

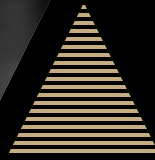
VERİ BİLİMİ İÇİN TEMEL İSTATİSTİK

hafta-7

CEMİLE YILDIZÇAKAR

26.01.2021





İçindekiler

- Rassal Değişkenler
- Kesikli Rassal Değişkenlerin Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

Rassal Değişkenler (Random Variable)

- Rassal değişkenin temelinde rastgele gerçekleşen olaylar yer alır.
- Bir deney ya da gözlemin şansa bağlı sonucu bir değişkenin aldığı değer olarak düşünülür ise, olasılık ve istatistikte böyle bir değişkene rassal değişken adı verilir.

▣ Para atışı: $\{Y, T\}$



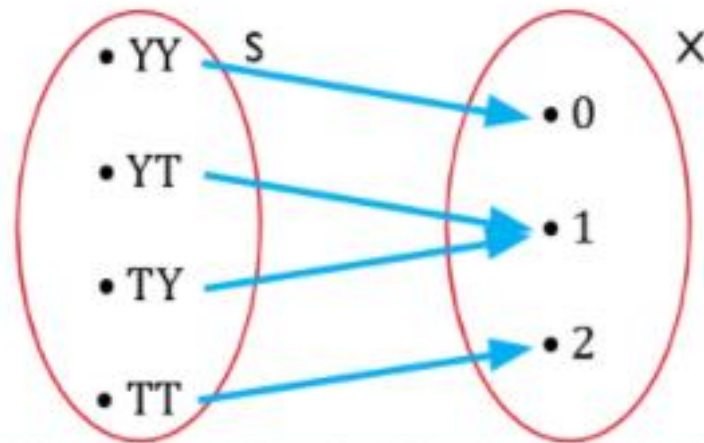
▣ İki para atışı : $\{YY, YT, TY, TT\}$



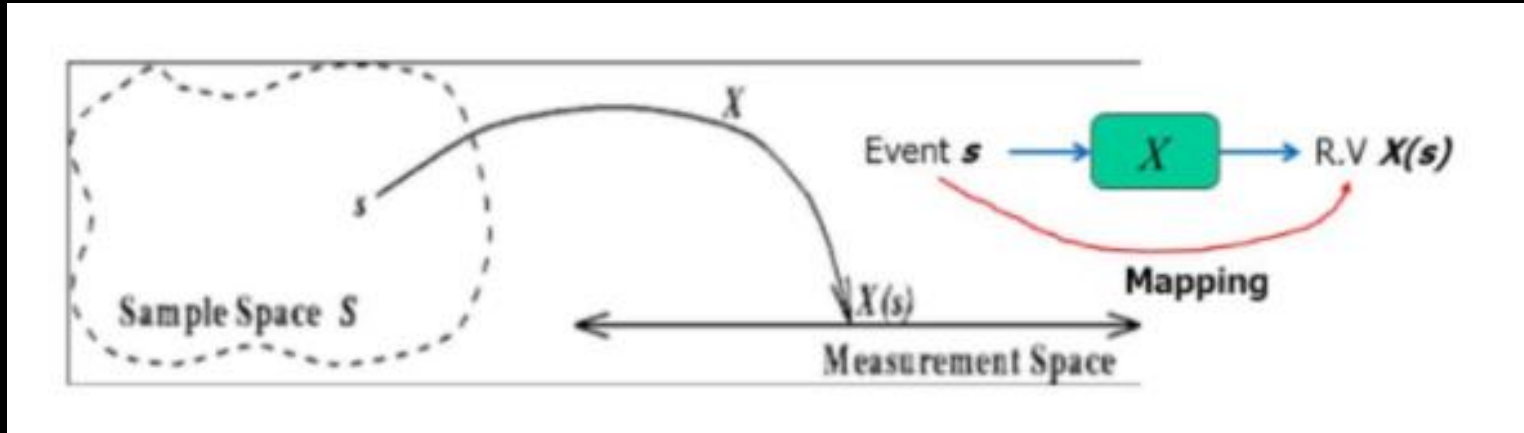
□ Deneylerin olası sonuçlarını sayılar ile temsil etmek istediğimizde, bunu rassal değişkenler aracılığıyla yaparız.

□ Örneğin;

“iki para atışında gelen tura sayısı” bir **rassal değişkendir**.



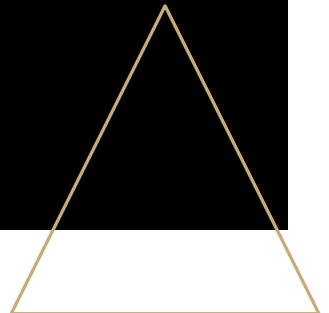
- Örnek uzayının her bir elemanını **gerçek sayılar kümesine taşıyan** fonksiyona rassal değişken denir.
- Deney tekrarlandıkça, rassal değişkenin aldığı değer değişir.





Örnekler

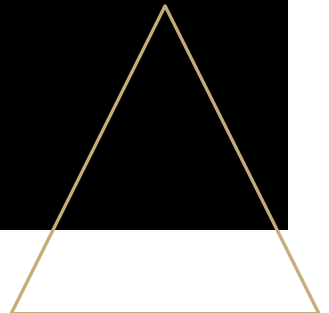
- Bir futbol takımının herhangi bir maçta atacağı gol sayısı
- Bir fabrikada günde üretilen şeker miktarı
- Bir otobüsün Bornova'dan kampüsüne geliş süresi
- Herhangi bir günde polikliniğe gelen hasta sayısı





Kesikli Rassal
Değişken

Sürekli Rassal
Değişken



■ **Kesikli rassal değişkenler** sonlu sayıda ya da sayılabilir sonlu sayıda değerler alabilirler.

▶ Örnek: Marketteki müşteri sayısı $x = 0, 1, 2, \dots$

▶ **Sürekli rassal değişkenler** bir aralıktaki tüm değerleri alabilirler.

▶ Örnek: Bebeklerin doğum ağırlığı $2000 < x < 5500$

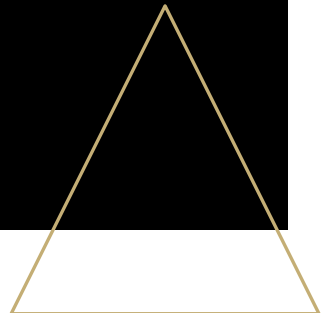
Kesikli Rasgele Değişkenler İle İlgili Örnekler


- Bir süpermarkete 5 dakikalık süre içerisinde gelen müşteri sayısı,
- Bir madeni paranın üç kez atılması sonucunda yazı gelme sayısı,
- Bir bayanın sahip olduğu ayakkabı sayısı,
- Anaokuluna giden çocukların ağızındaki çürük diş sayısı,
- Bir aşçının günlük kullandığı yumurta sayısı.



Sürekli Rasgele Değişkenler İle İlgili Örnekler

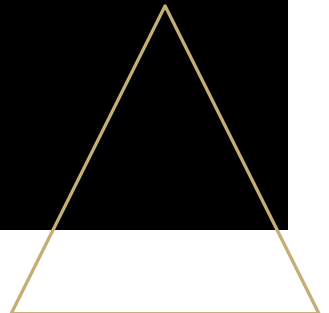
- Bir kişinin ağırlığı,
- Sınavda bir sorunun çözülme süresi,
- Bir arsanın fiyatı,
- Bir çağrı merkezine gelen telefonların arasındaki geçen süre,
- Bir mandıranın günlük sattığı süt miktarı.





Aşağıdaki rassal değişkenlerin türünü belirleyiniz.
Alabilecekleri değerleri düşününüz.

- Bir restaurantta kullanılan günlük sıvı yağ miktarı.
- Bahçedeki bir ağacın yapraklarının sayısı.
- Bir televizyonun ömrü (yaşam süresi).
- İki arkadaşın telefonda konuşma süresi.



Rassal değişkenleri ifade etmek için **büyük harfler** kullanılır. **(X, Y, Z, ...)**

Rassal değişkenlerin alabildiği değerleri ifade etmek için **küçük harfler** kullanılır. **(x, y, z, ...)**

Örnek:

Tek bir hilesiz zar atıldığında;

X : zarın üst yüzündeki noktaların sayısı

$x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

KESİKLİ RASSAL DEĞİŞKENLERİN OLASILIK DAĞILIMLARI

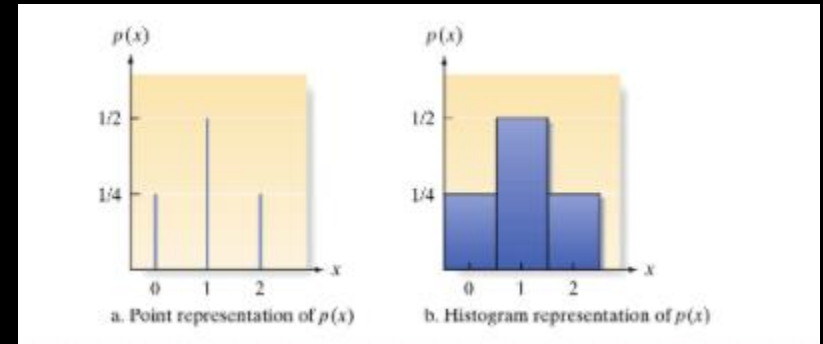
- Olasılık dağılımı (Probability Distribution) :

Bir kesikli rassal değişkenin, alabildiği tüm değerlere karşılık gelen olasılıkları veren fonksiyondur.

$P(X)$ veya $f(x)$ şeklinde gösterilir.

Tablo formül veya grafik şeklinde oluşturulabilir.

$$P(X_i) = p_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad \text{ya da} \quad i = 1, 2, 3, \dots$$



Kesikli olasılık dağılımının sağlaması gereken koşullar (Requirements for discrete probability distributions)

Her X_i için $0 \leq P(X_i) \leq 1$

$$\sum_{i=1}^n P(X_i) = 1$$

Requirements for the Probability Distribution of a Discrete Random Variable x

1. $p(x) \geq 0$ for all values of x .

2. $\sum p(x) = 1$

where the summation of $p(x)$ is over all possible values of x .*

X_i	$P(X_i)$
1	P_1
2	P_2
3	P_3
.	.
.	.
.	.
n	P_n

Örnek

- Hilesiz bir bozuk para 4 kez atılıyor.
- Gelen tura sayısı Y rassal değişkeni olarak tanımlansın.
- Y rassal değişkeninin olasılık dağılımını oluşturunuz.



Bu deneyde Y rastgele değişkeni turaların sayısı olarak tanımlanırsa,
 Y 'nin alabileceği değerler YY için 0, TY ve YT için 1 ve TT için 2 olacaktır. Böylece örnek uzayındaki noktalar reel sayılar ile ifade edilebilmektedir. Bu örnek için olasılık fonksiyonunu yazabilmemiz için ilgili durumların olasılıkları hesaplanmalıdır.

YY için $P(X=0)=1/4$,
 YT ve TY için $P(X=1)=(1/4)+(1/4)=2/4$ iken
 TT için $P(X=2)=1/4$ olacaktır.

Bu durumda X rastgele değişkeninin olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

X	$P(X)$
0	1/4
1	2/4
2	1/4

- Soru: Bir torbada bulunan 3 kırmızı ve 4 beyaz bilye arasından **2 bilye ard arda seçiliyor**. X rastgele değişkeni kırmızı bilyelerin sayısı olmak üzere
 - a) X 'in olasılık fonksiyonunu bulunuz.
 - b) $P(X=1)$ ve $P(X<2)$ olasılıklarını hesaplayınız.

Çözüm:

Deneyin örnek uzayı : $S = \{KK, KB, BK, BB\}$

X rastgele değişkeni kırmızı bilyelerin sayısı olduğuna göre


BB için $X=0$,

KB ve BK durumları için $X=1$ iken

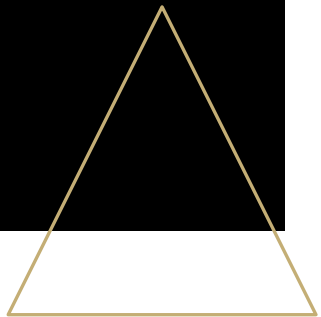
KK durumu için $X=2$ olacaktır.

O halde X rastgele değişkeninin alabileceği değerler 0, 1 ve 2 olmaktadır.

X 'in bu değerleri alma olasılıkları ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir.


$$P(X = 0) = P(BB) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$$

$$P(X = 1) = P(KB) + P(BK) = \left(\frac{3}{7} \times \frac{4}{6}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{3}{6}\right) = \frac{4}{7}$$

$$P(X = 2) = P(KK) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{7}$$


X	P(X)
0	$\frac{2}{7}$
1	$\frac{4}{7}$
2	$\frac{1}{7}$

$$P(X = 1) = \frac{4}{7} \quad ; \quad P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6}{7}$$

Soru: X rastgele değişkeni için olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiştir. X 'in olasılık fonksiyonu olabilmesi için k sabiti hangi değeri almalıdır?

$$P(X) = \begin{cases} k(X + 1) & X = 1, 2, 3 \\ 0 & \text{diğer durumlar için} \end{cases}$$

ÇÖZÜM:

$$\sum P(X_i) = 1$$

$$\sum_{i=1}^3 k(X + 1) = k[2 + 3 + 4] = 9k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{9}$$

Örnek

- X kesikli rassal değişkenine ait olasılık fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$P(X = x) = \begin{cases} kx & x = 2, 4, 6 \\ k(x - 2) & x = 8 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

k sabitinin değerini bulunuz.

Örnek

- Aşağıdaki fonksiyonun olasılık dağılımı olup olamayacağını inceleyiniz.

$$f(x) = \frac{x+2}{25}, x=1, 2, 3, 4, 5$$

Teşekkür Ederim



LinkedIn

<https://www.linkedin.com/in/cemile-yildizcakar-34782248/>



Email

yildizcakar.cemile@gmail.com

Cemile YILDIZÇAKAR

A life without love
is like a year
without summer.

A SWEDISH PROVERB