

GuÃas prÃcticas

Erika MartÃnez

November 27, 2015

UNIDAD 3: Práctica 15 - Distribuciones de probabilidad continuas.
CALCULO DE PROBABILIDADES Ejemplo 1:

```
#Una persona informal hace esperar a su pareja aleatoriamente entre 0 y 90 minutos.
#Harto de esta situaci?n, la persona que sufre la espera se plantea un ultim?tum;
#s? al d?a siguiente su pareja tarda menos de 15 minutos mantiene la relaci?n,
#s? la espera est? entre 15 y 55 minutos, decide en la siguiente cita con los
#mismos criterios, mientras que si tarda m?s de 55 minutos la relaci?n termina en
#ese momento.

#a) Calcule la probabilidad de que la relaci?n contin?e hasta la siguiente cita.
x <- 55; a=0; b <- 90

#usando la funci?n propia de R
punif(x, min=a, max=b, lower.tail=TRUE)

## [1] 0.6111111

#b) Calcule la probabilidad de que la relaci?n termine en la segunda cita.
F55=punif(55, min=a, max=b, lower.tail=TRUE)
F15=punif(15, min=a, max=b, lower.tail=TRUE)
F55-F15

## [1] 0.4444444

F55=punif(55, min=a, max=b, lower.tail=TRUE);F55

## [1] 0.6111111

#luego multiplicando ambas probabilidades se obtiene el valor pedido 0.1728.
(1-F55)*( F55-F15)

## [1] 0.1728395
```

Ejemplo 2:

```
#Una empresa esta buscando personal para su departamento de mercadeo.
#El perfil solicitado es el de sujetos extrovertidos y creativos.
#Se han presentado 50 candidatos y la empresa ha establecido como
#criterio de selecci?n que los candidatos superen el percentil 80 en creatividad
#y extroversi?n. Sabiendo que la variable extroversi?n (X) se distribuye seg?n una
#Normal de media 5 y desviaci?n t?pica 1, que la variable creatividad (Y)
#sigue una t-Student de 10 grados de libertad y que las
#puntuaciones de creatividad y extroversi?n son independientes:

#a) Cuantos candidatos seran seleccionados?
# $P(X \geq P_{80} \text{ y } Y \geq P_{80}) = P(X \geq P_{80}) P(Y \geq P_{80}) = (0.20)(0.20) = 0.04$ .
#Como se han presentado 50 aspirantes, ser?n seleccionadas  $(50) (0.04) = 2$  personas.

#b) ?Qu? puntuaciones debe superar un aspirante en creatividad y extroversi?n para ser adm
#y los cuantiles-normales para la variable X:
```

```

p <- c(0.80); media=5; d.t=1
qnorm(p, mean=media, sd=d.t, lower.tail=TRUE)

## [1] 5.841621

#y los cuantiles-t para la variable Y:
p <- c(0.80); g.l <- 10
qt(p, df=g.l, lower.tail=TRUE)

## [1] 0.8790578

#c) Si se extraen al azar 16 candidatos, ¿cuál es la probabilidad de que su media
#aritmética en extroversión sea mayor que 4.5?
#Como se desea calcular  $P(\bar{x} > 4.5)$ :
n <- 16; x <- 4.5; mu=5; sigma=1; d.t=sigma/sqrt(n)
pnorm(x, mean=mu, sd=d.t, lower.tail=FALSE)

## [1] 0.9772499

```

Ejemplo 3:

```

#La duracion media de un modelo de marcapasos es de 7 años.

#a) ¿Cuál es la probabilidad de que dure al menos 5 años? ¿y menos de 3 años?
#La probabilidad  $P(X \geq 5)$  se obtiene así:
x <- 5; teta=7
pexp(x, rate=1/teta, lower.tail=FALSE)

## [1] 0.4895417

#De igual forma  $P(X < 3)$ :
x <- 3; teta=7
pexp(x, rate=1/teta, lower.tail=TRUE)

## [1] 0.3485609

#b) Si han transcurrido ya 4 años desde su implantación, ¿cuál es la probabilidad de que d
pexp(4, rate=1/teta, lower.tail=FALSE)

## [1] 0.5647181

#c) ¿Cuánto tiempo debería funcionar un marcapasos para estar entre el 10% de los que m?s
#Hay que calcular el percentil 90:
p <- 0.9; teta <- 7
qexp(p, rate=1/teta, lower.tail=TRUE)

## [1] 16.1181

#d) Calcular el valor que deben tener a y b para que  $P(x < a) = 0.5$  y  $P(x > b) = 0.32$ 
qexp(0.5, rate=1/teta, lower.tail=TRUE)

## [1] 4.85203

```

```
#y en el segundo caso, el percentil 68, b = 7.97
qexp(0.68, rate=1/teta, lower.tail=TRUE)

## [1] 7.97604

#o de esta otra manera
qexp(0.32, rate=1/teta, lower.tail=FALSE)

## [1] 7.97604
```

3. GENERACION DE MUESTRAS ALEATORIAS DE LAS DISTRIBUCIONES Ejemplo 1:

```
#Generar 100 n?meros aleatorios de una distribuci?n Uniforme en [-2, 4]

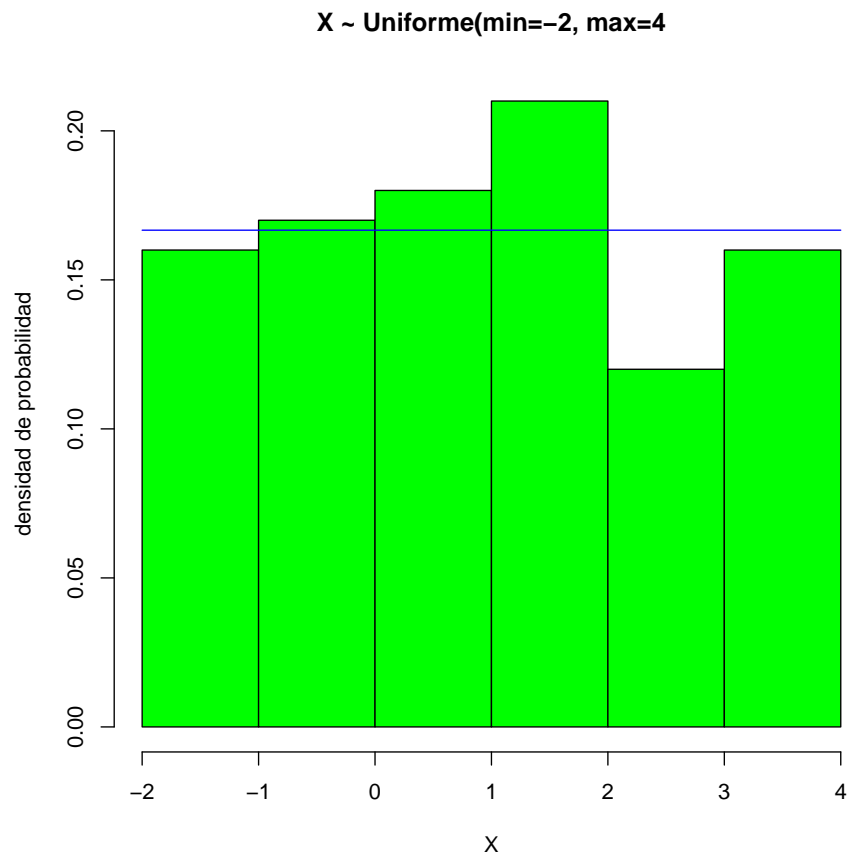
#Definir los par?metros apropiados
min <- -2; max <- 4

#Generar 100 n?meros aleatorios de la distribuci?n
x = runif(100, min, max); x

## [1] 3.81970921 3.42344671 0.68028756 2.85710483 0.86161155
## [6] -0.10356160 0.94804666 0.70855223 1.51878021 0.31779432
## [11] -1.45219109 -1.00489845 -1.23199360 0.77586313 -1.07201188
## [16] 0.25982444 -0.16187620 -0.16476409 0.87537930 0.29263473
## [21] -0.51793991 3.48011049 -0.02129767 1.61462834 1.06964777
## [26] -0.26133118 1.21097333 -1.86111975 1.32378095 0.96700157
## [31] 0.52866131 -0.74604258 -1.04556883 1.32670522 1.00409266
## [36] 3.03478569 1.36840231 3.61482371 -0.18205365 1.94929561
## [41] -0.56271758 -0.22513958 1.02440964 1.95226237 -1.06630512
## [46] 0.10675079 1.34291543 -0.02636565 2.34492836 3.13116203
## [51] 1.31330019 1.51265841 -1.20927482 3.70024679 -1.23161260
## [56] 0.49964533 0.34865532 -1.39250274 -0.79498227 0.69057505
## [61] 0.69550494 2.61101560 0.17691932 3.53614203 -1.29898327
## [66] 3.29317969 2.97245616 2.90138494 -0.98595574 1.29052762
## [71] 3.59268505 -0.55321030 3.73827497 -0.05134817 -1.59610442
## [76] 1.76537656 2.26415426 1.20805048 3.28573639 2.79413910
## [81] 2.09592298 0.44706239 2.80329500 1.30961489 -1.86303326
## [86] -0.18110779 2.54330526 2.91036578 -1.78664146 -1.72212409
## [91] 1.01878449 3.72274504 3.50832468 -1.27523900 2.62132125
## [96] 3.21123232 -0.42331226 1.50718414 1.03912592 3.44502846

#Histograma para la muestra aleatoria de tama?o 100
hist(x, main="X ~ Uniforme(min=-2, max=4", xlab="X", ylab="densidad de probabilidad",
     probability=TRUE, col="green")

#Graficar la funci?n de densidad, use la funci?n curve() para variable continua
curve(dunif(x, min, max), col="blue", add=TRUE)
```



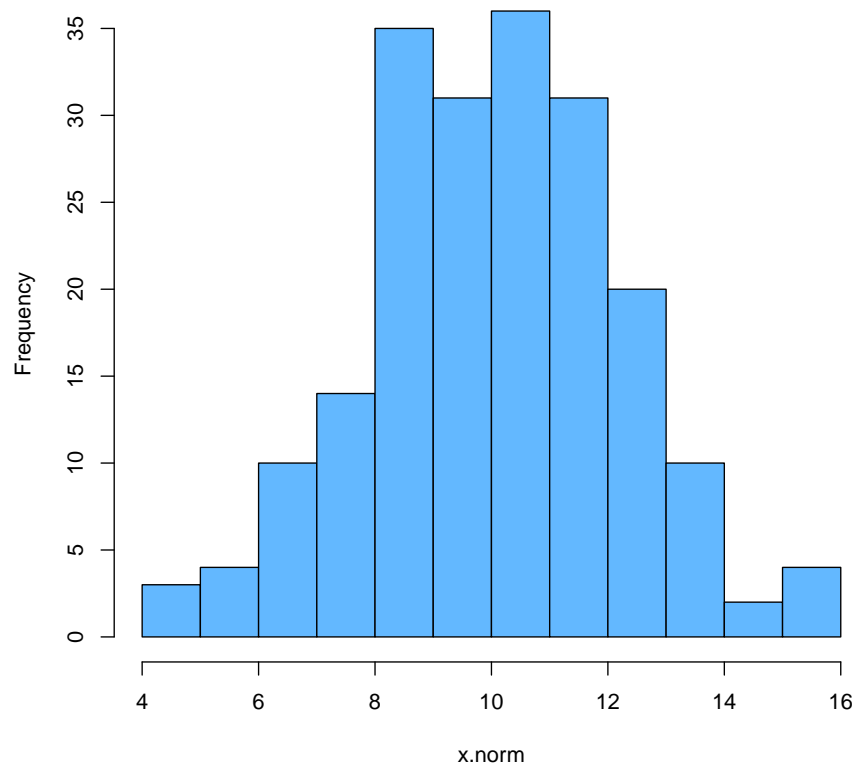
Ejemplo 2:

```
#Supongamos que tenemos una muestra de tamaño=200 perteneciente a una población normal
#N(10,2) con ??=10 y ??=2:

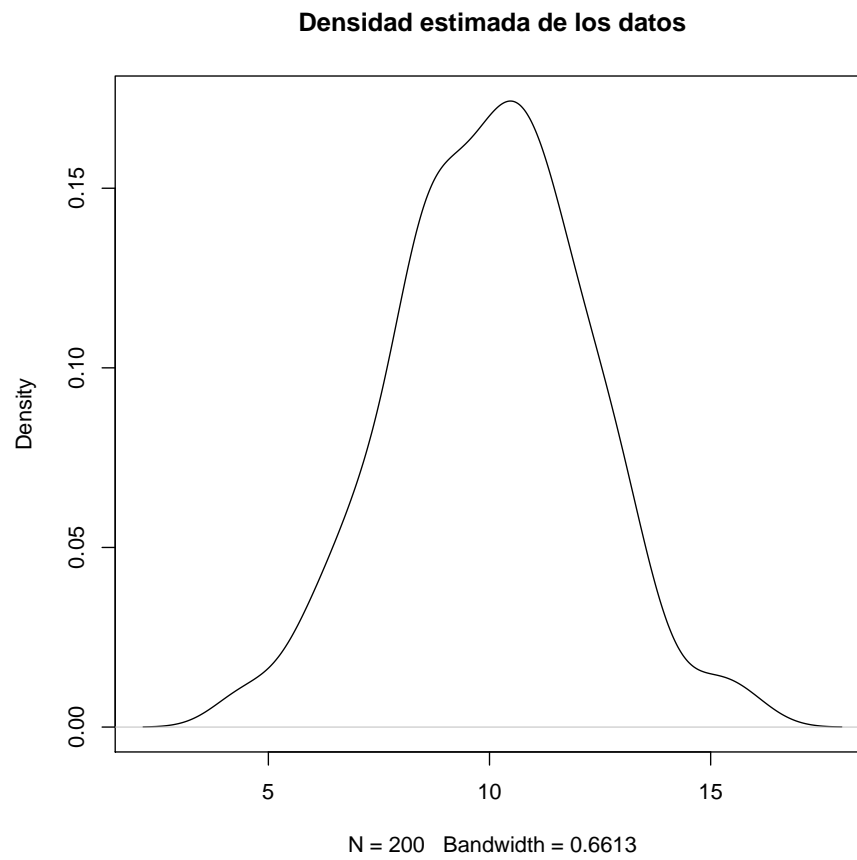
#genera los valores aleatorios de la distribución
x.norm <- rnorm(n=200,mean=10, sd=2)

# Podemos obtener un histograma usando la función hist()
hist(x.norm, breaks = "Sturges", freq = TRUE, probability = FALSE, include.lowest = TRUE,
right= TRUE, density = NULL, angle = 45, col = "steelblue1", border = NULL,
main = "Histograma de datos observados", axes = TRUE, plot = TRUE, labels = FALSE)
```

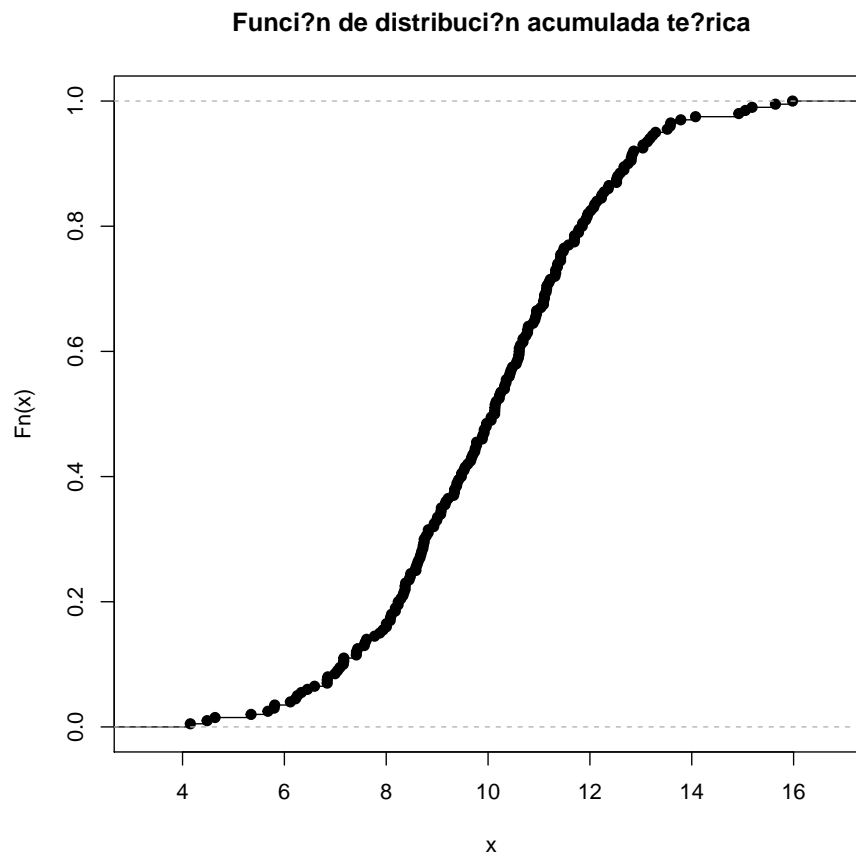
Histograma de datos observados



```
# Podemos estimar la densidad de frecuencia usando la funci?n density() y plot() para dibujar la densidad estimada de los datos
plot(density(x.norm), main="Densidad estimada de los datos")
```



```
# R permite calcular la funci?n de distribuci?n acumulada te?rica con ecdf()  
plot(ecdf(x.norm),main="Funci?n de distribuci?n acumulada te?rica")
```



Ejemplo 3:

```
#Generar 100 n?meros aleatorios de una distribuci?n Normal con media 4.5 y desviaci?n est?ndar
# Definir los par?metros apropiados
media <- 4.5; desviacion <- 0.75

# generar 100 n?meros aleatorios de la distribuci?n
x = rnorm(100, media, desviacion); x

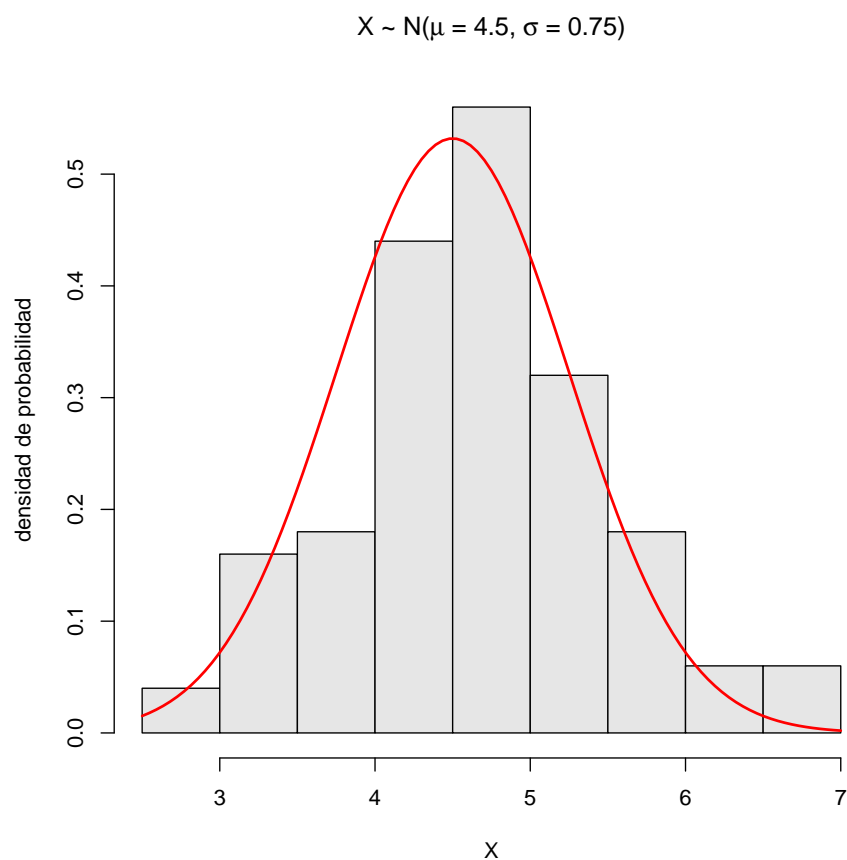
##      [1] 4.429338 4.265500 5.703503 6.915353 4.542177 3.953954 5.010443
##      [8] 4.246002 4.315193 4.711716 3.909676 4.677137 3.148630 2.965990
##     [15] 4.810213 4.077164 3.756052 4.141245 5.098877 4.487149 5.390029
##     [22] 5.080080 3.025334 3.344975 4.615169 4.060546 6.725714 4.380379
##     [29] 4.838427 5.223491 6.826793 3.428595 3.827121 4.409824 4.531692
##     [36] 5.294828 3.090587 3.710270 5.620900 4.547597 4.570558 4.112480
##     [43] 4.728451 4.141836 5.896649 4.664670 5.475036 3.132298 4.353513
##     [50] 5.515823 5.171826 5.807158 6.140113 4.788365 5.349674 3.694043
##     [57] 6.009055 4.123640 5.188616 4.384684 3.608607 4.867834 4.775455
##     [64] 5.411493 5.703831 6.130846 2.982866 4.558613 3.163125 5.039655
##     [71] 5.227904 4.740599 4.002800 3.855175 4.607228 4.816054 4.728449
```



```
## [78] 5.666212 4.155624 3.959455 5.205610 5.884785 4.587304 4.229472
## [85] 4.157687 4.471228 5.185206 4.829999 4.842317 4.701332 3.397415
## [92] 4.238022 5.184821 4.800458 4.722342 4.042401 4.561183 4.706475
## [99] 4.644746 5.908093

# Histograma para la nuestra aleatoria de tamaño 100
hist(x,main=expression(paste("X ~ N(", mu, " = 4.5, ", sigma, " = 0.75)")),
xlab="X", ylab="densidad de probabilidad", probability=TRUE, col=gray(0.9))

# Graficar la función de densidad teórica, usando la función curve()
curve(dnorm(x, media, desviacion), col="red", lwd=2, add=TRUE)
```



Ejemplo 4:

```
#Generar n?meros aleatorios de una distribuci?n exponencial. Por ejemplo, si la vida media
#bulbo de luz es 2500 horas, uno puede pensar que el tiempo de vida es aleatorio con una d
#exponencial que tiene media 2500. El ?nico par?metro es la raz?n = 1/media.

# Definir el par?metro apropiado
media <- 2500; razon <- 1/media;n=100
```

```

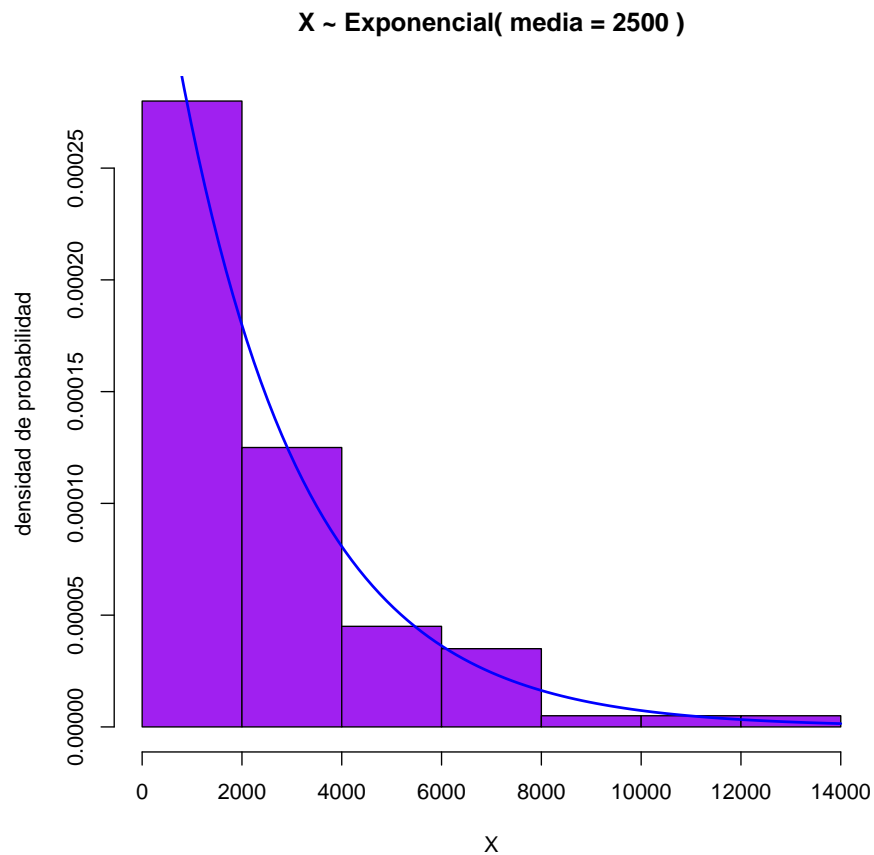
# generar 100 n?meros aleatorios de la distribuci?n
x = rexp(n, razon); x

## [1] 2486.630417 301.215268 5126.382760 3455.666839 426.861849
## [6] 746.031021 2205.725843 6759.465630 3406.705444 490.953317
## [11] 1593.325128 6322.284932 1266.337290 4176.060539 1489.167887
## [16] 2671.999703 3314.607574 11782.773779 1697.371064 129.232030
## [21] 1228.139448 2059.389474 3639.816858 169.053732 343.585920
## [26] 1539.310581 149.186913 1851.334072 3770.575858 2347.165856
## [31] 3018.558244 1713.549357 6866.956460 13765.299585 1527.245310
## [36] 7978.475447 1706.892384 4120.193398 273.621884 1925.811728
## [41] 4309.080853 193.666110 2079.109604 542.952684 1287.599169
## [46] 1010.417130 4820.496712 558.549266 2319.654913 1894.919406
## [51] 6204.069624 937.842255 5953.921326 6843.005265 649.842217
## [56] 133.637799 4650.050406 2247.496110 6166.510447 3511.324243
## [61] 3797.790585 1545.393717 381.456846 1579.576721 1701.857761
## [66] 561.996764 967.008476 5271.816034 372.820594 2000.882970
## [71] 2665.432335 325.258437 359.615904 1834.241506 36.791353
## [76] 2087.709587 2941.752267 2033.767111 612.340065 1.369687
## [81] 1168.955170 1708.741133 707.939303 2680.881987 1782.472350
## [86] 4987.815255 627.729825 3723.657610 3793.557985 742.334272
## [91] 2078.841443 1953.794332 90.696266 1853.510088 8364.158533
## [96] 1576.392432 933.048576 854.814297 223.194397 210.448146

# Histograma para la nuestra aleatoria de tama?o 100
hist(x, main="X ~ Exponencial( media = 2500 )", xlab="X",
ylab="densidad de probabilidad", probability=TRUE, col="purple")

# Graficar la funci?n de densidad, usando la funci?n curve()
curve(dexp(x, razon), col="blue", lwd=2, add=TRUE)

```



4. FUNCIONES DE DISTRIBUCION Y SU INVERSA (LOS CUANTILES).
 Ejemplo 1: Para una Variable aleatoria X con distribución normal de media 1 y desviación estándar 1, ¿cuál es la probabilidad de que sea menor que 0.7?

```
x <- 0.7
p <- pnorm(x, mean=1, sd=1, lower.tail = TRUE); p
## [1] 0.3820886
```

Ejemplo 2:

```
#Para una variable aleatoria con distribución normal estándar, encontrar P[Z ≤ 0.7] y P
z <- 0.7
p1 <- pnorm(z, mean=0, sd=1); p1
## [1] 0.7580363
p2 <- pnorm(z, mean=0, sd=1, lower.tail=FALSE); p2
## [1] 0.2419637
```

Ejemplo 3:

```

##Qu? valor de una variable aleatoria con distribuci?n normal est?ndar, tiene 75%
#del ?rea a la izquierda?
p <- 0.75
z <- qnorm(p, mean=0, sd=1, lower.tail = TRUE); z

## [1] 0.6744898

```

Ejemplo 4:

```

##Cu?l es la probabilidad a la derecha de 18.55 para una Variable aleatoria X con
#distribuci?n Chi-cuadrado de 12 grados de libertad?
x <- 18.55; gl <- 12
p <- pchisq(x, gl, lower.tail = FALSE); p

## [1] 0.09998251

```