



ALGORITMI I STRUKTURE PODATAKA

RAČUNSKE VEŽBE – TERMIN BR. 13 – HASH TABELE

ALDINA AVDIĆ, DIPL. INŽ. – apl.jaskovic@np.ac.rs

RAČUNARSKA TEHNIKA, SOFTVERSKO INŽENJERSTVO, INFORMATIKA I MATEMATIKA

Hash (eng.): potiče od francuskog glagola *hacher* (seckati);

(neformalno) nered

(kulinarstvo) mešavina fino seckanih namirnica

Heširanje: tehnika kojom se vrši preslikavanje skupa ključeva na tabelu značajno manjih dimenzija

Cilj heširanja: ostvariti efikasan pristup (pretraga, umetanje, brisanje) ključevima smeštenih u tabelu, uz malu cenu režije

- × Preslikavanje se vrši primenom **heš funkcije** nad ključevima.
- × Heš funkcija kao rezultat vraća redni broj ulaza (matičnu adresu) u tabeli gde treba smestiti ključ
- × Problem: više ključeva ima istu matičnu adresu - **kolizija**.
Takvi ključevi se nazivaju **sinonimima**
- × Rešenja:
 1. primeniti **savršenu heš funkciju** koja garantuje da nema kolizije
(nije jednostavna za određivanje, ključevi moraju biti unapred poznati
i postoji samo ako je hash tabela veća ili jednaka skupu ključeva)
 2. primeniti neku od tehnika za razrešavanje kolizije
 - otvoreno adresiranje
 - ulančavanje

4 Zadatak 1

- × Podaci se smeštaju u heš tabelu sa 9 ulaza primenom metode
- × otvorenog adresiranja sa dvostrukim heširanjem.
- × Primarna heš funkcija je $h_p(K) = K \bmod 9$,
- × a sekundarna heš funkcija je $h_s(K) = 4 + (K \bmod 2)$.
- × Prikazati popunjavanje tabele ako redom dolaze ključevi
- × 38, 28, 33, 20, 23, 39.

Zadatak 1

– Rešenje

×Metoda otvorenog adresiranja: dozvoliti da se ključ smesti u lokaciju koja nije njegova matična adresa.

×Kada se konstatuje kolizija na matičnoj adresi, generiše se niz adresa (**ispitni niz**), od kojih se prva prazna koristi za smeštanje ključa.

×Metode generisanja niza adresa:

- × linearno pretraživanje
- × kvadratno pretraživanje
- × dvostruko heširanje

×Uopšteno: $h_{i+1}(K) = (h_i(K) + g(K)) \bmod n$

Zadatak 1 - Rešenje

6

38, 28, 33, 20, 23, 39

$$h_p(K) = K \bmod 9$$

$$h_s(K) = 4 + (K \bmod 2)$$

$(38 \bmod 9) = 2$ - ulaz je slobodan

$(28 \bmod 9) = 1$ - ulaz je slobodan

$(33 \bmod 9) = 6$ - ulaz je slobodan

$(20 \bmod 9) = 2$ - ulaz nije slobodan

$(2 + 4 + 20 \bmod 2) \bmod 9 = 6$ - ulaz nije slobodan

$(6 + 4 + 20 \bmod 2) \bmod 9 = 1$ - ulaz nije slobodan

$(1 + 4 + 20 \bmod 2) \bmod 9 = 5$ - ulaz je slobodan

$(23 \bmod 9) = 5$ - ulaz nije slobodan

$(5 + 4 + 23 \bmod 2) \bmod 9 = 1$ - ulaz nije slobodan

$(1 + 4 + 23 \bmod 2) \bmod 9 = 6$ - ulaz nije slobodan

$(6 + 4 + 23 \bmod 2) \bmod 9 = 2$ - ulaz nije slobodan

$(2 + 4 + 23 \bmod 2) \bmod 9 = 7$ - ulaz je slobodan

$(39 \bmod 9) = 3$ - ulaz je slobodan

0	
1	28
2	38
3	39
4	
5	20
6	33
7	23
8	

Zadatak 1 – Rešenje

38, 28, 33, 20, 23, 39

$$h_p(K) = K \bmod 9$$

$$h_s(K) = 4 + (K \bmod 2)$$

Ispitni nizovi:

K parno K neparno

0 0

4 5

8 1

3 6

7 2

2 7

6 3

1 8

5 4

0...

0...

0	
1	28
2	38
3	39
4	
5	20
6	33
7	23
8	

Zadatak 2

- × Podaci se smeštaju u heš tabelu sa 7 ulaza primenom metode
- × otvorenog adresiranja sa dvostrukim heširanjem.
- × Primarna heš funkcija je $h_p(K) = K \bmod 7$,
- × a sekundarna heš funkcija je $h_s(K) = 2 + (K \bmod 3)$.
- × Prikazati popunjavanje tabele ako redom dolaze ključevi
- × 18, 23, 4, 13 i 8.

Zadatak 2 - Rešenje

9

18, 23, 4, 13 i 8

$$h_p(K) = K \bmod 7$$

$$h_s(K) = 2 + (K \bmod 3)$$

$(18 \bmod 7) = 4$ - ulaz je slobodan

$(23 \bmod 7) = 2$ - ulaz je slobodan

$(4 \bmod 7) = 4$ - ulaz nije slobodan

$(4 + 2 + 4 \bmod 3) \bmod 7 = 0$ - ulaz je slobodan

$(13 \bmod 7) = 6$ - ulaz je slobodan

$(8 \bmod 7) = 1$ - ulaz je slobodan

0	4
1	8
2	23
3	
4	18
5	
6	13

Zadatak 2 - Rešenje

10

Ispitni

nizovi:

$K \% 3 = 0$

$K \% 3 = 1$

$K \% 3 = 2$

0
0
4
4
1
6
5
1
2
3
6
5
3
0...
0...

0
2
2
4
6
1
3
5
0...

0
3
6
2
5
1
4
0...

0	4
1	8
2	23
3	
4	18
5	
6	13

Zadatak 3 - Za samostalnu vežbu

Podaci se smeštaju u heš tabelu sa 7 ulaza primenom metode otvorenog adresiranja sa dvostrukim heširanjem.

Primarna heš funkcija je $h_p(K) = K \bmod 7$,
a sekundarna heš funkcija je $h_s(K) = 2 + (K \bmod 3)$.

a) Prikazati popunjavanje tabele ako redom dolaze ključevi
45, 35, 17, 25, 18.

Zadatak 3 - Rešenje

45, 35, 17, 25, 18

$$h_p(K) = K \bmod 7$$

$$h_s(K) = 2 + (K \bmod 3)$$

Ispitni nizovi:

 $K \% 3 = 0$ $K \% 3 = 1$ $K \% 3 = 2$

0 0 0

2 3 4

4 6 1

6 2 5

1 5 2

3 1 6

5 4 3

0 0 0

0	35
1	18
2	
3	45
4	17
5	
6	25

Zadatak 4

✗ Ključevi se smeštaju u heš tabelu sa 10 ulaza primenom metode **objedinjenog ulančavanja**.
Heš funkcija je $h_1(K) = K \bmod 10$.

✗ Prikazati popunjavanje tabele ako redom dolaze ključevi

✗ 42, 9, 25, 62, 88, 50, 19 i 78.

Zadatak 4 – Rešenje

Razrešenje kolizije ulančavanjem ključeva

Odvojeno ulančavanje

- ulaz tabele sadrži pokazivač na ulančanu listu umetnutih sinonima
- koristi se posebno alocirana memorija (veliko rasipanje za malu popunjenost tabele)

Objedinjeno ulančavanje

- svaki ulaz tabele sadrži indeks sledećeg ključa u sekvenci
- koristi memoriju alociranu za tabelu
- efikasnije iskorišćenje memorije za malu popunjenost tabele

Zadatak 4 - Rešenje

15

Pseudo-kod algoritma za pretraživanje/umetanje ključa

SEARCH-INSERT-CH(T, K)

$i = h(K)$

while ($T[i].key \neq K$) and ($T[i].next \neq -1$) **do**

$i = T[i].next$

end_while

if ($T[i].key = K$) **then return** i **end_if**

if ($T[i].key = empty$) **then** $j = i$

else

while ($T[free].key \neq empty$) **do**

$free = free - 1$

if ($free < 0$) **then** ERROR(Tabela puna)

end_if

end_while

$j = free$

$T[i].next = free$

end_if

$T[j].key = K$

return j

U početnom stanju u svim ulazima polje ključa ima vrednost *empty*, a polje *next* je -1, što je analogno praznom pokazivaču

U početnom stanju se *free* postavlja na poslednju lokaciju u tabeli, iza koje sigurno nema praznih ulaza.

Pri brisanju ključa vrši se njegovo

Izlančavanje Iz liste, a polje *key* se postavlja na vrednost *empty*.

Ukoliko

je njegov indeks iza trenutne vrednosti pokazivača *free*, *free* će dobiti vrednost indeksa u

tabeli oslobođenog ključa.

Zadatak 4 – Rešenje

42, 9, 25, 62, 88, 50, 19 i 78

16

Insert 42: $42 \bmod 10 = 2$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
empty	empty	42	empty	empty	empty	empty	empty	empty	empty
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

free

Insert 9: $9 \bmod 10 = 9$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
empty	empty	42	empty	empty	empty	empty	empty	empty	9
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

free

Insert 25: $25 \bmod 10 = 5$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
empty	empty	42	empty	empty	25	empty	empty	empty	9
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

free

Zadatak 4 - Rešenje

42, 9, 25, 62, 88, 50, 19 i 78

17

Insert 62: $62 \bmod 10 = 2$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
empty	empty	42	empty	empty	25	empty	empty	62	9
-1	-1	-1 8	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
								free	free

Insert 88: $88 \bmod 10 = 8$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
empty	empty	42	empty	empty	25	empty	88	62	9
-1	-1	8	-1	-1	-1	-1	-1	7	-1
								free	

Insert 50: $50 \bmod 10 = 0$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	empty	42	empty	empty	25	empty	88	62	9
-1	-1	8	-1	-1	-1	-1	-1	7	-1
								free	

Zadatak 4 - Rešenje

42, 9, 25, 62, 88, 50, 19 i 78

18

Insert 19: $19 \bmod 10 = 9$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	empty	42	empty	empty	25	19	88	62	9
-1	-1	8	-1	-1	-1	-1	-1	7	6

free

Insert 78: $78 \bmod 10 = 8$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	empty	42	empty	78	25	19	88	62	9
-1	-1	8	-1	-1	-1	-1	4	7	6

free

Zadatak 5

- × Podaci se smeštaju u heš tabelu sa 10 ulaza.
- × Primarna heš funkcija je $h_1(K) = K \bmod 10$.
- × Prikazati punjenje tabele ako redom dolaze ključevi
- × 8, 29, 52, 13, 89, 23, 50 i 44
- × u slučajevima primene sledećih metoda:
 - × linearno pretraživanje
 - × dvostruko heširanje
sa sekundarnom heš funkcijom $h_2(K) = 2 + (K \bmod 2)$
 - × odvojeno ulančavanje
 - × objedinjeno ulančavanje.

Zadatak 5 – Rešenje

20

Linearno
pretraživanje

0	89
1	50
2	52
3	13
4	23
5	44
6	
7	
8	8
9	29

Dvostruko
heširanje

50
52
13
44
89
23
8
29

Odvojeno
ulančavanje

50
52
13 → 23
44
8
29 → 89

$$h_1(K) = K \bmod 10$$

$$h_2(K) = 2 + (K \bmod 2)$$

Objedinjeno
ulančavanje

50	-1
	-1
52	-1
13	-1 6
44	-1
	-1
23	-1
89	-1
8	-1
29	-1 7

free

Test

1. Šta je heširanje?
2. Šta je hash funkcija?
3. Šta znači primarna, a šta sekundarna hash funkcija?
4. Koliko vrsta heširanja postoji i naborajti ih?
5. Kako se vrši heširanje pomoću ulančane liste?
6. Šta je dvostruko heširanje?
7. Šta je linearno heširanje?
8. Koje su osobine dobre hash funkcije.
9. Dati niz 6, 17, 8, 34, 1, 12, 9 heširati na sva 4 načina. Tabela je dužine 11, a primarnu i sekundarnu funkciju izabrati samostalno.
10. Za prethodni zadatak, koje se heširanje pokazalo kao najbolje i zbog čega?

Test

- × Test poslati do 01.06.2020. u 14h na mejl apl.jaskovic@np.ac.rs prema uputstvima sa sajta univerziteta



Kraj ve**ž**bi ;)