



UNIVERSIDAD
DE SANTIAGO
DE CHILE

Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación

Tarea 1 - SAT Lineal

Miguel Olivares Morales
miguel.olivares@usach.cl

Benjamín Riveros Landeros
benjamin.riveros.l@usach.cl

Lógica Computacional - 22625
Licenciatura en Ciencia de la Computación

Semestre Otoño 2025

1 Introducción

El problema de determinar si las variables de una fórmula booleana pueden ser reemplazadas con valores **T** o **F** de tal forma que la fórmula de como resultado **T** se denomina problema de satisfacibilidad booleana o SAT. Si al evaluar la fórmula esta da como resultado **T**, entonces se dice que es satisfactoria.

2 Procedimiento

Las fórmulas que serán analizadas primero tendrán que ser codificadas según la siguiente gramática:

$$\phi ::= p \mid (\neg\phi) \mid (\phi \wedge \phi)$$

Para esto usamos el siguiente esquema de traducción:

$$T(p) = p$$

$$T(\neg\phi) = \neg T(\phi)$$

$$T(\phi_1 \wedge \phi_2) = T(\phi_1) \wedge T(\phi_2)$$

$$T(\phi_1 \vee \phi_2) = \neg(\neg T(\phi_1) \wedge \neg T(\phi_2))$$

$$T(\phi_1 \rightarrow \phi_2) = \neg(T(\phi_1) \wedge \neg T(\phi_2))$$

Esto quiere decir que se analizarán fórmulas compuestas por proposiciones atómicas, negaciones de otras fórmulas y conjunciones de dos fórmulas.

Luego de codificar se tiene que transformar a su notación postfix o también llamada *notación polaca inversa* con la cual facilitará la creación de un *parse tree* para asignar valores **T** o **F** a cada nodo. Al tener el parse tree correspondiente a la fórmula que se evalúa asignamos **T** al nodo que encabeza el árbol. Esto implica asumir que la fórmula completa es verdadera y a partir de ello se puede extender esta asignación hacia los nodos hijos del árbol aplicando reglas semánticas de los conectores lógicos.

Si el nodo principal es una conjunción $\phi \wedge \psi$ entonces ϕ y ψ deben ser verdaderas. Por el contrario, si el nodo es una negación $\neg\phi$ quiere decir que la subfórmula ϕ es falsa. Este procedimiento se aplica recursivamente hasta llegar a los nodos hoja, los cuales corresponden a átomos proposicionales.

De esta forma se obtiene una asignación de valores de verdad que satisface la fórmula. En caso que las asignaciones conduzcan a una contradicción (por ejemplo, se tiene $p \equiv \mathbf{T}$ y $\neg p \equiv \mathbf{T}$) se descarta el camino recorrido o incluso puede significar que la fórmula es *insatisfacible*.

Adicionalmente para una mayor eficiencia en espacio y tiempo, detectar y reutilizar átomos proposicionales podemos construir en cambio un DAG (Directed Acyclic Graph).

- 3 Algoritmo**
- 4 Implementación**
- 5 Conclusiones**