

Modèle de Black-Litterman

Erwan KERLAOUEZO

LBPAM



January 13, 2025

Overview

1 Modèle

2 References

Qu'est-ce que le modèle de Black-Litterman ?

Le modèle de Black-Litterman est une méthode d'allocation d'actifs développée pour optimiser les portefeuilles. Il combine les rendements d'équilibre du marché avec les opinions subjectives des investisseurs.

Principes clés :

- Rendements d'équilibre : Représentant les attentes du marché.
- Opinions des investisseurs : Intègre les prévisions personnelles des investisseurs sur certains actifs.
- Incertitudes associées : Évalue le niveau de confiance des investisseurs dans leurs prévisions.

Avantages :

- Permet une meilleure diversification des portefeuilles.
- Ajuste les rendements prévus en fonction des opinions, offrant une approche plus flexible.

Modèle de Black-Litterman

Partie Marché :

- Coefficient d'aversion au risque : mesure la réaction des investisseurs face à l'incertitude.
- Matrice de covariance (Σ) : montre comment les performances des actifs varient ensemble.
- Rendements d'équilibre (Π) : attentes générales du marché.

Investisseur :

- Exprime des opinions sur les performances futures de certains actifs (Q).
- Associe à ces opinions un niveau d'incertitude (Ω) qui reflète le risque lié aux prévisions.

A Posteriori :

- Calcul des rendements ajustés ($\mathbb{E}(R)$) en tenant compte des rendements d'équilibre, des opinions de l'investisseur et des incertitudes associées.

Explications du modèle

- **Hypothèse 1** : Les rendements attendus d'un portefeuille sont basés sur des estimations initiales, qui reflètent les attentes générales du marché et un coefficient de confiance que l'on a sur nos rendements attendus (τ) associé à l'incertitude associée à ces attentes.
- **Hypothèse 2** : Lorsque l'on intègre des prévisions spécifiques sur certains actifs, ces nouvelles attentes doivent également tenir compte de l'incertitude. Ces prévisions influencent les rendements attendus tout en respectant les incertitudes initiales.
- En utilisant une approche basée sur la théorie de la probabilité, nous combinons les attentes initiales et les nouvelles prévisions pour obtenir une vision plus précise des rendements.
- Finalement, le modèle fournit des résultats ajustés qui offrent une meilleure estimation des rendements attendus, en tenant compte à la fois des attentes du marché et des opinions des investisseurs, tout en évaluant les incertitudes qui les entourent.

Calibration du Paramètre τ

Le paramètre τ est essentiel dans le modèle, car il détermine le niveau de confiance que nous accordons aux rendements initiaux. Il est important de noter que τ influence également les rendements ajustés.

Dans la littérature, il est courant de considérer τ comme lié au nombre de périodes analysées. Par exemple si on a 3 ans de données et que l'on se base sur des rendements annuels on prendra $\tau = \frac{1}{3}$ et des rendements mensuels on prendra $\tau = \frac{1}{36}$.

Il est important de comprendre que lorsque le paramètre τ diminue, cela signifie que l'on accorde davantage de confiance aux données du marché. Par conséquent, une plus grande confiance dans le marché réduit l'impact des opinions de l'investisseur sur les rendements ajustés.

À l'inverse, lorsque τ augmente, l'importance accordée au marché diminue, ce qui signifie que l'on se fie davantage aux opinions de l'investisseur. Ainsi, une valeur plus élevée de τ entraîne une plus grande influence des prévisions individuelles sur les rendements ajustés.

Calibration de Ω et Exemple

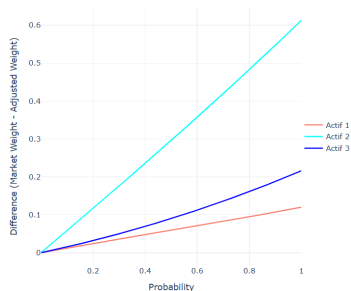
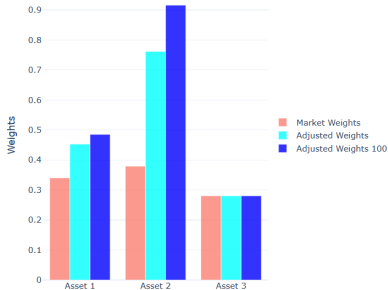
Ω représente les incertitudes que l'investisseur a sur ses vues. C'est le paramètre du modèle le plus difficile à quantifier. Ce paramètre se base sur le calcul de l'écart maximal entre les rendements de marché et les rendements ajustés. A noter que plus Ω est faible et plus on a confiance en nos vues. Les méthodes de calibration sont bien détaillées dans la littérature mais c'est inutile de les détaillées pour la suite.

Exemple :

Supposons que nous avons un portefeuille composé à 33% de l'Actif 1, 38% de l'Actif 2 et 29% de l'Actif 3. L'investisseur donne deux vues de marchés qui sont que l'Actif 1 et l'Actif 2 ont des performances respectives de 4% et 5%. L'investisseur spécifie également qu'il a confiance à 60% dans sa première opinion et 80% dans la deuxième.

Premier Exemple

Bar plot des poids initiaux, des poids ajustés ainsi que les poids ajustés avec une vue certaine pour tous les actifs.



Frontière Efficiente

Definition (1)

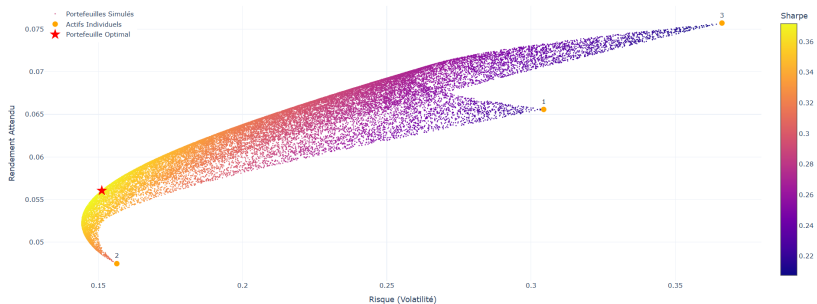
La frontière efficiente est l'ensemble des portefeuilles optimaux qui offrent le meilleur rendement possible pour un niveau de risque donné.

Definition (2)

La frontière efficiente est l'ensemble des portefeuilles qui maximisent le ratio de Sharpe pour chaque niveau de risque, c'est-à-dire ceux qui offrent le meilleur rendement ajusté au risque, en optimisant la combinaison d'actifs pour obtenir le rendement excédentaire le plus élevé par unité de volatilité.

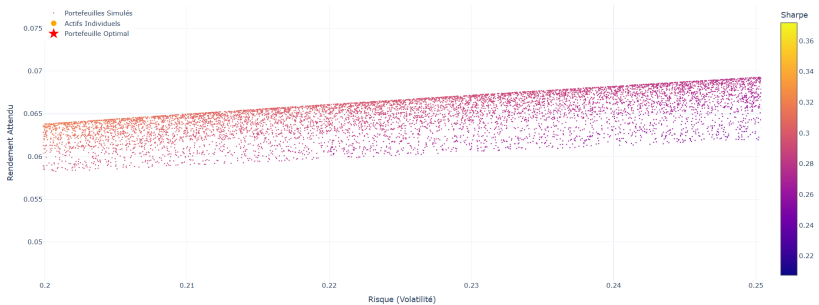
Quelques Résultats

Comparaison de la frontière efficiente avant les vues et celle après incorporation des vues.



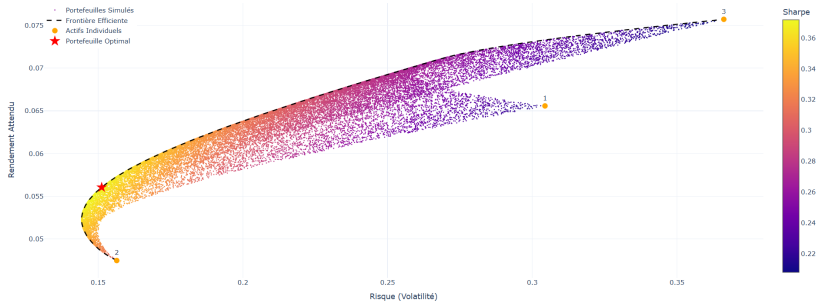
Quelques Résultats

Comparaison de la frontière efficiente avant les vues et celle après incorporation des vues.



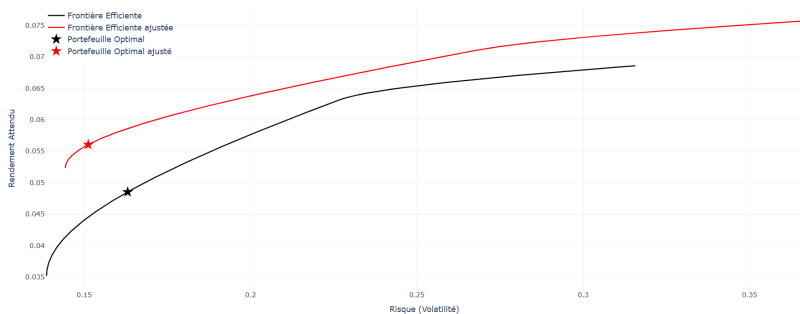
Quelques Résultats

Comparaison de la frontière efficiente avant les vues et celle après incorporation des vues.



Quelques Résultats

Comparaison de la frontière efficiente avant les vues et celle après incorporation des vues.



References

- ① <https://quantgestion.fr/le-modele-de-fisher-black-et-robert-litterman/>.
- ② T. Idzorek, *A step-by-step guide to the Black-Litterman model*, 2002.
- ③ S. Satchell & A. Scowcroft, *A demystification of the Black-Litterman model: Managing quantitative and traditional portfolio construction*, 2000.
- ④ R. Litterman & G. He, *The intuition behind Black-Litterman model portfolios*, 2002.
- ⑤ W. Cheung, *The Black-Litterman model explained*, 2009.
- ⑥ J. Walters, *The Black-Litterman model in details*, 2007.

The End