

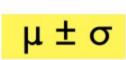
Chebychev Teoremi

Herhangi bir veri setinde, verilerin ortalamadan K standart sapma uzakta bulunma oranı 1-1/K² dır. Burada K, birden büyük pozitif sayıdır.

At least 1 - \frac{1}{k^2} \ of the values

K=2 ve K=3 için;

- •Verilerin en az 3/4' ü (%75) ortalamanın 2 standart sapma uzağında bulunur.
- •Verilerin en az 8/9' u (%89) ortalamanın 3 standart sapma uzağında bulunur.



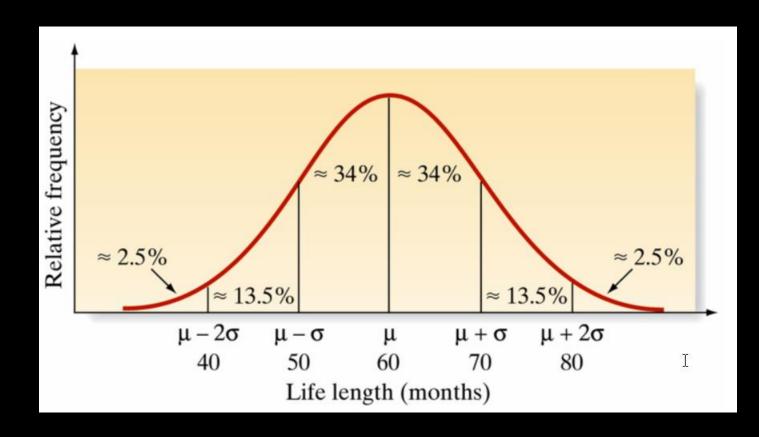


100[1-(1/k²)]%

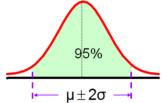
μ-kσ

lie in the shaded area

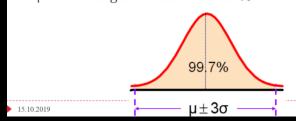
 $\mu + k\sigma$



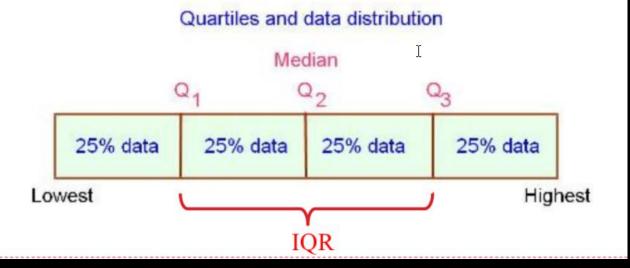




 $\hfill\Box$ $\mu \pm 3\sigma$ aralığında tüm verilerin %99.7'si yer alır.



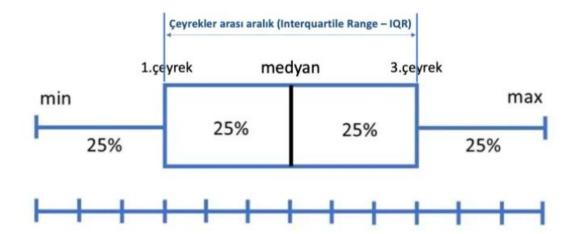
A *quartile* divides a *sorted* data set into 4 equal parts, so that each part represents ¼ of the data set



Kutu grafiği (Box Plot)

Bir kutu grafiği (Boxplot), veri çeyreklerini (veya yüzdelikleri) ve ortalamaları görüntüleyerek sayısal verilerin ve değişkenliğin görsel olarak dağılımını göstermek için kullanılır. Veri analizinde sıklıkla kullanılan bir grafik türüdür.

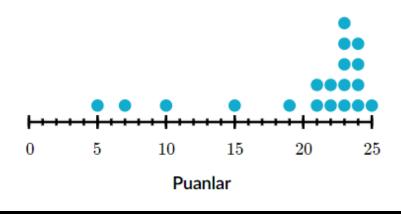
Aşağıdaki görüntü, mükemmel bir normal dağılım olan verileri temsil eder ve çoğu kutu grafiğinin bu simetriye uymaz.

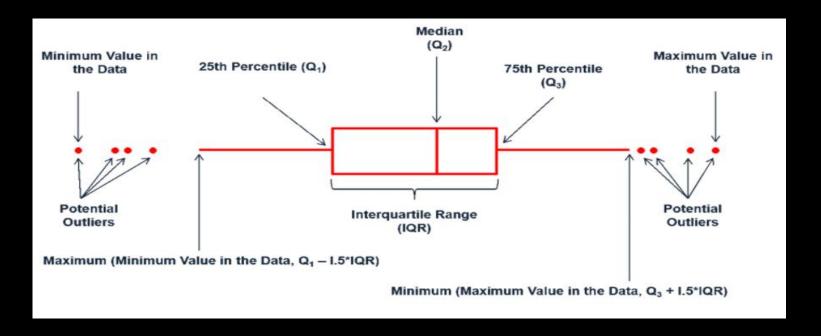


KUTU GRAFİĞİ (BOXPLOT) NEREDE VE NASIL KULLANILIR?

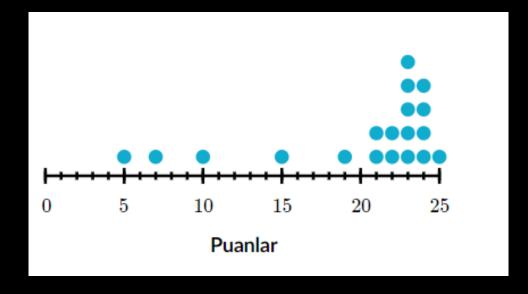
- Kutu grafiği, verilerdeki değerlerin nasıl yayıldığının iyi bir göstergesidir. Kutu grafikleri bir histograma göre ilkel gibi görünse de, birçok grup veya veri kümesi arasındaki dağılımları karşılaştırırken yararlıdır.
- Kutu ne kadar uzun olursa veri o kadar dağılmış olur. Kutu ne kadar küçük olursa veri o kadar az dağılmış olur.

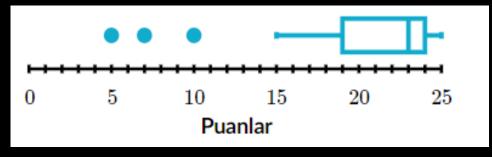
Aşağıdaki dağılım, 19 aday için bir sürücü sınavının puanlarını gösterir. Kaç aykırı değer görüyorsunuz?





Yaygın kullanılan bir kural, eğer bir veri noktası $1, 5 \cdot \text{ÇA}$ üçüncü çeyreğin üstündeyse veya birinci çeyreğin altındaysa, bu veri noktasının bir aykırı değer olduğunu söyler. Farklı şekilde söylersek, düşük aykırı değerler $\text{Ç}_1 - 1, 5 \cdot \text{ÇA'}$ nın altındadır ve yüksek aykırı değerler $\text{Ç}_3 + 1, 5 \cdot \text{ÇA'}$ nın üstündedir.





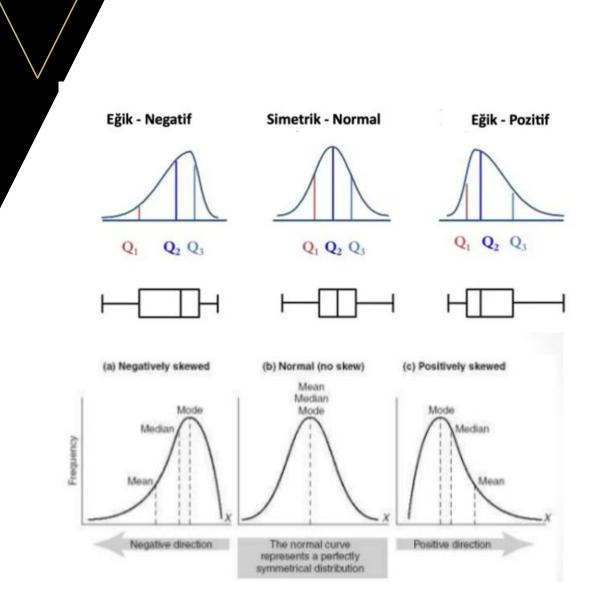
1- Simetrik – Normal:

Bir sürecin, normal dağılıma uygun olması verilerin ortalama etrafında homojen dağıldığını gösterir.

2-Eğik – Pozitif:

Verileriniz alt limite yakın. Bu verilerin, üretilen bir ürünün bir ölçüsü olduğunu kabul edelim. 100 cm nominal değer beklentisi olan bir ölçü var. 0,1 cm de toleransınız olsun. Yani 99 – 101 cm aralığında ürettiğiniz her ürün kabul edilecektir. Ancak yapılan ölçümler sonucu toplanan veriler çoğunlukla 99 cm ve ona yakın değerler (99,4; 99,5; v.b.) çıkıyorsa üretim prosesiniz alt limite yakın üretim yapıyor demektir. İlerleyen dönemde 3-Eğik – Negatif:

Verilerinizin üst limite yakın olması demektir. prosesinizin kontrol dışına çıkıp belirtilen alt lin değerin



Standartlaştırma (z-skoru)

- Standartlaştırma
 Her bir değişken
 değerinden, ortalamanın farkının alınması ve elde
 edilen farkın standart sapmaya bölünmesidir.
- Böylece ham veriler standart verilere dönüştürülerek,ölçü birimi farklılığı ortadan kaldırılmış olur.

$$z=rac{x_i-\mu}{\sigma}$$

Z-skoru

- z-skoru veri setindeki gözlemlerin ortalamaya olan uzaklıklarını gösteren bir ölçüdür.
- z-skor positif ya da negatif olabilir.
- Bir diğer ifade ile; istatistikte, bir gözlemin z-skoru (veya standart skor), popülasyon ortalamasının üstünde veya altında standart sapma sayısıdır.
- Yine bir başka ifade ile, Z skoru yardımıyla elinizde bulunan örnek kümedeki sayısal verilerin, ortalamanın ne kadar altında ya da üstünde olduğunu görebilirsiniz.
- Bir z-skoru hesaplamak için popülasyon (hesaplanamıyor ise örneklemin) ortalamasını ve popülasyon standart sapmasını bilmelisiniz.

 Birbirinden farklı ölçü birimlerinin karşılaştırılmasında kullanılır.

 Z-score bütün veri yığınlarındaki birimlerin, ortak bir birim aralığına yığılmasını sağlar

$$z=rac{x_i-\mu}{\sigma}$$

Formülde yer alan x(i) bizim gözlem değerimizdir.

Aşağıdakilere benzer soruları cevaplamak için bir z-puan görselleştirme oluşturabilirsiniz:

- Değerlerin yüzde kaçı belirli bir değerin altına düşüyor?
- Hangi değerler olağanüstü sayılabilir? Örneğin, bir IQ testinde hangi puanlar ilk yüzde beşi temsil ediyor?
- Bir dağıtımın diğerine karşı göreceli toplamı nedir? Örneğin, Michael ortalama bir erkekten daha uzun ve Emily ortalama bir kadın daha uzun, ancak cinsiyetleri arasında nispeten daha uzun kim?

Örnek

- Ayşe analiz arasınavından 80, istatistik arasınavından ise
 68 almıştır.
- Analiz sınavında sınıf ortalaması 83, standart sapma ise 10'dur.
- İstatistik sınavında sınıf ortalaması 62, standart sapma ise 6'dır.
- Buna göre Ayşe hangi sınavda daha yüksek performans göstermiştir?

İpucu:

- Negatif bir z skoru, incelenen veri ortalamadan az demektir.
- Pozitif bir z skoru, incelenen veri ortalamadan çok demektir.

Çözüm

$$Z_A = (80-83)/10 = -0.3$$

$$Z_i = (68-62)/6 = 1$$

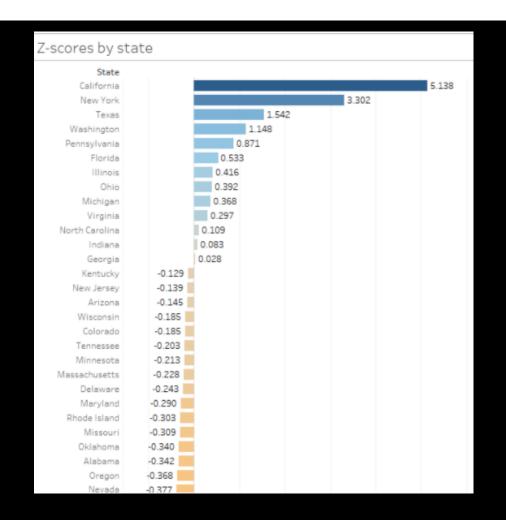
 Ayşe sınıf arkadaşlarına göre istatistik sınavında daha başarılı olmuştur. Örneğin ; Bir matematik sınav sonuçlarının olduğu veri setimiz olduğunu düşünelim. Bu sınav sonucunda ortalamanın (μ) 60 olduğu ve standart sapmanın (σ) ise 10 olduğu tespit edilmiştir. Eğer 49 ve altında puan alan oranını bulmak istersek standardizasyon işlemi sonrası z-puan tablosunu kullanabiliriz.

$$Z = \frac{49 - 60}{10} = -1.1$$

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379

z puanımız standardizasyon işlemi sonucunda -1.1 olarak bulundu. z -puan tablosuna bakıldığında toplam popülasyonun %13.57'sinin 49 ve daha altında puan aldığı tespit edilmiştir.

Genel bir kural olarak, -1.96'dan düşük veya 1.96'dan daha yüksek olan z-skorları alışılmadık ve ilginç olarak değerlendirilir. Yani, bunlar istatistiksel açıdan belirgin aykırı değerlerdir.



California ve New York'un ikisinin de z skorları 1,96'dan büyüktür.

Buradan Kaliforniya ve New York'un

diğer eyaletlere kıyasla çok daha yüksek ortalama satışlar elde ettiğine karar verebilirsiniz.

