Sztuczna Inteligencja

Soma Dutta

Wydział Matematyki i Informatyki, UWM w Olsztynie
soma.dutta@matman.uwm.edu.pl

Wykład - 10: Wnioskowanie w logice I rzędu

Semestr letni 2022

Baza wiedzy: przykład-1

...sprzedaż broni obcemu narodowi przez Amerykanina jest przestępstwem:

$American(x) \wedge Weapon(y) \wedge Sells(x, y, z) \wedge Hostile(z) \implies Criminal(x)$

Nono ...ma pewne pociski, tzn. $\exists x\ Owns(Nono, x) \wedge Missile(x)$:

$Owns(Nono, M_1)$ i $Missile(M_1)$

...wszystkie pociski zostały mu sprzedane przez pułkownika Westa:

$\forall x\ Missile(x) \wedge Owns(Nono, x) \implies Sells(West, x, Nono)$

Pociski są bronią:

$Missile(x) \implies Weapon(x)$

Nieprzyjaciel Ameryki uznawany jest za “wrogi”:

$Enemy(x, America) \implies Hostile(x)$

West, który jest Amerykaninem ...

$American(West)$

Państwo Nono, nieprzyjaciel Ameryki ...

$Enemy(Nono, America)$

Konwersja zdań logiki pierwszego rzędu na CNF

- Każde zdanie logiki pierwszego rzędu można przekształcić równoważe (względem wnioskowania) CNF zdanie.
- Procedura konwersji na CNF jest podobna jak w rachunku zdań. Główna różnica wynika z potrzeby wyeliminowania egzystencjalnych kwantyfikatorów.
- Na przykład, zakładamy Każdy, kto kocha wszystkie zwierzęta, jest kochany przez kogoś.
- $\forall_x [(\forall_y (Animal(y) \Rightarrow Loves(x,y))) \Rightarrow (\exists_y (Loves(y,x)))]$
- Wyeliminuj implikację: $(\alpha \Rightarrow \beta \equiv \neg\alpha \vee \beta)$
  $\forall_x [(\neg\forall_y (\neg Animal(y) \vee Loves(x,y))) \vee (\exists_y Loves(y,x))]$.
- Przesuń $\neg$ do wewnątrz: $(\neg\forall_x P(x) \equiv \exists_x \neg P(x))$
  $\forall_x [(\exists_y \neg(\neg Animal(y) \vee Loves(x,y)))] \vee (\exists_y Loves(y,x))]$
- $\forall_x [(\exists_y (\neg\neg Animal(y) \wedge \neg Loves(x,y)))] \vee (\exists_y Loves(y,x))]$
- $\forall_x [(\exists_y (Animal(y) \wedge \neg Loves(x,y))) \vee (\exists_y Loves(y,x))]$

- Standaryzuj zmienne: Dla zdań takich jak $(\exists_x P(x)) \vee (\exists_x Q(x))$, które używają tej samej zmiennej dwa razy, zmień nazwę jednej ze zmiennych.
  $\forall_x [\exists_y (Animal(y) \wedge \neg Loves(x,y))] \vee [\exists_z Loves(z,x)]$
- Skolemizacja usuniecie kwantyfikatorów egzystencjalnych.
  - W prostym przypadku jest to reguła (Instancja egzystencjalna) tworzenia instancji przetłumacz $\exists_x P(x)$ na $P(a)$ gdzie a jest nową stałą. $\dfrac{\exists_x P(x)}{P(x|a)}$
  - Nie możemy jednak stosować tej reguły do naszego zdania powyżej, ponieważ nie ma ono postaci wzorca $\exists_x P(x)$; tylko część zdania pasuje do wzorca.
  - Jeśli zastosujemy regułę to otrzymujemy
    $\forall_x [Animal(a) \wedge \neg Love(x,a)] \vee Loves(b,x)$,
    co ma całkowicie niewłaściwe znaczenie: mówi, że wszyscy albo nie kochają konkretnego zwierzcia a albo są kochani przez jakąś konkretną istotę b.

W postaci CNF

- Każda zmienna kwantyfikowana egzystencjalnie jest zastępowana przez tak zwaną funkcję Skolema.

  $\forall_x [Animal(F(x)) \wedge \neg Loves(x, F(x))] \vee Loves(G(x), x)$.

  Funkcja Skolema $F(x)$ odnosi się do zwierzęcia potencjalnie niekochanego przez x, podczas gdy $G(x)$ odnosi się do kogoś, kto może kochać x.

- Opuszczamy uniwersalne kwantyfikatory: $[Animal(F(x)) \wedge \neg Loves(x, F(x))] \vee Loves(G(x), x)$

- Przekształcamy postać dysjunkcyjną na koniunkcyjną:
  $[Animal(F(x)) \vee Loves(G(x), x)] \wedge [\neg Loves(x, F(x)) \vee Loves(G(x), x)]$.

Więcej o Skolemizacji

- Powtarzamy poniższy proces, aż wszystkie kwantyfikatory $\exists$ zostaną usunięte
- Bierzemy dowolną podformułę postaci $\exists_y B(y)$.
- Niech $x_1, \ldots, x_n$ $(n \geq 0)$ będzie listą wszystkich zmiennych wolnych występujących w $\exists_y B(y)$, które są uniwersalnie kwantyfikowane w pewnej nadformule formuły $\exists_y B(y)$.
- Jeśli $n = 0$, zastępujemy $\exists_y B(y)$ przez $B(a)$, gdzie a jest nową stałą indywiduową.
- Jeśli $n > 0$, zastępujemy $\exists_y B(y)$ przez $B(F(x_1, \ldots, x_n))$, gdzie F jest nowym symbolem funkcji n-argumentowej.
- Musimy uważać, bo Skolemizacja nie zachowuje równoważności. Jednak zachowuje spełnialność.

Reguła rezolucji w logice I-go rzędu

- Reguła rezolucji klauzul pierwszego rzędu jest po prostu zmodyfikowaną wersją reguły rezolucji zdań.
- Dwie klauzule, które zakłada się, że zostaną wystandaryzowane osobno tak, że nie mają takich samych zmiennych, można je rozwiązać, jeśli zawierają literały uzupełniające.
- Zdaniowe literały są komplementarne jeśli jeden z nich jest negacja drugiego; literały pierwszego rzędu są komplementarne jeśli jeden z nich unifikuje się z negacją drugiego.

$$\frac{l_1 \vee l_2 \vee \ldots \vee l_m \qquad\qquad m_1 \vee m_2 \vee \ldots m_n}{SUBST(\theta, l_1 \vee \ldots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \ldots \vee l_m \vee m_1 \vee \ldots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \ldots m_n)}$$

gdzie $UNIFY(l_i, \neg m_j) = \theta$

- Przykład: $Animal(F(x)) \vee Loves(G(x), x)]$ i $[\neg Loves(u, v) \vee \neg Knows(u, v)]$ są rozwiązywane przez eliminację literałów komplementarnych $Loves(G(x), x)$ i $\neg Loves(u, v)$, z unifikatorem $\theta = \{u/G(x), v/x\}$.
- Po rozwiązaniu pozostałej klauzuli to $[Animal(F(x)) \vee \neg Knows(G(x), x)]$

KB przykładu-1 jako CNF

$\neg(American(x) \wedge Weapon(y) \wedge Sells(x, y, z) \wedge Hostile(z)) \vee Criminal(x)$

- $\neg American(x) \vee \neg Weapon(y) \vee \neg Sells(x, y, z) \vee \neg Hostile(z) \vee Criminal(x)$
- $\neg Missile(x) \vee \neg Owns(Nono, x) \vee Sells(West, x, Nono)$
- $\neg Enemy(x, America) \vee Hostile(x)$
- $\neg Missile(x) \vee Weapon(x)$
- $Owns(Nono, M_{\mathbf{1}})$
- $Missile(M_{\mathbf{1}})$
- $American(West)$
- $Enemy(Nono, America)$

Wnioskowanie w logice I-go rzędu

$\neg American(West) \vee \neg Weapon(y) \vee \neg Sells(x,y,z) \vee \neg Hostile(z) \vee Criminal(x)$	$\neg Criminal(West)$
$American(West)$	$\neg American(West) \vee \neg Weapon(y) \vee \neg Sells(West,y,z) \vee \neg Hostile(z)$
$\neg Missile(x) \vee Weapon(x)$	$\neg Weapon(y) \vee \neg Sells(West,y,z) \vee \neg Hostile(z)$
$Missile(M1)$	$\neg Missile(y) \vee \neg Sells(West,y,z) \vee \neg Hostile(z)$
$\neg Missile(x) \vee \neg Owns(Nono,x) \vee Sells(West,x,Nono)$	$\neg Sells(West,M1,z) \vee \neg Hostile(z)$
$Missile(M1)$	$\neg Missile(M1) \vee \neg Owns(Nono,M1) \vee \neg Hostile(Nono)$
$Owns(Nono,M1)$	$\neg Owns(Nono,M1) \vee \neg Hostile(Nono)$
$\neg Enemy(x,America) \vee Hostile(x)$	$\neg Hostile(Nono)$
$Enemy(Nono,America)$	$\neg Enemy(Nono,America)$
	$\square$

Dziękuję za uwagę