Actividad Integradora 1 - Precipitaciones máximas mensuales para el diseño de obras hidráulicas

Eryk Elizondo González A01284899

2024-10-28

ANÁLISIS

- 1. Análisis estadístico descriptivo de las precipitaciones históricas máximas mensuales de un estado
- A. Descarga la base de datos de precipitaciones máximas históricas mensuales de todos los estados de la república de la siguiente liga: precipitaciones mensuales Download precipitaciones mensuales. Esta base de datos se construyó con información de los resúmenes mensuales de lluvia y temperatura de CONAGUA (https://smn.conagua.gob.mx/es/Links to an external site.). Selecciona un estado que sea diferente a los del resto de tu equipo.

```
# Leer el archivo de precipitaciones máximas mensuales
rain_data <- read.delim("precipitaciones_maximas_mensuales.txt", sep="\t",
stringsAsFactors = FALSE)

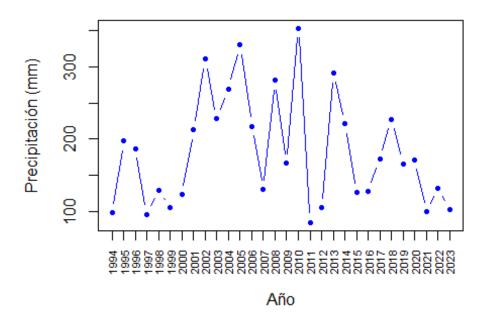
# Filtrar los datos para el estado de Nuevo León
rain_NL <- rain_data[which(rain_data$Estado == "Nuevo.León"), ]</pre>
```

B. Elabora una gráfica de las precipitaciones máximas mensuales por año para tu estado. Para ello deberás calcular la precipitación mensual máxima de cada año y graficarla.

```
# Obtener Los años únicos
years <- unique(rain_NL$Anio)

# Calcular La precipitación máxima mensual por año
monthly_max <- c()
for (n in 1:length(years)) {
   monthly_max <- c(monthly_max, max(rain_NL$Lluvia[which(rain_NL$Anio == years[n])]))
}</pre>
```

Precipitación Máxima Mensual: Nuevo León



C. Analiza los datos de precipitaciones máximas mensuaels del estado seleccionado.

Calcula las medidas de centralización y variación de las precipitaciones máximas mensuales

```
# Medidas de centralización y variación
media_lluvia <- mean(monthly_max)
mediana_lluvia <- median(monthly_max)
desviacion_estandar <- sd(monthly_max)
rango <- range(monthly_max)
sesgo <- skewness(monthly_max)
curtosis <- kurtosis(monthly_max)

# Imprimir resultados
print(paste("Rango: ", rango))
## [1] "Rango: 85.1" "Rango: 352.7"</pre>
```

```
print(paste("Mediana: ", mediana_lluvia))
## [1] "Mediana: 169.25"

print(paste("Media: ", media_lluvia))
## [1] "Media: 182.31"

print(paste("Desviación estándar: ", desviacion_estandar))
## [1] "Desviación estándar: 76.8402747755772"

print(paste("Sesgo: ", sesgo))
## [1] "Sesgo: 0.653830304780866"

print(paste("Curtosis: ", curtosis))
## [1] "Curtosis: 2.34458811772067"

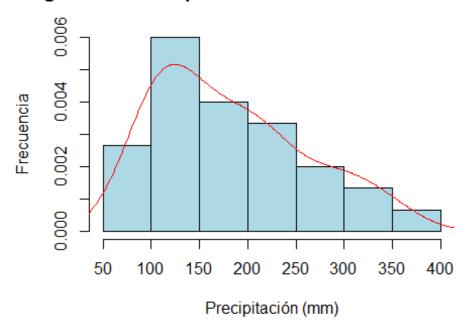
summary(monthly_max)
```

```
        Min.
        1st Qu.
        Median
        Mean
        3rd Qu.
        Max.

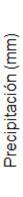
        85.1
        124.075
        169.25
        182.31
        225.525
        352.7
```

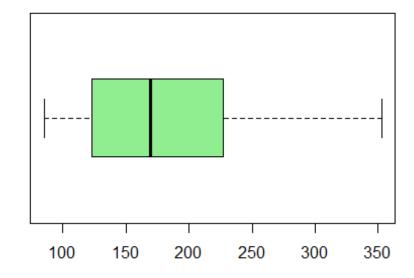
Realiza gráficos que te sirvan para describir la distribución de las lluviar máximas mensuales: histograma y boxplot

istograma de Precipitación Máxima Mensual: Nuevo



Boxplot de Precipitación Máxima Mensual: Nuevo L





2. Análisis de Frecuencias Método Gráfico

El Método gráfico consiste en realizar dos gráficas en la que se muestren las precipitaciones máximas comparadas con la probabilidad de excedencia y con su periodo de retorno.

A. En el data frame de los datos de precipitación máxima se agrega una columna con los datos de lluvias máximas ordenados de mayor a menor.

B. Se agrega una columna con el número de orden que tiene asignado cada precipitación máxima. A ese número se le llama "rank" (rango en español) y se simboliza por m

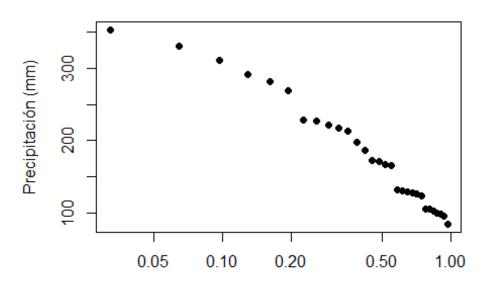
```
rain_analysis$rank_rain <- seq(1, nrow(rain_analysis))</pre>
```

C. Se calcula la probabilidad de excedencia o de ocurrencia de acuerdo con Weibull, donde el numerador es el número de orden (m) o "rank" y el denominador es la suma del total de datos (N) y 1:

```
rain_analysis$Pexe <- rain_analysis$rank_rain / (nrow(rain_analysis) + 1)</pre>
```

```
plot(y = rain_analysis$order_max_rain,
    x = rain_analysis$Pexe,
    log = "x",
    pch = 19,
    main = "Nuevo León",
    xlab = "Probabilidad de Excedencia (escala log)",
    ylab = "Precipitación (mm)")
```

Nuevo León



Probabilidad de Excedencia (escala log)

D. Se calcula la probabilidad de no excedencia para cada precipitación (complemento de la probabilidad de excedencia):

```
rain_analysis$Pnoexe <- 1 - rain_analysis$Pexe</pre>
```

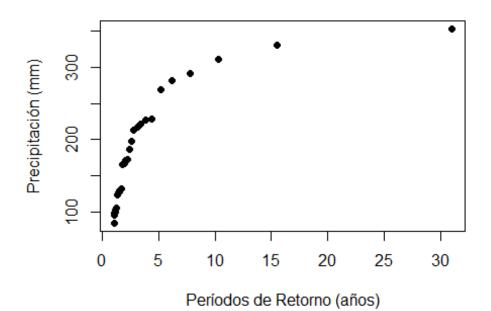
E. Se calcula el periodo de retorno como el inverso de la probabilidad de excedencia:

```
rain_analysis$Pret <- 1 / rain_analysis$Pexe
head(rain_analysis, 10)</pre>
```

	max_rain	order_max_rain	rank_rain	Pexe	Pnoexe	Pret
199 4	98.7	352.7	1	0.0322581	0.9677419	31.000000
199 5	197.8	329.9	2	0.0645161	0.9354839	15.500000
199	187.4	310.4	3	0.0967742	0.9032258	10.333333

	max_rain	order_max_rain	rank_rain	Pexe	Pnoexe	Pret			
6									
199 7	96.2	291.3	4	0.1290323	0.8709677	7.750000			
199 8	129.8	281.1	5	0.1612903	0.8387097	6.200000			
199 9	106.2	269.3	6	0.1935484	0.8064516	5.166667			
200 0	123.3	228.1	7	0.2258065	0.7741935	4.428571			
200 1	213.0	226.9	8	0.2580645	0.7419355	3.875000			
200 2	310.4	221.4	9	0.2903226	0.7096774	3.444444			
200 3	228.1	217.5	10	0.3225806	0.6774194	3.100000			
<pre>plot(x = rain_analysis\$Pret, y = rain_analysis\$order_max_rain, pch = 19, main = "Nuevo León", xlab = "Períodos de Retorno (años)", ylab = "Precipitación (mm)")</pre>									

Nuevo León



3. Análisis de Frecuencias Método Analítico

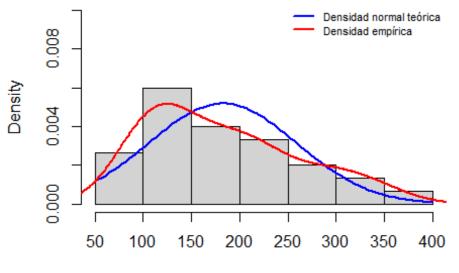
El método analítico consiste en asumir que los datos pueden ser ajustados a través de una función de densidad de probabilidades (FDP) conocida la cual nos servirá para modelar y pronosticar precipitaciones y periodos de retorno. Para ello es necesario probar varias distribuciones y emplear pruebas de bondad de ajuste para ver decidir cuál distribución es la que mejor se ajusta. Para nuestro análisis verificaremos el ajuste de las precipitaciones máximas mensuales a diferentes distribuciones.

A. Ajuste a una Distribución Normal.

Hay dos maneras de determinar si un conjunto de datos tiene una distribución normal, una visual y la otra mediante una prueba de bondad de ajuste.

a. Contruye el histograma de la función de densidad empírica de los datos y sobrepon una distribución normal que se esperaría que tuvieran los datos con los parámetros calculados por los mismos datos. De manera visual, ¿te parece que los datos se ajustan bien a una distribución normal? Explica. ¿Cuántos parámetros tiene la distribución Normal? ¿Cuáles son? ¿Por qué los parámetros se calculan de la forma en cómo se hace en el código?

Comparación de la distribución de los datos con Distribución Normal

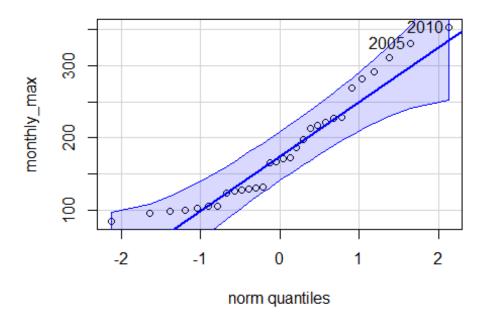


Precipitación máxima mensual (mm)

b. Construye la gráfica qqplot. De manera visual, ¿Los datos siguen una distribución normal de acuerdo con la Q-Qplot?

Gráfico Q-Q para comprobar visualmente si los datos siguen una distribución normal

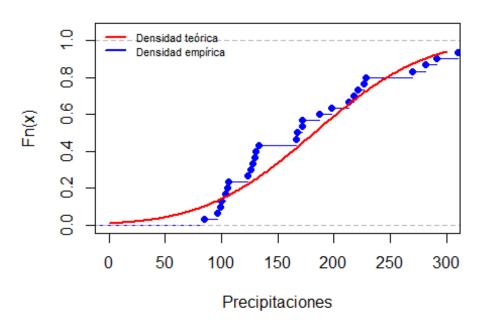
qqPlot(monthly_max)



```
## 2010 2005
## 17 12
```

c. Compara las distribuciones de probabilidad acumuladas (ojiva) empíricos y teóricos de la distribución normal que se esperaría que tuvieran los datos con los parámetros calculados por los mismos datos. Explica qué son datos empíricos y datos teóricos. ¿Se parecen las distribuciones de probabilidad acumuladas?

Comparación con la Distribución Normal



d. Utiliza dos pruebas de bondad de ajuste: Shapiro-Wilks y Kolmogorov-smirnov (KS). ¿Qué información nos dan las pruebas? ¿Cuáles son los valores de los estadísticos? ¿Cuáles el p-value de las pruebas? ¿Se aceptan o se rechazan las hipótesis nulas? ¿Podemos concluir que los datos de las precipitaciones máximas mensuales son normales? ¿Por qué?

No te olvides de las hipótesis planteadas: H0: Los datos provienen de una distribución normal H1: Los datos no provienen de una distribución normal

```
# Prueba Shapiro-Wilks para verificar si los datos son normales
shapiro.test(monthly_max)

##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: monthly_max
## W = 0.91693, p-value = 0.02235

# Prueba Kolmogorov-Smirnov (KS) comparando con la distribución Normal
teórica
ks.test(monthly_max, "pnorm", mean=mean(monthly_max), sd=sd(monthly_max))

##
## Exact one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data: monthly_max
```

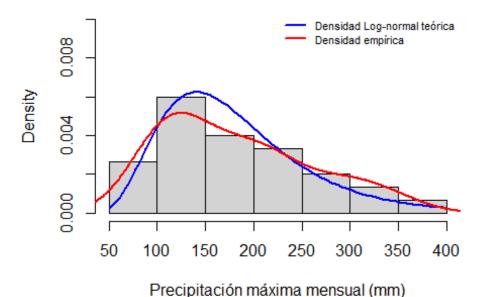
```
## D = 0.17323, p-value = 0.2938
## alternative hypothesis: two-sided
```

B. Ajuste a una Distribución Log-Normal.

Realiza un análisis visual y otro con pruebas de bondad de ajuste para determinar qué tan certera es la Distribución Log-normal para ajustar los datos.

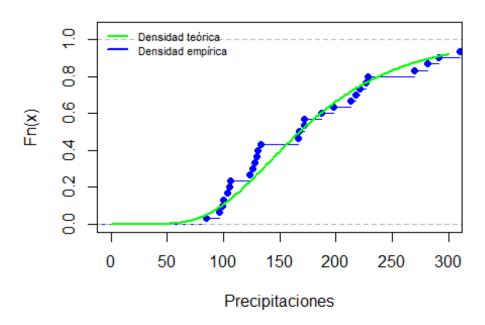
a. Contruye el histograma de la función de densidad empírica de los datos y sobrepon una distribución Log-normal que se esperaría que tuvieran los datos con los parámetros calculados por los mismos datos. De manera visual, ¿te parece que los datos se ajustan bien a una distribución Log-normal? Explica.

Comparación de la distribución de los datos con Distribución Log-Normal



b. Compara las distribuciones de probabilidad acumuladas (ojiva) empíricos y teóricos de la distribución teórica que se esperaría que tuvieran los datos con los parámetros calculados por los mismos datos. Explica qué son datos empíricos y datos teóricos. ¿Se parecen las distribuciones de probabilidad acumuladas?

Comparación con la Distribución Log-Normal



c. Haz la prueba KS para determinar si los datos se ajustan a una Log-normal

```
# Prueba KS para La distribución Log-Normal
ks.test(monthly_max, "plnorm", mean=mean(log(monthly_max)),
sd=sd(log(monthly_max)))

##
## Exact one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data: monthly_max
## D = 0.14493, p-value = 0.5083
## alternative hypothesis: two-sided
```

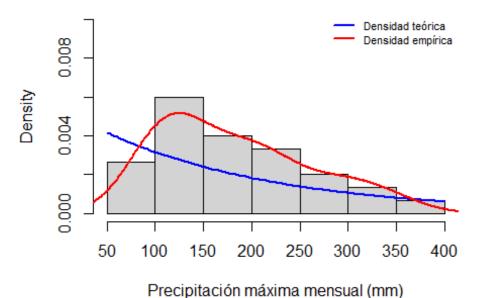
C. Ajuste a una Distribución Exponencial.

Realiza un análisis visual y otro con pruebas de bondad de ajuste para determinar qué tan certera es la Distribución Exponencial para ajustar los datos.

a. Contruye el histograma de la función de densidad empírica de los datos y sobrepon una distribución Exponencial que se esperaría que tuvieran los datos con los parámetros calculados por los mismos datos. De manera visual, ¿te parece que los datos se ajustan bien a una distribución Exponencial? Explica.

```
# Graficar el histograma de los datos y superponer la curva teórica de la distribución Exponencial hist(monthly_max, xlab="Precipitación máxima mensual (mm)", freq=FALSE, ylim=c(0, 0.01), main="Comparación de la distribución de los datos \n con Distribución
```

Comparación de la distribución de los datos con Distribución Exponencial

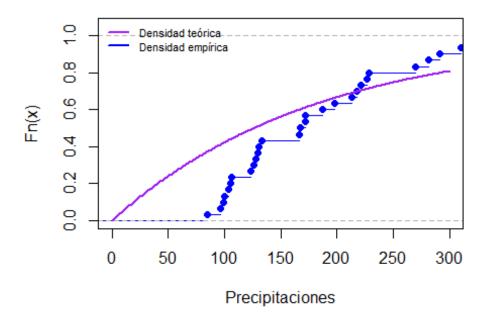


b. Compara las distribuciones de probabilidad acumuladas (ojiva) empíricos y teóricos de la distribución teórica que se esperaría que tuvieran los datos con los parámetros calculados por los mismos datos. Explica qué son datos empíricos y datos teóricos. ¿Se parecen las distribuciones de probabilidad acumuladas?

```
# Superponer La curva de La distribución acumulada teórica (Distribución
Exponencial)
par(new=TRUE)
plot(0:300, exp_teorica, type="l", col="purple", lwd=2, ylim=c(0, 1.05),
xaxt="n", yaxt="n", xlab="", ylab="")

# Añadir Leyenda
legend("topleft", col=c("purple", "blue"), legend =c("Densidad teórica",
"Densidad empírica"), lwd=2, bty = "n", cex=0.7)
```

Comparación con la Distribución Exponencial



c. Haz la prueba KS para determinar si los datos se ajustan a una Exponencial

```
# Prueba KS para La distribución Exponencial
ks.test(monthly_max, "pexp", 1/mean(monthly_max))
##
## Exact one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data: monthly_max
## D = 0.37669, p-value = 0.0002474
## alternative hypothesis: two-sided
```

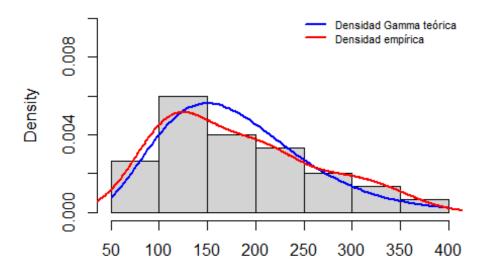
D. Ajuste a una Distribución Gamma.

Realiza un análisis visual y otro con pruebas de bondad de ajuste para determinar qué tan certera es la Distribución Gamma para ajustar los datos.

a. Contruye el histograma de la función de densidad empírica de los datos y sobrepon una distribución Gamma que se esperaría que tuvieran los datos con los parámetros calculados por los mismos datos. De manera visual, ¿te parece que los datos se ajustan bien a una distribución Gamma? Explica.

```
# Graficar el histograma de los datos y superponer la curva teórica de la
distribución Gamma
hist(monthly_max, xlab="Precipitación máxima mensual (mm)", freq=FALSE,
vlim=c(0, 0.01),
     main="Comparación de la distribución de los datos \n con Distribución
Gamma")
# Superponer la curva teórica Gamma
curve(dgamma(x, mean(monthly_max)^2/var(monthly_max),
mean(monthly_max)/var(monthly_max)),
      add=TRUE, col="blue", lwd=2)
# Graficar la densidad empírica
lines(density(monthly max), col="red", lwd=2)
# Añadir Leyenda
legend("topright", col=c("blue", "red"),
       legend =c("Densidad Gamma teórica", "Densidad empírica"), lwd=2, bty =
"n", cex=0.7)
```

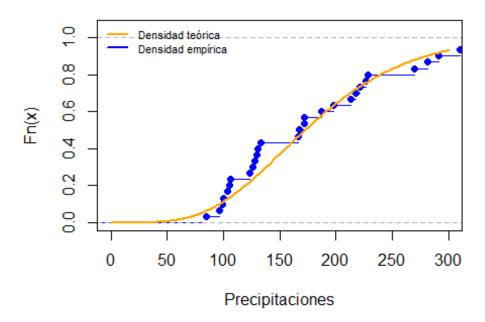
Comparación de la distribución de los datos con Distribución Gamma



Precipitación máxima mensual (mm)

b. Compara las distribuciones de probabilidad acumuladas (ojiva) empíricos y teóricos de la distribución teórica que se esperaría que tuvieran los datos con los parámetros calculados por los mismos datos. Explica qué son datos empíricos y datos teóricos. ¿Se parecen las distribuciones de probabilidad acumuladas?

Comparación con la Distribución Gamma



c. Haz la prueba KS para determinar si los datos se ajustan a una Gamma

E. Ajuste a una Distribución Weibull.

Realiza un análisis visual y otro con pruebas de bondad de ajuste para determinar qué tan certera es la Distribución Weibull para ajustar los datos.

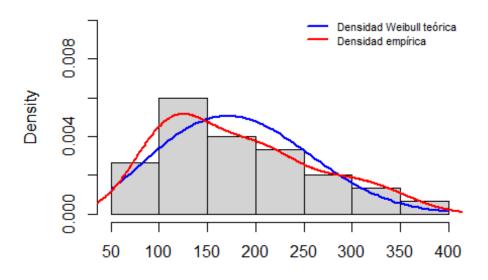
a. El cálculo de los parámetros a partir de los datos es un poco más difícil en la distribución Weibull de lo que fue en las anteriores distribuciones, así que recurriremos a que R los estime con el comando fitdistr. Úsalo para estimar los parámetros de la Weibull.

```
# Estimación de los parámetros para la distribución Weibull
weibull_fit <- fitdistr(monthly_max, "weibull", lower = c(0,0))
```

b. Contruye el histograma de la función de densidad empírica de los datos y sobrepon una distribución Weibull que se esperaría que tuvieran los datos con los parámetros calculados por los mismos datos. De manera visual, ¿te parece que los datos se ajustan bien a una distribución Weibull? Explica.

```
hist(monthly_max, xlab="Precipitación máxima mensual (mm)", freq=FALSE,
ylim=c(0, 0.01), main="Comparación de la distribución de los datos \n con
Distribución Weibull")
curve(dweibull(x, weibull_fit$estimate[1], weibull_fit$estimate[2]),
add=TRUE, col="blue", lwd=2)
lines(density(monthly_max), col="red", lwd=2)
legend("topright", col=c("blue", "red"), legend =c("Densidad Weibull
teórica", "Densidad empírica"), lwd=2, bty = "n", cex=0.7)
```

Comparación de la distribución de los datos con Distribución Weibull

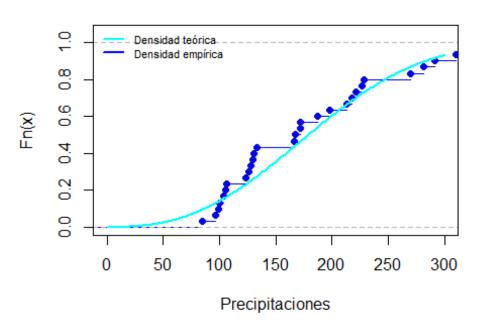


Precipitación máxima mensual (mm)

c. Compara las distribuciones de probabilidad acumuladas (ojiva) empíricos y teóricos de la distribución teórica que se esperaría que tuvieran los datos con los parámetros calculados por los mismos datos. Explica qué son datos empíricos y datos teóricos. ¿Se parecen las distribuciones de probabilidad acumuladas?

```
# Estimación de la distribución acumulada teórica para la distribución
Weibull
weibull fit = fitdistr(monthly max, "weibull")
weibull_teorica = pweibull(0:300, shape=weibull_fit$estimate["shape"],
scale=weibull_fit$estimate["scale"])
# Graficar la distribución acumulada empírica (Ojiva)
plot(ecdf(monthly_max), main="Comparación con la Distribución Weibull",
     xlab="Precipitaciones", col="blue", xlim=c(0,300), ylim=c(0, 1.05))
# Superponer la curva de la distribución acumulada teórica (Distribución
Weibull)
par(new=TRUE)
plot(0:300, weibull_teorica, type="l", col="cyan", lwd=2, ylim=c(0, 1.05),
xaxt="n", yaxt="n", xlab="", ylab="")
# Añadir Leyenda
legend("topleft", col=c("cyan", "blue"), legend =c("Densidad teórica",
"Densidad empírica"), lwd=2, bty = "n", cex=0.7)
```

Comparación con la Distribución Weibull



d. Haz la prueba KS para determinar si los datos se ajustan a una Weibull

```
ks.test(monthly_max, "pweibull", weibull_fit$estimate[1],
weibull_fit$estimate[2])

##
## Exact one-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data: monthly_max
## D = 0.15926, p-value = 0.3909
## alternative hypothesis: two-sided
```

F. Ajuste a una Distribución Gumbel.

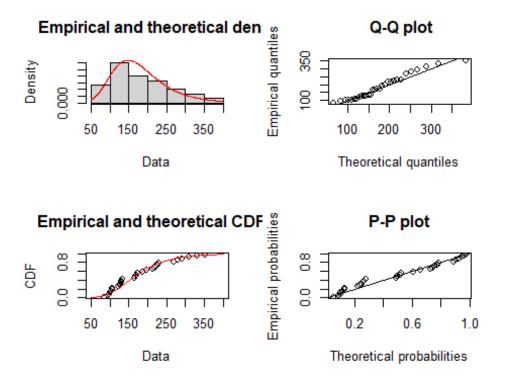
Realiza un análisis visual y otro con pruebas de bondad de ajuste para determinar qué tan certera es la Distribución Gumbel para ajustar los datos.

a. Para probar si los datos de precipitación máxima se ajustan a una distribución Gumbel, se necesita definir las funciones de densidad de acuerdo con la función Gumbel. Creálas con las fórmulas de la Distribución Gumbel.

```
dgumbel = function(x, a, b) 1/b*exp((a-x)/b)*exp(-exp((a-x)/b))
pgumbel = function(q, a, b) exp(-exp((a-q)/b))
qgumbel = function(p, a, b) a-b*log(-log(p))
```

b. Para estimar los parámetros y hacer el ajuste de la Distribución Gumbel con la biblioteca "fitdistrplus". Haz las gráficas de histograma de densidad empírica y teórica, la probabilidad de acumulada empírica y teórica y el QQplot.

```
gumbel_fit <- fitdist(monthly_max, "gumbel", start = list(a=1, b=1))
plot(gumbel_fit)</pre>
```



c. Haz la prueba KS para determinar si los datos se ajustan a una Gumbel

```
gumbel_exe <- 1 - pgumbel(rain_analysis$order_max_rain,
gumbel_fit$estimate[1], gumbel_fit$estimate[2])
ks.test(rain_analysis$Pexe, gumbel_exe)

##
## Exact two-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data: rain_analysis$Pexe and gumbel_exe
## D = 0.16667, p-value = 0.808
## alternative hypothesis: two-sided</pre>
```

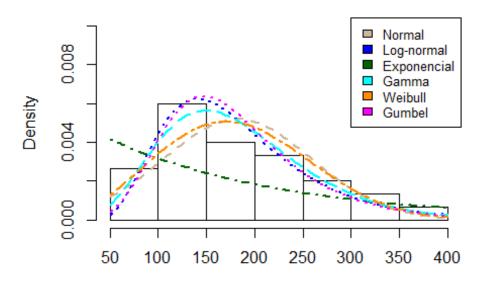
G. Compara los ajustes de las distribuciones que analizaste

a. Haz un gráfico comparativo de los histogramas de densidad empírica vs densidad teórica de todas las distribuciones que analizaste (todas las distribuciones en un solo gráfico.

```
hist(monthly_max, xlab="Precipitación máxima mensual (mm)", freq=FALSE,
ylim=c(0, 0.01), main="Comparación de las distribuciones", col=0)
curve(dnorm(x, mean=mean(monthly_max), sd=sd(monthly_max)), add=TRUE,
```

```
col="bisque3", lwd=2, lty=2)
curve(dlnorm(x, mean=mean(log(monthly_max)), sd=sd(log(monthly_max))),
add=TRUE, col="blue", lwd=2, lty=3)
curve(dexp(x, 1/mean(monthly_max)), add=TRUE, col="darkgreen", lwd=2, lty=4)
curve(dgamma(x, mean(monthly_max)^2/var(monthly_max),
mean(monthly_max)/var(monthly_max)), add=TRUE, col="cyan", lwd=2, lty=5)
curve(dweibull(x, weibull_fit$estimate[1], weibull_fit$estimate[2]),
add=TRUE, col="darkorange", lwd=2, lty=6)
curve(dgumbel(x, gumbel_fit$estimate[1], gumbel_fit$estimate[2]), add=TRUE,
col="magenta", lwd=2, lty=159)
legend("topright", legend=c("Normal", "Log-normal", "Exponencial", "Gamma",
"Weibull", "Gumbel"), fill=c("bisque3", "blue", "darkgreen", "cyan",
"darkorange", "magenta"), cex=0.8)
```

Comparación de las distribuciones

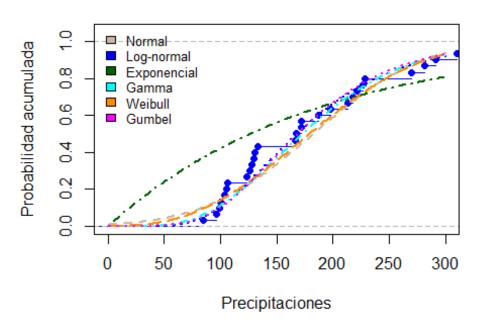


Precipitación máxima mensual (mm)

b. Haz un gráfico comparativo de las probabilidades acumuladas empírica vs teóricas de todas las distribuciones que analizaste (todas las distribuciones en un solo gráfico.

```
# Log-normal
par(new=TRUE)
plot(0:300, log_teorica, type="l", main="", xlab="", ylab="",
     col="blue", lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=3)
# Exponencial
par(new=TRUE)
plot(0:300, exp_teorica, type="l", main="", xlab="", ylab="",
     col="darkgreen", lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=4)
# Gamma
par(new=TRUE)
plot(0:300, gamma_teorica, type="l", main="", xlab="", ylab="",
     col="cyan", lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=4)
# Weibull
par(new=TRUE)
plot(0:300, weibull_teorica, type="l", main="", xlab="", ylab="",
     col="darkorange", lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=5)
# Gumbel
par(new=TRUE)
gumbel teorica <- pgumbel(0:300, gumbel fit$estimate[1],</pre>
gumbel fit$estimate[2])
plot(0:300, gumbel_teorica, type="1", main="", xlab="", ylab="",
     col="magenta", lwd=2, ylim=c(0, 1.05), xaxt="n", yaxt="n", lty=159)
# Leyenda
legend("topleft", legend=c("Normal", "Log-normal", "Exponencial", "Gamma",
"Weibull", "Gumbel"),
       fill = c("bisque3", "blue", "darkgreen", "cyan", "darkorange",
"magenta"),
       cex = 0.8, bty="n")
```

Comparación con las Distribuciones Teóricas



DISEÑO DE OBRAS HIDRÁULICAS

4. Precipitación de diseño de obras hidráulicas

Se desea diseñar una presa derivadora para una zona de riego mediana. Investiga el periodo de retorno recomendado para esta obra hidráulica, puedes consultarlo en: https://pon.sdsu.edu/periodos_de_retorno_cna.html.Links to an external site.

A. Haz el gráfico comparativo de la probabilidad de excedencia teórica vs empírica. ¿Qué te indica ese gráfico? interpreta y argumenta la certeza de la selección de la distribución elegida.

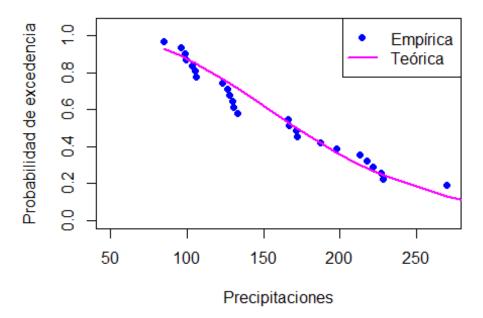
```
# Calcular los parámetros de la distribución Gamma
shape_param <- mean(monthly_max)^2 / var(monthly_max)
rate_param <- mean(monthly_max) / var(monthly_max)

# Calcular la CDF de la distribución Gamma para los datos observados
gamma_cdf <- pgamma(rain_analysis$order_max_rain, shape=shape_param,
rate=rate_param)

# Invertir la CDF para obtener la probabilidad de excedencia
gamma_exceedance <- 1 - gamma_cdf

# Gráfico de probabilidad de excedencia teórica vs empírica
```

Probabilidad de excedencia teórica y empírica Distribución Gamma



B. Utilizando el límite inferior del intervalo de periodo de retorno sugerido, encuentra la probabilidad de excedencia o de ocurrencia para ese valor. Recuerda que:

```
# Probabilidad de excedencia para un periodo de retorno de 100 años
Pexe <- 1 / 100
Pexe
## [1] 0.01
```

C. Conociendo la probabilidad de excedencia, calcula su complemento (1 - Pexe) y utiliza esta probabilidad para encontrar el valor de la precipitación máxima mensual que tendrá ese periodo de retorno.

```
# Probabilidad de no excedencia
Pnoexe <- 1 - Pexe

# Valor de la precipitación máxima mensual para un periodo de retorno de 200
años usando la distribución Gamma
precipitacion_max_100 <- qgamma(p = Pnoexe, shape=shape_param,
rate=rate_param)

# Mostrar resultado
precipitacion_max_100
## [1] 406.6562</pre>
```

D. Explora otros periodos de retorno diferentes a los que se proporcionan en los periodos sugeridos para contestar esta pregunta.

```
qgamma(p = (1 - 1/200), shape=shape_param, rate=rate_param) # 200 años
## [1] 439.7745

qgamma(p = (1 - 1/300), shape=shape_param, rate=rate_param) # 300 años
## [1] 458.6803

qgamma(p = (1 - 1/400), shape=shape_param, rate=rate_param) # 400 años
## [1] 471.9132

qgamma(p = (1 - 1/500), shape=shape_param, rate=rate_param) # 500 años
## [1] 482.0828
```