
Algebra Examenskurs Übungsblatt 4

Thema: Ringtheorie II (§2.4 – §2.6)

1 Aufwärmübungen

Aufgabe 1.1. Sei R ein Hauptidealring, und seien I, J zwei von null verschiedene Ideale in R . Zeigen Sie, dass

$$I \cdot J = I + J \Leftrightarrow I + J = R$$

gilt.

Aufgabe 1.2. (i) Zeigen Sie, dass $x^{10} + x^9 + x^8 + \cdots + x + 1$ irreduzible in $\mathbb{Q}[x]$ ist.

(ii) Ist $x^{11} + x^{10} + x^9 + \cdots + x + 1$ irreduzible über \mathbb{Q} ?

2 Aufgaben

Aufgabe 2.1 (F13-T3-A3). Beweisen Sie, dass jeder endliche Integritätsbereich ein Körper ist.

Aufgabe 2.2 (F15-T2-A3). Sei p eine Primzahl und $a \in \mathbb{Z}$ keine p -te Potenz in \mathbb{Z} . Man zeige, dass das Polynom $x^p - a$ über \mathbb{Q} irreduzibel ist.

Viel Erfolg!