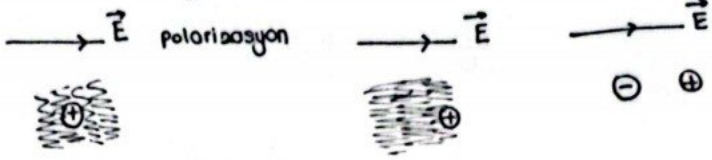
Dielektrik Ortam

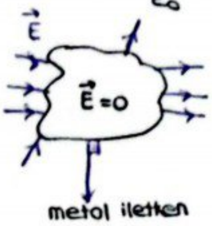
18.02.2025

* Yalıtkan malzemeyi elektrik alan içine koyarsanız?

Serbest
Yüksek
enerji
valans elektronları dahi
çekirdeğe sıkıca bağlıdır.



$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$



Polarizasyon

Elektrik alan altında negatif ve pozitif yükler zıt yönde hareket eder. Bu durum atomun dipol gibi davranmasına ve polarize olmasına neden olur.

Çoğunlukla polarizasyon elektrik alan ile orantılıdır.

$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

$\vec{P} = \alpha \vec{E}$

α = atomik polarizabilite katsayısı

α	H	He	Li	C	Na	Ar
	0.66	0.21	12	1.5	27	1.6

$\vec{p} = q\vec{d}$

$\vec{F} = q\vec{E}$

$\vec{P} = \alpha_1 \vec{E}_1 + \alpha_n \vec{E}_n$! atom Elektrik alan yönüne göre farklı polarizasyon

$E\left(\frac{V}{m}\right)$ $P(cm)$ $\alpha\left(\frac{Cm^2}{V}\right)$

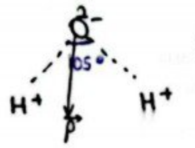
$$\left.\begin{aligned} P_x &= \alpha_{xx} E_x + \alpha_{xy} E_y + \alpha_{xz} E_z \\ P_y &= \alpha_{yx} E_x + \alpha_{yy} E_y + \alpha_{yz} E_z \\ P_z &= \alpha_{zx} E_x + \alpha_{zy} E_y + \alpha_{zz} E_z \end{aligned}\right\} \text{Yönlerdeki polarizasyon.}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{bmatrix}_{3\times 3} \text{ Polarize Tensörü}$$

en genel
tensör
Polarize

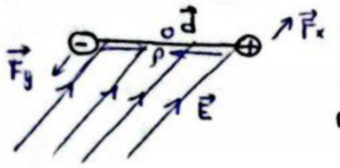
Polar Moleküller: Kendinden bir dipole momente sahip olan moleküllerdir.

ÖR: Su molekülü



Asimetri

* Polar Molekül Elektrik Alan İçine Konursa Ne Olur? *



düzgün elektrik altında polar molekül ötelenmez.

$|\vec{F}_-| = |\vec{F}_+|$

$\vec{F}_{net} = 0$ Ama $\vec{\tau}_{net} \neq 0$ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\vec{\tau} = \vec{r}_- \times \vec{F}_- + \vec{r}_+ \times \vec{F}_+ = -\frac{\vec{d}}{2} \times (-q\vec{E}) + \frac{\vec{d}}{2} \times q\vec{E}$

$\vec{r}_- = -\frac{\vec{d}}{2}$ $\vec{r}_+ = \frac{\vec{d}}{2}$ $\vec{\tau} = q\vec{d} \times \vec{E} = \vec{\tau}_{net} = \vec{p} \times \vec{E}$

Polar moleküller elektrik alan altında iken dipol momentleri elektrik alan yönünde hizalanmaya zorlanır.

Elektrik alana maruz kalan dielektrik malzeme ya polarize olur, ya da malzeme polar moleküllerden oluşuyor ise dipol momentleri elektrik alan yönünde hizalanacaktır. Kısaca, polarizasyon $\vec{E}$ ile aynı yöndedir.

Soru; Polarize olmuş malzeme ne kadar Potansiyel Oluşturur?

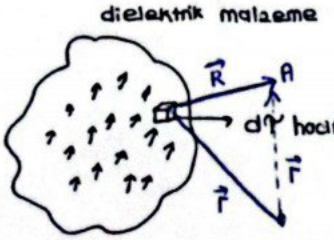
Tek bir dipol'ün potansiyeli (geçen dönemden) $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \hat{R}}{R^2}$

$\vec{p}$: (Küçük $\vec{p}$): dipol momenti

$\vec{p} = q\vec{d}$

$\vec{p}$ (Coulomb, metre)

dielektrik malzeme



$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

$\vec{P}$: Polarizasyon Yoğunluğu

$\vec{p}$ (küçük $\vec{p}$): dipol momenti

$\vec{p} = q\vec{d}$

$\vec{p}$ ($d\tau$ nun içindeki Toplam polarizasyon) $= \vec{P}\, d\tau$

$$\int dV = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{P} \cdot \hat{R}\, d\tau}{R^2}$$

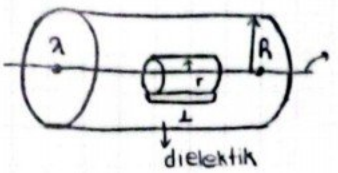
polarizasyon Yoğunluğu

$\vec{P} = \frac{\text{Coulomb}}{m^2}$

25/02/2025

Salı

ÖR:



Yük yoğunluğu λ olan sonsuz tel için R yarıçaplı lastik yalıtkanla kaplanır.

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = q_{serbest} \Rightarrow D(2\pi r L) = \lambda L$$

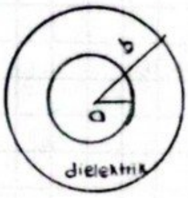
Gauss yüzeyi içinde kalan serbest yük!

Peki $\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = q_{iç}$ uygulanabilir mi?

$\vec{D} = \frac{\lambda}{2\pi} \hat{r}$ bu ifade dielektrik içinde ve dışında geçerli, çünkü...?

$r > R \rightarrow \varepsilon_0 \vec{E} = \vec{D}$ neden? $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0} \hat{r}$ $\quad r < R \Rightarrow \vec{E} = ?$ Bulunabilir mi?

ÖR: Küresel kabuk dış yarıçapı b iç yarıçapı a dielektrik



$\vec{P} = \frac{k}{r} \hat{r}$ olarak verilmiş. Elektrik alanı 3 bölgede 2 farklı şekilde bulunuz.

(b) $\vec{D}$ vektörünü bulalım.

$\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = q_s$ Burada serbest yük yok!

$\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = 0$ heryerde! $\Rightarrow \vec{D} = 0$ heryerde

Not: Simetriden dolayı

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$r > b$ için $\vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0$

$r < a$ için $\vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0$

$0 = \varepsilon_0 \vec{E} + \frac{k}{r} \hat{r} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{k}{r\varepsilon_0} \hat{r}$ (dielektrik içinde)

$a < r < \beta$

(a) Bağlı yükleri bulalım!

$$\rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} \Rightarrow \rho_b = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{k}{r}\right)$$

$$= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(kr) = -\frac{k}{r^2}$$

4.15 ÖR:

$$\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} = \begin{cases} \vec{P} \cdot \hat{r} = k/b & r = b \\ -\vec{P} \cdot \hat{r} = -k/a & r = a \end{cases}$$

, burada $\hat{n} = \hat{r}$

, $\hat{n} = -\hat{r}$ a olduğuna dikkat edinin.

$\hat{n}$ yüzeyden dışarı

Gauss yasası $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_{iç}}{r^2} \hat{r} \Rightarrow \underset{\text{Not}}{\vec{E} = 0}$ $\quad r > b$ ve $r < a$

NOT: Bir elektrik içinde toplam bağlı yük (bağlı yüklerden kaynaklanan) sıfırdır.

$$q = \underset{\text{Yüzey}}{\oint} \sigma_b \, da + \underset{\text{Hacim}}{\int} \rho_b \, d\tau = \oint \vec{P} \cdot d\vec{a} - \int \vec{\nabla} \cdot \vec{P} \, d\tau = 0$$

Bu terimler eşit

diverjans Yasası

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k} \qquad \vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{R}\vec{P}\right) = \frac{1}{R}\vec{\nabla}\cdot\vec{P} + \vec{P}\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)$$

Diverjans Teoremi

$$\oint_{\text{Yüzey}} \vec{F}\, d\vec{a} = \int_{\text{Hacim}} (\vec{\nabla}\cdot\vec{F})\, d\tau$$

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{\hat{R}}{R^2} \qquad \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}\,'$$

$\downarrow$

$\vec{\nabla}$ (r'ye göre)

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\vec{P}\cdot\hat{R}\, d\tau}{R^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\text{Hacim}} \vec{P}\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right) d\tau$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\text{Hacim}} \left(\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{R}\vec{P}\right) - \frac{1}{R}\vec{\nabla}\cdot\vec{P}\right) d\tau$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\int_{\text{Hacim}} \vec{\nabla}\cdot\left(\frac{1}{R}\vec{P}\right) d\tau - \int_{\text{Hacim}} \frac{1}{R}\vec{\nabla}\cdot\vec{P}\, d\tau\right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\oint_{\text{Yüzey}} \frac{1}{R}\vec{P}\cdot d\vec{a} - \int_{\text{Hacim}} \frac{1}{R}\vec{\nabla}\cdot\vec{P}\, d\tau\right]$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{P} = \left(\frac{\text{Coulomb}}{\text{metre}^3}\right)$$

$$\rho_{bağlı} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}$$

$$\sigma_{bağlı} = \vec{P}\cdot\hat{n}$$

Bağlı yüklerin Yoğunluğu

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\oint_{\text{Yüzey}} \frac{\vec{P}\cdot\hat{n}\, da}{R} - \int_{\text{Hacim}} \frac{\vec{\nabla}\cdot\vec{P}}{R} d\tau\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\oint_{\text{Yüzey}} \frac{\sigma_b\, da}{R} + \int_{\text{Hacim}} \frac{\rho_{bağlı}}{R} d\tau\right]$$

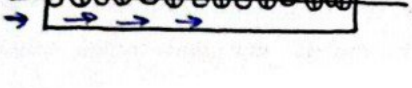
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\oint_{\text{Yüzey}} \frac{\sigma_b}{R} da + \int_{\text{Hacim}} \frac{\rho_b}{R} d\tau\right]$$

$\Downarrow$ Yüzey yüklerinin potansiyele etkin — $\sigma_b = \vec{P}\cdot\hat{n}$

$\Downarrow$ Bağlı yüklerin etkisi — $\rho_b = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}$

$$E = -\vec{\nabla}V$$

Sonuç olarak polarize bir malzemenin oluşturacağı Potansiyel yüzey yükleri ile bağlı yüklerin içleri toplamıdır.

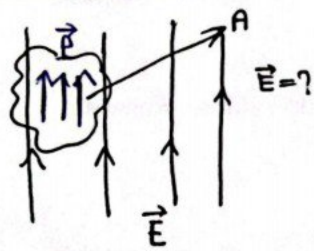


displacement Vektör

Elektrik deplasman Vektörü

Toplam yük $\quad \rho = \rho_{serbest} + \rho_{bağlı}$

dielektrik Malzeme



$\rho_{bağlı}$: Polarizasyonun oluşturacağı Elektrik alan etkisini betimleyen yük yoğunluğu.

Bağlı yükler: Atoma Bağlı

$\rho_{serbest}$, Serbest Yüklerin yoğunluğu

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{Q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$$

$$\rho = \rho_s + \rho_b$$

$$\varepsilon_0\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho_s + \rho_b$$

$$\varepsilon_0\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho_s - \vec{\nabla}\cdot\vec{P}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\varepsilon_0\vec{E} + \vec{\nabla}\cdot\vec{P} = \rho_s$$

$$\vec{\nabla}\cdot(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}) = \rho_s$$

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}}$$

Elektrik deplasman Vektörü

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_s}$$

Gauss Yasası, $\vec{D}$ için , diff formu

Serbest Yüke

$$\boxed{\oint_{\text{Yüzey}} \vec{D}\cdot d\vec{a} = Q_{iç}}$$

integral formu

27/02/2025

Lineer Dielektrik Bağlı Yükler

$\rho_b = -\vec{\nabla}.\vec{P}$

$= -\vec{\nabla}.(\varepsilon_0 \chi_e \vec{E})$

$= -\varepsilon_0 \chi_e \vec{\nabla}.\vec{E}$

$= -\varepsilon_0 \chi_e \dfrac{\vec{\nabla}.\vec{D}}{\varepsilon}$

$\rho_b = \dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \chi_e \rho_{serbest}$

$\varepsilon = \varepsilon_0 (1+\chi_e)$

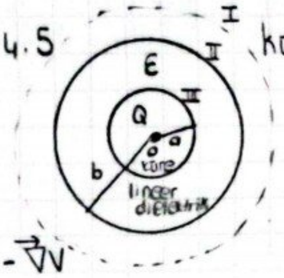
$\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = k = (1+\chi_e)$

k : dielektrik sabiti

Birimsizdir

Malzemenin geçirgenliği boşluğun geçirgenliğine oranıdır.

ÖR: 4.5



Kürenin merkezindeki Potansiyel = ?

$V_{\infty} = 0$

$V = -\int_{\infty}^{0} \vec{E}.d\vec{\ell} \qquad d\vec{\ell} = \hat{r}\,dr$

$E\,\hat{r}\,\hat{r}\,dr$

$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$

$V = -\left(\int_{\infty}^{b} E\,dr + \int_{b}^{a} E\,dr + \int_{a}^{0} \cancel{E}\,dr \right)$

0 çünkü metal içinde $\vec{E} = 0$

$V = -\left(\int_{\infty}^{b} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr + \int_{b}^{a} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} dr \right)$

$\oint \vec{D}\,d\vec{a} = D 4\pi r^2 = q_{serbest} \rightarrow Q$

$D = \dfrac{Q}{4\pi r^2} \qquad \vec{D} = \dfrac{Q}{4\pi r^2}\hat{r} \qquad \vec{D} = \varepsilon\vec{E} \qquad \vec{E}_{II} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\hat{r} \quad (a<r<b)$ dışarıda $r>b$

$\oint \vec{D}.d\vec{a} = D 4\pi r^2 = Q \qquad \vec{D} = \dfrac{Q}{4\pi r^2}\hat{r} \qquad \vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} = \vec{E}_I = \dfrac{Q\,\hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad b<r$

$V = \dfrac{Q}{4\pi}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_0}\dfrac{1}{r}\Big|_{\infty}^{b} + \dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{1}{r}\Big|_{b}^{a} \right) = \dfrac{Q}{4\pi}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_0 b} + \dfrac{1}{\varepsilon}\left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}\right)\right)$

Metal kürenin içinde $\vec{P} = 0 \quad \vec{E} = 0 \quad \vec{D} = 0$

$\vec{P} = ?$

dielektrik içinde ?

$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} \qquad \vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\hat{r}$

$\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_e$

$\rho_b = -\vec{\nabla}.\vec{P} = -\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}(r^2 P_r) + \ldots$

$= -\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \varepsilon_0 \chi_e \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\right) = 0$

$\sigma_{bağlı} = \vec{P}.\hat{n}$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma_{bağlı} = \varepsilon_0 \chi_e \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon b^2} & r = b \\ = -\varepsilon_0 \chi_e \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon a^2} & r = a \end{array} \right\}$$

Deplasman Vektörü — birim $\dfrac{C}{m^2}$

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$\oint_{Yüzey} D.d\vec{a} = q_{serbest}$

$\rho_b = -\vec{\nabla}.\vec{P}$ hacim bağlı

$\sigma_b = \hat{P}.\hat{n}$ yüzey bağlı

$\oint_{Yüzey} \vec{E}.d\vec{a} = \dfrac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$

$q_{iç} = q_{bağlı} + q_{serbest}$

Ya da bu problem için kendimiz gösterelim

dış kabukta toplam yük $\frac{k}{b} 4\pi b^2 = 4\pi b k$

iç " " " $-\frac{k}{a} 4\pi a^2 = -4\pi a k$

hacimdeki yük $\int_{Hacim} \frac{-k}{r^2} d\tau = -k \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{r} \frac{1}{r^2} r^2 \sin\theta \, d\theta d\phi dr$

$= -k4\pi(b-a) = 4k\pi a - 4k\pi b$

Hepsi Toplamı 0!

$a<r<b$, $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_{iç}}{r^2} \hat{r}$

$q_{iç} = \int_{Hacim} \frac{-k}{r^2} d\tau - 4\pi k a$ → yüzeyden

$= -k \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_a^{r} \frac{1}{r^2} r^2 a^2 \sin\theta \, d\theta d\phi dr - 4\pi k a$

$= -k4\pi(r-a) - 4\pi k a = -4\pi k r$

$\rightarrow \vec{E} = \frac{-1}{\varepsilon_0} \frac{k}{r} \hat{r}$ Aynı sonuç !!!

Deplasman Vektör (27/02/2025)

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ birim $\frac{C}{m^2}$

$\oint_{Yüzey} \vec{D} \cdot d\vec{a} = q_{serbest}$

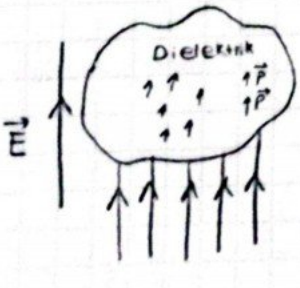
$\rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$ hacim bağlı

$\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$ yüzey bağlı

$\oint_{Yüzey} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$ → $q_{iç} = q_{bağlı} + q_{serbest}$

LINEER DIELEKTRIKLER

$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$ ← idealizasyon



Oluşan polarizasyon yoğunluğu Elektrik alan ile doğrusal değişiyor ise bu malzemeler doğrusal dielektrik olarak adlandırılabilir.

χ_e : Elektrik alan duygunluğu (Birimsiz) (susceptibility)

χ_e : dielektrik malzemenin özelliği

* χ_e'si büyük olan malzeme elektrik alan uygulandığında daha fazla Polarize olur.

$\varepsilon = \varepsilon_0(1+\chi_e)$ ε : Elektrik geçirgenliği (Permittivity)

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$= \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$ ← lineer dielektrikler için

$= \varepsilon_0 (1+\chi_e) \vec{E} \Rightarrow \boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}}$

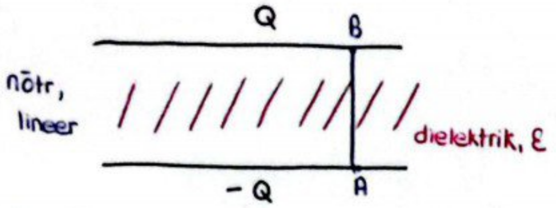
$\chi_e = 0$ ise $\vec{P} = 0$ yani boşluğa karşılık gelir

$\Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_0$ (ε_0 : Boşluğun elektrik geçirgenliği) $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$

ε birimi : $\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \Rightarrow \frac{Coulomb}{metre^2} = \varepsilon \frac{Volt}{m}$ $\varepsilon = \frac{Coulomb}{Volt \, metre} = \frac{C^2 s^2}{kg \cdot m^3} = \frac{A^2 s^4}{kg \cdot m^3}$

Amper $\frac{C}{s}$ $q = \frac{c}{V} = \frac{Coulomb}{Volt} = F$ ✓

ε birimi $= \frac{F}{m}$



$k = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0$ $\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = q_{serbest}$

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

(dielektrik varken) $\vec{E} = \frac{\varepsilon_0 \vec{E}_0}{\varepsilon} \Rightarrow \vec{E} \Rightarrow \frac{\vec{E}_0}{k}$

Dielektrik ortamda $\vec{E}$ alan azalacaktır.

$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$ plakalar arası

Potansiyelde $\frac{1}{k}$ kadar azalır.

Kapasitans ne olur?

$Q = C_0 V_0$ boşluk

$Q = CV$ dielektrik

$Q = C \frac{V_0}{k}$

$C = C_0 k$

Kapasitans k çarpanı artar.

Kapasitör'de depolanan enerji

$W = \frac{1}{2} C V^2$ 10μF 10V

15nF 10V

C arttığından dolayı yapılan iş "k" kadar artacaktır. $W = k \cdot W_0$

Aynı potansiyele ulaşmak için daha fazla yük taşınmalı, ayrıca dielektrik üzerine yapılan iş de etkili olacaktır.

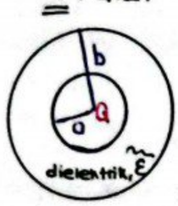
İŞ-ENERJİ İFADESİ

$W = \frac{\varepsilon_0}{2} \int E^2 d\tau$ tüm uzayda W: Q yükü biraraya getirmek için kullanılır.

dielektrik ortamda $W = \frac{1}{2} \int \vec{D}\vec{E} \, d\tau$.

ÖR: 4.5' deki dielektrik kabuğun yapısının enerjisi nedir? $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

P. 4.27



$$\vec{D} = \begin{cases} 0 & , r<a \\ \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{r} & , a<r \end{cases}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & , r<a \\ \frac{Q}{4\pi \varepsilon r^2} \hat{r} & , a<r<b \\ \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \hat{r} & , b<r \end{cases}$$

$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi_e)$

$$W = \frac{1}{2} \left[\int_{\substack{I \\ r<a}} \vec{D}\vec{E} \, d\tau + \int_{\substack{II \\ a<r<b}} \vec{D}\vec{E} \, d\tau + \int_{\substack{III \\ r>b}} \vec{D}\vec{E} \, d\tau \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\iiint_a^b \frac{Q^2}{(4\pi)^2 \varepsilon r^4} r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi + \iiint_b^\infty \frac{Q^2}{(4\pi)^2 \varepsilon_0 r^4} r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi \right]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi} \left[\frac{1}{\varepsilon} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr + \frac{1}{\varepsilon_0} \int_b^\infty \frac{1}{r^2} dr \right]$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi} \left[-\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{r} \Big|_a^b \right) - \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_b^\infty \right]$$

$$W = \frac{Q^2}{8\pi} \left(\frac{1}{\varepsilon a} - \frac{1}{\varepsilon b} + \frac{1}{\varepsilon_0 b} \right)$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi \varepsilon_0 (1+\chi_e)} \left(\frac{1}{a} + \frac{\chi_e}{b} \right)$$ Sonucuna varırız.

$\vec{p}$ dipolmoment $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ α polarizebilite mikroskopik büyüklük

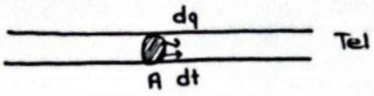
$\vec{P}$ polarizasyon yoğunluğu $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$ χ_e duygunluk mikroskopik " "

$\alpha = \frac{3\varepsilon_0}{N} \left(\frac{k-1}{k+2} \right)$

Akım nedir? Yüklerin hareketine akım denir.

$i = \frac{dq}{dt}$

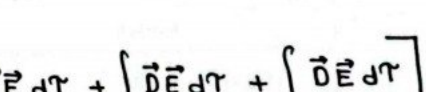
sabit akım $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$



Belli bir kesit alanından geçen birim zamandaki yük miktarına akım denir.

Magnetostatik → Statik ifadesi sabit akımı gösterir.

Hareketli yükler magnetik alana neden olurlar.



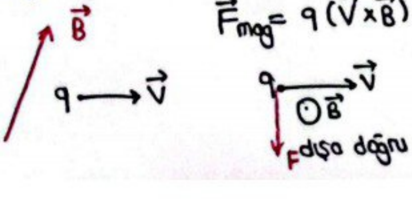
• q hareketsiz q yükü kuvvet hissetmez.

Gözlem

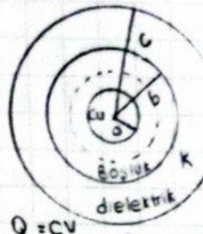
Zıt yönlü akım taşıyan teller birbirine çıkar.

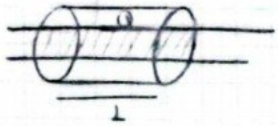
Magnetik kuvvet

$\vec{F}_{mag} = q(\vec{V} \times \vec{B})$



ÖR: Bakırdan yapılmış bir kooksiyal kablo, içte a yarıçaplı bir dolu silindir ve bununla eş eksenli ve yarıçapı b olan silindirik kabuktan oluşmaktadır. Aradaki bölgenin $[b, c]$ arası dielektrik ile doludur. Bu kablonun birim uzunluğunun sığası nedir? k dielektrik sabiti





$\frac{C}{L} = ?$

$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

$Q = CV$ önce V'yi bulmak için

* Lineer dielektrik demek

$Q = CV$ önce V'yi $\qquad V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$

$Q = CV$

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

Gauss V.

$\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = q_{serbest}$

$\vec{P} = 0 \quad \vec{E} = 0$

$\vec{D} = 0 \quad r < a \quad k = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$

$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E}$

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

Bu kablonun birim uzunluğunun sığası nedir?

$D\, 2\pi r L = Q \quad , \quad \vec{D} = \frac{Q}{2\pi r L} \hat{r} \quad a < r < b$

$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 r L} \hat{r} \quad a < r < b$

$D = 2\pi r L = Q$

$\vec{D} = \frac{Q \hat{r}}{2\pi r L} \quad b < r < c$

$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi \varepsilon L} \hat{r} \quad b < r < c$

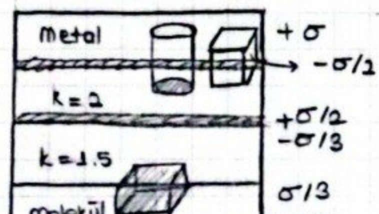
$Q = CV \qquad \frac{Q}{L} = \frac{C}{L} V \Rightarrow \frac{C}{L} = \frac{2\pi \varepsilon_0}{\frac{\ln(c/b)}{k} + \ln(b/a)}$

$$V = -\int_c^a \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \qquad \hat{r} \cdot d\vec{\ell} = dr \qquad V = -\left[\int_c^b \frac{Q}{2\pi \varepsilon r L} \hat{r} \cdot d\vec{\ell} + \int_b^a \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 r L} \hat{r} \cdot d\vec{\ell} \right]$$

$$= -\left[\frac{Q}{2\pi \varepsilon L} \int_c^b \frac{1}{r} dr + \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 L} \int_b^a \frac{1}{r} dr \right] = -\left[\frac{Q}{2\pi \varepsilon L} \ln r \Big|_c^b + \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 L} \ln r \Big|_b^a \right]$$

$$= -\left[\frac{Q}{2\pi \varepsilon L} (\ln b - \ln c) + \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 L} (\ln a - \ln b) \right] = \frac{Q}{2\pi L \varepsilon_0} \left[\frac{\ln(c/b)}{k} + \ln(b/a) \right] = V$$

4.18



$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$

Lineer − dielektriklerde dielektrik içinde serbest yük yok ise

$EA = \frac{\sigma}{2} \frac{A}{\varepsilon_0} \qquad E_I = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

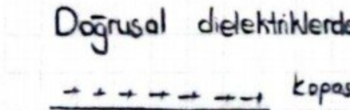
$\rho_b = 0$ hacim bağlı yükler sıfırdır.

$EA = -\frac{2\sigma}{3} \frac{A}{\varepsilon_0} \qquad E_{II} = -\frac{2\sigma}{3\varepsilon_0}$

Doğrusal dielektriklerde $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} \; , \; \vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_{boşluk}$

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$



$k = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0 (1 + \chi_e)}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_e \qquad \vec{E} = \frac{\varepsilon_0 \vec{E}_0}{\varepsilon} \; , \; \vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{k}$

$k > 1$

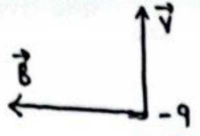
$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad \vec{\nabla} \times \vec{D} = \varepsilon_0 \underbrace{\cancel{\vec{\nabla} \times \vec{E}}}_{0} + \vec{\nabla} \times \vec{P}$

Boşluk olan bir ortam doğrusal dielektrik ile doldurulur ise önceki dielektrik alan azalır. Polarizasyondan dolayı oluşan yüzey bağlı yüklerin önceki elektrik alanın zıttı yönünde elektrik alan üretir.

$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$

$-\int \vec{D} \cdot d\vec{\ell} = ?$

$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{k}$



$\vec{E}$ ve $\vec{B}$ alan altında

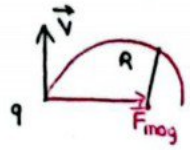
$$\vec{F} = \vec{F}_a + \vec{F}_{mag}$$

$\otimes$ $\vec{F}$ içe doğru

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\,(\vec{v}\times\vec{B})$$
$$= q\,(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$$ lorentz kuvvet

ÖR: $\vec{F}_{mag}$ her zaman $\vec{v}$ ve $\vec{B}$ ye diktir.

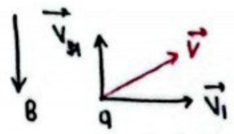
Bu nedenle hareketli yükler magnetik alanda dönüş hareketi, dairesel hareket yapmak isterler. ($\vec{v}\,/\!/\,\vec{B}$ olmamalı)



Fmag = merkezcil kuvvet

$$F_{mer} = ma = \frac{mv^2}{r} = qvB \qquad \boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$ Yarıçap

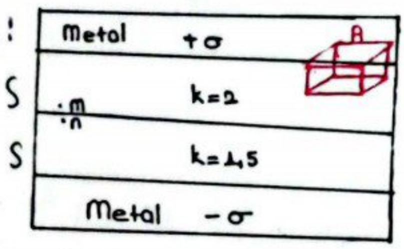
Soru: Yukarıda $\vec{v}$ ile $\vec{B}$ dik verilmiştir. hızın sadece dik bileşeni var idi. Hız vektörünün magnetik ana paralel bileşeni de olsaydı. yükün yörüngesi ne olurdu?



$$\vec{v} = \vec{v}_\perp + \vec{v}_{/\!/}$$

Spiral bir Yörünge hareket eder.

4.18:



$$\oint \vec{D}\cdot d\vec{a} = q_{serbest}$$

$\varepsilon_1 = 2\varepsilon_0$ 1. Tabaka
$\varepsilon_2 = 1.5\,\varepsilon_0$ 2. Tabaka

Not: fringing anlat.

$D_a = \sigma_a$, $D_a = -\sigma_a$

üst gauss

$D = \sigma$ $\quad$ $D = -\sigma$ (yüzeyden içeri)

a) Sonuç her iki dielektrik içinde $\vec{D} = \sigma\,(-\hat{z})$ Aşağıda yönlü

b) $D = \varepsilon E \;\Rightarrow\; E_1 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_1} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$$E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_2} = \frac{\sigma}{1.5\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{3\varepsilon_0}$$ Yönleri sor?

c) $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$ $\quad \chi_e = k-1$

1. Tabaka $\chi_e = 1 \Rightarrow \vec{P} = \varepsilon_0 \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{z}) = \dfrac{\sigma}{2}(-\hat{z})$

2. Tabaka $\chi_e = 0.5 \Rightarrow \vec{P} = \varepsilon_0 \dfrac{1}{2}\dfrac{2\sigma}{3\varepsilon_0}(-\hat{z}) = \dfrac{\sigma}{3}(-\hat{z})$

d) levhalar arasında $\Delta V = ?$

$$\Delta V = \int_-^+ \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

$$= E_1 s + E_2 s = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{2\sigma}{3\varepsilon_0}\right)s = \frac{7}{6}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}s = \Delta V$$

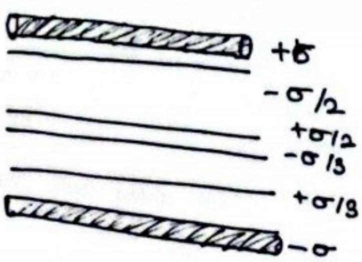
e) $\rho_b = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P} \Rightarrow \rho_b = 0$ neden sor?

$\sigma_b = \vec{P}\cdot\hat{n}$

1. Tabaka n noktasında $\sigma_b = \sigma/2$
" $\sigma_b = -\sigma/2$

2 Tabaka n noktasında $\sigma_b = -\sigma/3$
" $\sigma_b = \sigma/3$

f)



Sınır koşulları

$0 = C_1 + C_3$ $\quad 0 = C_2 + C_4$ $\quad 0 = C_2 W + \frac{E_z}{Bx}$ $\quad 0 = -C_1 W$

$y=0, t=0$ $\quad z=0, t=0$ $\quad y=0, t=0$

Akım Yoğunluğu ! Dik yönünde birim alandan geçen akım miktarına akım yoğunluğu denir.

$$\hat{J} = \frac{d\vec{I}}{da} \Rightarrow \text{akıma dik}$$

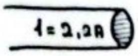
↓ akıma dik yüzey de

ya da akımın yüzeye dik bileşeni !

alan

Homojen Akım $\Rightarrow$ $\hat{J} = \frac{I}{A_\perp}$ → Akıma dik

Alan

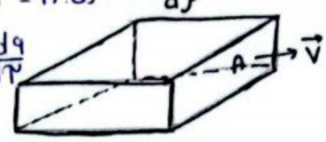


$I = 2{,}2A$ $\quad 1mm^2$ $\quad \hat{J} = \frac{0{,}2}{1\times10^{-6}m^2} = 0{,}2\times10^6 A/m^2$ (Amper)

$$\boxed{\vec{J} = q\vec{V}} \qquad \boxed{\vec{K} = \sigma\vec{V}}$$

$$F_{mag} = \int dq\,(\vec{V}\times\vec{B}) = \int \rho\, d\tau\,(\vec{V}\times\vec{B}) = \int_{Hacim} (\vec{J}\times\vec{B})\,d\tau$$

$d\tau = A.d\ell$ $\quad d\ell$



$\rho = \frac{dq}{d\tau}$

$\vec{J} = \rho\vec{V}$

$\vec{k} = \sigma\vec{V}$

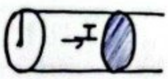
$d\ell$; $\quad dq = \rho\, d\tau$

$\frac{dq}{dt} = \rho A V$ $\quad dq = \rho A\, d\ell$

$i = \rho A V$ $\quad dq = \rho A V dt$

$\frac{i}{A} = \rho V \Rightarrow \boxed{\hat{J} = \rho V}$

ÖR 5.4 :

a) 

Uniform I: düzgün dağılmış

$\hat{J} = \frac{I}{\pi R^2}$ $\quad k = \text{sabit}$ $\quad I = ?$

$\hat{J} = \frac{d\vec{I}}{da_\perp}$ $\quad \vec{I} = \int \vec{J}\, da_\perp = \int \vec{J}.d\vec{a} = I$

$d\vec{a} = \hat{n}da$

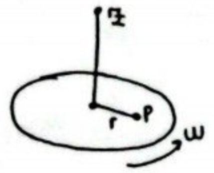
b) $da = r\,dr\,d\theta$

$$I \int kr\,da = \int_0^R \int_0^{2\pi} k r r\,dr\,d\theta = k\frac{R^3}{3}2\pi = 2\pi k\frac{R^3}{3}$$

$q = \int \rho\, d\tau$

$J = kr$

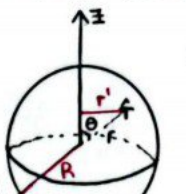
Problem 5.5 : Bir disk üzerinde düzgün σ yükü vardır. Disk w açısal hızıyla döndüğünde, merkezden r uzaklıkta yüzeysel k akım yoğunluğu nedir?



$\vec{k} = \sigma\vec{V}$ $\quad V = wr$

$k = \sigma w r$

b) Merkezi orjinde olan R yarıçaplı küre içinde toplam Q yükü düzgün dağılmıştır. küre z ekseni etrafında w açısal hızı ile dönüyor. küre için r, θ, ϕ koordinatlarında yük yoğunluğunu $\vec{J}$ bulun?



Q düzgün dağılmış

$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ $\quad \vec{J} = \rho\vec{V}$ $\quad V = mr' = wr\sin\theta$

$$J = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} wr\sin\theta = \frac{3Q wr\sin\theta}{4\pi R^3}$$

Süreklilik Denklemi !

$I = \int_{Alan} \vec{J}.d\vec{a}$ $\quad$ Yük yoğunluğunun Alan üzerinden integral toplamı o alandan geçen akımı verir.

$i = \frac{dq}{dt}$

V: hacim

$q = \int \rho\, d\tau$

Diverjans Teoremi

$$I_{tel} = \oint_{\text{Yüzey alanı}} \vec{J}.d\vec{a} = \int (\vec{\nabla}.\vec{J})\,d\tau = \int_{Hacim} (\nabla\vec{J})\,d\tau = -\frac{d}{dt}\int \rho\, d\tau = \int_{Hacim} \left(-\frac{d\rho}{dt}\right) d\tau$$

$$\vec{\nabla}.\vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

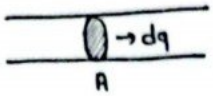
$$= -\frac{d}{dt}\underbrace{\int \rho\, d\tau}_{\text{Hacimdeki toplam yük}}$$

↓ Zaman bağlı değişim

hacimdeki yük artıyor ise türevi pozitif olur, ancak içeri yük giriyor ise $\vec{J}$ içeri yönlüdür, dolayısıyla $\vec{J}.d\vec{a}$ negatif olacaktır.

11/03/2025

Akım ! $i = \dfrac{dq}{dt}$

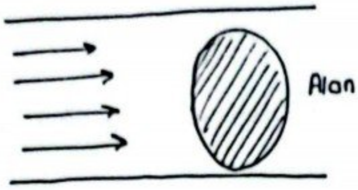


$\text{Amper} = \dfrac{\text{Coulomb}}{\text{Saniye}}$

Akım yoğunluğu !
dik yönde birim alandan geçen akım miktarına akım yoğunluğu denir.

$\vec{J} = \dfrac{d\vec{i}}{da_\perp}$

Akıma dik yüzeyde ya da akımın yüzeye dik bileşeni !



Magnetik kuvvet İŞ YAPMAZ

$$W_{ork} = \int \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int \underbrace{q(\vec{V}\times\vec{B})}\cdot d\vec{\ell}$$

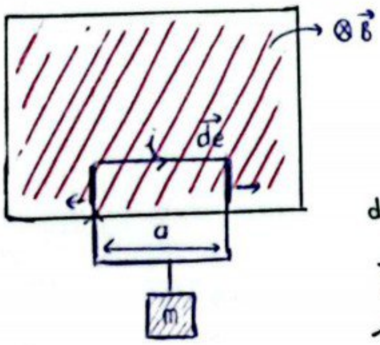
$\vec{V} = \dfrac{d\vec{\ell}}{dt}$

$\vec{F}$ her zaman hıza diktir. Dolayısıyla

$\vec{V} \parallel d\vec{\ell}$ $\quad (\vec{V}\times\vec{B})\cdot d\vec{\ell} = 0$

$W = \Delta K$ olduğundan magnetik kuvvet bir cismin kinetik enerjisini değiştiremez. Yani hızlandıramaz ya da yavaşlatamaz. Sodece yönünü değiştirebilir.

ÖR: 5.3

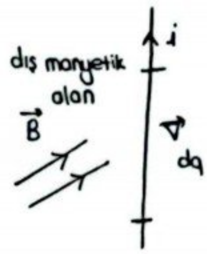


$mg = iBa$

$i = \dfrac{mg}{Ba}$

Tel dengede durabilmesi için akımın yönü ve büyüklüğü ne olmalıdır?

$$= i\int d\vec{\ell}\times\vec{B} = i\int d\ell\, B\hat{k} = iBa\hat{k}$$



$d\vec{F} = dq\,(\vec{V}\times\vec{B})$ $\qquad \vec{V} = \dfrac{d\vec{\ell}}{dt} \Rightarrow d\vec{\ell} = \vec{V}.dt$

$\vec{F} = \int dq\,(\vec{V}\times\vec{B})$

$\vec{F} = \int i\,dt\,(\vec{V}\times\vec{B})$ $\qquad$ i sabit akımı taşıyan tele etkileyen kuvvet

$\vec{F}_{yay} = i\int (d\vec{\ell}\times B)$ $\qquad d\vec{F} = i\,d\vec{\ell}\times\vec{B}$ bu $d\vec{\ell}$ kısmına etki eden kuvvet.

Magnetostatik

Lorentz kuvveti ! $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{V}\times\vec{B})$
$= q\vec{E} + q\vec{V}\times\vec{B}$

$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$

! Cyclotron

$x = y = z = 0 \quad \vec{V} = 0 \quad t = 0$
$\vec{V} = 0 \qquad t = 0$

$\dfrac{dy}{dt} = \dot{y} = V_y, \qquad \vec{F} = m.\vec{a} \qquad \ddot{z} = \dfrac{\partial z}{\partial t}$

$qE_z\hat{k} + q\vec{V}\times\vec{B} \qquad qE_z\hat{k} + qB_x\dot{z}\hat{j} - qB_x\dot{y}\hat{k} = m(\ddot{y}\hat{j} + \ddot{z}\hat{k})$

$qB_x\dot{z} = m\ddot{y}$ ①

$qE_z - qB_x\dot{y} = m\ddot{z}$ ②

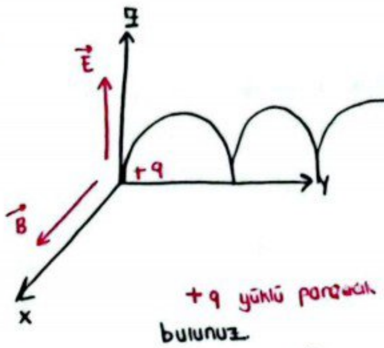
$$\begin{cases} y(t) = C_1\cos(wt) + C_2\sin(wt) + \dfrac{E_z}{B_x}t - C_1 \\ z(t) = C_2\cos(wt) - C_1\sin(wt) - C_2 \end{cases}$$

① Denklemde $-qB_xwC_2\sin(wt) - qB_x\cancel{C_1}w^2\cos(wt) = m(-\cancel{C_1}w^2\cos(wt) - C_2w^2\sin(wt))$

$qB_x = mw \qquad w = \dfrac{qB_x}{m}$ siklotron frekansı

② denklem $qE_z - qB_x\left(-C_1w\sin(wt) + wC_2\cos(wt) + \dfrac{E_z}{B_x}\right) = m(-w^2C_2\cos(wt) + w^2C_1\sin(wt))$

ÖR 2 !



$R = \dfrac{E_z}{B_x w}$

$\vec{E} = E_z\hat{k}$

$\vec{B} = B_x\hat{i}$

+q yüklü parçacık orjine konuyor. Yörüngesini bulunuz.

$w = \dfrac{qB_x}{m}$

$y(t) = -\dfrac{E_z}{B_xw}\sin(wt) + \dfrac{E_z}{B_x}t = \dfrac{E_z}{B_xw}(wt - \sin(wt))$

$z(t) = -\dfrac{E_z}{B_xw}\cos(wt) + \dfrac{E_z}{B_xw} = \dfrac{E_z}{B_xw}(1 - \cos(wt))$

$y = R(wt - \sin(wt)) \Rightarrow R\sin(wt) = Rwt - y$

$z = R(1 - \cos(wt)) \Rightarrow R\cos(wt) = R - z$

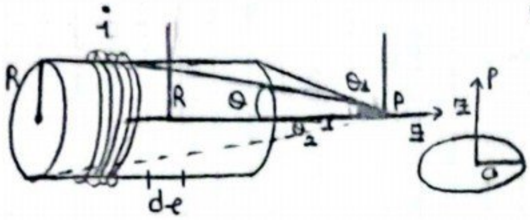
$+$

$R^2(\cos^2(wt) + \sin^2(wt))$
$= (Rwt - y)^2 + (R - z)^2$

$R^2 = (Rwt - y)^2 + (R - z)^2$

$\vec{V}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix} = -\hat{j}(-B_x\dot{z}) + \hat{k}(-B_x\dot{y})$

PROB 5.11 : Solenoid. Birim uzunlukta N sarımdan oluşan bir solenoid'in ekseni üzerindeki P noktasında magnetik alanı bulunuz.



Çemberin $\vec{B}$ alanı

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2+z^2)^{3/2}}$$

dz kadarlık kısımdan geçen toplam akım $N dz i$

$$dB = \frac{\mu_0 N dz\, i}{2} \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

dz'lik kısmın magnetik alanı

$$\frac{R}{z} = \tan\theta \Rightarrow \frac{z}{R} = \cot\theta \qquad z = \cot\theta R$$

$$\frac{d}{d\theta}\cot\theta = \frac{d}{d\theta}\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \quad \frac{d}{d\theta} \cos\theta(\sin\theta^{-1})$$

$$= -\sin\theta(\sin\theta^{-1}) - (\sin\theta)^{-2} \cdot \cos\theta^2$$

$$= -1 - \frac{\cos\theta^2}{\sin\theta^2}$$

$$= -\frac{(\sin\theta^2 + \cos^2\theta)}{\sin\theta^2} = -\frac{1}{\sin\theta^2}$$

o zaman denk. $z = \left(-\frac{1}{\sin\theta^2}\right) d\theta R$

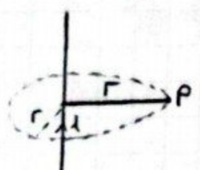
$$\int dB = \frac{\mu_0 N dz\, i}{2} \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\mu_0 N i}{2} \frac{R^2}{(R^2+R^2\cot\theta)^{3/2}} \frac{R\,{-1}}{\sin\theta^2} d\theta$$

$$= -\frac{\mu_0 N i}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{1}{\sin^2\theta \frac{1}{\sin\theta^2}} d\theta = \frac{\mu_0 N i}{2} \cos\theta \Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{\mu_0 N i}{2}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

Sonsuz Solenoid için = ? $\theta_2 = \pi$, $\theta_1 = 0$

Magnetik Alanın Diverjansı ve Rotasyoneli 20/03/2025

Akım Taşıyan Doğrusal Bir Tel İçin:



$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \qquad \int_{eğri} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int B \cdot dl = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi r} dl = B \underbrace{\int dl}_{\text{eğrinin çevresi}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 i$$

Eğri r yarıçaplı bir çember üzerinde alalım

Bu eğri üzerinde $\vec{B} \parallel d\vec{l}$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{serbest}$

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

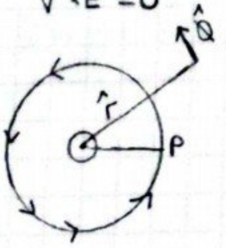
! Eğer çember değilde herhangi seçilseydi aynı sonuç çıkardı.

Silindirik koordinatla $= d\vec{l} = dr\hat{r} + r d\phi\hat{\phi} + dz\hat{z}$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\hat{\phi} \cdot (\cancel{dr}\hat{r} + r d\phi\hat{\phi} + \cancel{dz}\hat{z}) = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint_0^{2\pi} \frac{1}{\cancel{r}} \cancel{r} d\phi$$

$$\frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot 2\pi = \mu_0 i$$

r deki değişim etki yaratmaz. ↳ aynı sonucu verir



Ancak, rota telin dışından dolanıyor ise,

$$\oint d\phi = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi + \int_{\phi_2}^{\phi_1} d\phi = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\theta = 0$$

$$\oint E \cdot da = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\oint_{eğri} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{iç}} \quad \text{Amper Yasası}$$

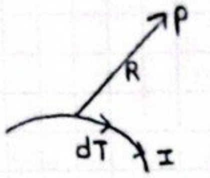
içinden akım geçmeyen kapalı eğrilerde

$$\oint_{eğri} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

Kapalı herhangi bir eğri üzerinde bu çizgi integrali o eğrinin kapattığı akım ile doğru orantılıdır.

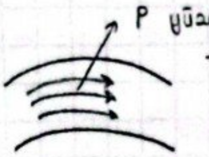
18/03/2025

BIOT - SAVART YASASI → Magnetik alan nasıl oluşur?



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I \times \hat{R}}{R^2}\, dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{d\vec{l} \times \hat{R}}{R^2} \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}\times\hat{R}}{R^2}\, dT$$

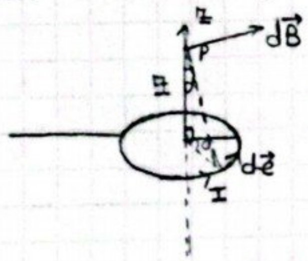
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{K}\times\hat{R}}{R^2}\, da$$



$\vec{K}$ yüzeydeki akım yoğunluğu

$$I = \int \vec{J}\cdot d\vec{a} \iff \vec{J} = \frac{dI}{da}$$

ÖR: Çemberin magnetik alanı

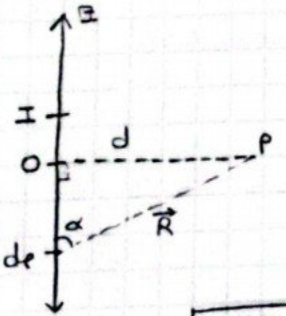


$$R^2 = a^2 + z^2 \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \sin\alpha = \frac{a}{R}$$

$$|d\vec{l}\times\hat{R}| = dl$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{dl \sin\alpha}{R^2}\,\hat{z} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a}{R^2}\,\hat{z}\int^{2\pi a} dl = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}}\,\hat{z}$$

ÖR 2: Akım taşıyan sonsuz doğrusal telin magnetik alanı



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{l}\times\hat{R}}{R^2} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} - = 2\int_0^{\infty} \qquad = \frac{z}{d^2(d^2+z^2)^{1/2}}$$

$$|d\vec{l}\times\hat{R}| = dl \sin\alpha$$

$$= dl\,\frac{d}{R}$$

$$R^2 = d^2 + z^2$$

$$B = 2\,\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\infty}\frac{dz}{R}\frac{d}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{\infty}\frac{d\, dz}{(d^2+z^2)^{3/2}}$$

$$z = d\tan\theta$$

$$\boxed{\sin\alpha = \frac{d}{R}}$$

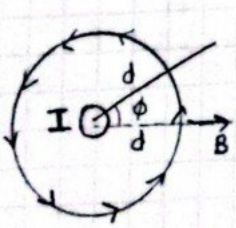
Vektörel ← $|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\alpha$

Skaler ← $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha$

$$= \frac{\mu_0 I d}{2\pi}\left.\frac{z}{d^2(d^2+z^2)^{1/2}}\right|_0^{\infty} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\left.\frac{1}{\frac{1}{z}(d^2+z^2)^{1/2}}\right|_0^{\infty}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\left.\frac{1}{\left(\frac{d^2}{z^2}+\frac{z^2}{z^2}\right)^{1/2}}\right|_0^{\infty} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\left.\frac{1}{\left(\frac{d^2}{z^2}+1\right)^{1/2}}\right|_0^{\infty}$$

$$\overset{z\to\infty}{=} \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = B \qquad \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\hat{\phi}}$$



Biot - Savart Yasasının Devamı

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\vec{l}\times R}{R^2}$$

$$|d\vec{l}\times\hat{R}| = dl\sin\theta$$

$d\vec{l}$ = uzunluk birimi

μ_0 = magnetik geçirgenlik (Boşluğun)

SI: Tesla → manyetik alan birimi

cgs = Gauss

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{d\vec{l}\times\hat{R}}{R^2}$$

$\vec{R}$, $d\vec{l}$'den P'ye olan konum vektörü

$$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\frac{N}{A^2} \qquad 1\,\text{Tesla} = \frac{1N}{Am}$$

Esra
Öztürk
220301016

EMT ÖDEV 2

1 Soru Cevabı:

$F_B = qvB \quad F_C = \frac{mv^2}{r} \quad qvB = \frac{mv^2}{r} \quad v = \frac{qBr}{m}$

Burada

$B = 0.500T$
$r = 2.80\,mm = 2.80\times10^{-3}m$
$q = 1.602\times10^{-19}C$
$m = 9.109\times10^{-31}kg$

$v = \frac{1.602\times10^{-19}C\times0.500T\times2.80\times10^{-3}}{9.109\times10^{-31}kg}$

$v = 2.46\times10^{8}\ m/s$

3. soru Cevabı:

$F_E = qE$
$F_B = qvB$
$qE = qvB$

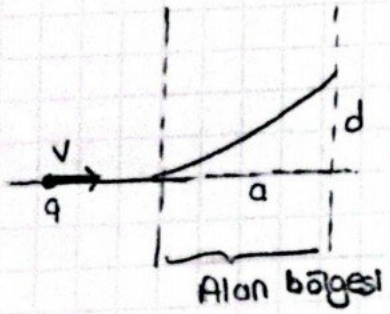
$v = \frac{E}{B} \quad qV = \frac{1}{2}mv^2 \quad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$

$v = \sqrt{\frac{2\times1.602\times10^{-19}C\ 200}{9.109\times10^{-31}kg}} = 8.39\times10^{6}\ m/s$

Gerekli hız (sapmasız hareket için) $7.23\times10^{6}\ m/s \rightarrow 148.6\ V$ olması gerekir.

$V = \frac{m}{2q}\left(\frac{E}{B}\right)^2 = \boxed{V = \frac{mv^2}{q2}} \quad V = 148.6V$

1. Soru: q yüklü bir parçacık sayfanın içine doğru düzgün $\vec{B}$ magnetik alanı bulunan bir bölgeye $\vec{v}$ hızıyla giriyor. Parçacığın alan dışına çıkarken geliş doğrultusunda d kadar saptığı gözleniyor. Parçacığın yük işareti nedir? Parçacığın momentumunu a, d, B ve q cinsinden bulunuz.



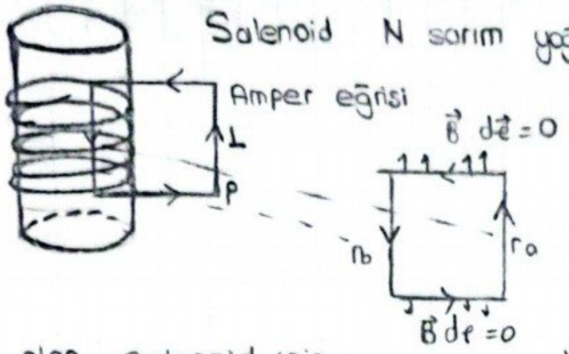
$F = qvB = \frac{mv^2}{R}$

$R = \frac{mv}{qB} \quad d = R\sin\theta \quad \theta = \frac{d}{R}$

$p = qBR$
$p = qB\left(\frac{mv}{qB}\right) \quad p = mv \quad p = \frac{qBd}{\sin\theta} \quad p = qBd$

Yük işareti Negatif $(q<0)$.
Momentum $p = qBd$

ÖR:



Solenoid N sarım yoğunluğu $B = ?$ içeri

$$\oint \vec{B} d\vec{\ell} = \int_{r_a} \vec{B} d\vec{\ell} + \int_{r_b} \vec{B} . d\vec{\ell}$$

$$= B(r_a)L - B(r_b)L = 0$$

Magnetik alan solenoid için uzaklıktan bağımsız sonsuzda sıfır olması gerektiğinden solenoid dışında "0" olur

Yoldan bağımsız. $B(r_a) = B(r_b) = 0$

$\underset{\text{sarım yoğunluğu}}{N} \; \underset{\text{uzunluk}}{L} \; I$

$BL = \mu_0 N L I \qquad B = \mu_0 N I$

Solenoid için Sabit Değer

düzgün magnetik alan

$$B = \begin{cases} \mu_0 N I , & \text{içinde} \\ 0 , & \text{dışında} \end{cases}$$

Toplanabilirlik İlkesi Gereği

$\oint_{\text{eğri}} \vec{B} . d\vec{\ell} = \mu_0 I_{iç}$ Amper yasası integral formu $\qquad I_{iç} = \oint \vec{J} . d\vec{a} \quad \vec{J}$ akım yoğunluğu

Stokes teoreminden

$$\int (\vec{\nabla} \times \vec{B}) . d\vec{a} = \mu_0 \int_{\text{alan}} \vec{J} . d\vec{a} \Rightarrow \underbrace{\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}}}_{\text{amper yasası dif. formu}}$$ olarak gösterilir.

$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad , \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

1) R yarıçaplı dielektrik bir kürenin merkezine noktasal +q yükü konmuştur. Kürenin içinde ve dışında D vektörünü bulunuz.

D gauss yüzeye dik

Kürenin içinde $(r < R)$

$$\oint D \cdot dA = Q_{boşluk}$$

$$D \oint dA = Q_{boşluk}$$

$$D(4\pi r^2) = q$$

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}$$

Kürenin dışında $(r > R)$

$$\oint D \cdot dA = Q_{boşluk}$$

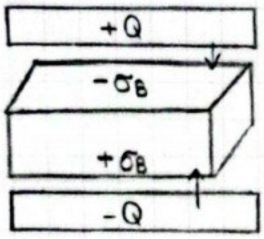
$$D \oint dA = Q_{boşluk}$$

$$D(4\pi r^2) = q$$

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}$$

$$D = \begin{cases} \frac{q}{4\pi r^2}\hat{r} & r < R \\ \frac{q}{4\pi r^2}\hat{r} & r < R \end{cases}$$

2-) Çok geniş bir paralel plaka kapasitör Q yükü ile yüklenmiş ve plakalar arasına dielektrik malzeme konulmuştur. D vektörünü ve bağlı yükleri (varsa hacim bağlı yükleri ve yüzey bağlı yükleri) bulunuz.



$$D = \frac{Q}{A}$$

$$P_b = -\nabla . P$$

Polarizasyon Yoğunluğu $P = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\hat{n}$$

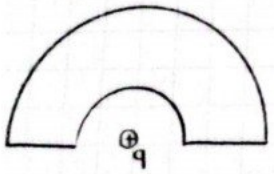
$$P = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\hat{n} = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma\hat{n}$$

$$P_b = -\nabla . P = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma\right) = 0$$

Yani hacimsel bağlı yük yoktur.

Yüzey bağlı yük yoğunluğu $\sigma_b = P . \hat{n} = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\sigma$

3-) Noktasal bir q yükü yüksüz bir dielektrik yarım kürenin merkezinde tutulmaktadır. D vektörünün ya da elektrik alanın hesaplanması mümkün müdür? Tartışınız.



mümkün olamaz çünkü yük dağılımı küresel olarak simetrik değildir. Bu nedenle elektrik alanı doğrudan hesaplanamaz.

Gauss yasası uygularsak integral alabileceğimiz kapalı bir yüzey bulamayız.