

## Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación

## Tarea 1 - SAT Lineal

Miguel Olivares Morales miguel.olivares@usach.cl

Benjamín Riveros Landeros benjamin.riveros.l@usach.cl

Lógica Computacional - 22625 Licenciatura en Ciencia de la Computación Semestre Otoño 2025

## 1 Introducción

El problema de determinar si las variables de una fórmula booleana pueden ser reemplazadas con valores  $\mathbf{T}$  o  $\mathbf{F}$  de tal forma que la fórmula de como resultado  $\mathbf{T}$  se denomina problema de satisfacibilidad booleana o SAT. Si al evaluar la fórmula esta da como resultado  $\mathbf{T}$ , entonces se dice que es satisfactoria.

## 2 Procedimiento

Las fórmulas que serán analizadas primero tendrán que ser codificadas según la siguiente gramatica:

$$\phi ::= p \mid (\neg \phi) \mid (\phi \land \phi)$$

Para esto usamos el siguiente esquema de traducción:

$$T(p) = p$$

$$T(\neg \phi) = \neg T(\phi)$$

$$T(\phi_1 \land \phi_2) = T(\phi_1) \land T(\phi_2)$$

$$T(\phi_1 \lor \phi_2) = \neg (\neg T(\phi_1) \land \neg T(\phi_2))$$

$$T(\phi_1 \to \phi_2) = \neg (T(\phi_1) \land \neg T(\phi_2))$$

Esto quiere decir que se analizarán fórmulas compuestas por proposiciones atómicas, negaciones de otras fórmulas y conjunciones de dos fórmulas.

Luego de codificar se tiene que transformar a su notación postfix o también llamada  $notación\ polaca\ inversa$  con la cual facilitará la creación de un parse tree para asignar valores  ${\bf T}$  o  ${\bf F}$  a cada nodo. Al tener el parse tree correspondiente a la fórmula que se evalúa asignamos  ${\bf T}$  al nodo que encabeza el árbol. Esto implica asumir que la fórmula completa es verdadera y a partir de ello se puede extender esta asignación hacia los nodos hijos del árbol aplicando reglas semánticas de los conectores lógicos.

Si el nodo principal es una conjunción  $\phi \wedge \psi$  entonces  $\phi$  y  $\psi$  deben ser verdaderas. Por el contrario, si el nodo es una negación  $\neg \phi$  quiere decir que la subfórmula  $\phi$  es falsa. Este procedimiento se aplica recursivamente hasta llegar a los nodos hoja, los cuales corresponden a átomos proposicionales.

De esta forma se obtiene una asignación de valores de verdad que satisface la fórmula. En caso que las asignaciones conduzcan a una contradicción (por ejemplo, se tiene  $p \equiv \mathbf{T}$  y  $\neg p \equiv \mathbf{T}$ ) se descarta el camino recorrido o incluso que la fórmula es *insatisfacible*.

- 3 Algoritmo
- 4 Implementación
- 5 Conclusiones