

# 1 Формула Лорентца-Лоренца

В макроскопической электродинамике вводится *среднее поле*, которое определяется усреднением микрополя по физически малому объему:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\Delta V} \int \mathbf{E}_{\text{микро}} dV$$

Это поле создается всеми зарядами среды. В то же время поле  $\mathbf{E}'$ , действующее на отдельный заряд, отличается от  $\mathbf{E}$ , поскольку из поля  $\mathbf{E}$  необходимо исключить вклад самого заряда. Поле  $\mathbf{E}'$  – называется *эффективным*.

Рассмотрим сферу вокруг одной молекулы. Пусть среда сплошная и поляризация внешнего поля  $\mathbf{P}$ . Получили модель однородно поляризованного шара:

$$\Delta \mathbf{E} = -\frac{4\pi \mathbf{P}}{3}$$

Тогда:

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{4\pi \mathbf{P}}{3}$$

Запишем дипольный момент.  $\alpha$  – поляризуемость молекулы.

$$\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E}'$$

Если концентрация молекул  $N$ , то вектор поляризации среды:

$$\mathbf{P} = N\alpha \mathbf{E}' = N\alpha \left( \mathbf{E} + \frac{4\pi \mathbf{P}}{3} \right)$$

Диэлектрическая проницаемость среды:  $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P} = \varepsilon \mathbf{E}$ :

$$\varepsilon = \frac{1 + \frac{8\pi}{3} N\alpha}{1 - \frac{4\pi}{3} N\alpha}$$

Перепишем в виде уравнения Мосотти-Клаузиуса:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} N\alpha$$

Учтем, что  $n^2 = \varepsilon$ . И из классической теории дисперсии  $\alpha = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2}$ . Получим уравнение Лорентца-Лоренца:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi N e^2}{3m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

(Пренебрегли потерями энергии  $\gamma = 0$ )