

Modélisation et analyse de la moulinette

Approche par les systèmes de files d'attente

Projet de groupe

16 décembre 2025

Table des matières

1 Contexte et objectifs	2
2 Hypothèses générales de modélisation	2
3 Modélisation du modèle <i>Waterfall</i>	2
3.1 Description du système	2
3.2 Conditions de stabilité	2
4 Estimation des paramètres	3
4.1 Taux d'arrivée	3
4.2 Taux de service	3
5 Estimation de la moyenne et de la variance	3
6 Comparaison aux valeurs théoriques	3
7 Files finies et phénomènes de refus	3
8 Back-up des résultats	3
8.1 Impact sur les pages blanches	3
8.2 Problèmes potentiels	4
8.3 Back-up aléatoire	4
9 Analyse multi-populations : <i>Channels and dams</i>	4
9.1 Description	4
9.2 Régulation par blocage	4
9.3 Alternative proposée	4
10 Réflexion utilisateur et personae	4
11 Conclusion	4

1 Contexte et objectifs

Dans le cadre de ce projet, nous étudions l'infrastructure de correction automatique de l'École, appelée *moulinette*, sous l'angle des systèmes d'attente. Cette infrastructure permet à des étudiants de déclencher l'exécution de test-suites automatiques sur leur code via un mécanisme de *push tag*.

Les ressources de calcul étant limitées, les requêtes concurrentes génèrent des phénomènes d'attente, de congestion et parfois de refus. L'objectif de ce travail est de proposer une modélisation simplifiée mais pertinente de cette infrastructure, d'en analyser le comportement et d'évaluer l'impact de différents choix architecturaux sur les performances et l'expérience utilisateur.

Cette étude se place volontairement dans une démarche descriptive et exploratoire, proche d'une phase d'analyse préliminaire d'un système réel.

2 Hypothèses générales de modélisation

Afin de rendre l'analyse tractable, nous adoptons les hypothèses suivantes :

- Les arrivées des *push tags* suivent un processus de Poisson.
- Les temps de service sont supposés exponentiels.
- Les files d'attente sont de type FIFO.
- Les arrivées, les temps de service et les files sont indépendants.
- Les comportements stratégiques des étudiants (rafales avant deadline, abandon) ne sont pas explicitement modélisés.

Ces hypothèses conduisent naturellement à des modèles de type $M/M/N$.

3 Modélisation du modèle *Waterfall*

3.1 Description du système

Le workflow nominal est modélisé par deux systèmes d'attente en série :

1. File d'exécution des test-suites

- Arrivées : processus de Poisson de taux λ
- Service : exponentiel de paramètre μ_s
- Nombre de serveurs : K
- Modèle : $M/M/K$

2. File de renvoi des résultats

- Arrivées : sorties de la première file
- Service : exponentiel de paramètre μ_f
- Nombre de serveurs : 1
- Modèle : $M/M/1$

L'ensemble forme un réseau de files de Jackson.

3.2 Conditions de stabilité

Les conditions de stabilité sont données par :

$$\rho_s = \frac{\lambda}{K\mu_s} < 1 \quad \text{et} \quad \rho_f = \frac{\lambda}{\mu_f} < 1$$

4 Estimation des paramètres

4.1 Taux d'arrivée

À partir de données observées ou simulées sur une période T , le taux d'arrivée est estimé par :

$$\hat{\lambda} = \frac{N_{\text{tags}}}{T}$$

4.2 Taux de service

Les taux de service sont estimés à partir des temps de service moyens observés :

$$\hat{\mu} = \frac{1}{\bar{S}}$$

5 Estimation de la moyenne et de la variance

Pour une variable aléatoire X observée n fois (temps d'attente ou de séjour) :

Moyenne empirique

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Variance empirique

$$\widehat{\text{Var}}(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

6 Comparaison aux valeurs théoriques

Pour un système $M/M/K$, le temps de séjour théorique s'écrit :

$$W = W_q + \frac{1}{\mu_s}$$

où W_q est obtenu via la formule d'Erlang-C.

Les résultats issus des simulations sont comparés aux valeurs théoriques afin de valider le modèle et d'identifier les effets de saturation.

7 Files finies et phénomènes de refus

Lorsque les capacités des files sont finies (k_s et k_f), le système devient :

- $M/M/K/k_s$ pour l'exécution
- $M/M/1/k_f$ pour le renvoi des résultats

Un *push tag* est refusé lorsque la première file est pleine. Un résultat est perdu lorsque la seconde file est saturée.

Nous analysons la proportion de refus en fonction de λ , K , k_s et k_f .

8 Back-up des résultats

8.1 Impact sur les pages blanches

La mise en place d'un back-up en amont de la seconde file réduit significativement la proportion de pages blanches en conservant les résultats non transmis.

8.2 Problèmes potentiels

Cette solution peut cependant entraîner :

- une accumulation de données,
- des retards importants dans la restitution,
- des problèmes de cohérence temporelle.

8.3 Back-up aléatoire

Un back-up aléatoire permet de réduire les coûts de stockage tout en diminuant le risque global de perte, au prix d'une incertitude accrue côté utilisateur.

9 Analyse multi-populations : *Channels and dams*

9.1 Description

Nous distinguons deux populations :

- ING : arrivées fréquentes (λ_{ING} élevé)
- PREPA : arrivées rares mais services plus longs

9.2 Régulation par blocage

Un mécanisme de blocage périodique de la moulinette est introduit :

$$\text{fermée pendant } t_b, \quad \text{ouverte pendant } \frac{t_b}{2}$$

Les temps de séjour moyens et leurs variances sont comparés au modèle sans régulation.

9.3 Alternative proposée

Une alternative consiste à utiliser :

- des files séparées par population,
- ou un ordonnancement à priorités pondérées.

L'objectif est de minimiser le temps de séjour moyen tout en garantissant une meilleure équité.

10 Réflexion utilisateur et personae

On identifie notamment :

- l'étudiant exploratoire (beaucoup de tags),
- l'étudiant prudent (peu de tags),
- l'étudiant sous pression de deadline.

La perception de la qualité de service dépend fortement de la variance du temps d'attente, parfois plus que de sa moyenne.

11 Conclusion

Cette étude montre que le dimensionnement des ressources et le choix des politiques de files d'attente ont un impact majeur sur les performances et l'expérience utilisateur. Les modèles $M/M/N$ fournissent une première approximation pertinente, mais pourraient être enrichis par des arrivées non stationnaires ou des temps de service généraux ($M/G/N$).