DESAFÍO 1 - MATEMÁTICAS

Ervin Mauricio Lima Suxo

13 de abril de 2024

1. Medida

- Por espacio medible entendemos que un par ordenado $(\Omega,\ B)$ que consta de un conjunto Ω y un σ -álgebra B de subconjuntos de Ω. Un subconjunto A de Ω se llama medible si $A \in B$.

- Una medida μ en un espacio medible $(\Omega,\ B)$ es una función $\mu : B \to [0{,}\infty]$ que satisface:

$$\mu(\phi) = 0$$

$$\mu(\bigcup_{i}^{\infty} E_i) = \sum_{i}^{\infty} \mu(E_i)$$

para cualquier sucesión $\{E_i\}$ de conjuntos medibles disjuntos, es decir $E_i \cap E_j = \varnothing, E_i \in B, i \neq j$.

- (Ω, B, μ) se llama espacio de medida.

Teorema 1. *Las siguientes afirmaciones son equivalentes para un grupo G.*

1. *P(G)=1*
2. *G es abeliano*
3. *Z(G)=G*
4. *G'=*$\{1\}$
5. $C_G(a) = G$ *para todo* $a \in G$
6. *G/G'≅G.*

Demostración. Si P(G)=1, entonces $|L(G)| = |G|^2$. Luego $L(G) = G^2$, y esto significa $xy = yz$ para todo $x, y \in$ G. Así G es un grupo abeliano. Es inmediato observar que el razonamiento inverso también es cierto, lo que prueba que 1 es equivalente a 2. ■

Según este resultado, para tener grados de conmutatividad diferentes de 1 debemos analizar grupos no abelianos.