

Algoritmi i strukture podataka

Studijski programi:
Softversko inženjerstvo
Računarska tehnika
Matematika-informatika

Ulančane liste

Memorijska reprezentacija

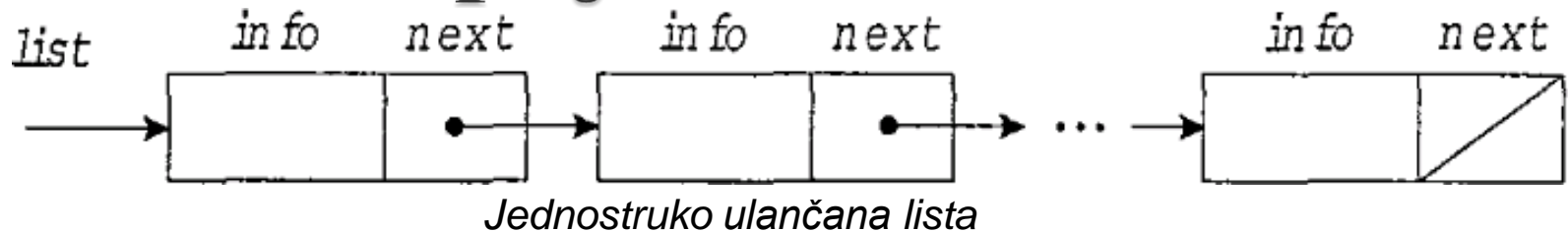
- ▶ Postoje dva osnovna načina fizičke implementacije struktura podataka:
 - Sekvencijalna reprezentacija
 - Ulančana reprezentacija.

Reprezentacija	Prednosti	Mane
Sekvencijalna	Efinasan pristup proizvoljnom elementu. Isti logički i fizički poredak.	Nefikasne operacije umetanja i brisanja elemenata. Statički alociran fiksni memorijski prostor
Ulančana	Dinamička alokacija memorije. Lako ubacivanje i brisanje elemenata liste.	Pristup proizvoljnom elementu indirektan. Fizički poredak se ne može izvesti iz logičkog

Osnovni pojmovi i osobine

- ▶ Ulančana implementacije linearne liste se naziva ulančanom listom (**linked list**)
- ▶ U ulančanoje reprezentaciji, uzastopni elementi mogu biti bilo gde u memoriji.
- ▶ Kako se logički poredak elemenata ne može izvesti iz fizičkog poretka, elementi liste sadrže eksplicitnu adresu narednog elementa – **pokazivač na njega**.
- ▶ Dakle, svaki element liste (**čvor**), pored informacionog sadržaja elementa(**info**) sadrži i pokazivač(**next**) na sledbenika.

Osnovni pojmovi i osobine



- ▶ Listi se pristupa preko spoljašnjeg pokazivača (**list**) koji pokazuje na prvi čvor, a koji nije deo liste
- ▶ Prvi čvor se naziva glavom (**head**) liste
- ▶ Poslednji čvor se naziva repom (**tail**) liste
- ▶ Rep(tail) nema svog sledbenika pa sadrži prazan pokazivač, to je kraj liste
- ▶ Ukoliko je lista prazna, list ima vrednost praznog pokazivača(list = **nil**)

Vrste listi

► Po načinu povezanosti

- **Jednostruko ulančana lista** – svaki čvor ukazuje samo na svog sledbenika
- **Dvostruko ulančana lista** – u kojoj svaki čvor ima dva pokazivača, na predhodnika (prev) i sledbenika(next)
- **Kružna** – ukoliko je lista povezana tako da poslednji čvor ukazuje na prvi
- **Nekružna** – poslednji element ne ukazuje ni na jedan element

► Po organizaciji

- **Uređena** – ukoliko su čvorovi poređani po rastućim(il opadajućim) vrednostima, ili se po sadržaju *info* može definisati f-ja poređenja
 - **Neuređena** – ukoliko poredak ne zavisi od vrednosti sadržaja (info)
- Lista u kojoj su čvorovi istog tipa je **homogena**.

Notacija pri operacijama sa listama

- ▶ ***p*** pokazivač na neki čvor liste
- ▶ ***info(p)*** korisni sadržaj ovog čvora
- ▶ ***next(p)*** je pokazivač na sledbenika
- ▶ ***prev(p)*** je pokazivač na prethodnika

Dinamička alokacija

- ▶ Ulančana liste je ***dinamička struktura*** čiji broj čvorova varira saglasno operacijama umetanja i brisanja.
- ▶ Prostor za neki čvor se alocira tek pri operaciji umetanja a pri operaciji brisanja se zauzeti prostor oslobađa.
- ▶ Znači, potreban je mehanizam koji vrši **dinamičku alokaciju u dealokaciju prostora.**

Dinamička alokacija

- ▶ Neka je raspoloživi slobodni prostor (***storage pool***) podeljen u jedinice koje imaju strukturu čvora predpostavljene liste
- ▶ Pri formiranju novog čvora liste poziva se posebna funkcija **GETNODE** koja uzima jedan slobodan čvor i stavlja ga na raspolaganje algoritmu vraćajući njegovu adresu u memoriji (***pokazivač na njega***)
- ▶ Procedura **FREENODE(p)** oslobađa čvor sa zadatom ***adresom p***
- ▶ Slobodni prostor je pogodno organizovati u vidu ulančane liste slobodnih čvorova

Dinamička alokacija

- ▶ Na početku se svi slobodni čvorovi uvežu u jednostruko ulančanu listu na koju ukazuje globalni pokazivač ***avail***
- ▶ Funkcija GETNODE izvlači prvi slobodan čvor iz liste, postavlja polje pokazivača na nultu vrednost(*nil*), ažurira pokazivač *avail* i vraća adresu pokazivača

GETNODE

if (*avail* = *nil*) **then**

 ERROR(Nema slobodnog čvora)

end_if

q = *avail*

avail = *next(avail)*

next(q) = *nil*

return *q*

Dinamička alokacija

- ▶ Ako se desi da nema slobodnih čvorova, pretpostavlja se postojanje procedure ERROR koja vrši obradu greške

```
GETNODE  
if (avail = nil) then  
    ERROR(Nema slobodnog čvora)  
end_if  
q = avail  
avail = next(avail)  
next(q) = nil  
return q
```

Dinamička alokacija

- ▶ Procedura `FREENODE(p)` vraća oslobođeni prostor na početak liste
- ▶ Pokazivač `avail` se postavlja na njegovu adresu

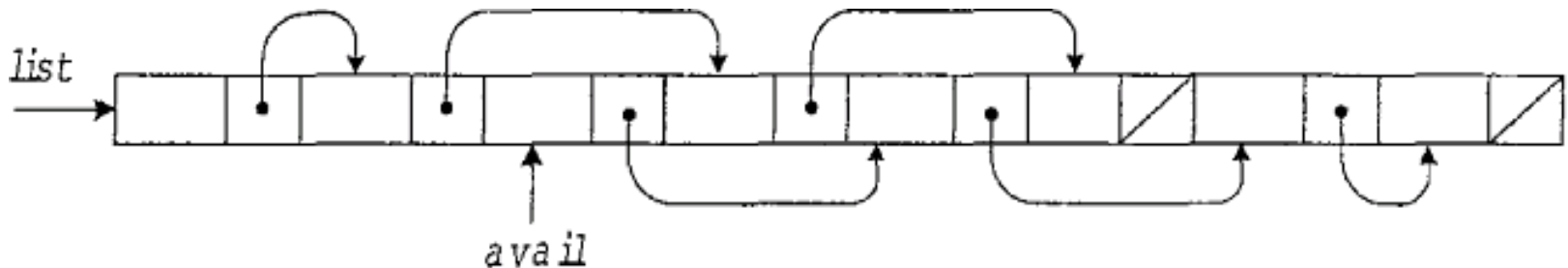
`FREENODE(p)`

`next(p) = avail`

`avail = p`

Dinamička alokacija

- ▶ Opisani način odgovara ulančanoj reprezentaciji steka
- ▶ Ovakva struktura se obično naziva stek slobodnog prostora (**availability stack**)



Korisnička lista na koju ukazuje pokazivač *list* i lista slobodnog prostora na koju ukazuje pokazivač *avail*

Operacije sa jednostruko ulančanim listama

- ▶ Tipične operacije: pretraživanje, umetanje i brisanje
- ▶ Operacije sa listom manipulišu sa pokazivačima
- ▶ Sa pokazivačima su dozvoljene aktivnosti:
 - Testiranja pokazivača na nil
 - Provera na jednakost pokazivača sa drugim pokazivačem
 - Postavljanje pokazivača na nil
 - Dodela vrednosti drugog pokazivača ili adrese datom pokazivaču

Umetanje u listu

- ▶ Umetanje čvora u neuređanu listu može da bude izvršeno na bilo kojem mestu(početak, sredina, kraj)
- ▶ Operacija INSERT- AFTER(p, x) umeće u listu novi čvor sa sadržajem x **iza** čvora čija je adresa p

INSERT-AFTER(p, x)

$q = \text{GETNODE}$

$\text{info}(q) = x$

$\text{next}(q) = \text{next}(p)$

$\text{next}(p) = q$

Umetanje u listu

- ▶ Kod operacije INSERT- BEFORE mora prvo da se pristupi prethodnom čvoru, jer njegov pokazivač treba povezati na novi čvor
- ▶ Ovo se može izvršiti tako što se novi čvor prvo ubaci iza tekućeg elementa a onda oni zamene informacione sadržaje
- ▶ Postiže se efekat kao da je novi čvor ubačen **ispred** ukazanog čvora

INSERT-BEFORE(p, x)

$q = \text{GETNODE}$

$\text{next}(q) = \text{next}(p)$

$\text{info}(q) = \text{info}(p)$

$\text{info}(p) = x$

$\text{next}(p) = q$

Brisanje

- ▶ Operacija brisanja može da ukloni čvor sa bilo kojeg mesta u listi
- ▶ Razmatraćemo brisanje sa *sredine* i *kraja* liste
- ▶ *Prethodnik* čvora koji se uklanja treba da pokazuje na njegovog *sledbenika*
- ▶ Kod nekružne jednostruko spregnute liste nije moguće brisati čvor na koji pokazuje pokazivač jer nema načina da se dođe do njegovog prethodnika da bi mu se ažuriralo polje pokazivača

Brisanje

- ▶ Zato je pri brisanju tekućeg čvora u operaciji DELETE-AFTER(p) potrebno je dati pokazivač p na njegovog prethodnika

DELETE-AFTER(p)

$q = \text{next}(p)$

$\text{next}(p) = \text{next}(q)$

FREENODE(q)

Brisanje

- ▶ Ukoliko čvor nije na kraju liste i ako je lista homogena, sličnom postupkom kao kod umetanja ispred tekućeg čvora, može se rešiti problem brisanja čvora na koji pokazuje pokazivač p

DELETE(p)

$q = next(p)$

$next(p) = next(q)$

$info(p) = info(q)$

REENODE(q)

Pretraživanje

- ▶ Potreba lociranja čvora u listi koji ima zadati sadržaj radi pristupa
- ▶ Struktura liste uslovljava potpuno sekvencionalno pretraživanje počevši od glave liste i sledeći lanac pokazivača

Pretraživanje

- ▶ Operacija $\text{SEARCH}(\text{list}, x)$ pretražuje neuređenu listu na koju ukazuje pokazivač list i ukoliko postoji bar jedan čvor sa zadatim sadržajem x , vraća adresu prvog takvog čvora, a ako ne postoji, vraća nil .

$\text{SEARCH}(\text{list}, x)$

$p = \text{list}$

while $(p \neq \text{nil})$ and $(\text{info}(p) \neq x)$ **do**

$p = \text{next}(p)$

end_while

return p

Pretraživanje

- ▶ Ako je lista uređena (npr. neopadajuće) neuspešno pretraživanje se može proglasiti čim se dođe do prvog čvora sa većim sadržajem, a do tada se ne pronade zadati čvor

SEARCH-ORD(*list*, *x*)

p = *list*

while (*p* ≠ nil) and (*info*(*p*) < *x*) **do**

p = *next*(*p*)

end_while

if (*p* ≠ nil) and (*info*(*p*) > *x*) **then**

p = nil

end_if

return *p*

Ostale operacije

- ▶ Inverzija poretka čvorova u listi
- ▶ Povezivanje dve liste u jednu
- ▶ Nalaženje i-tog čvora
- ▶ Razbijanje jedne liste u dve liste
- ▶ Kopiranje
- ▶ Itd.

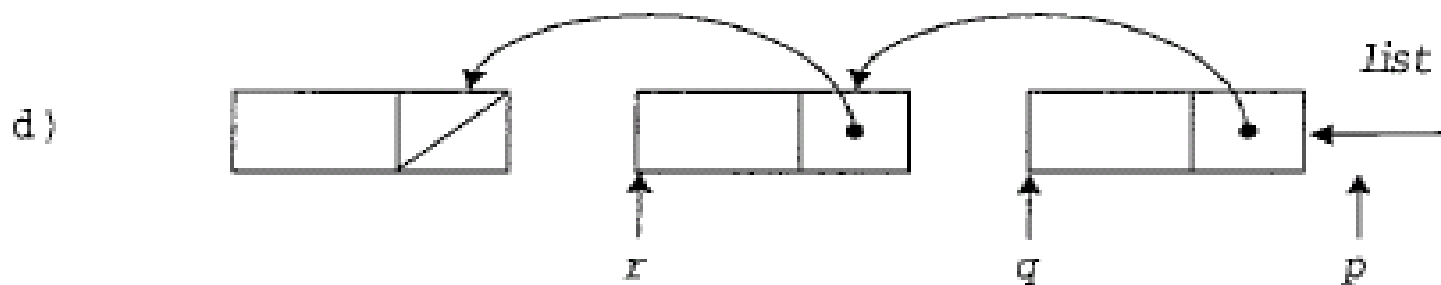
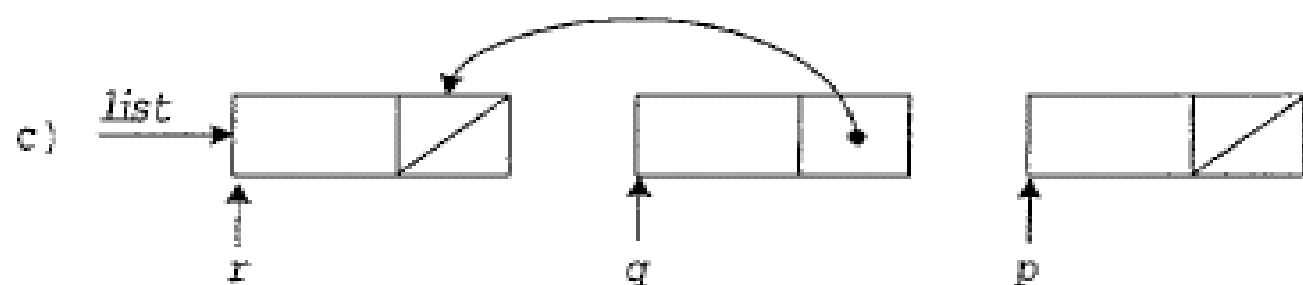
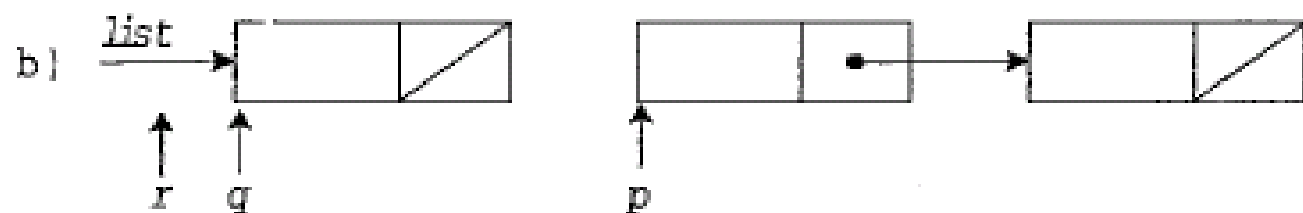
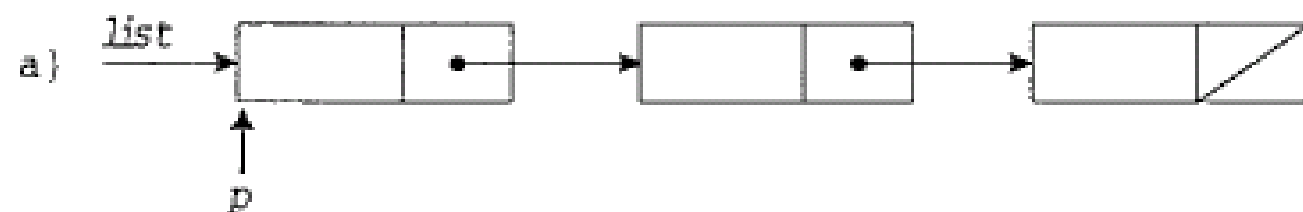
Ostale operacije

- ▶ INVERT(list) operacija obrće poredak čvorova u listi na čiji prvi čvor ukazuje pokazivač *list* tako da prvi čvor postaje poslednji, drugi pretposlednji, itd.
- ▶ Ova operacija koristi tri pokazivača koji se sukcesivno pomeraju od početka do kraja liste tako da **p** pokazuje na sledbenika čvora ukazanog sa **q** a **r** na prethodnika čvora ukazanog sa **q**.

Ostale operacije

- ▶ U svakoj iteraciji se polje pokazivača čvora ukazanog sa **q** prebaci sa sledbenika **p** na prethodnika **r** i sva tri tekuća pokazivača se pomere za po jedan čvor.

```
INVERT(list)  
p = list  
q = nil  
while (p ≠ nil) do  
    r = q  
    q = p  
    p = next(p)  
    next(q) = r  
end_while  
list = q
```



Ilustracija operacije inverzije poretka čvorova liste - izgled liste: a) pre početka operacije, b) posle prve, c) posle druge i d) posle treće iteracije

Ostale operacije (povezivanje 2 liste)

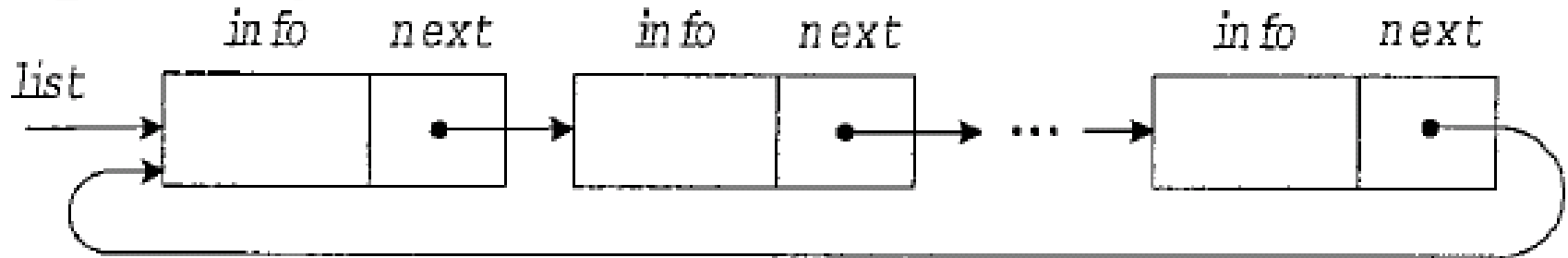
- ▶ Operacija **CONCATENATE**(list1, list2) nadovezije listu na koju pokazuje list2 na listu ukazanu sa list1.
- ▶ Prvo se ispituju specijalni slučajevi kad je jedna ili druga lista prazna
- ▶ Ako to nije slučaj, onda se dođe do kraja prve liste pa se napravi da poslednji čvor prve liste pokazuje na prvi čvor druge liste

```
CONCATENATE(list1, list2)  
if list1 = nil then  
    list1 = list2  
    return  
else if list2 = nil then  
    return  
end_if  
p = list1  
while (next(p) ≠ nil) do  
    p = next(p)  
end_while  
next(p) = list2
```

Operacije sa kružnim ulančanim listama

- ▶ Nedostatak jednostruke liste je mogućnost kretanja kroz listu samo u jednom smeru
- ▶ Od jednog čvora se ne može doći do bilo kojeg čvora u listi ispred njega
- ▶ Jedan način da se ovaj nedostatak otkloni a da se ne menja struktura čvora je da se lista pretvori u kružnu
- ▶ Umesto da poslednji čvor sadrži prazan pokazivač, on ukazuje na prvi čvor

Operacije sa kružnim ulančanim listama



Jednostruko ulančana kružna lista

- ▶ Analizom operacija se dolazi do zaključka da je kod kružne liste korisnije da *list* pokazuje na poslednji čvor liste
- ▶ Operacija umetanja iza čvora pokazanog pokazivačem *p* je slična kao i u nekružnoj listi

Operacije sa kružnim ulančanim listama

- ▶ Jedina razlika se javlja kada se ubacuje novi čvor iza poslednjeg čvora u listi na kojeg ukazuje spoljašnji pokazivač
- ▶ Tada novi čvor postaje poslednji, a spoljašnji pokazivač list treba da pokazuje na njega ($list=q$)

INSERT-AFTER-C(p, x)

$q = \text{GETNODE}$

$\text{info}(q) = x$

$\text{next}(q) = \text{next}(p)$

$\text{next}(p) = q$

if ($list = p$) **then**

$list = q$

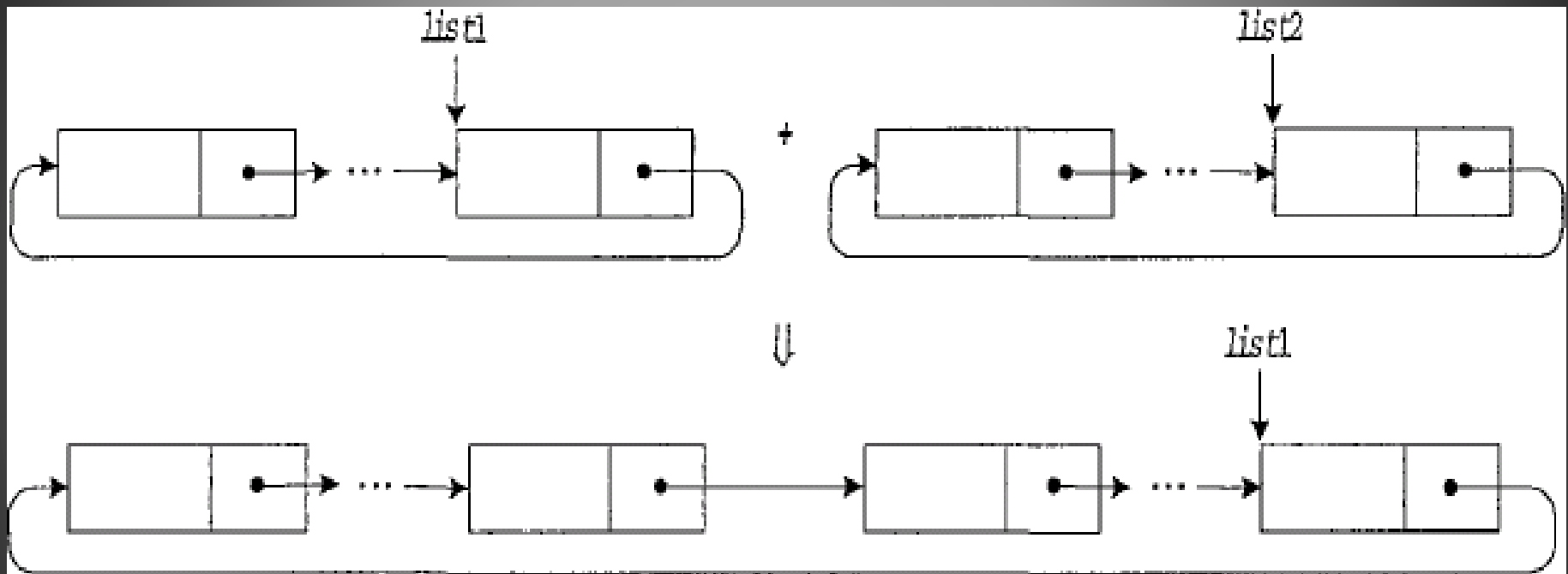
end_if

Operacije sa kružnim ulančanim listama

- ▶ Operacija spajanje dve liste `CONCATENATE(list1, list2)` sada, takođe ne zahteva prolazak do kraja prve liste pošto pokazivač *list1* ukazuje na poslednji čvor
- ▶ Na kraju pokazivač *list1* ukazuje na poslednji čvor objedinjene liste

```
CONCATENATE-C(list1, list2)  
if (list1 = nil) then  
    list1 = list2  
    return  
else if (list 2 = nil) then  
    return  
end_if  
p = next(list1)  
next(list1) = next(list2)  
next(list2) = p  
list1 = list2
```

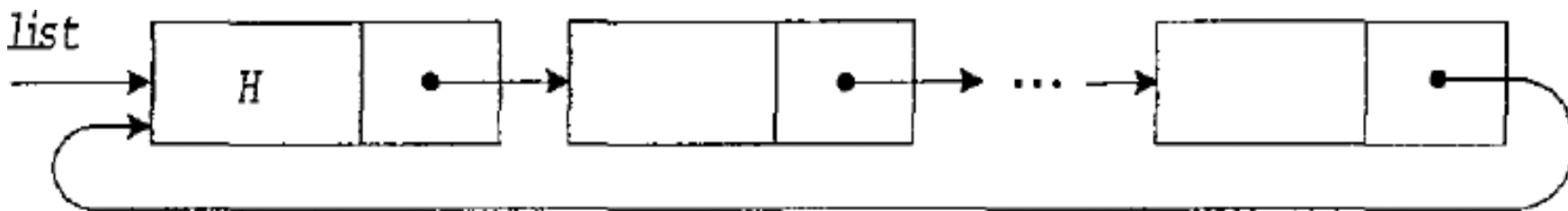
Spajanje dve kružne liste u jednu



Spajanje dve kružne liste u jednu

Kružna lista sa zaglavljem

- ▶ Kod pretraživanja kružne liste počevši od prvog čvora, pri neuspešnom pretraživanju dolazi do beskonačne petlje jer nema načina da se detektuje kraj liste.
- ▶ Zbog toga se, obično, na početak liste ubacuje poseban čvor koji se naziva **zaglavlje liste**



Kružna lista sa zaglavljem

- ▶ Ovaj čvor ukazuje na prvi čvor liste a razlikuje se od drugih po posebnoj vrednosti u polju info koja ne može biti validni sadržaj nekog čvora
- ▶ Drugi način je postavljanje posebne oznake koja govori da je čvor zaglavlje
- ▶ U tom slučaju se u polje info mogu smestiti i neke informacije o samoj listi, kao što je broj elemenata, itd.

Kružna lista sa zaglavljem

- ▶ Spoljašnji pokazivač *list* sad ukazuje na zaglavlje, pa je ubacivanje novog čvora na početak liste u operaciji INSERT-CH(*list*, *x*) malo drugačije

INSERT-CH(*list*, *x*)

p = GETNODE

info(*p*) = *x*

next(*p*) = *next*(*list*)

next(*list*) = *p*

- ▶ Kružna lista sa zaglavljem nikada ne može da bude prazna što pojednostavljuje određene operacije, jer nije potrebno detektovati poseban slučaj prazne liste.
- ▶ Kod liste bez ostalih čvorova je *next*(*list*)=*list*

Operacije sa dvostruko ulančanim listama

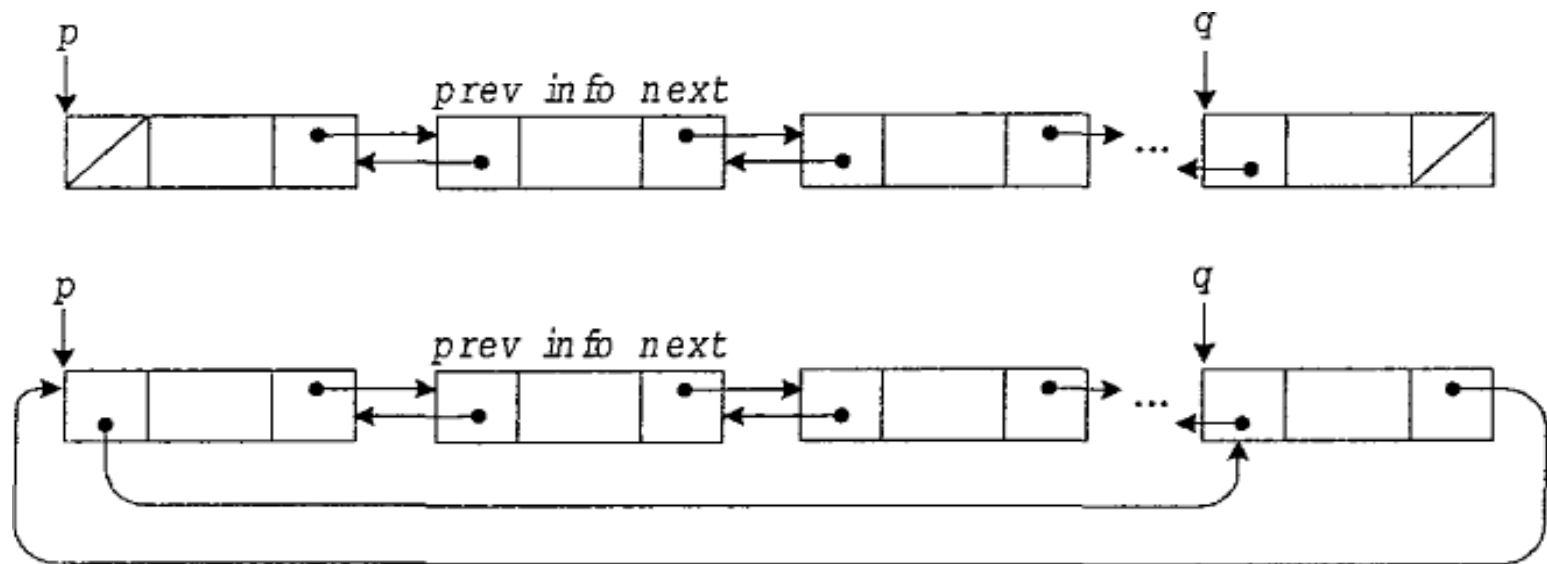
- ▶ Iako se u kružnoj listi od svakog čvora može doći do svakog drugog, prelazak može biti vrlo neefikasan
- ▶ Npr, ako treba od jednog čvora doći do njegovog prethodnika, mora se proći čitava lista
- ▶ Zato je korisno da svaki čvor, pored pokazivača na sledeći čvor sadrži i pokazivač na prethodni čvor.
- ▶ Ovakva lista je **dvostruko ulančana**

Operacije sa dvostruko ulančanim listama

- ▶ Kod dvostruko ulančane liste je jednako efikasno kretati se po listi u oba smera, što pokazuje sledeća jednakost (p pokazivač na neki čvor) :
 - ▶ **$next(prev(p))=p=prev(next(p))$**
- ▶ Ovakva lista, takođe, može da bude nekružna ili kružna, sa zaglavljem ili bez njega

Operacije sa dvostruko ulančanim listama

- ▶ Ako p ukazuje na prvi čvor a q na poslednji:
 - u nekružnoj listi je tada $prev(p)=next(q)=nil$
 - a u kružnoj $prev(p)=q$ i $next(q)=p$



Dvostruko ulančana lista: a) nekružna i b) kružna

Operacije sa dvostruko ulančanim listama

- ▶ Ako kružna lista ima i zaglavlje, onda je
prev(list)=q
next(list)=p
prev(p)=next(q)=list
- ▶ Kod kružne liste sa zaglavljem koja nema drugih čvorova oba pokazivača u zaglavlju ukazuju na samo zaglavlje
 - ▶ prev(list)=list=next(list)
- ▶ Sa dvostrukom listom su moguće sve ranije razmoterene operacije
- ▶ One su malo složenije jer treba ažurirati oba pokazivača

Operacije sa dvostruko ulančanim listama

- ▶ Neka je dvostruko ulančana lista kružna i neka ima zaglavlje.
- ▶ Tada se operacija umetanja novog čvora sa informacionim sadržajem x iza čvora ukazanog pokazivačem p , INSERT-AFTER- $D(p, X)$, realizuje

INSERT-AFTER-D(p, x)

$q = \text{GETNODE}$

$\text{info}(q) = x$

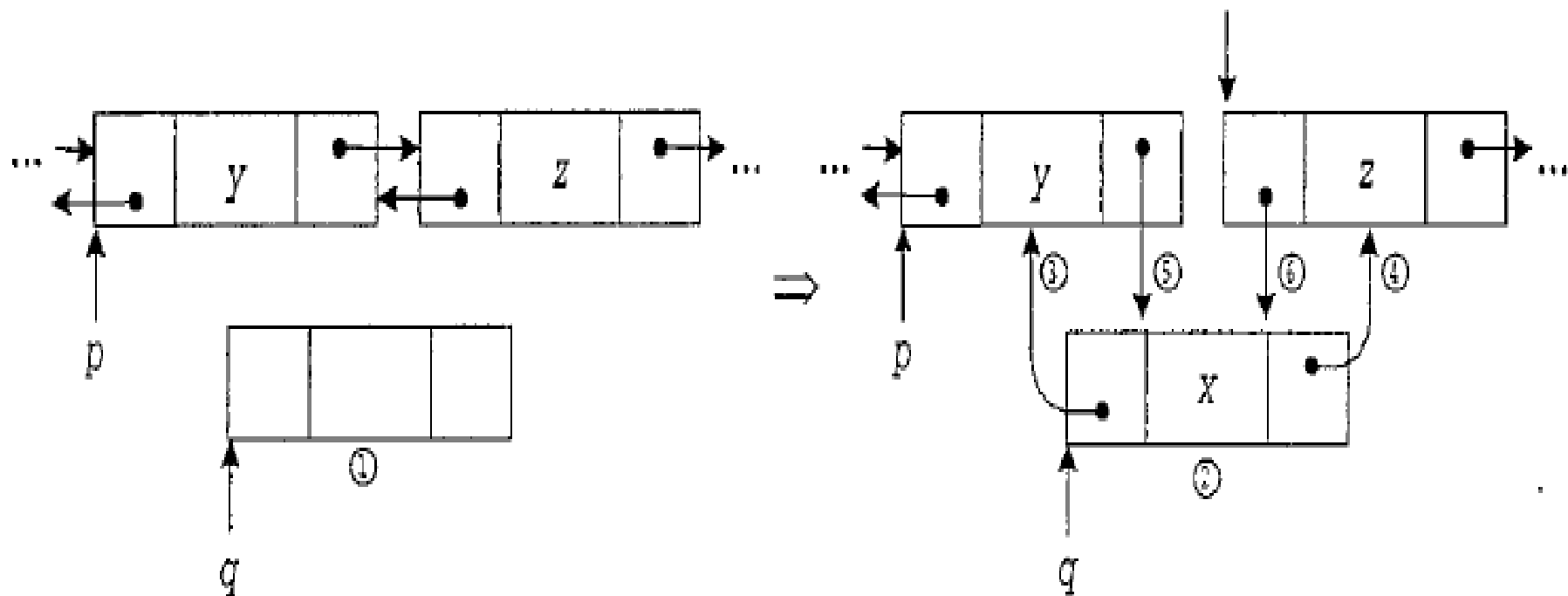
$r = \text{next}(p)$

$\text{prev}(q) = p$

$\text{next}(q) = r$

$\text{next}(p) = q$

$\text{prev}(r) = q$



Umetanje čvora u dvostruko ulančanu listu

Operacije sa dvostruko ulančanim listama

Brisanje

- ▶ Problem brisanja tekućeg čvora se efikasno rešava jer se direktno pristupa i prethodnom i sledećem čvoru pri povezivanju liste
- ▶ Pretpostavke o postojanju zaglavlja i kružnosti su bitne zbog pojednostavljenja operacije- ne mora se voditi računa o specijalnim slučajevima brisanja sa početka i kraja liste

DELETE-D(p)

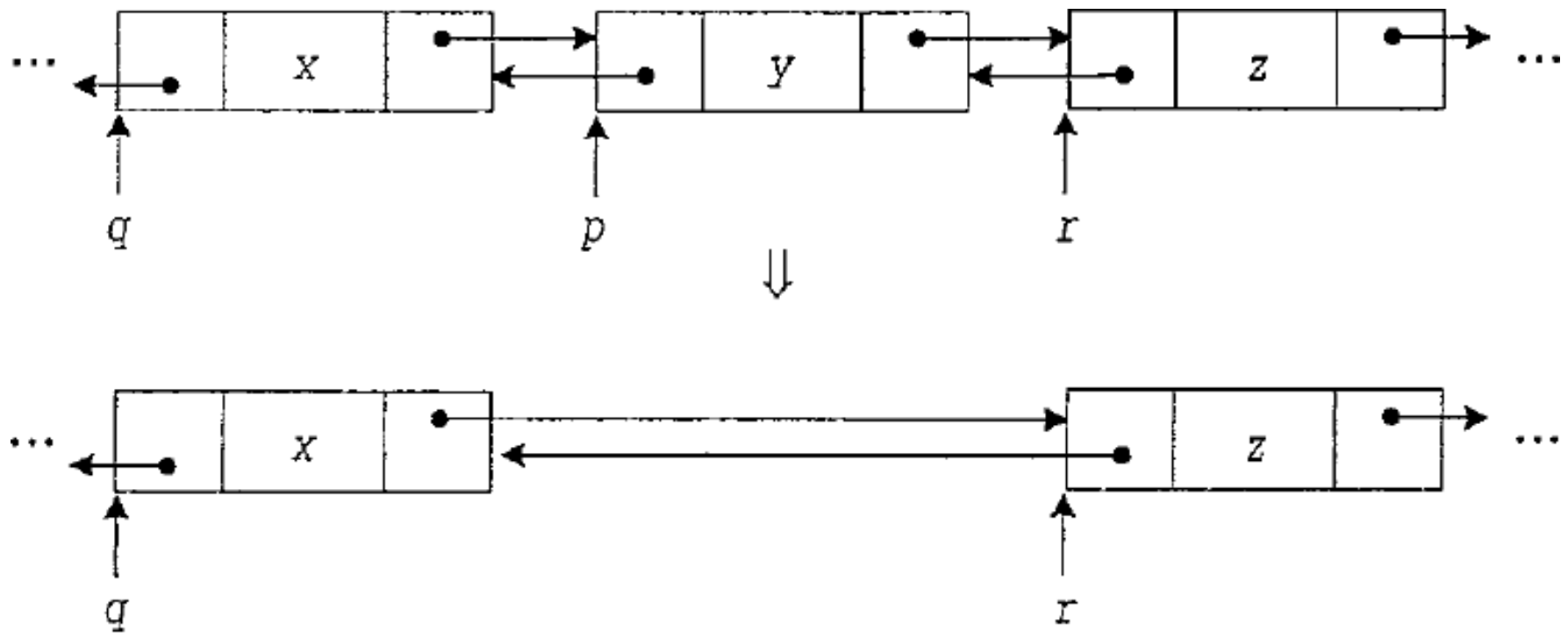
$q = prev(p)$

$r = next(p)$

$next(q) = r$

$prev(r) = q$

$FREENODE(p)$



Brisanje čvora iz dvostruko ulančane liste