а) 1, -3; б) $\frac{2}{3}$, 3; в) 5, -1; г) 1, $-\frac{3}{7}$. **12.36.** а) 3, -3; б) 4, -4.

13.33. а) 8; б) 243; в) 625; г) 4. **13.34.** а) 5; б) 9; в) 4; г) 16. **13.36.** а) a ; б) zq ; в) b^2 ; г) m^8 . **13.37.** а) x^{62} ; б) y^{52} ; в) z^{81} ; г) t^{90} . **13.38.** а) z^{23} ; б) p^2 ; в) u^{22} ; г) q^2 . **13.39.** а) x^4 ; б) y ; в) c^2 ; г) d^9 . **13.41.** а) 5; б) -3; в) -1; г) 2. **13.42.** а) a^6 ; б) b^3 . **13.43.** а) $a < b$; б) $a < b$; в) $a > b$; г) $a > b$.

14.23. а) $a > b$; б) $a < b$. **14.24.** а) 2; б) -1; в) -3; г) 2. **14.25.** а) -3; б) 4. **14.26.** а) 2; б) 6; в) 9; г) 128. **14.27.** а) 26; б) 63; в) 1; г) 12. **14.28.** а) $\frac{1}{16}$; б) $\frac{1}{45}$; в) $\frac{1}{10}$; г) 12. **14.29.** а) 3; б) $\frac{1}{8}$; в) 3; г) 1,5. **14.30.** а) 3; б) 3; в) 1; г) 5. **14.31.** а) $2 \cdot 7^{20}$; б) 2^{37} .

15.7. а) 1; б) b^8 ; в) 1; г) b^2 . **15.8.** а), б), в), г) 1. **15.9.** а), б), в) -1; г) $\frac{2}{3}$.

15.10. а) -2; б) 3,9; в) 5; г) -10. **15.12.** а) 0; б) 3; в) 0; г) -5. **15.13.** а) $x = 2$; б) $y = -2$; в) $x = \pm 3$; г) $y = \pm 2,5$. **15.14.** а) $x = -2$; б) $a = \pm 0,2$. **15.15.** а) Нет корней; б) -2.

16.13. а) $3a^{10}b^8$; б) $21x^8y^{10}z$. **16.14.** а) 1; б) ± 1 ; в) -1; г) ± 1 . **16.15.** а) 6 см, 8 см; б) 7 дм, 5 дм. **16.16.** 10 см, 5 см, 20 см. **16.17.** 8 м, 4 м, 20 м. **16.18.** 6 дм, 9 дм, 12 дм. **16.19.** 432 см^2 .

17.16. а) $42xy$; б) $41y^2x$; в) $2ab$; г) $14ab^2$. **17.17.** а) $36a^2b$; б) $18x^2y^2$; в) $-9az^3$; г) 0. **17.18.** а) 10; б) 10; в) 1,2; г) -0,12. **17.19.** а) 20; б) 1,8; в) 0,4; г) 1,68. **17.20.** а) 2; б) ± 8 ; в) -3; г) решений нет. **17.21.** а) 1; б) 1, -1. **17.26.** а) $28xy$; б) $20a^2b$; в) x^2y^2 ; г) $2,45 mn^3r^8$. **17.27.** а) $8x^4y^4$; б) x^nq^n . **17.28.** а) $-\frac{13}{24}a^2bc$; б) $10n^2mk$. **17.29.** а) $-\frac{1}{5}m^3n^2l^4$; б) $\frac{10}{7}x^2y^3z^2$.

17.32. а) $36x^2y^4$; б) $30a^3b^2$. **17.33.** а) $-5,1n^4p$; б) $7k^3n^4$. **17.35.** 42. **17.36.** 60. **17.37.** 13,5 и 9. **17.38.** 550 р. **17.39.** 3 см, 4 см, 6 см. **17.40.** 6 см, 2 см,

8 см. **17.41.** 200. **17.42.** 1250. **17.43.** 12 см, 4 см, 24 см. **17.44.** 10 м, 8 м, 16 м. **17.45.** 2 дм, 3 дм, 5 дм.

18.15. а) $500a^5$; б) $-6,4x^{17}$; в) $12c^{12}$; г) $32a^6c^7$. **18.16.** а) $-x^{25}y^{14}$; б) $24x^{14}y^9$; в) $-54a^7$; г) $2x^{26}y^7$. **18.17.** а) $0,04b^{19}$; б) $\frac{9}{16}p^7$; в) $-112a^{11}b^5$; г) $3000a^{11}$. **18.18.** а) $a^4b^4c^6$; б) $-x^6y^7z^4$; в) $61,25x^4z^5$; г) $2c^4d^7$. **18.24.** а) $2700a^7y^8$; б) $-2x^3y^{19}$; в) $-27x^{26}y^{10}$; г) $\frac{81}{16}a^{28}b^{28}$. **18.25.** а) $4a^6b^{15}$; б) $-27pq^5$; в) $-0,24a^5b^5c^6$; г) $-0,5m^{16}n^4$. **18.26.** а) $-40,5a^7b^5y^3$; б) $b^5c^{10}d^4$; в) $-1,6p^7x^7z^6$; г) $-3000a^{13}$. **18.27.** а) $-\frac{4}{3}a^{12}x^{10}$; б) $-3m^{19}n^{26}$; в) $\frac{1}{9}a^{14}c^{14}$; г) $\frac{9}{4}a^{14}b^8$. **18.28.** а) $-\frac{9}{4}x^{11}y^{17}$; б) $\frac{7}{3}x^7y^{15}$. **18.29.** а) $-\frac{1}{3}$; б) -4 . **18.31.** а) $-5m^2n^3$; б) $\frac{16}{3}a^3b^3$. **18.36.** а) $\left(\frac{5}{3}x^2yz^4\right)^2$; б) $(0,3m^3n^2)^3$; в) $\left(\frac{7}{4}a^3d^2c^4\right)^2$; г) $(0,2u^5v)^3$. **18.37.** а) 1; б) $\pm 0,6$; в) $\frac{2}{3}$; г) ± 2 . **18.39.** а) 1; б) ± 1 ; в) -1 ; г) ± 1 .

19.10. а) $5a^4b^4$; б) $2500x^4y^6$; в) $49x^{10}t^{14}$; г) $x^7y^{11}z^3$. **19.11.** а) m^6n^6 ; б) $55p^3q^4$; в) $-x^4y^9z^{14}$; г) $-5a^3c^7d$. **19.15.** а) cy^4 ; б) $3ab$; в) x^9c^5 ; г) $2a^3b^3$. **19.16.** а) $-1600x^{10}y^{17}$; б) $1296a^{18}x^{30}$. **19.17.** а) $\frac{27}{256}ax^5$; б) $-\frac{9}{32}a^2b^3$. **19.18.** а) $\frac{1}{96}b^2$; б) $1600x^{22}$. **19.19.** а) $16x^{15}z^8$; б) $\frac{13}{200}a^6b^3$. **19.20.** а) 2; б) -2 .

20.13. а) $1,9c^5 + \frac{3}{8}c^2$; б) $-\frac{3}{8}m^3 - \frac{2}{9}m^2 + m$; в) $-a^2b - 15ab^2$; г) $y^3 - 11xy^2 + 15x^2y$. **20.16.** а) 8; б) $-\frac{7}{8}$; в) $\frac{7}{48}$; г) 31,5. **20.17.** б) 0; 0; 21; -3 . **20.18.** б) 0; 6; 0; $\frac{21}{16}$. **20.19.** а) $\frac{1}{15}$; б) 0,1; в) $-1,4$; г) 6. **20.20.** а) $15x + 23$; б) $-24x^2 + 32x - 2$. **20.21.** а) $3,3m^3 + 7m^2 - 15m - 27$; б) $18k^4 - 13,9k^3$; в) $4,1a^4 - 9,9a^3 - 6,5a^2$; г) $-4,9b^3 + 5,5b^2$. **20.22.** б) 1; 4; 0; 9. **20.23.** б) 8; 0; -1 ; -27 . **20.24.** а) 1; б) 0; в) 0,5; г) ± 2 . **20.27.** а) $12x^2 - x + 9$; б) $-6a^2 + 31a + 17$. **20.28.** а) $10a^2 - 16a - 8$; б) $9x^3 + 2x - 6$. **20.29.** а) $6a + 30$; б) $8a + 4$; в) 6; г) $2a - 20$. **20.30.** а) $13,5x^2 - 6,5x + 31$; б) $17,5x^2 + 7,5x + 28,6$; в) $-17,5x^2 - 7,5x - 28,6$; г) $11,5x^2 - 0,5x + 12,6$. **20.32.** а) $8b^3$; б) $24a^3 - 18a^2b + 8ab^2 - 22b^3$; в) $-24a^3 + 18a^2b - 8ab^2 + 22b^3$; г) $-10a^3 - 8a^2b - 16ab^2 + 56b^3$. **20.33.** 60. **20.34.** а) $2x + 9$; б) $8x - 31$. **20.35.** $p(x) = 5x - 2$.

21.6. а) $2a^5 + 7a^4 + 7a^3 + 2a^2 + a + 1$; б) $2a^5 - a^4 - 5a^3 + 6a^2 - 3a + 1$; в) $-2a^5 + a^4 + 9a^3 + a + 1$; г) $-2a^5 - 7a^4 - 3a^3 + 4a^2 - 3a + 1$.
21.8. а) $3a^3 - 3,8a^2 - a + 1,2$; б) $-12a^3 + 5,4a^2 + a + 3,6$. **21.10.** а) $-0,5a^2 - 1$; б) $-2,5a^2 + 0,7ax + x^2$; в) 0; г) $-3,2y^3 + 6z^2 + 10az$. **21.11.** а) 0; б) -14 ; в) $-1\frac{5}{8}$; г) 0. **21.12.** а) 8,4; б) $-3,6$; в) $-67,2$; г) 0,6. **21.13.** а) 3; б) -1 ; в) 1,5; г) 2. **21.14.** а) $x - 1$; б) $3x - 3$; в) $2x - 0,5$; г) $4x - 3$. **21.15.** 14.

22.5. а) 0,1; б) 17; в) -27 ; г) 54. **22.6.** а) $-15a^3 + 22a^2 + 4a$; б) $220k^4 - 150k^2$; в) $6b^5 - 2b^4 - 4b^3 + 8b^2$; г) $140a^4 - 600a^3 + 30a^2 + 100a$. **22.7.** а) $-2a^4 + 6a^3 - 2a^2$; б) $2x^2 + 2y^2 - 4xy - y$; в) $2c^4 + 13c^3 - 2c^2 - 3c$; г) $12p^4 + 60p^3 - 12p^2$. **22.8.** а) $13x^2 + 45x - 145$; б) $72x^3 + 157x^2 - 605x - 13$; в) $231x^3 + 289x^2 - 629x - 44$; г) $-1,2x^5 + 4,5x^4 - 4,3x^3 + 0,7x^2 - 13,5x - 17$. **22.9.** а) $48a^4 - 53a^3 - 6a^2 + 8$; б) $36a^4 - 96a^2 + 156a$; в) $15a^5 + 160a^3 - 152a^2 - 4a$; г) $60a^5 - 12a^4 + 104a^3 - 12a^2 + 16a - 14$. **22.10.** а) $\frac{1}{3}$; б) $-\frac{10}{3}$; в) $-\frac{4}{21}$; г) $\frac{9}{14}$. **22.11.** а) -2 ; б) 3; в) -1 ; г) 1. **22.12.** а) 2; б) 3; в) $-0,2$; г) 0.

22.13. а) 2; б) 3; в) 1; г) -1 . **22.14.** а) 6; б) 0; в) $\frac{1}{3}$; г) нет корней.

22.17. а) $x = 5$, y — любое число; б) $a = 3$, b — любое число. **22.18.** 42 км. **22.19.** 12 км/ч. **22.20.** 30 км. **22.21.** 13 км/ч. **22.22.** 12 км, 5 км. **22.23.** 41 км, 36 км, 33 км. **22.24.** 800 км/ч, 1200 км/ч. **22.25.** 15 км/ч. **22.26.** 9 га, 11,5 га. **22.27.** 12 деталей. **22.28.** 1280 человек, 2560 человек, 2160 человек. **22.29.** 400 человек. **22.30.** 5 см, 13 см. **22.31.** 4 см, 4 см, 10 см. **22.32.** 22 км. **22.33.** 13 км.

23.8. а) $a^3 + a^2 - 5a - 6$; б) $m^2 - n^2 + m + n$; в) $b^3 - 26b^2 + 10b - 1$; г) $c^2 - 4d^2 - c + 2d$. **23.9.** а) $x^3 + y^3$; б) $a^3 + 2a^2x + 2ax^2 + x^3$; в) $n^3 - p^3$; г) $c^3 - 2c^2d + 2cd^2 - d^3$. **23.10.** а) $8a^3 + 27b^3$; б) $4a^4 - 11a^3 + 25a^2 - 13a - 5$; в) $125x^3 - 8y^3$; г) $3m^4 - 2m^3 + 3m^2 + 4m - 4$. **23.12.** а) $9a^5 - 16a$; б) $a^4 - 625$; в) $4a^4 - 9a^2$; г) $a^4 - 256$. **23.13.** а) $12,25p^2 - 1,44k^2$; б) $0,09t^4 - 2,89s^2$; в) $5,76m^4 - 0,64n^4$; г) $1,69x^6 - 3,24y^4$. **23.14.** а) $a^4 - a^2 + 2a - 1$; б) $m^4 - 4m^2 + 4m - 1$; в) $-4x^4 + x^2 - 4$; г) $-b^6 - 10b^4 - 25b^2 + 9$. **23.15.** а) $m^4 - 1$; б) $32 - s^5$; в) $x^4 - y^4$; г) $a^5 + 243$. **23.16.** а) 25; б) -21 ; в) 1,4; г) -2 . **23.19.** а) -1 ; б) $-2,5$; в) 2; г) 8. **23.20.** а) $\frac{16}{19}$; б) $\frac{2}{3}$; в) 0; г) 1,4. **23.21.** а) ± 2 ; б) 2; в) ± 3 ; г) -1 . **23.22.** 12 м, 32 м. **23.23.** 13, 14, 15, 16. **23.24.** 221 см². **23.25.** 21, 22, 23. **23.26.** 720 см², 840 см². **23.27.** 76 см, 44 см. **23.28.** 12, 15, 18. **23.29.** 6, 18, 30. **23.30.** 1,2; 4,2; 9,2; 5,4. **23.31.** а) 12, 2, 0, 0; б) 10, 4, -8 , -256 . **23.32.** а) 3; б) 1; в) 2; г) 1. **23.33.** а) 3; б) 0.

24.45. а) -8; б) 18,6; в) 87; г) 21. **24.46.** а) 132; б) 0; в) 324; г) 49.
24.47. а) -64; б) 16; в) -116; г) -8. **24.54.** а) 64; б) $c^3 - 4pc^2$; в) 36;
г) $2m^3 - 4m^2 + m - 2$. **24.55.** а) $a^{16} - b^{16}$; б) 1. **24.56.** а) $6a^2b$; б) $48x^3y$.
24.62. а) -1,5; б) 7; в) 0; г) -0,5. **24.63.** а) 1,7; б) $\frac{1}{24}$; в) 3; г) 3. **24.64.** а) $\frac{5}{12}$;
б) 1; в) -0,1; г) 4,5. **24.65.** а) $1\frac{1}{12}$; б) 3; в) $-2\frac{11}{30}$; г) 2. **24.66.** а) 1; б) -1;
в) 2; г) -2. **24.67.** 7 см, 2 см, 12 см. **24.68.** 6 см, 3 см, 9 см. **24.69.** а) 72 см.
24.72. а) -1; б) -1. **24.74.** а) 1; б) 49.

25.2. а) -20; б) -1,5; в) 1,75; г) $-\frac{1}{12}$. **25.3.** а) 16; б) $3\frac{1}{8}$; в) 12,25;
г) $2\frac{1}{8}$. **25.4.** а) -9; б) 25. **25.5.** 100 при $x = 5,4$, $y = 0,8$. **25.6.** 100 при $x = 1$,
 $y = -1$. **25.7.** 1 при $x = 1$, $y = -1$. **25.8.** 3 при $x = -2$, $y = -2$. **25.9.** а) $x = -2$,
 $y = 0,5$; б) $a = \frac{2}{3}$, $b = -\frac{3}{2}$.

26.6. а) 24; б) -1. **26.8.** а), б) Нет; в), г) да.

27.5. а) 0; 2; б) 0; $-\frac{1}{6}$; в) 0; -3; г) 0; $\frac{1}{4}$. **27.6.** а) 0; 1; б) 0; -2;
в) 0; $\frac{7}{3}$; г) 0; 4. **27.12.** а) 1; -2; б) ± 1 ; 3; в) 3; 4; г) -1; ± 2 . **27.13.** а) 0; 2;
б) -6; 2; в) 0; -4; г) 5; -1. **27.14.** а) ± 6 ; б) ± 10 ; в) $\pm 0,6$; г) ± 10 . **27.15.** а) 0,25;
б) 6,6; в) 72; г) 45. **27.16.** а) 5,2; б) 0,5.

28.17. а) $-a(a+b)(a+4b)$; б) $m^2(m-n)(3+n)$; в) $5x(3x-8)(7x-16)$;
г) $-90d^2(2d-5)$. **28.18.** а) 30 800; б) 0,04; в) 16 700; г) -1,62. **28.19.** а) 0,0756;
б) 1,2; в) 3,26; г) 1. **28.20.** а) 25; б) $-\frac{5}{3}$; в) 0,5; г) $\frac{1}{6}$. **28.22.** а) -40; 0; б) 0;
 $\frac{3}{4}$; в) -0,03; 0; г) 0; $\frac{2}{7}$. **28.23.** а) -2; 0; б) 2; 6; в) 0; 3; г) -4; 2. **28.24.** а) -2;
5; 1,5; б) -0,5; 0,5; 1,5. **28.29.** а) 0; 2; б) -1; 0; в) 0; -2; г) 0; 5.

29.3. а) $(5+y)(y^2+1)$; б) $(y-2)(y^2+2)$; в) $(z+7)(z^2+3)$;
г) $(z-3)(z^2+1)$. **29.4.** а) $(1+c^2)(7-c)$; б) $(x^2-2)(x-14)$; в) $(x-3)(x^2+2)$;
г) $(b-2)(2b^2+3)$. **29.5.** а) $(b^2+2c^2)(16a+5c)$; б) $(2n+5)(10n-7a)$;
в) $(2a+3b)(9a+7c)$; г) $(xz+5y)(2xy-3z)$. **29.6.** а) $(5a^2b-7c)(8ac-3b)$;

б) $(y^2 + 2z^2)(16x - 5z)$; в) $(5x - 2)(6x - 5c)$; г) $2(x - 2k)(9xz - 5yk)$.
29.7. а) $(x^n + 3)(x - 5)$; б) $(x^{n+1} - y^3)(y^n + 2)$; в) $(a^{n-1} + 1)(x^2 - 4)$; г) $(x^n - y)(y^n - x)$. **29.8.** а) -2,25; б) 0; в) -9; г) 0. **29.9.** а) $-8\frac{2}{3}$; б) 0; в) 0; г) -18.

29.10. а) $-\frac{27}{64}$; б) $\frac{7}{36}$. **29.11.** а) 60; б) 12 500; в) 32; г) 28. **29.12.** а) 360;

б) 100; в) 360; г) 200. **29.13.** а) $(x^2 - y)(a - b - c)$; б) $(y^2 - a)(x - b + 1)$; в) $(x + y)(a + b + c)$; г) $(ab - c)(a^2b^2 - ab + 1)$. **29.14.** а) $(x + 2)(x + 4)$; б) $(x - 3)(x - 5)$; в) $(x + 1)(x + 2)$; г) $(x - 2)(x - 3)$. **29.15.** а) $(a - 1)(a - 6)$; б) $(b - 1)(b + 10)$; в) $(y - 6)(y - 4)$; г) $(z + 2)(z - 20)$. **29.16.** а) $(a + 9b)(a - b)$; б) $(a + 11b)(a + 5b)$; в) $(x - 2y)(x + 6y)$; г) $(x + 3y)(x + 13y)$. **29.17.** а) 1; 2;

б) -5; -3; в) 2; 4; г) -1; 4. **29.18.** а) $\frac{1}{2}$; 2; б) -3; $-\frac{1}{3}$; в) -2; $\frac{3}{4}$; г) $-\frac{2}{3}$; 1.

29.19. а) -2; б) -1; 2; в) -3; г) 1; 3. **29.20.** а) $p = 2$; $p = 4$; б) $p = -2$; $p = 4$. **29.21.** а) $p = 3$; $p = -1$; б) $p = 1$; $p = -5$. **29.22.** а) 1; 2; б) 0; 3. **29.24.** а) (0; 7), (2; 3), (-1; -3), (-3; 1); б) (1; 2).

30.20. а) $(x - 4)(x + 6)$; б) $y(y - 4)$; в) $(z + 4)(z + 16)$; г) $(t - 17)(t + 3)$. **30.21.** а) $(10 - m)(4 + m)$; б) $(11 - a)(29 + a)$; в) $(13 - n)(37 + n)$; г) $(24 - b)(b - 2)$. **30.22.** а) $(2 - y)(2 + 3y)$; б) $3(5a - 9)(5a + 3)$; в) $(-2t - 7)(4t - 7)$; г) $3(4b + 3)(6b - 1)$. **30.23.** а) $(a - b + 2)(a + b + 6)$; б) $(x - y - 13)(x + y + 3)$; в) $(m - n + 22)(m + n - 2)$; г) $(c - d + 22)(c + d - 24)$. **30.24.** а) $-(x + 2)(7x + 4)$; б) $-3(3y + 11)(5y - 1)$; в) $12(2z + 1)(9z + 1)$; г) $(5t - 2)(21t - 16)$. **30.29.** а) $(2c - 3)(4c^2 + 12c + 21)$; б) $4(p - 1)(7p^2 - 20p + 16)$; в) $(k - 1)(k^2 - 8k + 19)$; г) $4(a + 1)(31a^2 + 44a + 16)$. **30.30.** а) $(b + 8)(91b^2 + 136b + 64)$; б) $(8p + 3q)(124p^2 - 42pq + 9q^2)$; в) $9(1 - x)(13x^2 - 12x + 3)$; г) $(3x + 11)(9x^2 - 15xy + 67y^2)$.

30.31. а) $\left(\frac{3}{4}a - \frac{4}{3}b\right)^2$; б) $\left(\frac{3}{5}a^3b + \frac{5}{6}ab^3\right)^2$; в) $\left(b^4 + \frac{1}{2}a^2\right)^2$; г) $(0,1x^2 - y)^2$.

30.33. а) $(2x + 3y)^3$; б) $\left(3a^3 - \frac{1}{3}\right)^3$; в) $(5x - 4y)^3$; г) $\left(\frac{1}{2}c^2 - 4b\right)^3$. **30.34.** а) 12;

б) -1,2; в) -16; г) $2\frac{1}{3}$. **30.35.** а) $\pm\frac{4}{5}$; б) $\pm\frac{14}{11}$; в) $\pm\frac{6}{5}$; г) $\pm\frac{20}{9}$. **30.36.** а) -0,5;

5,5; б) $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{2}$; в) $\frac{5}{11}$; $\frac{3}{11}$; г) -3; $\frac{1}{3}$. **30.37.** а) $-\frac{4}{3}$, -2; б) $-\frac{9}{2}$, $\frac{1}{3}$; в) $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{4}$;

г) $\frac{19}{8}$, 6. **30.38.** а) 0,5; б) 0, -3; в) $-\frac{2}{3}$; г) 1, -1. **30.39.** а) 23; б) 10 000;

в) $\frac{3}{8}$; г) 225. **30.40.** а) 1; б) 1; в) 1; г) 5. **30.41.** а) $\frac{4}{117}$; б) $\frac{5}{19}$; в) 10;

г) 94,5. **30.42.** а) 80; б) 12; в) 14; г) 130. **30.43.** а) $\frac{5}{11}$; б) $\frac{3}{2}$; в) 25; г) $\frac{3}{20}$.

30.44. а) 1; б) 8. **30.45.** а) 1; б) 0,5; в) 1; г) 2.

31.10. а) $(m+1)(m^2+8m+19)$; б) $(c+2)(c^2-5c+13)$; в) $(a-17)(a^2-19a+109)$; г) $(b+8)(b^2+4b+16)$. **31.11.** а) $(x-1)^2(x+1)^2$; б) $(y+1)^2(y^2+2y-1)$; в) $(c+3)^2(9-c^2-6c)$; г) $(3m+n)(5m-n)$. **31.12.** а) $(a+b+c)(a+b-c)$; б) $(1-m-n)(1+m+n)$; в) $(4-x+y)(4+x-y)$; г) $(2-p-q)(2+p+q)$. **31.13.** а) $(x-c-d)(x-c+d)$; б) $(a+1-b)(a+1+b)$; в) $(c+3-d)(c+3+d)$; г) $(r-s-5)(r+s+5)$. **31.15.** а) $(x-y)^2(x+y)$; б) $(c+d)(c-d+2)$; в) $(a+b)^2(a-b)$; г) $(m+2n)(m-2n-1)$. **31.16.** а) $(x-3)(x-1)^2$; б) $(1-a)^2(1-2a)^2$. **31.17.** а) $(a^2-2ab+4b^2)(a+2b+1)$; б) $(4c^2+2cd+d^2)(2c-d+1)$. **31.18.** а) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2+x+2y)$; б) $(2p-q)(4p^2+2pq+q^2+2p-q)$. **31.19.** а) $(a+2)(a^2-3a+4)$; б) $(b+1)(b^2-7b+1)$. **31.20.** а) $(a-2b+3)(a+2b+3)$; б) $(2x-5y+3)(2x+5y+3)$. **31.21.** а) $7ab(3a-2b+1)(3a+2b-1)$; б) $12x^3(5x-2y+1)(5x+2y+1)$. **31.22.** а) $(a+2)(a^2-5a+13)$; б) $(x-a+1)(x^2+ax-x+a^2-2a+1)$; в) $(a+1)(a^2+5a+7)$; г) $(2x+a+2)(4x^2-2ax-4x+a^2+4a+4)$. **31.23.** а) $(x^2+5x+11)(x^2+5x-1)$; б) $(x^2+4x-3)(x^2+4x+7)$. **31.24.** $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)(a^2-b^2+1)$. **31.25.** $(x-1)(x^2-x-1)(x^2+2x+4)$. **31.26.** а) 0; ± 1 ; б) 0; ± 4 ; в) 0; -1; г) 0. **31.27.** а) -1; ± 2 ; б) ± 2 ; в) -1; ± 3 ; г) 1; ± 2 . **31.28.** а) ± 1 , $\pm 0,5$; б) ± 1 , ± 2 ; в) ± 3 , $\pm 1,5$; г) ± 1 , $\pm 0,5$. **31.29.** а) ± 1 ; б) ± 2 . **31.32.** а) 14; б) 47; в) 45; г) 301. **31.33.** а) 943; б) 37; в) 45; г) 279.

32.13. а) $\frac{1}{y}$; б) $-q$; в) $-a$; г) $\frac{2d}{3}$. **32.15.** а) $\frac{x-3}{3}$; б) $-\frac{y+12}{y}$; в) $\frac{2-d}{3}$; г) $-\frac{c}{c+5}$. **32.16.** а) $\frac{ab-1}{3a}$; б) $-\frac{3a(a+2)}{4b}$; в) $\frac{a}{3(b-ac)}$; г) $-\frac{3a^2}{4b(b+c)}$. **32.21.** а) $\frac{a^6c^6}{3b^4}$; б) $\frac{11y^5}{12xz^{11}}$; в) $\frac{10m^{11}r^3}{3n^{101}}$; г) $\frac{15p^{10}}{q^{11}t}$. **32.22.** а) $\frac{x-2}{3}$; б) $-\frac{a+1}{a}$; в) $\frac{4}{1-x}$; г) $\frac{3q}{q+8}$. **32.23.** а) $\frac{y+x}{y-x}$; б) $\frac{4c+1}{4c-1}$; в) $\frac{b+7}{b-7}$; г) $\frac{2n-m}{2n+m}$. **32.24.** а) $\frac{x-y}{2(x+y)}$; б) $\frac{m+3n}{4m}$; в) $\frac{2(2c-d)}{2c+d}$; г) $\frac{1-2n}{2n}$. **32.25.** а) $(a-b)^2$; б) $\frac{7y^2}{(x+y)^2}$; в) $\frac{1}{(p+q)^2}$; г) $\frac{(m-n)^2}{6mn}$. **32.26.** а) $\frac{1+c}{1+c+c^2}$; б) $\frac{4t^2-10t+25}{2t-5}$; в) $\frac{b+2}{b^2+2b+4}$; г) $-\frac{4z+3}{16z^2+12z+9}$. **32.27.** а) $-\frac{3(p+3)}{p^2+3p+9}$; б) x^3-y^3 ; в) $\frac{2(2n-1)}{n(4n^2-2n+1)}$; г) $\frac{y^3}{y^3-1}$. **32.28.** а) 36; б) 93; в) 8; г) 0. **32.29.** а) 0,01; б) $\frac{5}{3}$; в) -11; г) -9. **32.30.** а) -1; б) 2; в) $\frac{15}{8}$; г) $-\frac{15}{8}$. **32.31.** а) 18; б) 3; в) -0,6; г) 1. **32.32.** а) 2; б) $\frac{7}{11}$; в) $\frac{9}{8}$; г) -4. **32.33.** а) $-\frac{2a(4b+c)}{bc}$;

б) $\frac{y^n}{x^n(x-y)}$; в) $-\frac{ab^2}{2c(3c+2b)}$; г) $\frac{x^2}{y^2(3y-2x)}$. **32.34.** а) $\frac{a(5b-4a)}{2b}$;

б) $\frac{3b}{4a(2b^2+a^2)}$; в) $\frac{2a}{b(3a-5b)}$; г) $\frac{2b^3(b^2+3a^2)}{3a}$. **32.35.** а) $\frac{bc(2ac-b)}{13a}$;

б) $\frac{4xz^3}{y(x^2+5y^3)}$; в) $\frac{4}{xz(3x-y^2)}$; г) $\frac{2b(c^4+2d^4)}{ac^2}$. **32.36.** а) $\frac{3x^2(x+2y)}{2y^2(x-2y)}$;

б) $\frac{2a(2a^2-3c)}{bc^2(2a^2+3c)}$; в) $\frac{3b^2(3a+2b)}{5a^2(3a-2b)}$; г) $\frac{3x^2y(5x+2y^2)}{5z(5x-2y^2)}$. **32.37.** а) $-\frac{a+c}{b+a-c}$;

б) $\frac{x-1}{2y+3}$; в) $x-y$; г) $\frac{3y-2}{x-1}$. **32.38.** а) $\frac{x-y}{3-2x}$; б) $\frac{x+y+z}{x+y-z}$;

в) $\frac{a-c}{a-x}$; г) $\frac{3z+n}{5z-n}$. **32.39.** а) $\frac{x^n-y^n}{3(x^n+y^n)}$; б) $\frac{b^2(a^n+2)}{a(a^n-2)}$; в) $\frac{a(a^n-1)}{2(a^n+1)}$;

г) $\frac{2y(2x^n-3y^n)}{xz(2x^n+3y^n)}$. **32.40.** а) $\frac{a^{33}+2}{a^{34}}$; б) $\frac{1}{a(a^n+b^{2n})}$. **32.41.** а) x^2+x+1 ;

б) $a^2-6a+18$. **32.42.** а) $\frac{2x+3y}{(2x-3y)^2}$; б) $\frac{(3a+b)^2}{3a-b}$.

34.34. а) (0; 0) и (2; 4); б) (0; 0) и (3; -9); в) (0; 0) и (-1; 1); г) (0; 0) и (-1; -1). **34.35.** а) (2; 4) и (-1; 1); б) (3; -9) и (-2; -4); в) (-3; 9) и (2; 4); г) (-2; -4) и (1; -1). **34.36.** а) (-3; 9) и (1; 1); б) нет точек пересечения; в) (-3; -9) и (1; -1); г) нет точек пересечения. **34.43.** а) (1; 1); б) (1; -1); в) (2; 4); г) (2; -4). **34.44.** а) $-1 < x < 1$; б) $x \leq -1$; $x \geq 1$; в) $-3 \leq x \leq 9$; г) $x < -3$; $x > 3$. **34.45.** а) $x \leq -2$; $x \geq 2$; б) $-3 < x < 3$; в) $-2 \leq x \leq 4$; г) $x < -3$; $x > 3$. **34.46.** а) $-2 < x < -1$; $1 < x < 2$; б) $-3 \leq x \leq -2$; $2 \leq x \leq 3$.

35.1. а) (2; 5); б) (-3; 9) и (3; 9); в) (1; -1); г) (0; 0) и (2; -4). **35.2.** а) 2; б) 0; в) 2; г) 2. **35.3.** а) 0; б) 2; в) 2; г) 2. **35.4.** а) ± 1 ; б) ± 2 ; в) 0; г) корней нет. **35.5.** а) 0; 2; б) -3; 0; в) -2; 0; г) 0; -3. **35.6.** а) 3; -2; б) -2; 1; в) -1; 2; г) -3; 2. **35.7.** а) -1; 3; б) 1; 2; в) -3; 1; г) -3; 1. **35.8.** а) 1, -3; б) 1, 3; в) -1, -3; г) 3, -2. **35.9.** а), б), в), г) Нет корней. **35.10.** а) 1; б) -2; в) -1; г) 2. **35.11.** а) (2; 2); б) (0; 0); в) (1; 1). **35.12.** а) (-4; -12); б) (-1; 1). **35.13.** а) (-3; -9) и (2; -4); б) (-2; -4) и (1; -1).

36.8. а) -5; б) -1,9; в) -2; г) 1. **36.9.** а) ± 12 ; б) 0; -10; в) ± 10 ; г) 0; 8. **36.10.** а) -6; 10; б) $\pm \frac{7}{2}$; в) -10; 8; г) $\pm \frac{11}{3}$. **36.11.** а) 2; б) 1; в) 4; г) -1.

36.39. а) 1,6; б) $-1\frac{5}{6}$. **36.40.** а) 0,5; б) 2,5. **36.41.** а) 0, -7; б) -4.

36.46. а) -2; б) -1; в) 3; г) 1. **36.47.** а) -3; б) 1; в) -2; г) 2. **36.48.** а) $p = 0$ и $p = 9$; б) $p = -16$; в) $p = 0$, $p = -9$; г) $p = 4$. **36.53.** а) $b < 0$; $4 < b \leq 9$; б) $b = 0$; $b = 4$; в) $0 < b < 4$; г) $b > 9$. **36.54.** а) $b < 0$ и $1 < b \leq 4$; б) $b = 0$; $b = 1$; в) $0 < b < 1$; г) $b > 4$. **36.55.** а) $b > 0$; $-4 \leq b \leq -1$; б) $-1 < b \leq 0$; в) таких значений b нет; г) $b < -4$. **36.56.** а) $b > 1$; $b = 0$; б) $0 < b < 1$; в) $b = -2$; г) $-2 < b < 0$; $b < -2$. **36.57.** а) -8; ± 1 ; б) ± 2 ; в) 3; г) -10; 0. **36.58.** а) 8; б) 1. **36.59.** а) 8; б), в), г) 1. **36.60.** а) 2; б) 1; в) 0; г) 5.

37.14. а) 6; б) -12. **37.15.** а) (2; 1); б) (3; 1), (5; 6), (7; 11), (9; 16). **37.19.** а) (2; 2); б) (3; -9); в) (1; 5); г) (4; -1). **37.20.** а) (3; 2); б) (2; -3); в) (0; 0); г) (2; -2). **37.21.** а), в) Нет решений; б), г) бесконечное множество решений. **37.22.** а) (-3; -2); б) (3; -2); в) (-3; -2); г) (-2; 0). **37.23.** а) $a = 5$; $b = 3$; б) $a = 2$; $b = -4$. **37.24.** а) (2; 1). **37.25.** а) (2; 4), (-2; 4); б) (-1; 1), (3; 9); в) (3; 9), (-3; 9), г) (1; 1), (-3; 9). **37.26.** а) Нет решений; б) (1; -1); (-2; -4); в) (0; 0), (-1; -1); г) (1; -1), (-3; -9). **37.27.** 12 кг. **37.28.** 70 км/ч и 100 км/ч или 100 км/ч и 60 км/ч. **37.29.** 18. **37.30.** 1 см и 5 см или 2 см и 4 см или 3 см и 3 см. **37.31.** 80 км/ч и 60 км/ч.

38.1. а) (-2; -13); б) (-0,1; -8,3); в) (-3; 9); г) (0,2; 6,8). **38.2.** а) (3; -20); б) (5; 3); в) (2; 3); г) (1; 2). **38.3.** а) (44; 11); б) (2; -8); в) (15; 90); г) (-10; 2). **38.4.** а) (20; 2); б) (-15; 37,5); в) (-4,5; 9); г) (8; 12). **38.5.** а) (4; 2); б) (5; 6); в) (3; 3); г) (5; -1). **38.6.** а) (1; 0); б) (4; 2); в) (9; 7); г) (7; 4,5). **38.7.** а) (6; 4); б) (-4; 0); в) (3; -2); г) (-3; -5). **38.8.** а) (-3,5; -3); б) (-4; 3); в) (4; 3); г) (5; 3). **38.9.** а) (10; 1); б) (0,5; 1); в) (10; 1); г) (0,5; 1). **38.10.** а) (6; -7); б) (2; -1); в) (-3; -2); г) (5; 2). **38.11.** а), в) Бесконечное множество решений; б), г) нет решений. **38.12.** а) $\left(-\frac{1}{6}; -\frac{1}{4}\right)$; б) (-1,5; 1); в) (-0,6; -3,2); г) (2; -1). **38.13.** а) (10; -6); б) (9; 4); в) (-6; 4); г) (-5; 3). **38.14.** а) (13; 11); б) (4; 3); в) (3; -7); г) (5; 3). **38.15.** а) (0; 0); б) (6; 6); в) (1; 0); г) (20; 20). **38.16.** а) (11; 140); б) $\left(\frac{1}{3}; 19\right)$; в) (-7; -126); г) $\left(-\frac{6}{7}; -13\right)$. **38.17.** а) (20; 100);

б) (-0,2; 4,6); в) (7,5; -10,5); г) (21; 2). **38.18.** а) -0,96; б) $4\frac{4}{29}$; в) $3\frac{3}{13}$; г) $1\frac{6}{41}$. **38.19.** а) $y = -\frac{2}{5}x + 2$; б) $y = \frac{2}{3}x + 4$; в) $y = \frac{1}{7}x - 1$; г) $y = -2x - 4$.

38.21. $y = 11,8x$. **38.22.** 92 ученика. **38.23.** 42 и 35. **38.24.** 10,5 и 42. **38.25.** 26,1 и 30. **38.26.** 62 и 50. **38.27.** а) (4; 2), (-36; 18); б) (2; 6), (-22; 66). **38.28.** а) (5; 1), (-30; 15); б) (12; 4), (8; 1). **38.29.** а) $\left(-\frac{1}{7}; -\frac{1}{21}\right)$,

(1; -1); б) $\left(\frac{15}{11}; \frac{15}{22}\right)$, (1; 1). **38.30.** а) $\left(6; \frac{4}{3}\right)$, (3; 3); б) $\left(\frac{7}{3}; 3\right)$, (4; -2).

38.31. а) (7; -2); б) (-16; -7). **38.32.** а) -3 при $x = 5$, $y = -5$; б) 4 при $x = 2$, $y = 8$. **38.33.** а) 15 при $x = 7$, $y = -3$; б) 27 при $x = 3$, $y = 9$.

- 39.1.** а) (6; 1); б) (6; 3); в) (4; 3); г) (10; 2). **39.2.** а) (2; 1); б) (2; 1); в) (5; -2); г) (-1; -4). **39.3.** а) (4; 3); б) (-1; -7); в) (-11; -2); г) (4; -14). **39.4.** а) (60; 30); б) (10; 8); в) (20; 8); г) (2; -1). **39.5.** а) (2; -1); б) (-1; 4); в) (3; -1); г) (6; -6). **39.6.** а) (3; 1); б) (-5; -11); в) (-2; 1); г) (6; -14). **39.7.** а) (-0,25; 0); б) (3; 0,5); в) (0,2; 0); г) (6; -7). **39.8.** а) (6; 4); б) (-8; 0); в) (5,5; -2,5); г) (6; 5). **39.9.** а) (-6; 5); б) (10; 1); в) (5; -8); г) (-6; -12). **39.10.** а) (-3; -2); б) (35; -46); в) (5; 1); г) (17,4; 19). **39.11.** а) (8; 9); б) (30; 5); в) (20; 3); г) (-15; 8). **39.12.** а) (4; 3); б) (-3; 11). **39.13.** а) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$; б) $y = -0,4x + 4,6$; в) $y = 1,2x + 2,6$; г) $y = \frac{5}{7}x - \frac{16}{7}$. **39.14.** а) $y = 5x - 20$; б) $y = -\frac{2}{5}x - \frac{7}{5}$; в) $y = 3,5x + 10,5$; г) $y = \frac{3}{7}x + \frac{31}{7}$. **39.16.** а) $p = \frac{5}{3}$; б) $p = \frac{4}{3}$. **39.17.** а) $a = 11$, $b = -14$; б) $a = -4$, $b = -6$; в) $a = -10$, $b = -7$; г) $a = -4$, $b = 10$. **39.18.** а) $a = 13$, $b = 3$; б) $a = -0,8$, $b = 0,2$. **39.19.** а) (4; 1); б) (-1; 3). **39.20.** а) (2; 3), $(-\frac{10}{33}, \frac{4}{33})$; б) (6; 4), $(-\frac{7}{3}, \frac{2}{3})$. **39.21.** а) $(\frac{1}{2}, \frac{7}{4})$, $(\frac{2}{13}, -\frac{3}{26})$; б) (5; 2), $(-\frac{3}{19}, -\frac{12}{19})$. **39.22.** а) (-5; 4), $(\frac{25}{13}, -\frac{8}{13})$; б) (2; -1), $(\frac{20}{7}, \frac{3}{7})$. **39.23.** а) 6 при $x = 2$, $y = 3$; б) 3 при $x = 3$, $y = 7$. **39.24.** (3; -5), (1; 5). **39.25.** (25; 5).

- 40.1.** -9, -6. **40.2.** $\frac{7}{9}$. **40.3.** $\frac{3}{7}$. **40.4.** 340, 200. **40.5.** 200, 160. **40.6.** 30, 35. **40.7.** 40, 10,2. **40.8.** 260 и 110. **40.9.** 76 и 24. **40.10.** 21. **40.11.** 86. **40.12.** 74. **40.13.** 75. **40.14.** 25. **40.15.** 12 и 1232. **40.16.** 33. **40.17.** 1680. **40.18.** 38 га, 34 га. **40.19.** 4 ц, 5 ц. **40.20.** 3 т, 5 т. **40.21.** 6 самосвалов, 4 самосвала. **40.22.** 3 ящика, 6 ящиков. **40.23.** 72 детали, 90 деталей. **40.24.** 66 книг, 44 книги. **40.25.** 12 мячей. **40.26.** 7 монет, 12 монет. **40.27.** 720 учебников и 150 учебников. **40.28.** 435 деталей. **40.29.** 150 р. и 60 р. **40.30.** 52 по 5 р. и 84 по 2 р. **40.31.** 7 «Икарусов» и 8 «Мерседесов». **40.32.** 35 л и 40 л. **40.33.** 40 деталей и 30 деталей. **40.34.** 18 км/ч и 2 км/ч. **40.35.** 5 км/ч, 4 км/ч. **40.36.** 3,75 км/ч, 5,25 км/ч. **40.37.** 100 км/ч, 60 км/ч. **40.38.** 15 км/ч. **40.39.** 27 км/ч, 3 км/ч. **40.40.** 12 км. **40.41.** 24 км/ч, 60 км/ч. **40.42.** 4 км/ч, 30 км/ч, 20 ч. **40.43.** 12 км/ч, 24 км/ч. **40.44.** 2,4 км, 4 км. **40.45.** 15 см/с, 10 см/с. **40.46.** 9,5 км/ч. **40.47.** 40 т, 60 т. **40.48.** 40 т, 100 т. **40.49.** 50 т, 150 т. **40.50.** 1,64 л, 1,86 л. **40.51.** 40%, 65%. **40.52.** 5%, 10%. **40.53.** 50 000 р., 60 000 р.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие для учителя	3
Глава 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЯЗЫК. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ	
§ 1. Числовые и алгебраические выражения	5
§ 2. Что такое математический язык	12
§ 3. Что такое математическая модель	16
§ 4. Линейное уравнение с одной переменной	23
§ 5. Задачи на составление линейных уравнений с одной переменной	26
§ 6. Координатная прямая	32
Глава 2. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ	
§ 7. Координатная плоскость	39
§ 8. Линейное уравнение с двумя переменными и его график	45
§ 9. Линейная функция и ее график	50
§ 10. Взаимное расположение графиков линейных функций	62
Глава 3. СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ И ЕЕ СВОЙСТВА	
§ 11. Что такое степень с натуральным показателем	67
§ 12. Таблица основных степеней	71
§ 13. Свойства степени с натуральными показателями	75
§ 14. Умножение и деление степеней с одинаковыми показателями	79
§ 15. Степень с нулевым показателем	82
Глава 4. ОДНОЧЛЕНЫ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД ОДНОЧЛЕНАМИ	
§ 16. Понятие одночлена. Стандартный вид одночлена	85
§ 17. Сложение и вычитание одночленов	87
§ 18. Умножение одночленов. Возведение одночлена в натуральную степень	92
§ 19. Деление одночлена на одночлен	96
Глава 5. МНОГОЧЛЕНЫ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД МНОГОЧЛЕНАМИ	
§ 20. Основные понятия	99
§ 21. Сложение и вычитание многочленов	104

§ 22. Умножение многочлена на одночлен	106
§ 23. Умножение многочлена на многочлен	111
§ 24. Формулы сокращенного умножения	114
§ 25. Метод выделения полного квадрата	121
§ 26. Деление многочлена на одночлен	122

Глава 6. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ

§ 27. Что такое разложение многочленов на множители и зачем оно нужно	126
§ 28. Вынесение общего множителя за скобки	128
§ 29. Способ группировки	130
§ 30. Разложение многочленов на множители с помощью формул сокращенного умножения	133
§ 31. Разложение многочленов на множители с помощью комбинации различных приемов	138
§ 32. Сокращение алгебраических дробей	140
§ 33. Тождества	146

Глава 7. ФУНКЦИЯ $y = x^2$

§ 34. Функция $y = x^2$ и ее график	151
§ 35. Графическое решение уравнений	158
§ 36. Что означает в математике запись $y = f(x)$	160

Глава 8. СИСТЕМЫ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

§ 37. Основные понятия	173
§ 38. Метод подстановки	177
§ 39. Метод алгебраического сложения	182
§ 40. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными как математические модели реальных ситуаций	187
Ответы	195

Учебное издание

**Мордкович Александр Григорьевич,
Николаев Николай Петрович**

АЛГЕБРА

7 класс

В двух частях

Часть 2

ЗАДАЧНИК

для учащихся общеобразовательных учреждений

Генеральный директор издательства *М. И. Безвиконная*
Главный редактор *К. И. Куровский*. Редактор *С. В. Бахтина*
Оформление и художественное редактирование: *С. А. Сорока*
Технический редактор *И. Л. Ткаченко*. Корректор *Л. В. Дьячкова*
Компьютерная верстка и графика: *А. А. Горкин*

Санитарно-эпидемиологическое заключение

№ 77.99.60.953.Д.001625.02.08 от 29.02.2008.

Формат 60×90 ¹/₁₆. Бумага офсетная № 1. Гарнитура «Школьная».

Печать офсетная. Усл. печ. л. 13,0. Тираж 10 000 экз. Заказ № 1182

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.

Тел.: 8 (499) 367 5418, 367 5627, 367 6781; факс: 8 (499) 165 9218.

E-mail: ioc@mnemozina.ru www.mnemozina.ru

Магазин «Мнемозина» (розничная и мелкооптовая продажа книг).

105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.

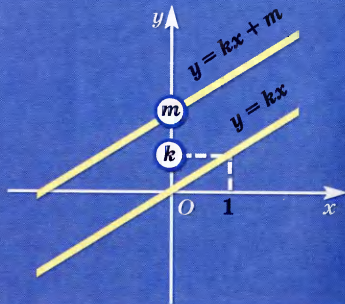
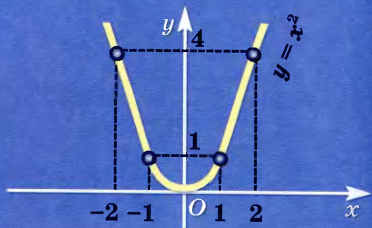
Тел.: 8 (495) 783 8284, 783 8285, 783 8286.

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).

Тел./факс: 8 (495) 665 6031 (многоканальный). E-mail: td@mnemozina.ru

Отпечатано с готовых файлов заказчика в ОАО «ИПК

«Ульяновский Дом печати». 432980, г. Ульяновск, ул. Гончарова, 14



$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

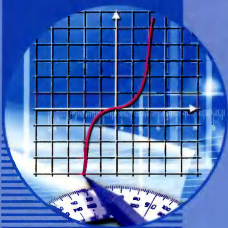
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$



ISBN 978-5-346-01196-5



9 785346 011965