

## Rekurzivni algoritmi

1. Izračunavanje stepena  $x^n, x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ .
2. Euklidov algoritam.
3. Fibonačijev niz brojeva.
4. Hanojske kule.
5. Rekurentne jednačine.
  - Linearne rekurentne jednačine.
  - Metod stabla rekurzije.
  - Opšti metod.

## Merge-sort i Quick-sort algoritmi

**Sortiranje spajanjem (Merge sort)** Ovaj algoritam koristi strategiju podeli pa vladaj za sortiranje niza brojeva. Početni poziv algoritma je Merge sort (X, 0, n-1).

Algoritam Merge sort (Sortiranje spajanjem)(X, l, r)

Ulaz: niz X i njegove granice l i r

Izlaz: sortirani niz X

```
{
if l < r
m = (l + r)/2
Merge_sort(X, l, m)
Merge_sort(X, m + 1, r)
Merge(X, l, m, r)
}
```

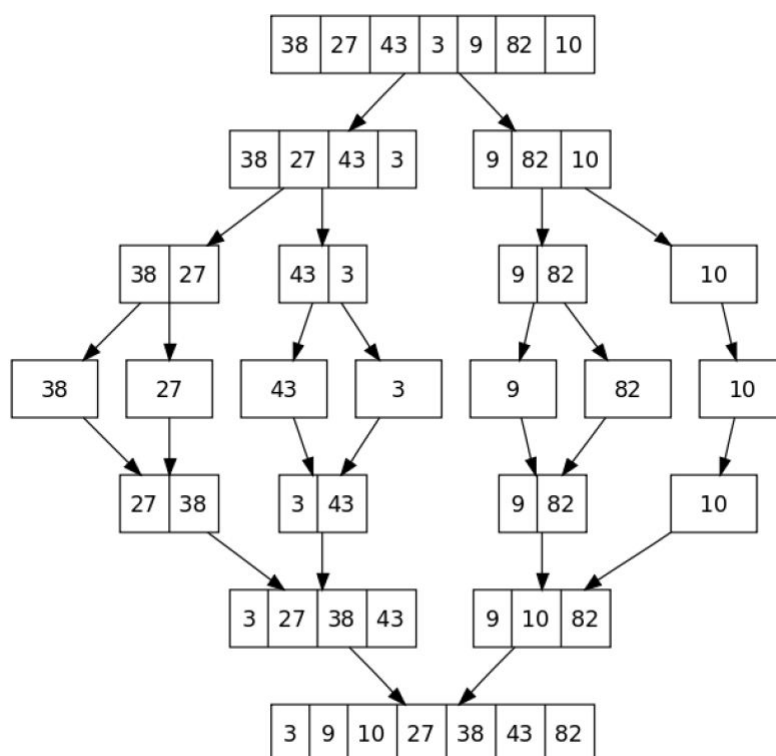
Algoritam Merge(X, l, m, r)

Ulaz: niz X i granice sortiranih podnizova koje treba spojiti: l, m i m + 1, r

Izlaz: sortirani niz X

```
{
iskopiraj X[l..m] na pozicije l..m niza Y
i = l, j = m+1, k = l
while i <= m && j <= r,
X[k++] = (Y[i] < X[j]) ? Y[i++] : X[j++]
// Ulazi se u samo jednu od naredne 2 petlje
while i <= m,
X[k++] = Y[i++]
while j <= r,
X[k++] = X[j++]
}
```

1. Sortirati spajanjem niz brojeva 38, 27, 43, 3, 9, 82, 10.



2. Sortirati spajanjem niz brojeva 11, 4, 14, 3, 9, 10, 2, 12, 1, 15, 7, 6, 5, 13.

11 4 14 3 9 10 2 12 1 15 7 6 5 13

11 4 14 3 9 10 2                      12 1 15 7 6 5 13

11 4 14 3                      9 10 2                      12 1 15 7                      6 5 13

11 4                      14 3                      9 10                      2                      12 1                      15 7                      6 5                      13

11      4                      14                      3                      9                      10                      2                      12                      1                      15                      7                      6                      5                      13

4 11                      3 14                      9 10                      2                      1 12                      7 15                      5 6                      13

3 4 11 14                      2 9 10                      1 7 12 15                      5 6 13

2 3 4 9 10 11 14                      1 5 6 7 12 13 15

1 2 3 4 5 6 7 9 10 11 12 13 14 15

## Algoritam Quick-sort

Algoritam Razdvajanje (X, Levi, Desni)

Ulaz: X (niz), Levi (leva granica niza), Desni (desna granica niza)

Izlaz: indeks S takav da je  $X[i] \leq X[S]$  za sve  $i \leq S$  i  $X[j] > X[S]$  za sve  $j > S$

```
{
pivot = X[Levi];
L = Levi; D = Desni;
while L < D
{
while X[L] <= pivot && L <= Desni
L = L + 1;
if L > Desni
L = Desni;
while X[D] > pivot && D >= Levi
D = D - 1;
if L < D
zameni X[L], X[D];
}
S = D;
zameni X[Levi];X[S];
return S;
}
```

Algoritam Q Sort (X, Levi, Desni)

Ulaz: X, leva i desna granica dela niza koji se sortira

Izlaz: sortirani deo niza X

```
{
if Levi < Desni
{
S = Razdvajanje(X; Levi;Desni);
Q_sort(X; Levi; S - 1);
Q_sort(X; S + 1;Desni);
}
}
```

Algoritam Q\_sort(X, n)

Ulaz: X (niz od n brojeva)

Izlaz: sortirani niz X

```
{
Q_sort(X, 1, n);
}
```

**1.** Algoritmom Quick-sort prikazati postupak sortiranja brojeva 8, 11, 5, 14, 3, 9, 10, 2, 12, 1, 15, 7, 6, 4, 13.

Rešenje: (pivoti su podebljano označeni)

<b>8</b>	11	5	14	3	9	10	2	12	1	15	7	6	4	13	
<b>8</b>	4	5	14	3	9	10	2	12	1	15	7	6	11	13	(zamenjeni 11 i 4)
<b>8</b>	4	5	6	3	9	10	2	12	1	15	7	14	11	13	(zamenjeni 14 i 6)
<b>8</b>	4	5	6	3	7	10	2	12	1	15	9	14	11	13	(zamenjeni 9 i 7)
<b>8</b>	4	5	6	3	7	1	2	12	10	15	9	14	11	13	(zamenjeni 10 i 1; L pokazuje na br. 12, D na br. 2)
2	4	5	6	3	7	1	<b>8</b>	12	10	15	9	14	11	13	(zamenjeni 8 i 2)
<b>2</b>	4	5	6	3	7	1									(bira se pivot za prvu polovinu niza - do broja 8)
<b>2</b>	1	5	6	3	7	4									(zamenjeni 4 i 1; L pokazuje na br. 5, D na br. 1)
1	<b>2</b>	5	6	3	7	4									(zamenjeni 2 i 1)
		<b>5</b>	6	3	7	4									(bira se pivot za podniz od 5 do 4)
		<b>5</b>	4	3	7	6									(zamenjeni 6 i 4)
		3	4	<b>5</b>	7	6									(zamenjeni 5 i 3)
				<b>7</b>	6										(bira se pivot za podniz 7, 6)
				6	<b>7</b>										(zamenjeni 7 i 6)
						<b>12</b>	10	15	9	14	11	13			(bira se pivot za podniz 12,...,13)
						<b>12</b>	10	11	9	14	15	13			(zamenjeni 15 i 11)
						9	10	11	<b>12</b>	14	15	13			(zamenjeni 12 i 9)
						<b>9</b>	10	11							(bira se pivot za podniz 9, 10, 11, nema promena)
										<b>14</b>	15	13			(bira se pivot za podniz 14, 15, 13)
										<b>14</b>	13	15			(zamenjeni 15 i 13)
										13	<b>14</b>	15			(zamenjeni 14 i 13)

Prepisivanjem zadnjeg broja u svakoj koloni dobija se sortirani niz.