

RÉGRESSION LINÉAIRE POUR LA MESURE DE L'ANGLE DE ROTATION DU SACCHAROSE

1. Contexte

On a réalisé des mesures de **l'angle de rotation (y, en degrés)** en fonction de la **masse de saccharose (x, en grammes)**.

Les 5 données (x, y) sont :

Masse (g)	Angle (°)
1,2572	0,94
2,4990	1,75
6,2331	4,34
10,0527	7,05
12,4443	8,78

L'objectif est de **calculer la droite de régression** ($y = a \cdot x + b$) et de **vérifier la corrélation** (via (R^2)).

2. Droite de régression ($y = a \cdot x + b$)

La forme recherchée est :

[$y = a \cdot x + b$]

2.1. Calcul de la pente (a)

1. **Moyenne de (x) :**

[$\overline{x} = \frac{1,2572 + 2,4990 + 6,2331 + 10,0527 + 12,4443}{5} \approx 6,50 \text{ g}$]

2. **Moyenne de (y) :**

[$\overline{y} = \frac{0,94 + 1,75 + 4,34 + 7,05 + 8,78}{5} \approx 4,57^\circ$]

3. **Somme des produits croisés centrés :**

[$\sum (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y}) \approx 64,2$]

4. **Somme des carrés centrés :**

[$\sum (x_i - \overline{x})^2 \approx 91,6$]

5. **Pente (a) :**

[$a = \frac{\sum (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum (x_i - \overline{x})^2} = \frac{64,2}{91,6} \approx 0,70$]

2.2. Calcul de l'ordonnée à l'origine (b)

$$[b = \overline{y} - a \cdot \overline{x} = 4,57 - 0,70 \times 6,50 \approx 4,57 - 4,55 \approx 0,02]$$

Selon les arrondis, on peut trouver $b \approx 0,01$ ou $0,02$.

Ainsi, la droite de régression est :

$$[\boxed{y = 0,70x + 0,02}]$$

3. Coefficient de corrélation (r) et (R^2)

Le **coefficient de corrélation linéaire** (r) (Pearson) se calcule ainsi :

$$[r = \frac{\sum (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \overline{x})^2} \cdot \sqrt{\sum (y_i - \overline{y})^2}}]$$

Le **coefficient de détermination** (R^2) est le carré de (r) :

$$[R^2 = r^2.]$$

- Selon les calculs, ($r \approx 0,999$), donc ($R^2 \approx 0,998$) ou **0,999**.

4. Interprétation et conclusion

1. Équation de la droite :

$$[y = 0,70x + 0,02]$$

2. Corrélation très élevée :

- ($R^2 \approx 0,998$) → quasi 1 → **excellente linéarité**.

3. Pente (**0,70 °/g**) :

- Cela signifie qu'à **chaque gramme de saccharose**, l'angle de rotation **augmente** en moyenne d'environ **0,70 °**.

4. Ordonnée à l'origine (≈ 0) :

- À masse nulle, l'angle est proche de 0.

5. Conclusion :

- Les résultats **valident** la méthode : l'angle mesuré est **proportionnel** à la masse de saccharose.
- **Linéarité confirmée** sur la gamme de masse testée (et donc la méthode est fiable).

5. Résumé des réponses aux 5 questions typiques

1. Déterminer la droite de régression :

$$[y = 0,70x + 0,02]$$

2. Calcul de la pente ((a)) :

[$a \approx 0,70$]

3. Calcul de l'ordonnée à l'origine ((b)) :

[$b \approx 0,02$]

4. Coefficient de corrélation ((r)) et (R^2) :

[$r \approx 0,999 \quad \rightarrow \quad R^2 \approx 0,998$]

5. Interprétation / Conclusion :

- **Forte corrélation** $\rightarrow (R^2)$ proche de 1.
 - **Linéarité validée.**
 - L'angle augmente d'environ $0,70^\circ$ par gramme de saccharose.
-