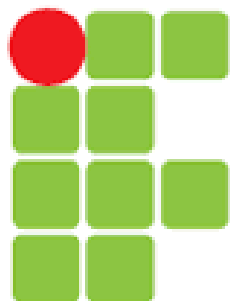


Física IV



INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE



Interferência

Sears – capítulo 35

Prof. Nelson Luiz Reyes Marques

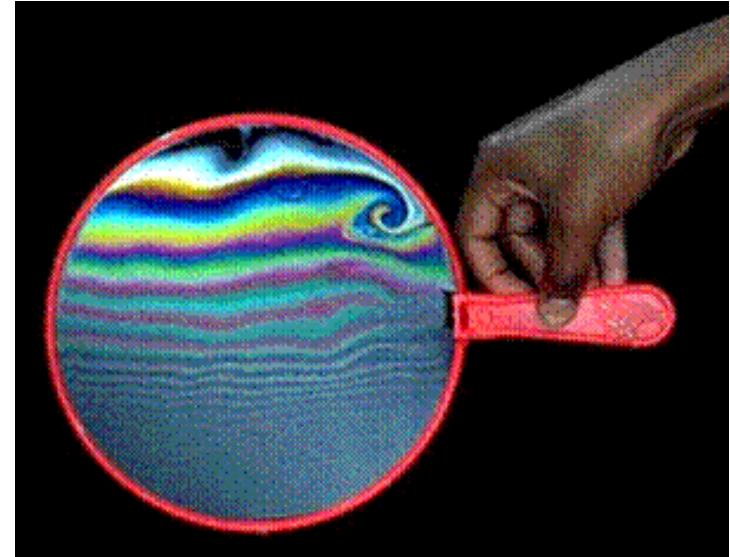
Interferência

Arco-íris



↓
refração

Bolha de sabão



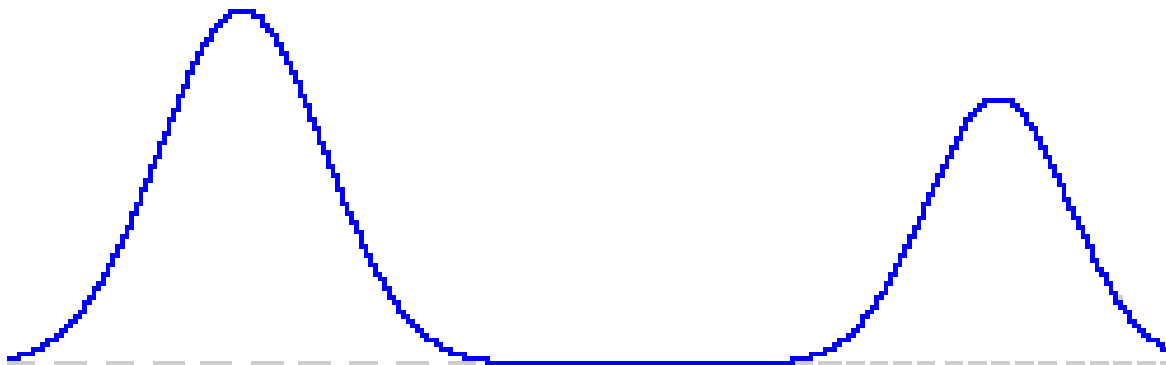
↓
interferência



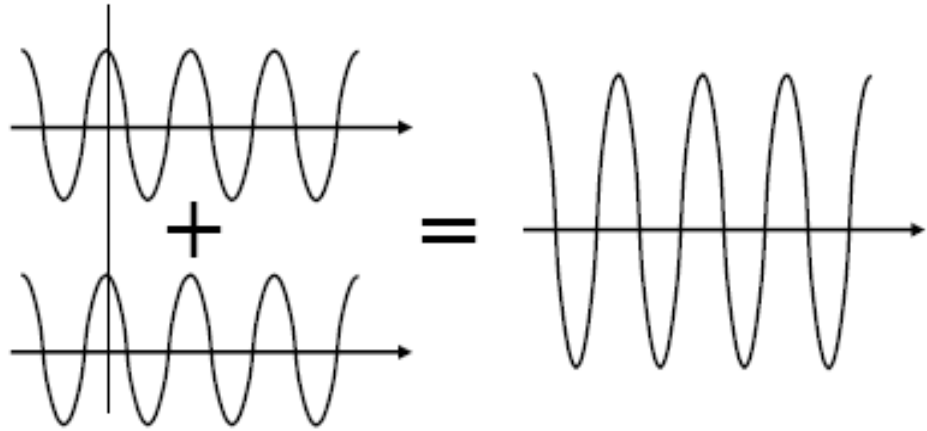
Princípio da superposição

Quando duas ou mais ondas se superpõem, o deslocamento resultante em qualquer ponto em um dado instante pode ser determinado somando-se os deslocamentos instantâneos de cada onda como se ela estivesse presente sozinha.

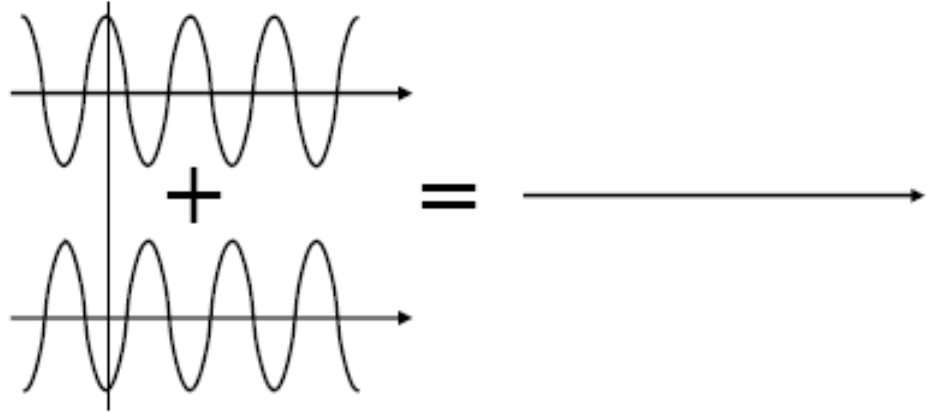
Depois da superposição, as ondas têm a mesma forma que antes e continuam a se propagar como antes (Independência das ondas).



Interferência \Rightarrow superposição



construtiva



destrutiva

Exemplo 1

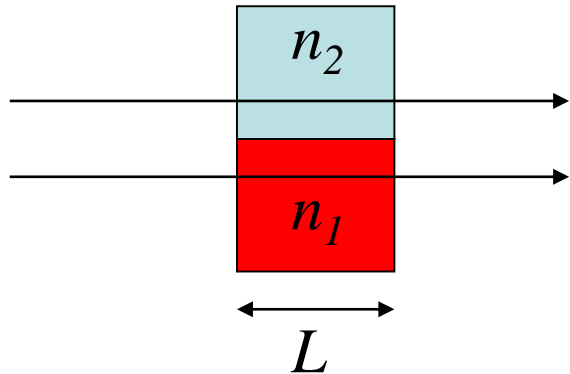
O comprimento de onda da luz amarela do sódio no ar é de 589 nm. (a) Qual é a frequência da luz? (b) Qual é o comprimento de onda da luz em um vidro com um índice de refração de 1.52? (c) Use os resultados dos itens (a) e (b) para calcular a velocidade da luz no vidro.

$$(a) \quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{589 \times 10^{-9}} = 5.09 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

$$(b) \quad \lambda' = \frac{v}{f} = \frac{c/n}{f} = \frac{\lambda}{n} = \frac{589 \text{ nm}}{1.52} = 388 \text{ nm.}$$

$$(c) \quad v = \lambda' f = (388 \times 10^{-9})(5.09 \times 10^{14}) \\ = 1.97 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

Diferença de caminho óptico



λ = comprimento de onda no vácuo

λ_n = comprimento de onda no meio

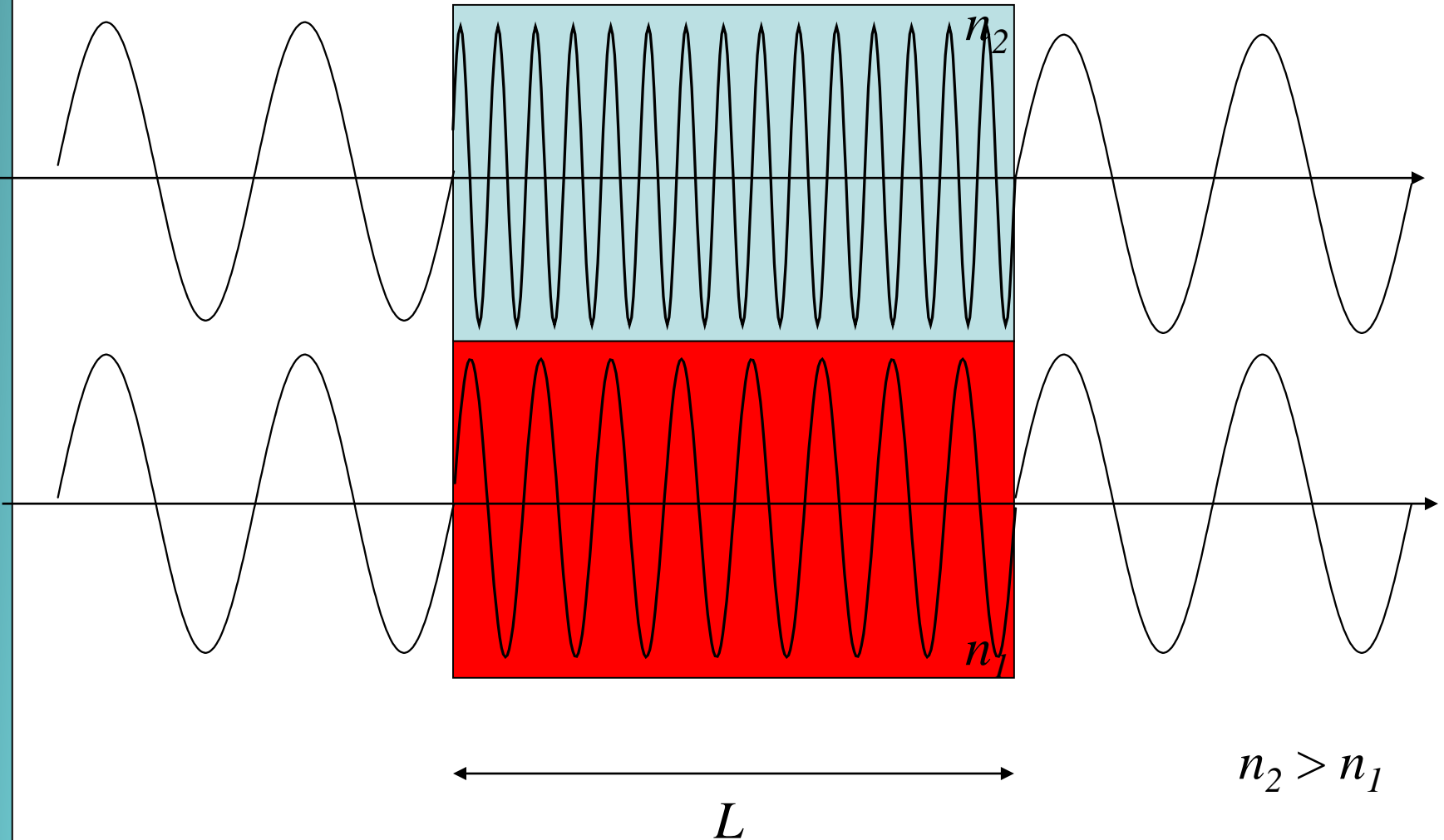
V = velocidade da luz no meio

$$\lambda_n = \lambda \frac{v}{c} = \frac{\lambda}{n}$$

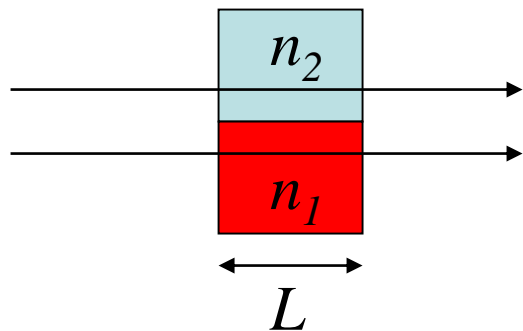
$r \rightarrow$ número de λ no meio

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \frac{L}{\lambda_{n_1}} = \frac{Ln_1}{\lambda} \\ r_2 &= \frac{L}{\lambda_{n_2}} = \frac{Ln_2}{\lambda} \end{aligned} \right\} r_2 - r_1 = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1)$$

Diferença de caminho óptico



Diferença de caminho óptico



$r \rightarrow$ número de λ no meio

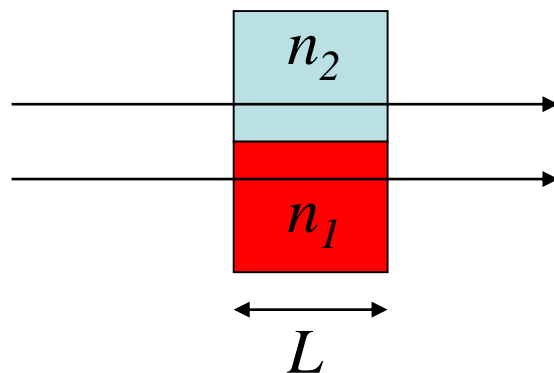
$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= \frac{L}{\lambda_{n_1}} = \frac{Ln_1}{\lambda} \\ \mathbf{r}_2 &= \frac{L}{\lambda_{n_2}} = \frac{Ln_2}{\lambda} \end{aligned} \right\} \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1)$$

$\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \textit{semi} - \textit{inteiro} \rightarrow$ Destrutiva (π)

$\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \textit{inteiro} \rightarrow$ Construtiva (2π)

Exemplo 2

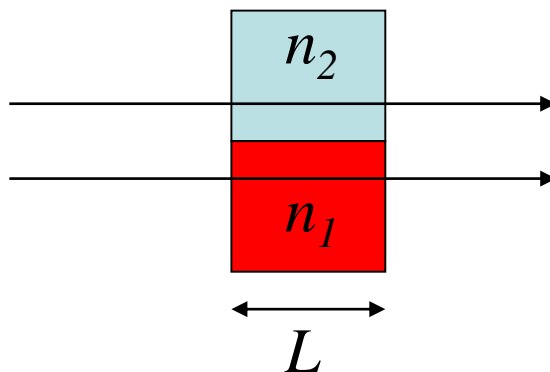
As ondas luminosas dos raios da figura abaixo têm o mesmo comprimento de onda e estão inicialmente em fase. (a) Se o material de cima comporta 7,60 comprimentos de onda e o material de baixo comporta 5,50 comprimentos de onda, qual é o material com maior índice de refração? (b) Se os raios luminosos forem levemente convergentes, de modo que as ondas se encontrem em uma tela distante, a interferência produzirá um ponto muito claro, um ponto moderadamente claro, um ponto moderadamente escuro ou um ponto escuro?



Exemplo 3

Na figura as duas ondas luminosas representadas por raios têm um comprimento de onda $550,0 \text{ nm}$ antes de penetrar nos meios 1 e 2. Elas têm a mesma amplitude e estão em fase. Suponha que o meio 1 seja o próprio ar e que o meio 2 seja um plástico transparente com índice de refração $1,600$ e uma espessura $2,600 \text{ }\mu\text{m}$.

- a) Qual a diferença de fase entre duas ondas emergentes em comprimentos de onda, radianos e graus?
- b) Qual a diferença de fase efetiva em comprimentos de onda?



Exemplo 3

$$L = 2,600 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad n_1 = 1 \quad n_2 = 1,600$$

$$\lambda = 550 \text{ nm} = 5,500 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

a)

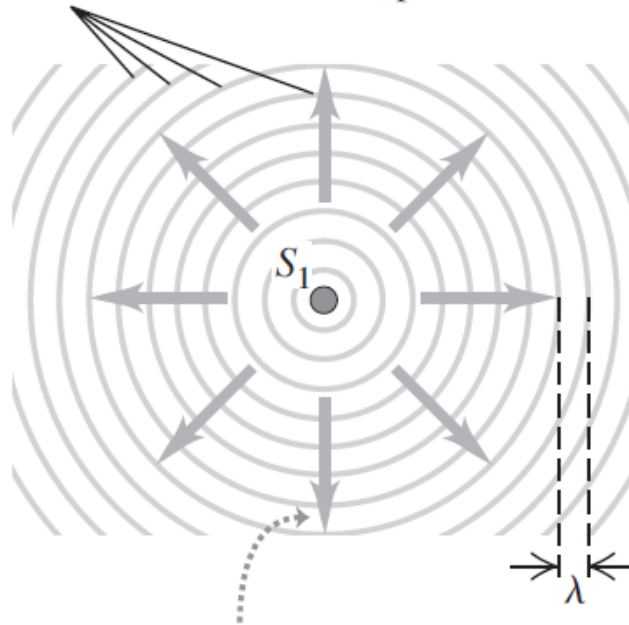
$$r_2 - r_1 = \frac{L}{\lambda} (n_2 - n_1) = \frac{2,600 \cdot 10^{-6}}{5,500 \cdot 10^{-7}} (1,600 - 1,000) = 2,84$$

1 comprimento de onda equivale a $2\pi \text{ rad}$ e 360° , logo a
Diferença de fase = $17,8 \text{ rad} \approx 1020^\circ$.

b) A diferença de fase efetiva = $0,84$ comprimento de onda
 $\approx 5,3 \text{ rad}$.

Interferência em duas e três dimensões

Frentes de onda: cristas de onda (frequência f)
distanciadas de um comprimento de onda λ



As frentes de onda se deslocam a partir
da fonte S_1 com a velocidade de onda $v = f\lambda$

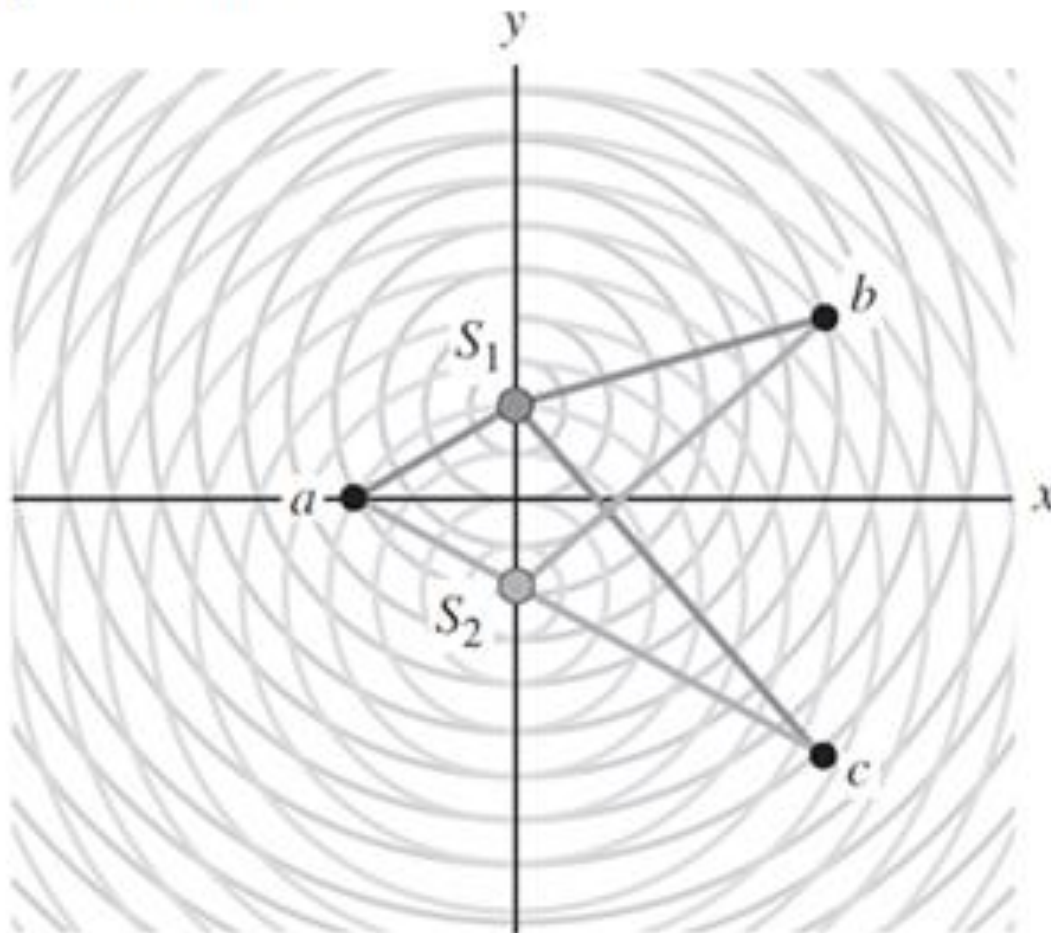
Figura 35.1 Um 'instantâneo' de ondas senoidais de frequência f e comprimento de onda λ espalhando-se a partir da fonte S_1 em todas as direções.

Obs.: Ao analisarmos os efeitos da interferência e da difração, estaremos sempre supondo ondas monocromáticas.

Interferência construtiva e destrutiva

Figura 35.2 (a) Um 'instantâneo' de ondas senoidais disseminando-se a partir de duas fontes coerentes S_1 e S_2 . Ocorre interferência construtiva no ponto a (eqüidistante das duas fontes) e (b) no ponto b . (c) Ocorre interferência destrutiva no ponto c .

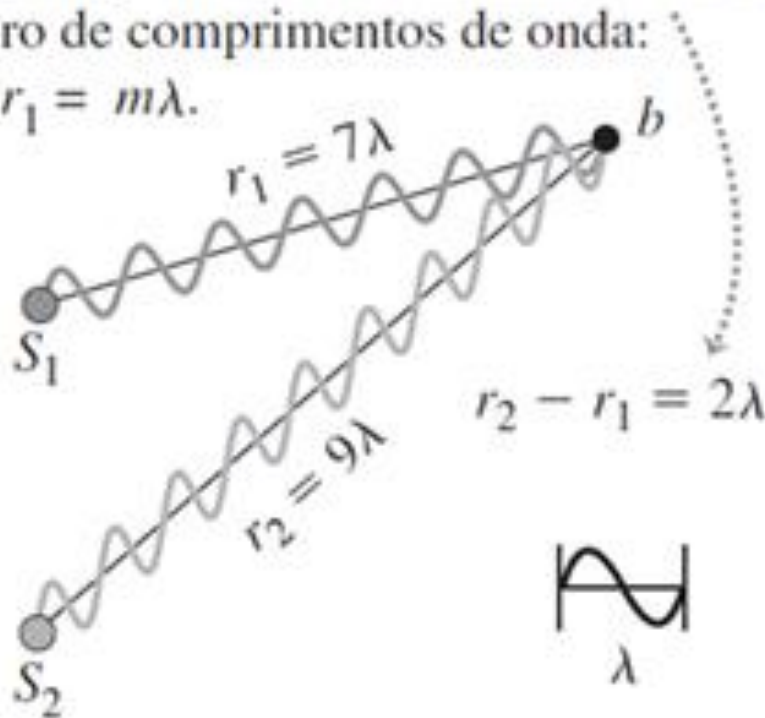
(a) Duas fontes de ondas coerentes separadas por uma distância 4λ .



Interferência construtiva – onda em fase

(b) Condições para a interferência construtiva: as ondas interferem construtivamente quando a diferença entre seus caminhos é um número inteiro de comprimentos de onda:

$$r_2 - r_1 = m\lambda.$$



$$r_1 - r_2 = m\lambda$$

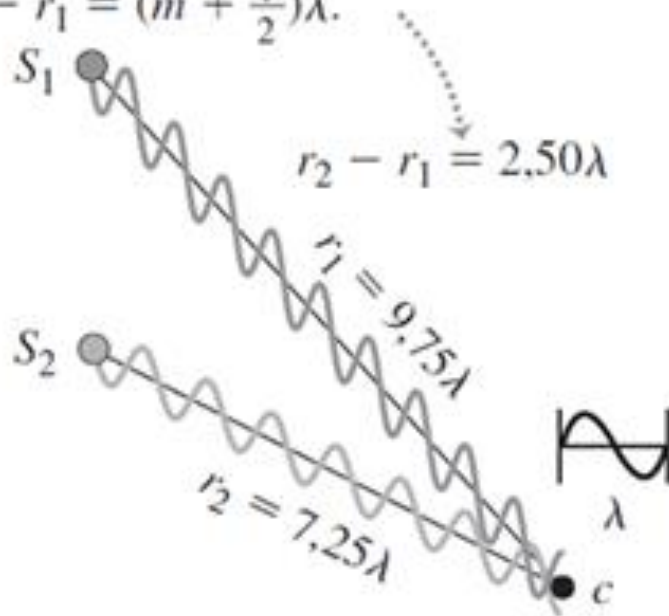
$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$$

$$d = r_1 - r_2 = m \frac{\lambda}{2} \quad (m: \text{número par})$$

Interferência destrutiva – onda em fase

(c) Condições para a interferência destrutiva: as ondas interferem destrutivamente quando a diferença entre seus caminhos é um número semi-inteiro de comprimentos de onda:

$$r_2 - r_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda.$$



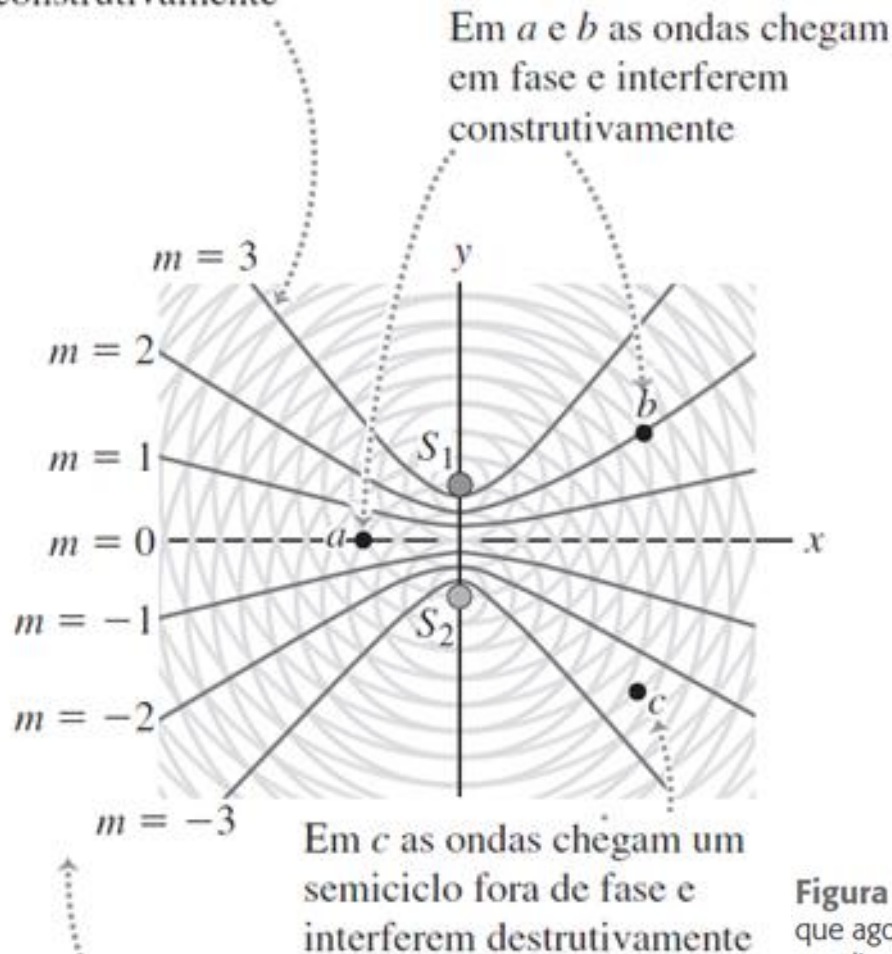
$$r_1 - r_2 = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$$

$$d = r_1 - r_2 = m \frac{\lambda}{2} \quad (m: \text{número ímpar})$$

Interferência construtiva e destrutiva

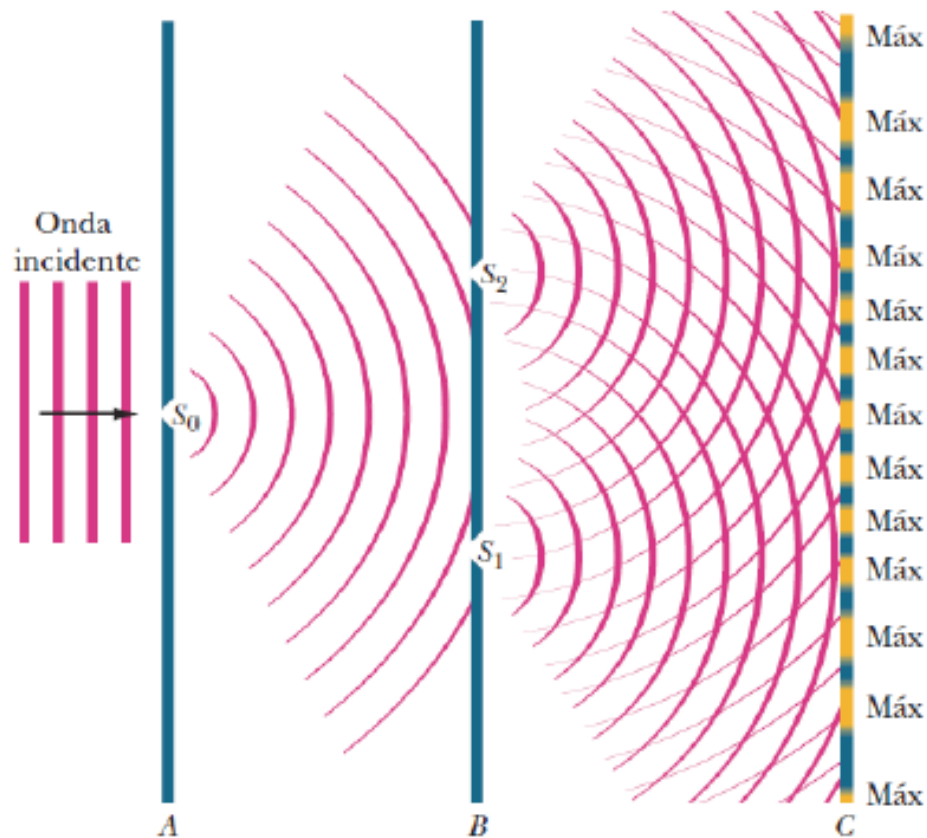
Curvas antinodais (cortando as circunferências concêntricas) marcam posições em que as ondas vindas de S_1 e S_2 interferem construtivamente



$m = 0$ número de comprimentos de onda λ em que os caminhos de S_1 e S_2 diferem.

Figura 35.3 Mesma situação descrita na Figura 35.2a, com a diferença de que agora indicamos as curvas antinodais (curvas que ligam os pontos com amplitudes máximas) que cortam as circunferências concêntricas. Todos os pontos dessas curvas obedecem à Equação (35.1) com os valores de m indicados. Não mostramos as curvas nodais, que ficam situadas entre duas curvas antinodais adjacentes.

Coerência



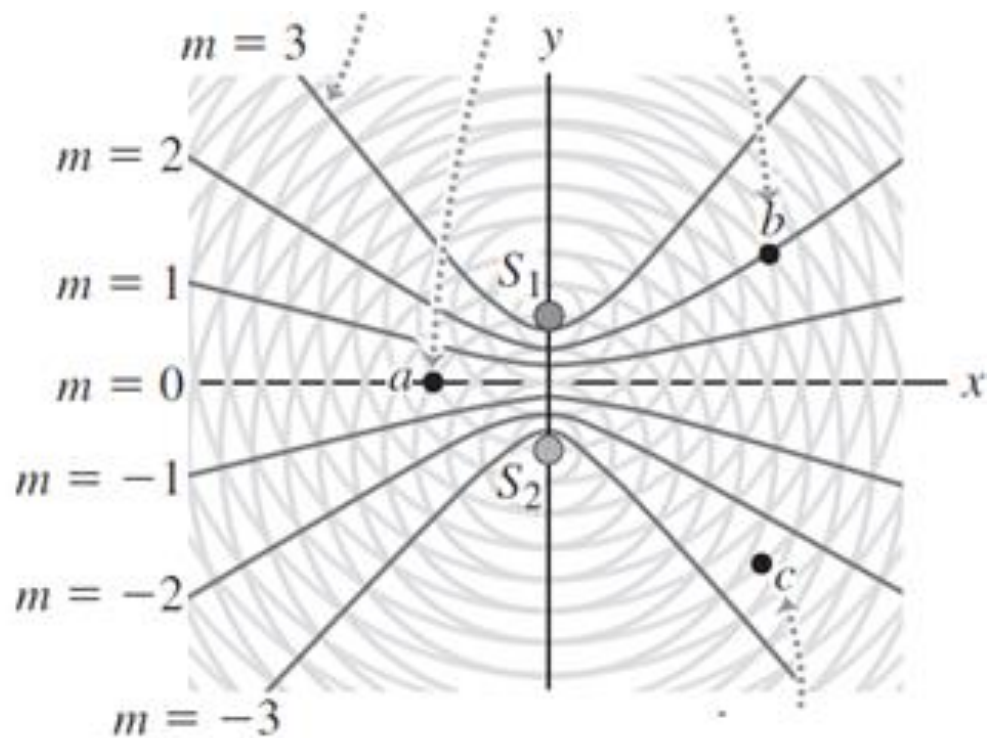
Para que uma figura de interferência apareça na tela C , é preciso que a diferença de fase entre as ondas que chegam a um ponto qualquer da tela não varie com o tempo. Quando isso acontece, dizemos que os raios luminosos que saem das fendas S_1 e S_2 são coerentes.

Se a diferença de fase entre dois raios luminosos varia com o tempo, dizemos que os raios luminosos são incoerentes.

Exemplo 4

Considere um ponto sobre o eixo Oy positivo acima de S_1 . Esse ponto está:

- i. numa curva antinodal;
- ii. numa curva nodal;
- iii. Nenhuma das anteriores.

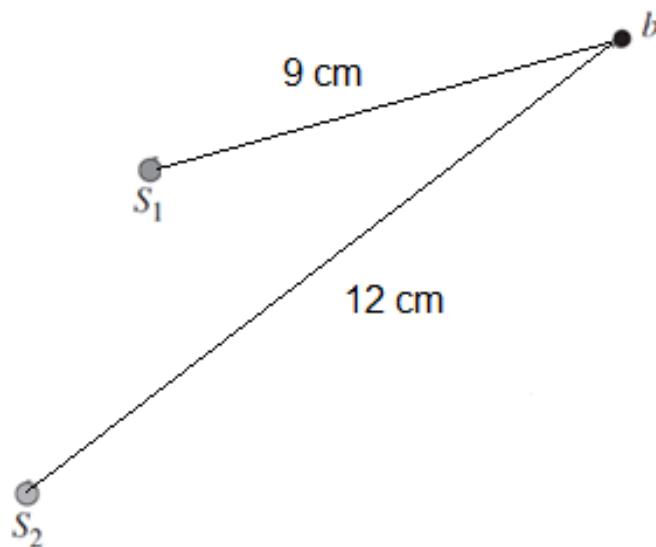


Em qualquer ponto P situado sobre o eixo Oy positivo acima de S_1 a distância r_2 de S_2 a P é 4λ maior que a distância de r_1 de S_1 a P . Isso corresponde a m par, o que corresponde a interferência construtiva

Exemplo 5

Duas fontes S_1 e S_2 , separadas de certa distância e operando em fase, produzem ondas com comprimento constante de 2,0 cm. Um ponto b , na superfície da água, dista 9,0 cm de S_1 e 12 cm de S_2 .

- a) Quantos comprimentos de onda existem entre b e S_1 e, b e S_2 ?
- b) No ponto b , a superposição das ondas produzidas por S_1 e S_2 , resulta numa interferência construtiva ou destrutiva? Justifique sua resposta.



Exemplo 6

Duas antenas de radio A e B irradiam em fase. A antena B está a 120 m à direita da antena A. Considere um ponto Q ao longo da extensão da linha reta que une as duas antenas, situado a uma distância de 40 m à direita da antena B. A frequência e, portanto, o comprimento de onda emitidas pode variar.

a) Qual o maior comprimento de onda para o qual pode existir interferência destrutiva no ponto Q? $\lambda = 240 \text{ m}$

b) Qual é o maior comprimento de onda para o qual pode haver interferência construtiva no ponto Q? $\lambda = 120 \text{ m}$

Exemplo 7

Duas fontes de luz podem ser ajustadas para emitir luz monocromática com qualquer comprimento de onda na região visível. As duas fontes são coerentes, separadas por uma distância de $2,04 \mu\text{m}$ e estão alinhadas com um observador, de modo que a distância entre uma das fontes e o observador é $2,04 \mu\text{m}$ maior do que a distância entre a outra fonte e o observador.

a) Para qual comprimento de onda na região visível (de 400 até 700 nm) o observador verá a luz mais forte, oriunda da interferência construtiva?

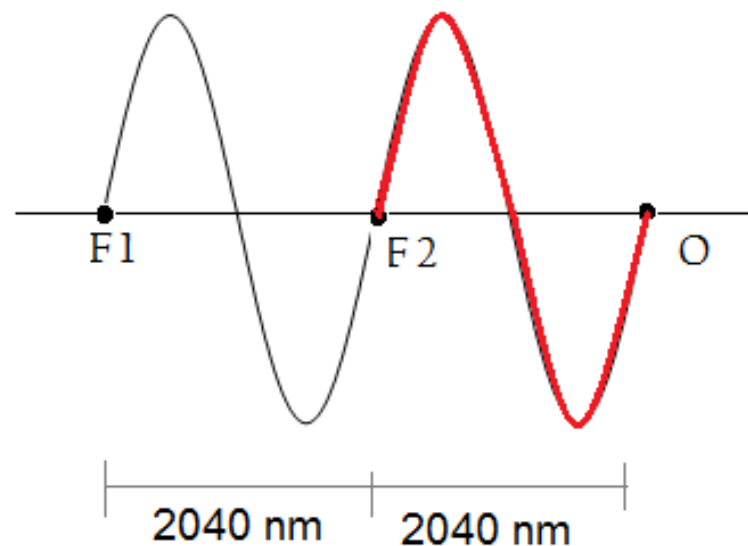
Exemplo 7

a) Interferência construtiva

$$r_1 = 4080 \text{ nm}$$

$$r_2 = 2040 \text{ nm}$$

$$d = r_1 - r_2 = 2040 \text{ nm}$$



$$d = m\lambda_m \rightarrow \lambda_m = \frac{d}{m} \rightarrow \lambda_3 = \frac{2040 \text{ nm}}{3} = 680 \text{ nm},$$

$$\lambda_4 = \frac{2040 \text{ nm}}{4} = 510 \text{ nm}, \lambda_5 = \frac{2040 \text{ nm}}{5} = 408 \text{ nm}$$

Exemplo 7

b) Em que comprimento de onda visíveis haverá interferência destrutiva no local onde o observador se encontra?

$$r_1 = 4080 \text{ nm}$$

$$r_2 = 2040 \text{ nm}$$

$$d = r_1 - r_2 = 2040 \text{ nm}$$

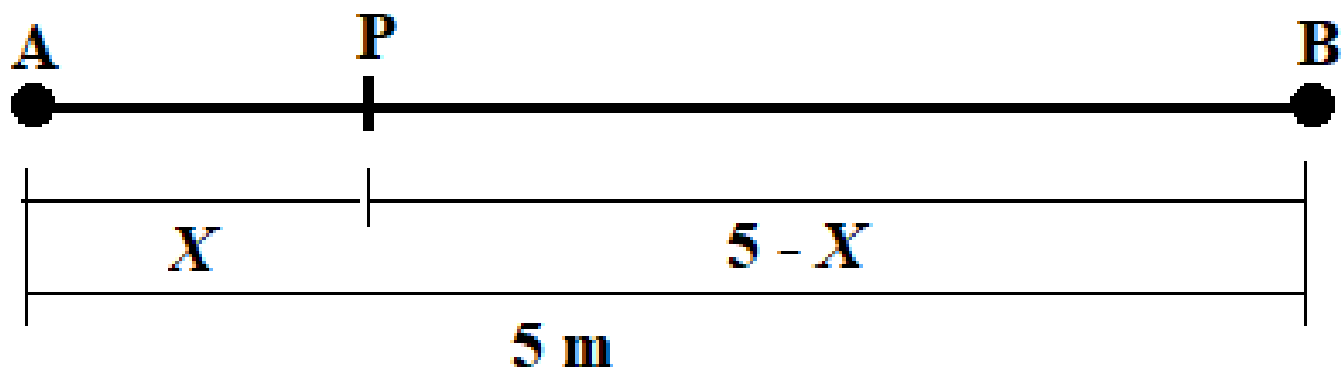
$$d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \rightarrow \lambda_m = \frac{d}{m + \frac{1}{2}} = \frac{2040 \text{ nm}}{m + \frac{1}{2}}$$

$$\lambda_3 = 583 \text{ nm}$$

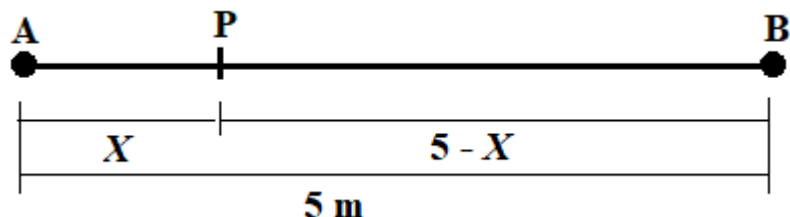
$$\lambda_4 = 453 \text{ nm}$$

Exemplo 8

Duas fontes coerentes de ondas de rádio, A e B, estão a 5 m de distância uma da outra. Cada fonte emite ondas com um comprimento de onda igual a 6 m. Considere os pontos ao longo da linha que reta entre as duas fontes. A que distância de A, se houver alguma interferência é (a) construtiva e (b) destrutiva.



Exemplo 8



$$r_A = x$$

$$r_B = 5 - x$$

$$d = r_A - r_B = 2x - 5$$

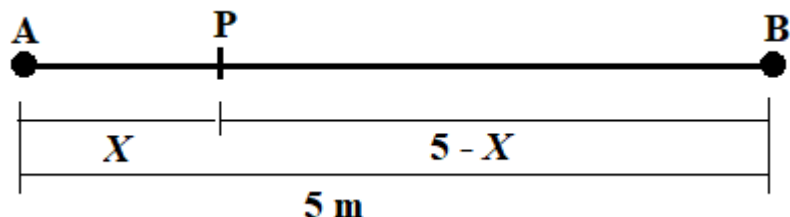
a) Interferência construtiva

$$m = 0 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 5 = 0 \cdot 6 \rightarrow x = 2,5 \text{ m}$$

$$m = 1 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 5 = 1 \cdot 6 \rightarrow x = 5,5 \text{ m}$$

Resposta: 2,5m, pois 5,5m é maior que a distância entre as fontes.

Exemplo 8



$$r_A = x$$

$$r_B = 5 - x$$

$$d = r_A - r_B = 2x - 5$$

a) Interferência destrutiva

$$m = 0 \rightarrow d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_m \rightarrow 2x - 5 = \frac{1}{2} \cdot 6 \rightarrow x = 4 \text{ m}$$

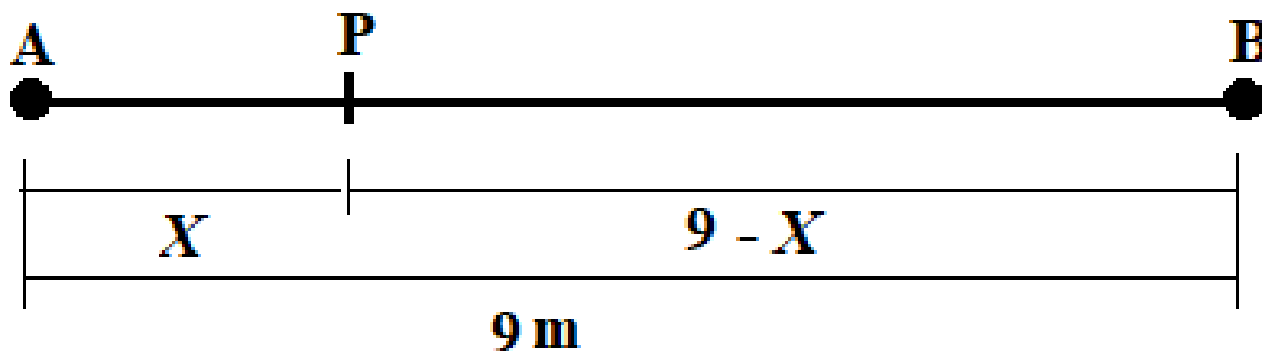
$$m = +1 \rightarrow d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_m \rightarrow 2x - 5 = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot 6 \rightarrow x = 7 \text{ m}$$

$$m = -1 \rightarrow d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_m \rightarrow 2x - 5 = \left(-1 + \frac{1}{2}\right) \cdot 6 \rightarrow x = 1 \text{ m}$$

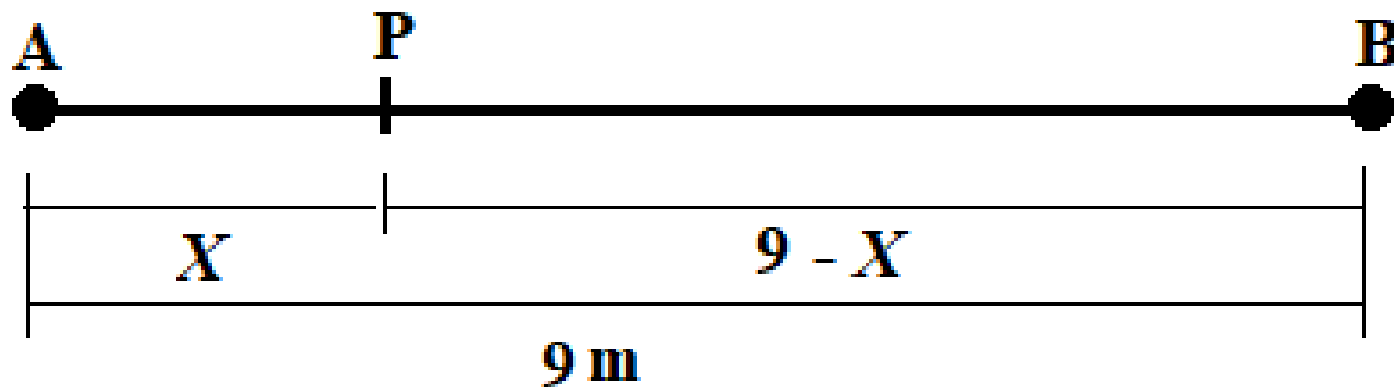
Resposta: 1m e 4m.

Exemplo 9

Uma estação de rádio possui duas antenas idênticas que irradiam em fase ondas com frequência 120 MHz. A antena B está a 9,0 m à direita da antena A. Considere um ponto P entre as duas antenas, situado a uma distância x à direita da antena A. Para que valores de x ocorrerá interferência construtiva no ponto P? 0,75 m, 2 m, 3,25m, 4,5 m, 5,75 m, 7,00m e 8,25 m



Exemplo 9



$$r_A = X$$

$$r_B = 9 - X$$

$$d = r_A - r_B = 2X - 9$$

$$v = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{120 \cdot 10^6} = 2,5\text{m}$$

Exemplo 9

Interferência construtiva

$$m = 0 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = 0 \cdot 2,5 \rightarrow x = 4,5 \text{ m}$$

$$m = 1 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = 1 \cdot 2,5 \rightarrow x = 5,75 \text{ m}$$

$$m = -1 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = (-1) \cdot 2,5 \rightarrow x = 3,25 \text{ m}$$

$$m = 2 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = 2 \cdot 2,5 \rightarrow x = 7,00 \text{ m}$$

$$m = -2 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = (-2) \cdot 2,5 \rightarrow x = 2,00 \text{ m}$$

$$m = 3 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = 3 \cdot 2,5 \rightarrow x = 8,25 \text{ m}$$

$$m = -3 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = (-3) \cdot 2,5 \rightarrow x = 0,75 \text{ m}$$

Interferência da luz produzida por duas fontes

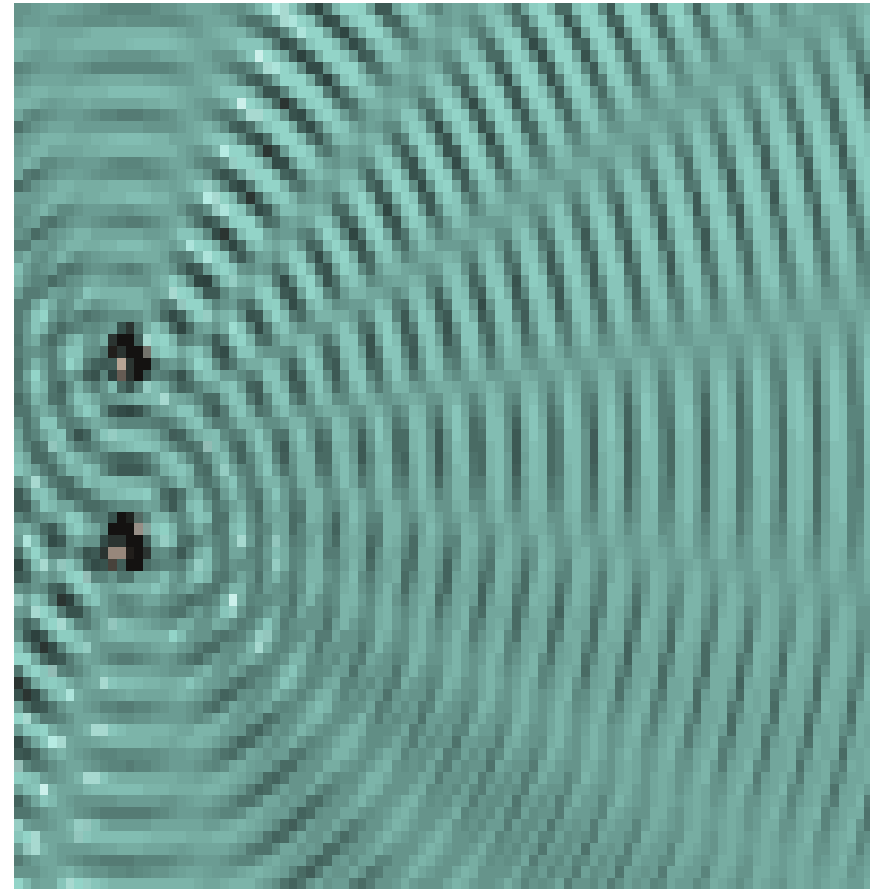


Figura 35.4 Os conceitos de interferência construtiva e interferência destrutiva se aplicam a estas ondas de água de modo semelhante ao das ondas luminosas e sonoras.

Interferência da luz produzida por duas fontes

Experimento de Young



Thomas Young (1801) \longrightarrow luz é onda
 \downarrow
sofre interferência

- mediu $\lambda_{\text{méd}} = 570 \text{ nm}$ luz solar (hoje 555 nm)

Interferência da luz produzida por duas fontes

Experimento de Young

(a) Interferência de ondas luminosas passando por duas fendas.

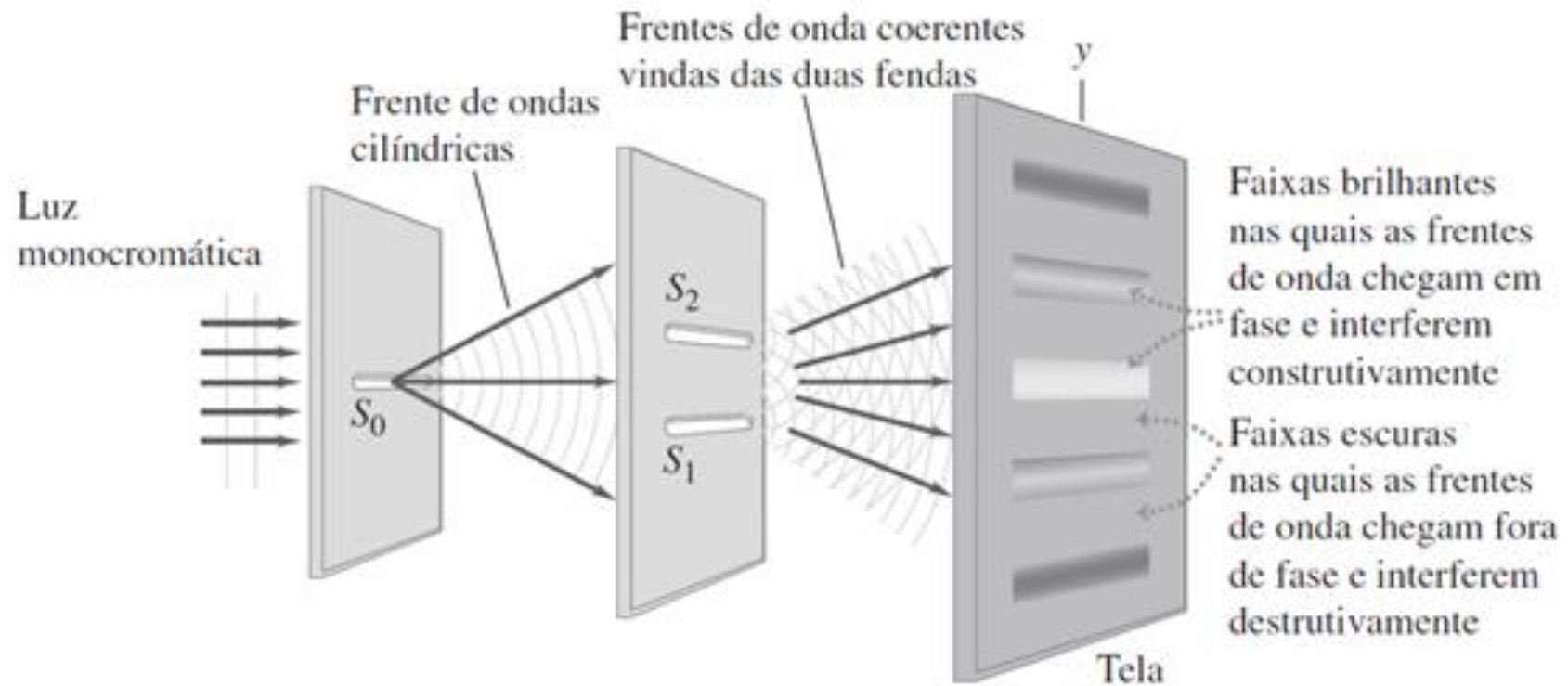
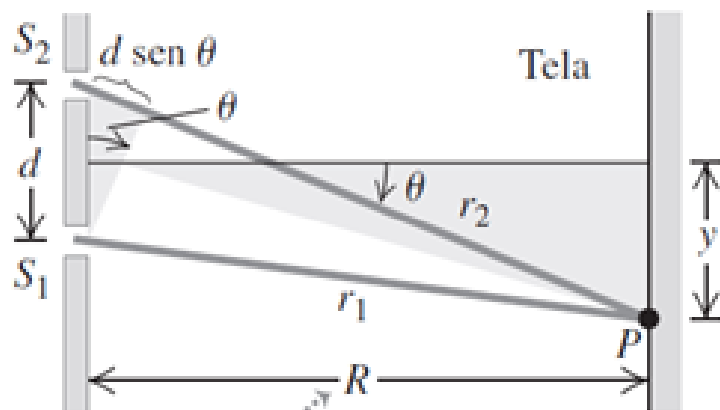


Figura 35.5

(a) Experiência de Young para mostrar a interferência da luz que passa através de duas fendas.

Interferência da luz produzida por duas fontes

(b) Geometria real (vista de lado).



Em situações reais, a distância R até a tela costuma ser muito maior do que a distância d entre as fendas...

(c) Geometria aproximada.

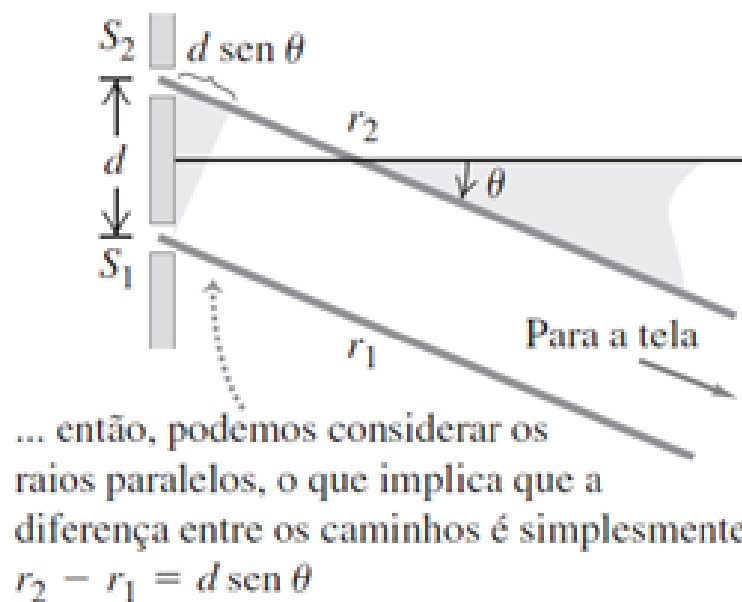
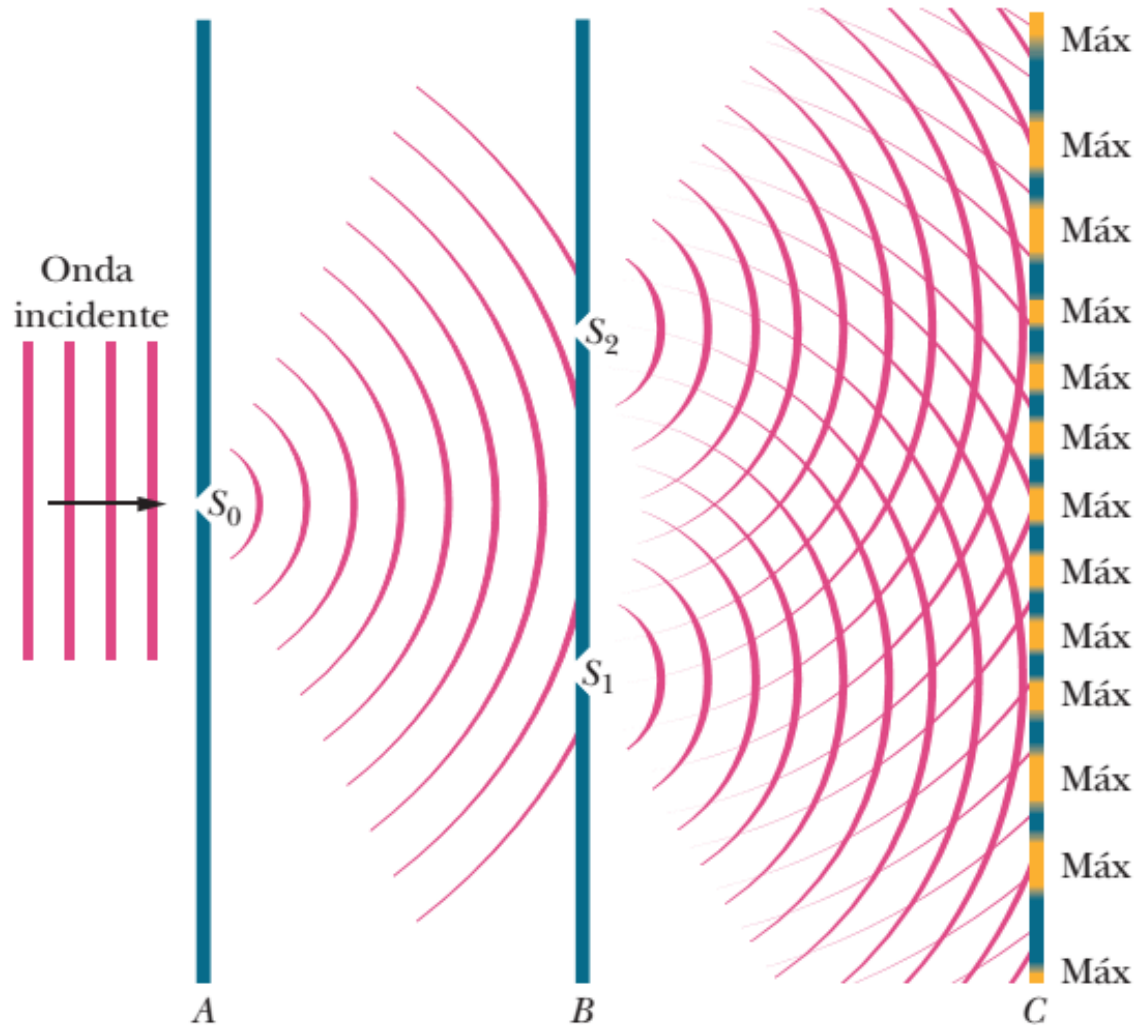


Figura 35.5 Um padrão de áreas brilhantes e escuras aparece sobre a tela (veja a Figura 35.6). (b) Análise geométrica da experiência de Young. No caso mostrado aqui, $r_2 > r_1$, e tanto y quanto θ são positivos.

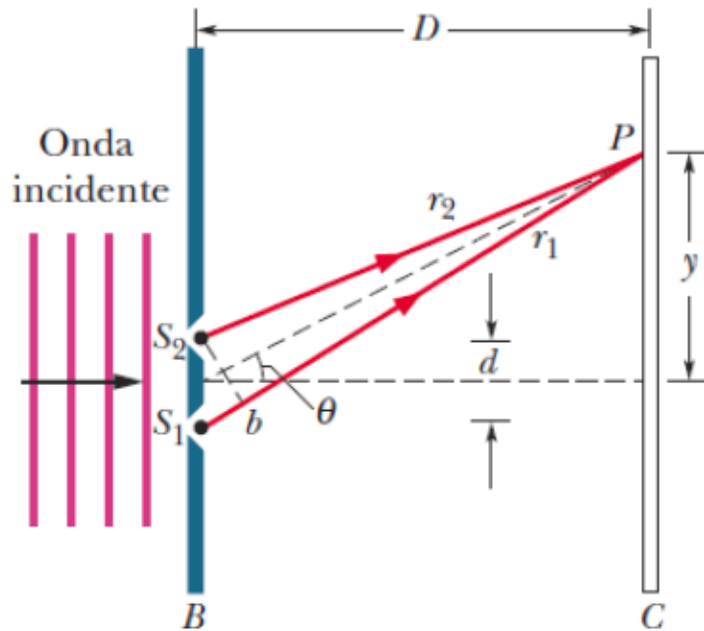
Interferência da luz produzida por duas fontes

Experimento de Young

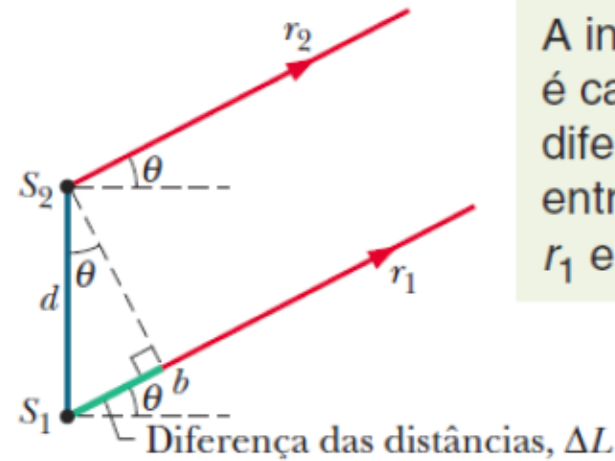


As ondas que passam pelas duas fendas se superpõem e formam uma figura de interferência.

Experimento de Young - localização das franjas



Intensidade $\propto \Delta L$



A interferência é causada pela diferença ΔL entre r_1 e r_2 .

$$\Delta L = d \sin \theta$$

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad \text{(franjas claras)}$$

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad \text{(franjas escuras)}$$

Experimento de Young - localização das franjas

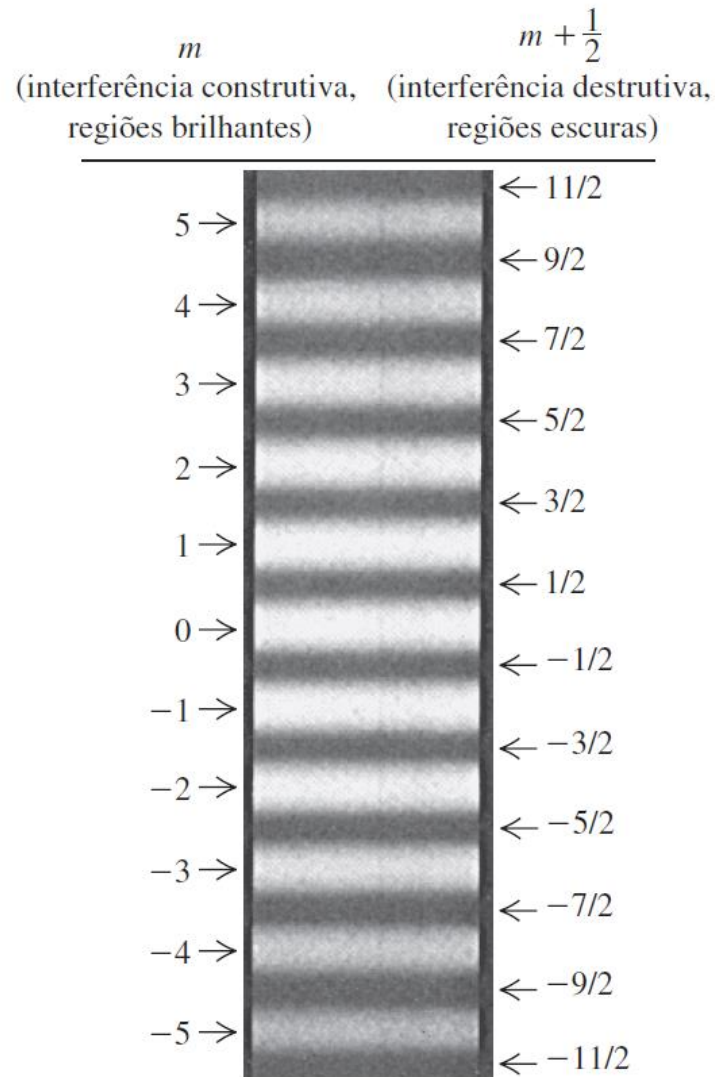
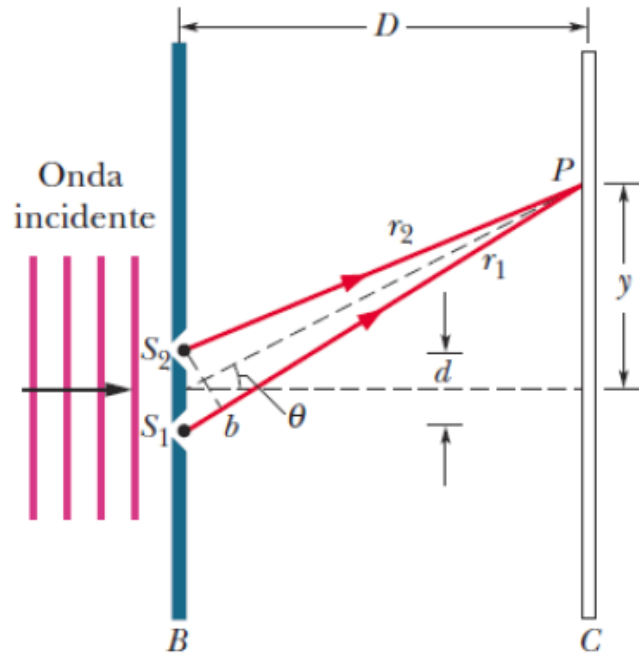


Figura 35.6 Fotografia das franjas de interferência produzidas sobre uma tela na experiência de Young da dupla fenda.

Experimento de Young - localização das franjas



Em primeiro lugar, escolhemos um máximo com um valor pequeno de m para termos certeza de que está nas proximidades do centro. A distância vertical y_m entre um máximo está relacionada ao ângulo θ correspondente ao mesmo ponto através da equação:

$$\tan\theta \approx \theta = \frac{y_m}{D}$$

$$d \sin\theta = m\lambda \rightarrow \tan\theta \cong \sin\theta \approx \theta = \frac{m\lambda}{d}$$

$$\theta = \frac{y_m}{D} = \frac{m\lambda}{d} \rightarrow y_m = \frac{m\lambda D}{d}$$

Analogamente, para os mínimos mais centrais:

$$y_m = \frac{(m + \frac{1}{2})\lambda D}{d}$$

Experimento de Young - localização das franjas

$$y_m = \frac{m\lambda D}{d}$$

Para o máximo $m + 1$

$$y_{m+1} = \frac{(m + 1)\lambda D}{d}$$

Para obter a distância entre dois máximos vizinhos

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1)\lambda D}{d} - \frac{m\lambda D}{d} = \frac{\lambda D}{d}$$

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{d}$$

Experimento de Young - localização das franjas

- Válidas para qualquer ângulos

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

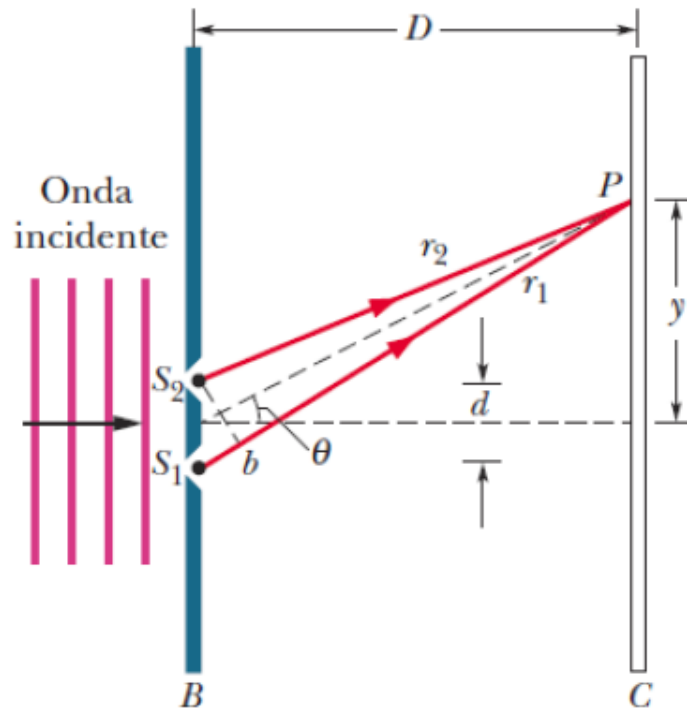
$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

- Válidas para ângulos pequenos

$$y_m = \frac{m \lambda D}{d}$$

Exemplo 10

Realiza-se a experiência de Young, no vácuo, com um dispositivo em que os anteparos estão separados por 4,0 m e as fendas por 2,0 mm. A distância entre cada duas faixas claras consecutivas é 1,6 mm. Determine: (a) o comprimento de onda da luz monocromática utilizada; (b) a frequência da luz.



Exemplo 10

(a) o comprimento de onda da luz monocromática utilizada

$$y = 1,6 \text{ mm}$$

$$d = 2,0 \text{ mm}$$

$$D = 4,0 \cdot 10^3 \text{ mm}$$

$$m = 1$$

$$y = \frac{m\lambda D}{d} \quad \lambda = \frac{yd}{mD}$$

$$\lambda = \frac{1,6 \times 2}{1 \times 4 \times 10^3} = 8 \times 10^{-4} \text{ mm} = 8 \times 10^{-7} \text{ m}$$

(b) a frequência da luz.

$$v = \lambda f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{8 \times 10^{-7}} = 3,75 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Exemplo 11

Em um experimento de Young, a distância entre as fendas é de 100 vezes o valor do comprimento de onda da luz usada para iluminá-las.

(a) Qual é a separação angular em radianos entre o máximo de interferência central e o máximo mais próximo?

(b) Qual é a distância entre estes máximos se a tela de observação estiver a 50,0 cm de distância das fendas?

Exemplo 11

a) O máximo adjacente central ao máximo central é o que corresponde a $m = 1$ de modo que

$$d \sin \theta_1 = m\lambda \rightarrow \sin \theta_1 = \frac{m\lambda}{d}$$

$$\sin \theta_1 = \frac{m\lambda}{d} = \frac{1\lambda}{100\lambda} \rightarrow \sin \theta_1 = 0,01 \rightarrow \theta_1 = 0,01 \text{ rad}$$

b)

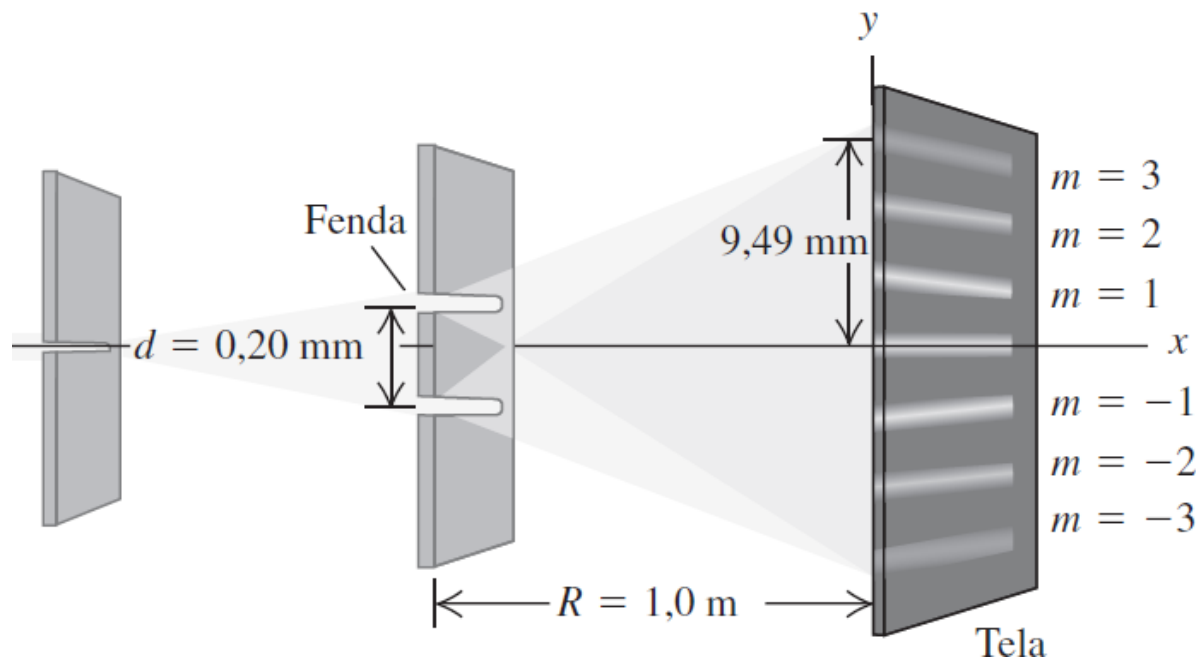
$$\tan \theta = \sin \theta = \frac{y_m}{D} \rightarrow y_1 = D \sin \theta_1 = 50 \sin(0,01 \text{ rad}) = 5 \text{ mm}$$

A separação

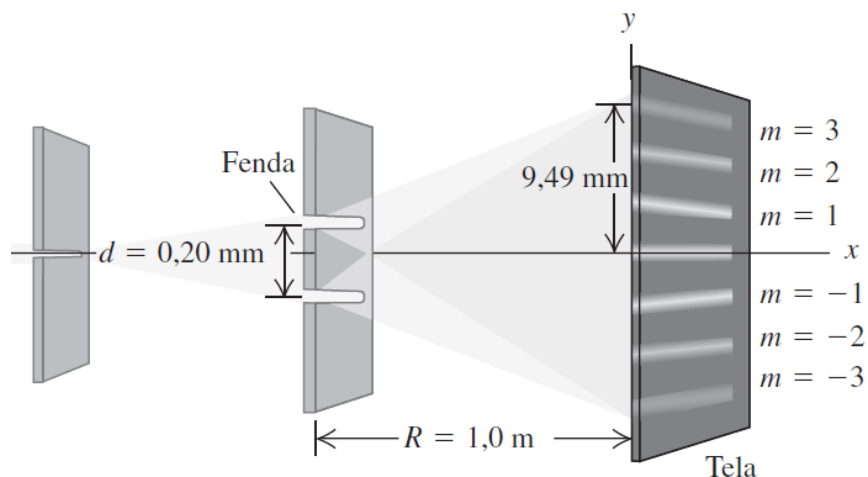
$$\Delta y = y_1 - y_0 = 5 \text{ mm} - 0 = 5 \text{ mm}$$

Exemplo 12

Em uma interferência com fenda dupla, a distância entre as fendas é $0,2 \text{ mm}$ e a tela está a uma distância de $1,0 \text{ m}$. A terceira franja brilhante (sem contar a franja brilhante que se forma no centro da tela) forma-se a uma distância de $9,49 \text{ mm}$ do centro. Calcule o comprimento de onda da luz usada.



Exemplo 12



$$m = 3$$

$$R=D= 1,0 \cdot 10^3 mm$$

$$d = 0,2 mm$$

$$y_m = 9,49 mm$$

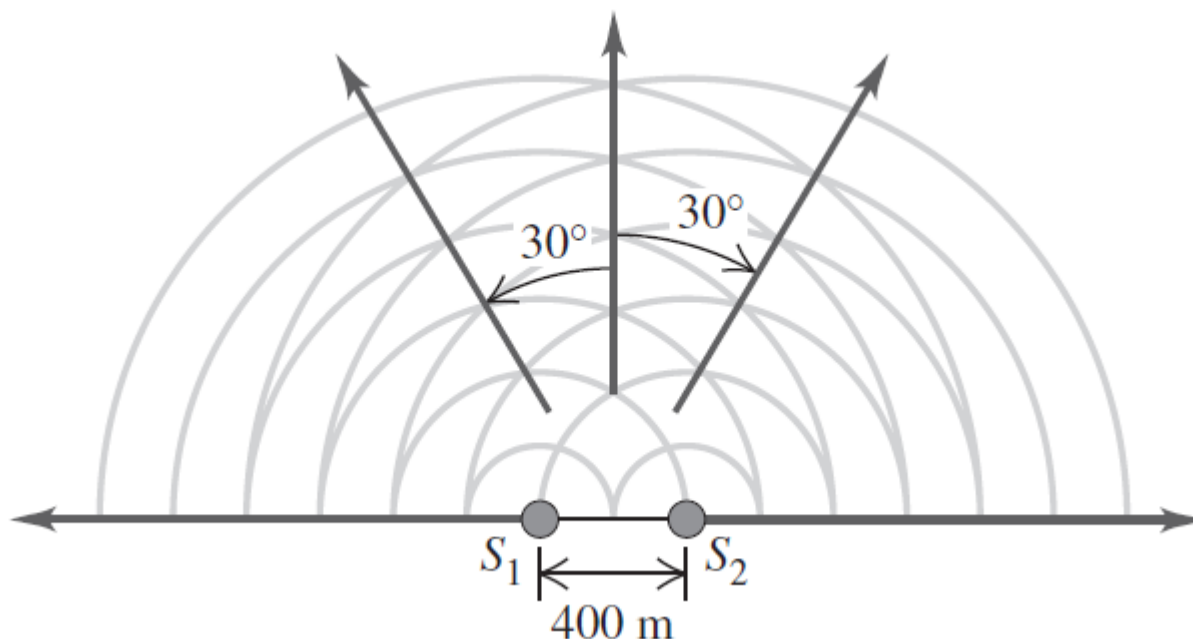
$$y_m = \frac{m\lambda D}{d}$$

$$\lambda = \frac{y_m d}{m D}$$

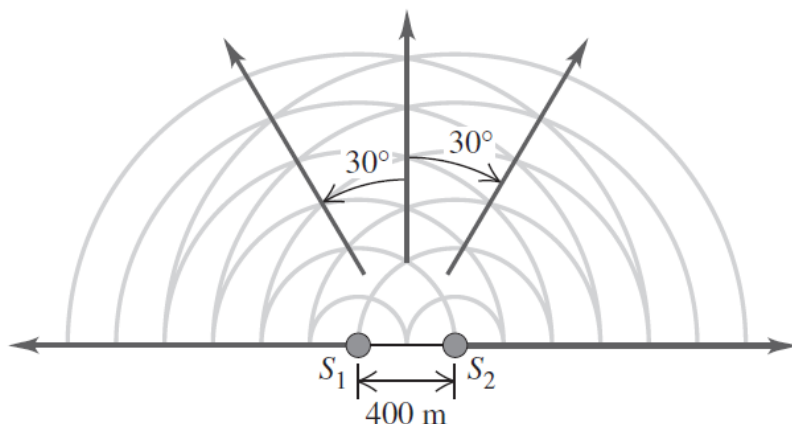
$$\lambda = \frac{9,49 \times 0,2}{3 \times 1,0 \times 10^3} = 6,33 \times 10^{-4} mm = 6,33 \times 10^{-7} m$$

Exemplo 13

Uma estação de rádio com frequência 1500kHz opera com duas antenas idênticas, com dipolos verticais que oscilam em fase, separados por uma distância de 400 m. Para distâncias maiores do que 400 m, em que direções a intensidade da radiação transmitida torna-se máxima?



Exemplo 13



$$f = 1500 \text{ kHz} = 1,5 \times 10^6 \text{ Hz}$$

Para encontrar as direções de intensidade máxima, os valores de θ para os quais a diferença de caminho é zero ou um número inteiro de comprimentos de onda.

$$v = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{1,5 \times 10^6} = 200 \text{ m}$$

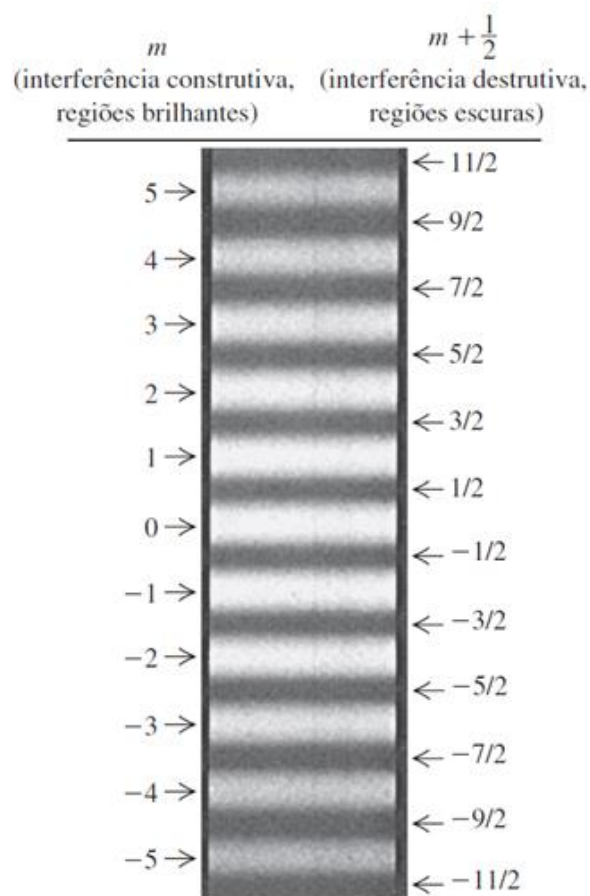
$$d \sin \theta = m \lambda \rightarrow \sin \theta = \frac{m \lambda}{d} = \frac{m(200 \text{ m})}{400 \text{ m}} = \frac{m}{2}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2 \quad \theta = 0^\circ, \pm 30^\circ, \pm 90^\circ$$

Os valores de m maiores que 2 e menores que -2 fornecem valores de θ maiores que 1 e menores que -1.

Exemplo 13

Podemos verificar nosso resultado calculando os ângulos para a intensidade mínima. Deve haver uma intensidade mínima entre cada par de máximos



Exemplo 13

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \rightarrow \sin \theta = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda}{d} = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right) 200}{200} = \frac{m + \frac{1}{2}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{m + \frac{1}{2}}{2} = \frac{-2 + \frac{1}{2}}{2} = -\frac{3}{4} \rightarrow \theta = -48,6^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{m + \frac{1}{2}}{2} = \frac{-1 + \frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4} \rightarrow \theta = -14,5^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{m + \frac{1}{2}}{2} = \frac{0 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4} \rightarrow \theta = 14,5^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{m + \frac{1}{2}}{2} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4} \rightarrow \theta = 48,6^\circ$$

Quaisquer outros valores de m não possuem significado físico neste exemplo.

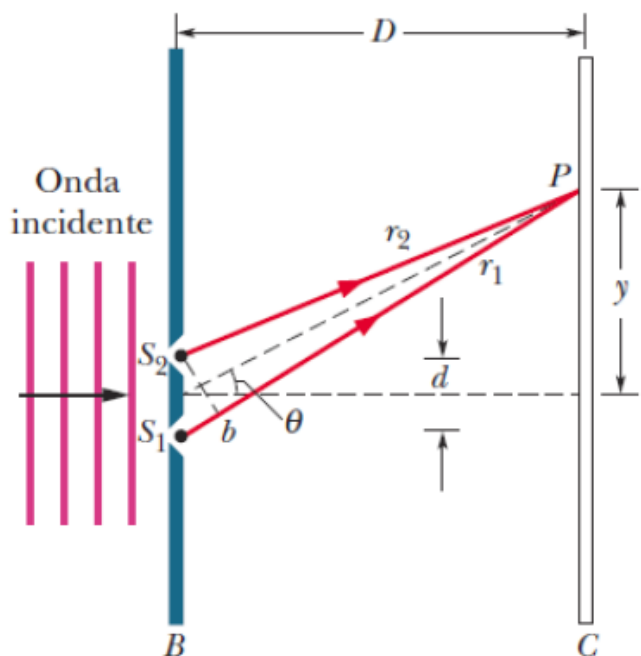
$$m = 0, \pm 1, \pm 2 \quad \theta = \pm 14,5^\circ, \pm 48,6^\circ$$

Exemplo 14

Qual a distância na tela C da figura entre dois máximos vizinhos perto do centro da figura de interferência?

Dados:

$$\lambda = 546 \text{ nm} \quad D = 55 \text{ cm} \quad d = 0,12 \text{ mm} \quad \theta \text{ muito pequeno}$$



$$y_m = \frac{m\lambda D}{d} \quad y_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda D}{d}$$

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1)\lambda D}{d} - \frac{m\lambda D}{d}$$

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{d} = \frac{(546 \times 10^{-9} \text{ m})(55 \times 10^{-2} \text{ m})}{0,12 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$= 2,50 \times 10^{-3} \text{ m} = 2,5 \text{ mm}$$

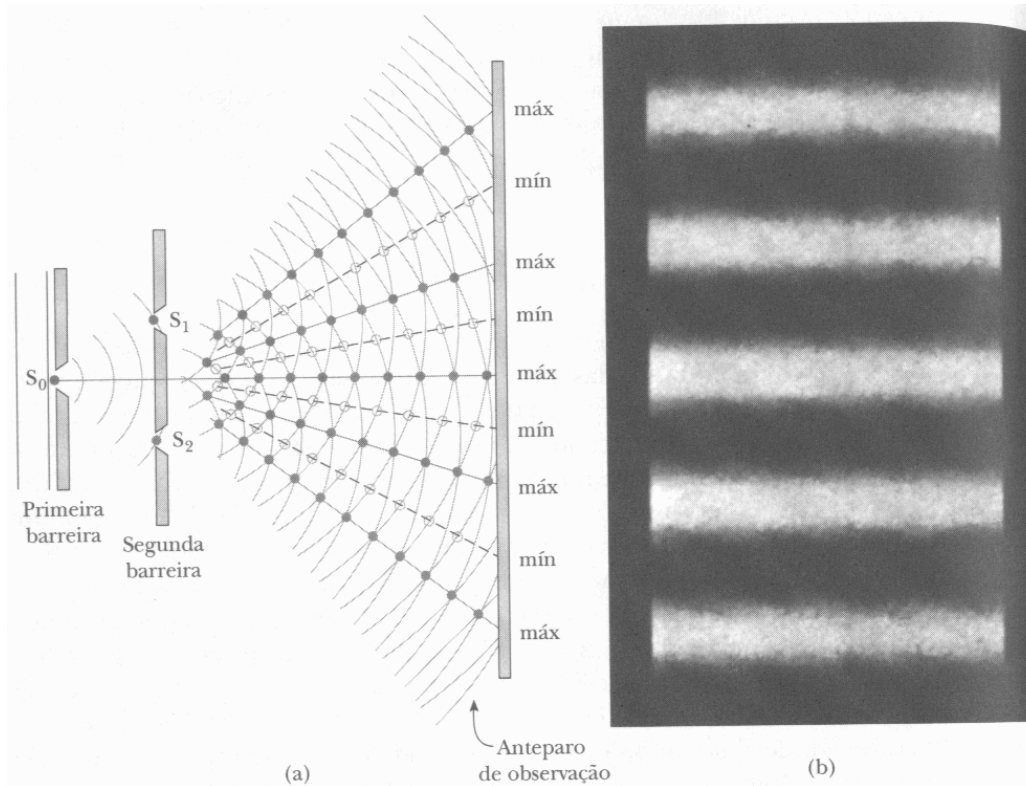
Intensidade das Franjas de Interferência

A interferência entre S_1 e S_2 , de intensidades I_0 na tela, leva a energia luminosa a ser redistribuída no anteparo segundo a equação:

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right)$$

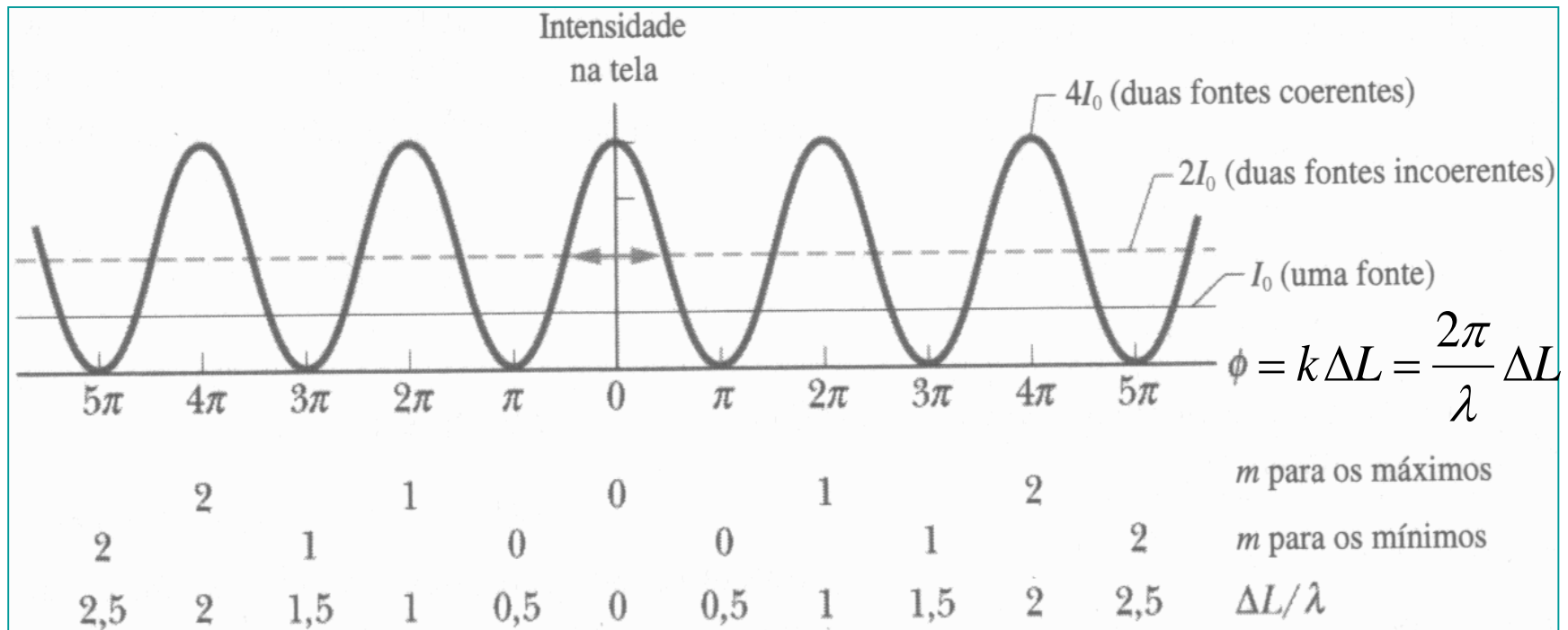
onde

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

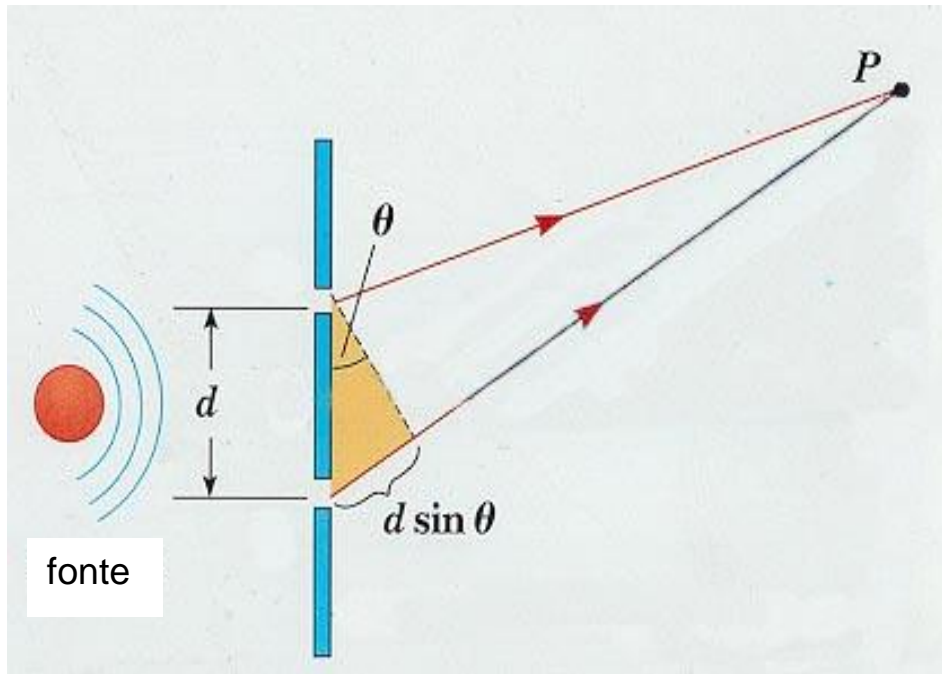


- Os máximos de intensidade ocorrem em: ($m = 0, 1, 2, \dots$)

Os mínimos em: $\frac{1}{2}\phi = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \quad \Rightarrow \quad d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$



Demonstração da Eq. para a Intensidade das Franjas:



No ponto P:

$$E_1 = E_0 \sin \omega t$$

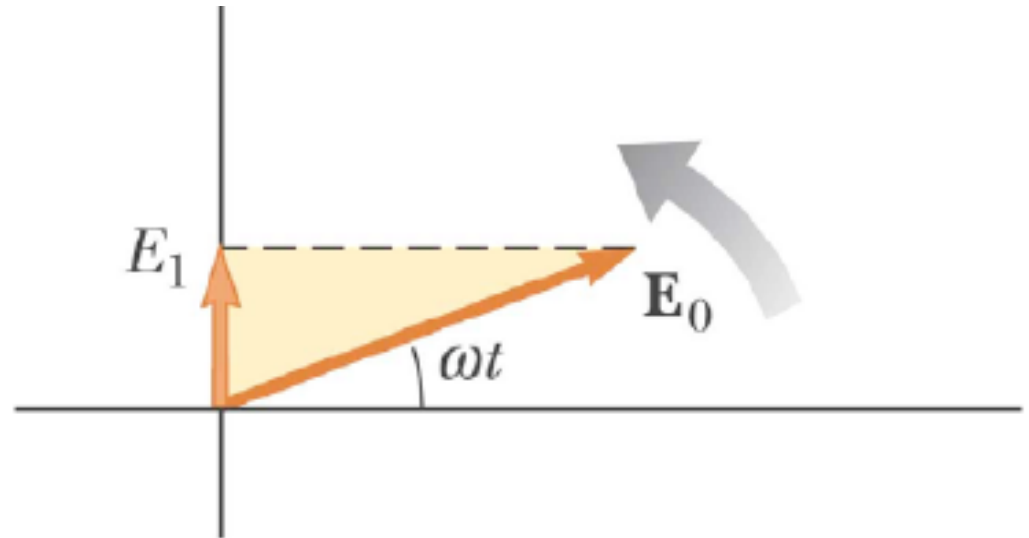
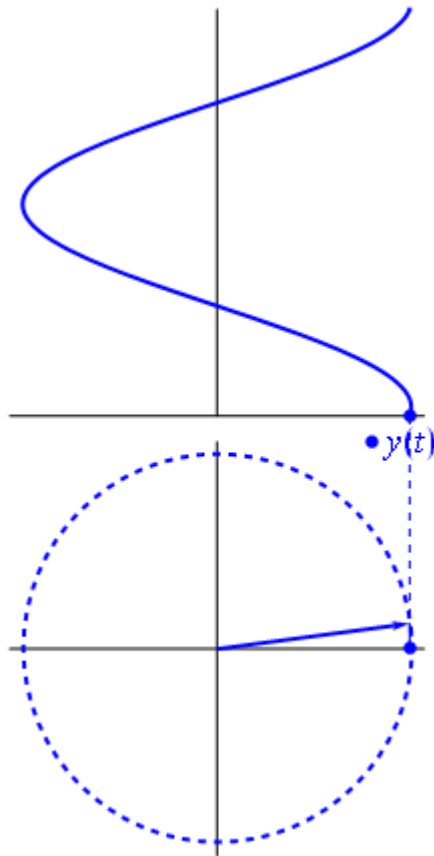
$$E_2 = E_0 \sin (\omega t + \phi)$$

dif. de fase

Se $\phi = \text{cte.} \rightarrow$ ondas coerentes

Demonstração da Eq. para a Intensidade das Franjas:

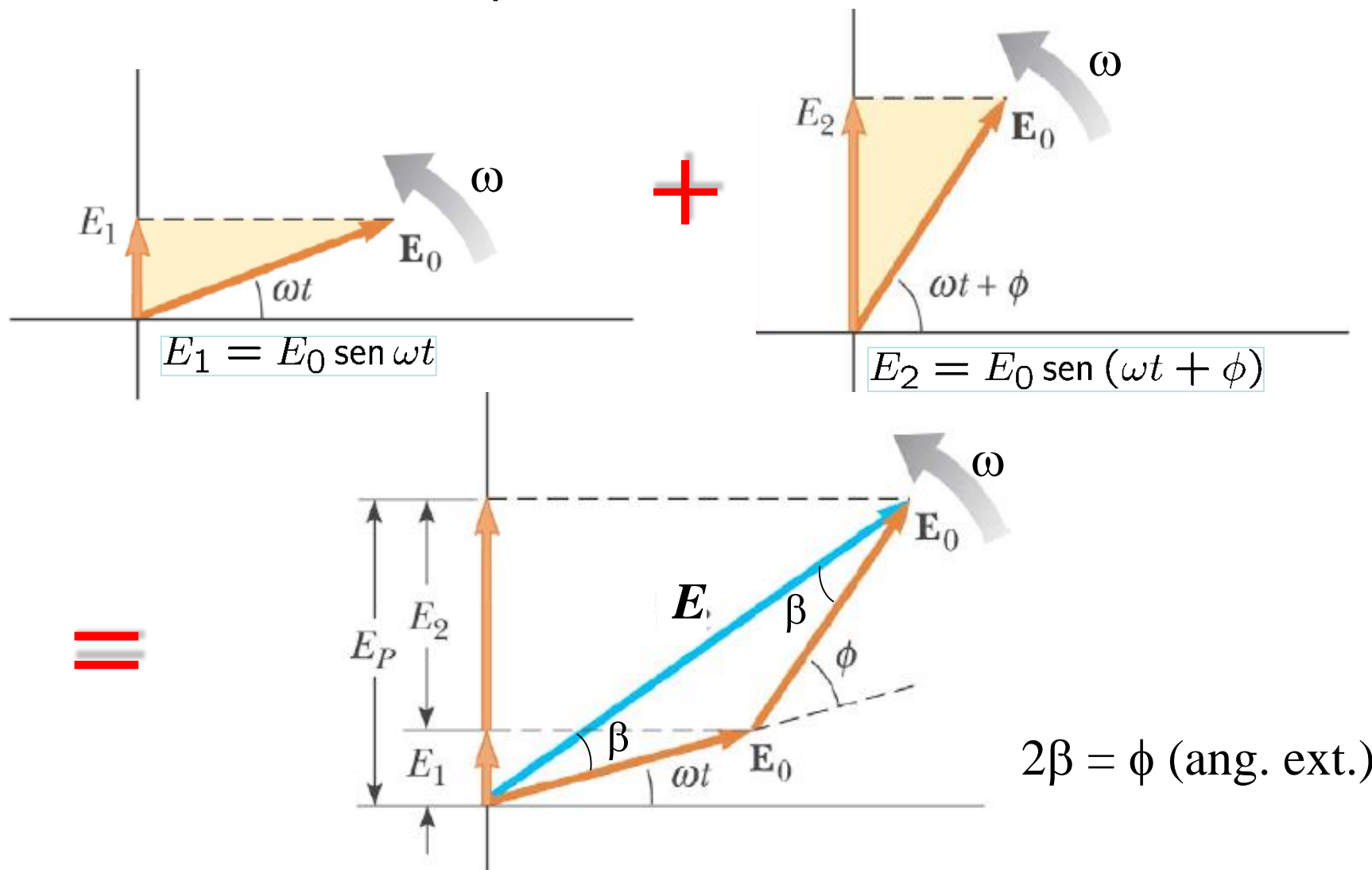
Campo elétrico, representação senoidal e fasores



$$E_1 = E_0 \sin \omega t$$

Demonstração da Eq. para a Intensidade das Franjas:

Combinando campos: fasores



Demonstração da Eq. para a Intensidade das Franjas:

$$E = 2(E_0 \cos \beta) = 2E_0 \cos \frac{1}{2}\phi \Rightarrow E^2 = 4E_0^2 \cos^2 \frac{1}{2}\phi$$

Como: $I \propto E^2 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2}$

intens. por apenas 1 fenda

Logo: $\Rightarrow I = 4I_0 \cos^2 \frac{1}{2}\phi$

Onde:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

dif. de fase

dif. de dist. percorrida

Demonstração da Eq. para a Intensidade das Franjas:

Máximos em: $\frac{1}{2}\phi = m\pi \quad , \quad m = 0, 1, 2, \dots$

Então:

$$2m\pi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad , \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Ou:

$$d \sin \theta = m\lambda \quad , \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

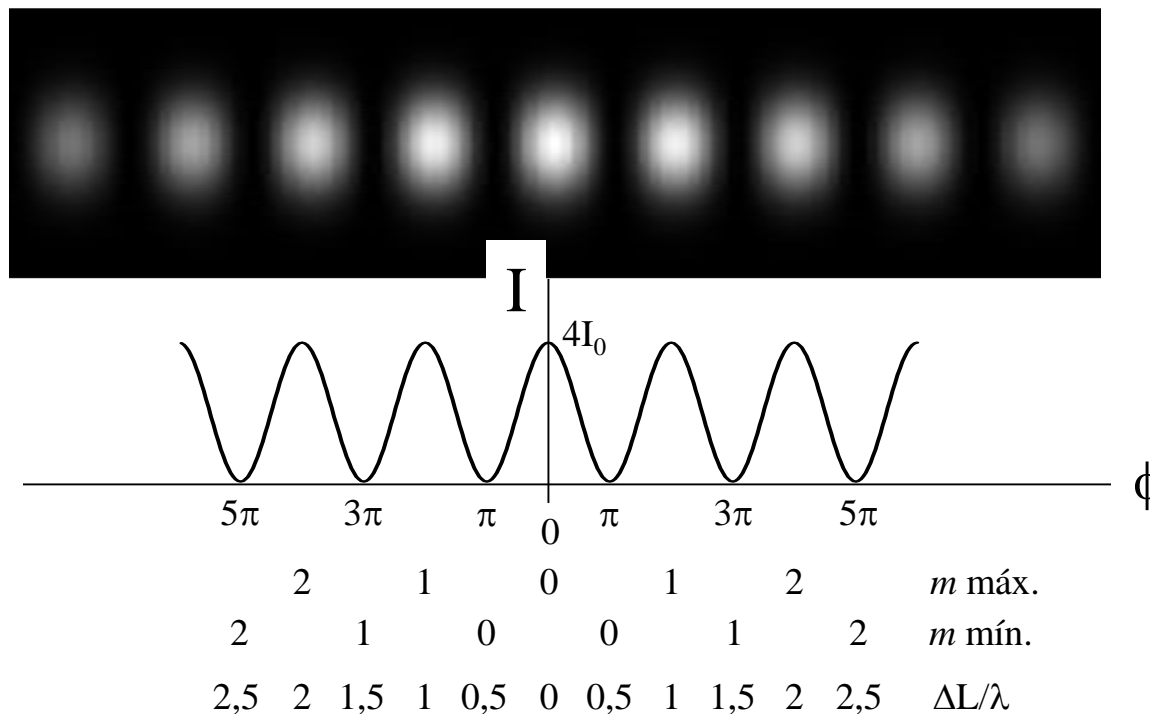
Mínimos em:

$$\frac{1}{2}\phi = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \quad , \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Ou:

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad , \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Demonstração da Eq. para a Intensidade das Franjas:



Se fontes incoerentes $\phi \rightarrow \phi(t) \Rightarrow I = 2 I_0$ (toda tela)

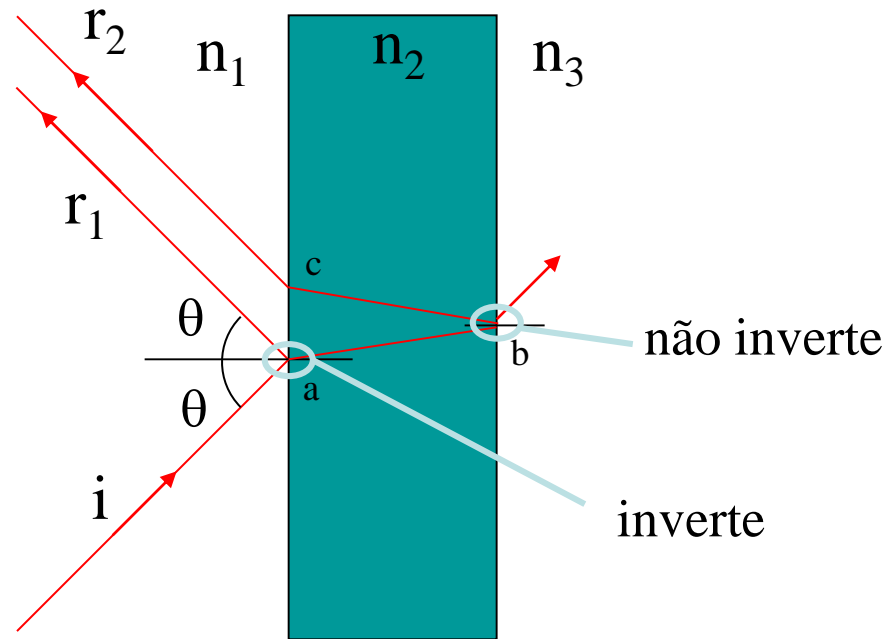
Interferência \rightarrow não cria nem destrói energia luminosa

\Rightarrow Coerentes ou não $\rightarrow I_{\text{med}} = 2 I_0$

Exemplos:



Interferência em Filmes Finos



Supondo: $n_2 > n_3$ e $n_2 > n_1$!!!!

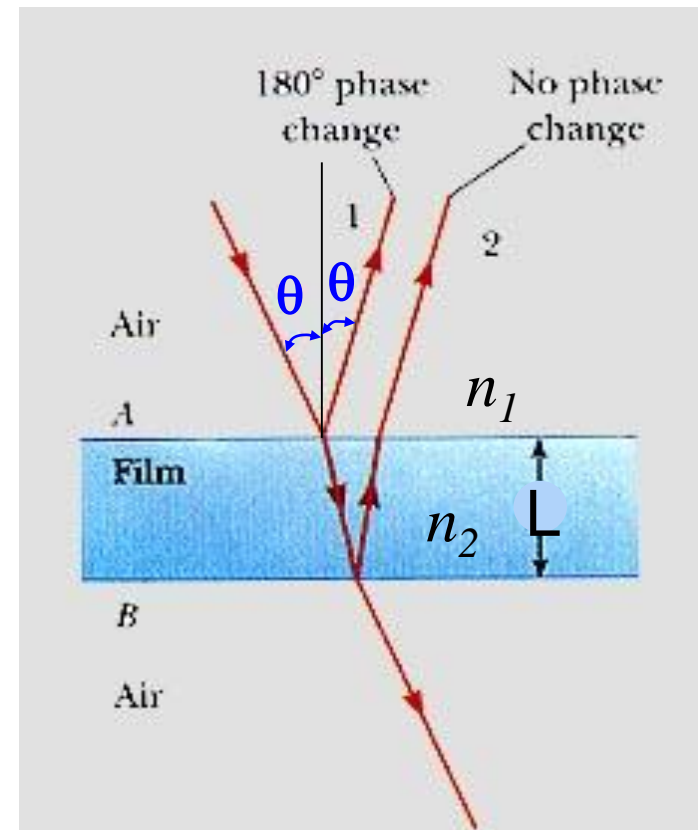
Interferência em Filmes Finos

A luz incidente em um filme fino apresenta efeitos de interferência associados à diferença de caminho óptico dentro do filme.

Considere: $\theta \approx 0$ e $n_2 > n_1$

Fatos:

- i) Incidência de 1 para 2, onde $n_2 > n_1$, o raio refletido tem defasagem de 180° e o refratado está em fase com o incidente;
- ii) Incidência de 1 para 2, onde $n_2 < n_1$, o raio refletido não tem defasagem.



Interferência em Filmes Finos

Quando uma película fina tem espessura L , a luz tem incidência normal e comprimento de onda λ no interior da película:

1º) Nenhuma das duas ondas está em defasagem ou quando ambas estão em defasagem de meio ciclo na reflexão:

a. Reflexão construtiva: $2L = m\lambda \rightarrow (m = 0, 1, 2 \dots)$

b. Reflexão destrutiva: $2L = (m + \frac{1}{2})\lambda \rightarrow (m = 0, 1, 2 \dots)$

Interferência em Filmes Finos

2º) Se uma das duas ondas apresenta um deslocamento de fase de meio ciclo na reflexão, as condições de interferência construtiva e destrutiva se invertem:

a. Reflexão construtiva: $2L = (m + \frac{1}{2})\lambda \rightarrow (m = 0, 1, 2 \dots)$

a. Reflexão destrutiva: $2L = m\lambda \rightarrow (m = 0, 1, 2 \dots)$

Interferência em Filmes Finos

Para $n_2 > n_1$ e $n_2 > n_3$

- Interferência construtiva:

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_2$$

$$\lambda_2 n_2 = \lambda_1 n_1 = \lambda$$

$$2L \frac{n_2}{n_1} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_1 \quad \text{ou:} \quad 2Ln_2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda ; \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

- Interferência destrutiva:

$$2L = m\lambda_2$$

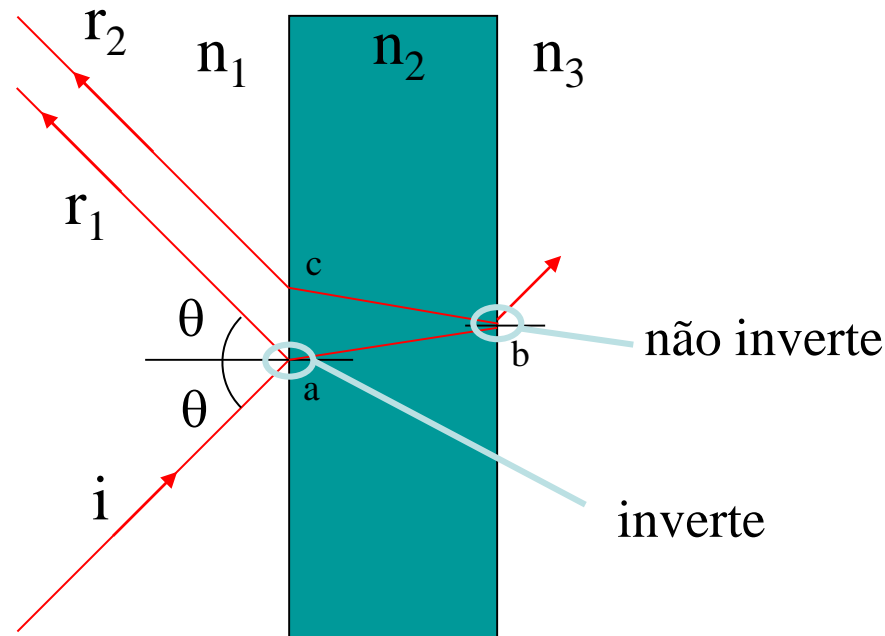
$$2L \frac{n_2}{n_1} = m\lambda_1 \quad \text{ou:} \quad 2Ln_2 = m\lambda ; \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Interferência em Filmes Finos

Espessura do filme muito menor que λ :

Se $\lambda \gg L$, considera-se apenas a defasagem devida a reflexão.

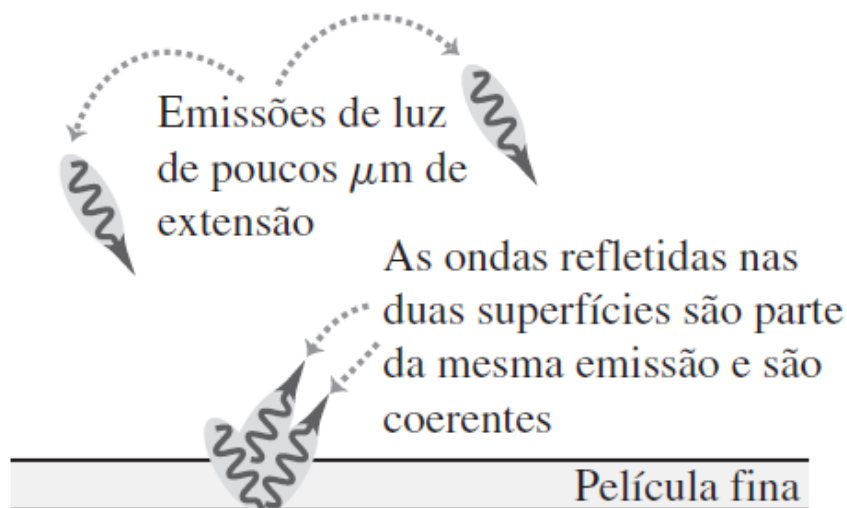
$\left. \begin{array}{l} n_2 > n_1 \\ n_2 > n_3 \end{array} \right\} \text{Interferência destrutiva (escuro)}$



Interferência em Filmes Finos

Para que ocorra uma figura de interferência estacionária, as ondas precisam ser **coerentes**, com relação de fase definida e constante, o que não ocorre com películas espessas. É por isso que você vê a interferência das cores em uma mancha de óleo de poucos micrômetros e **não** vê essas cores na luz refletida em uma vidraça.

(a) Luz refletindo-se em uma película fina.



(b) Luz se refletindo em uma película espessa.

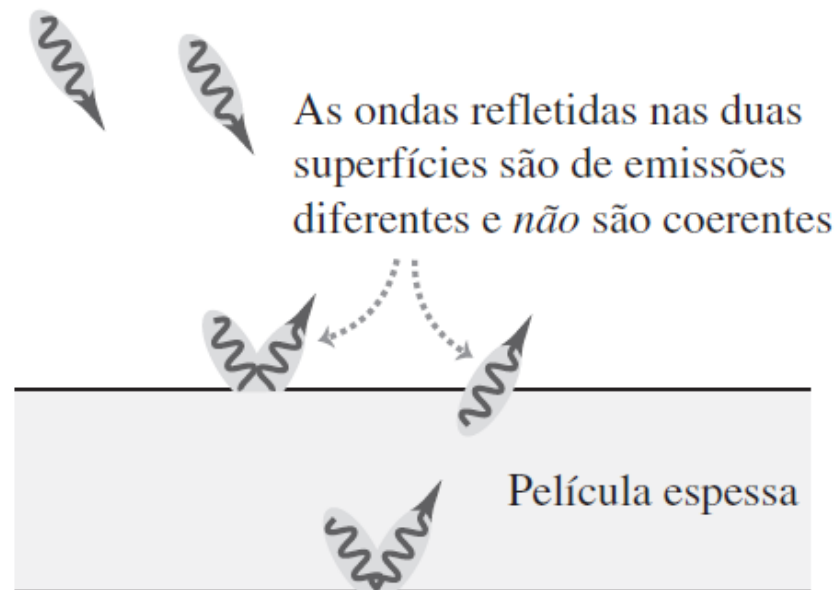


Figura 35.14 (a) A luz que se reflete em uma película fina produz uma figura de interferência estacionária, mas (b) a luz que se reflete em uma película espessa não.

Exemplo 15

Uma lente com índice de refração maior que 1,30 é revestida com um filme fino transparente de índice de refração 1,25 para eliminar por interferência a reflexão de uma luz de comprimento de onda λ que incide perpendicularmente a lente. Qual é a menor espessura possível para o filme?

Solução: Como a lente tem índice de refração maior que o filme fino, existe um deslocamento de fase de π na reflexão da interface lente-filme, que cancela com o deslocamento de fase π devido a reflexão da interface filme-ar. Portanto não existe nenhum deslocamento de fase efetiva e a condição para a interferência destrutiva é

Exemplo 15

$$2n_2L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

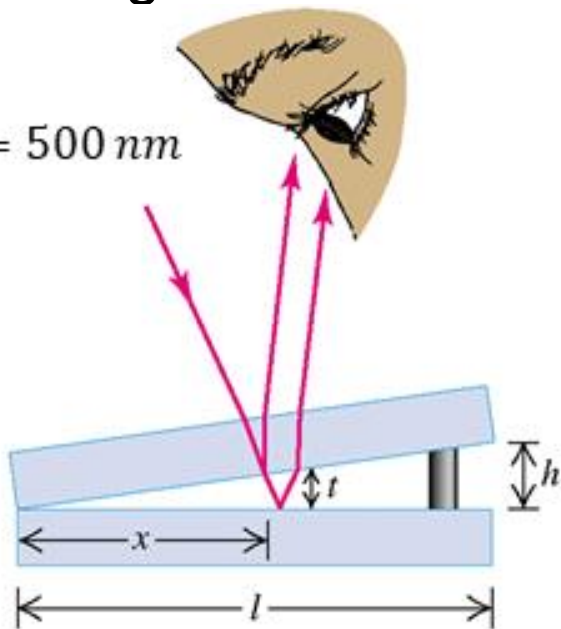
O menor valor de L é o obtido para $m = 0$:

$$2n_2L = \left(0 + \frac{1}{2}\right)\lambda \rightarrow L = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{\lambda}{4(1,25)} = 0,2\lambda$$

Exemplo 16

Suponha que duas placas de vidro sejam duas lâminas de 10 cm de comprimento e 1 mm de espessura de um microscópio. Em uma das extremidades elas estão em contato e na outra separadas por uma folha de papel com espessura de 0,020 mm. (a) Qual o espaçamento das franjas de interferência vistas por reflexão? (b) A franja vista por reflexão ao longo da linha de contato entre as duas placas é c

$$\lambda = \lambda_0 = 500 \text{ nm}$$



Exemplo 16

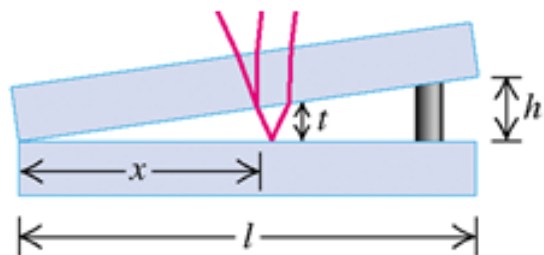
a) Considerando apenas a interferência entre a luz refletida pela superfície inferior e pela superfície superior da cunha de ar entre as lâminas. A placa de vidro tem espessura de 1 mm, de modo que podemos desprezar a interferência entre a luz refletida pelas superfícies superior e inferior dessa placa (ver figura 35.14).

Como apenas uma das ondas refletidas sofre um deslocamento de fase, a condição para a interferência destrutiva (franjas escuras), temos

$$2t = m\lambda_0 \rightarrow (m = 0, 1, 2 \dots)$$

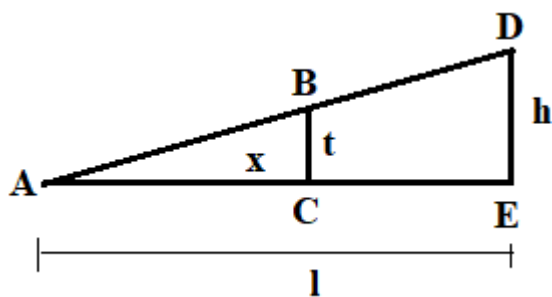
Exemplo 16

Pela semelhança de triângulos, a espessura t da cunha de ar em cada ponto é proporcional à distância x da linha de contato:



Como

$$d = 2t = m\lambda_0, \text{ temos que } t = \frac{m\lambda_0}{2}$$



Pela semelhança

$$\Delta ABC \cong \Delta ADE \rightarrow \frac{t}{x} = \frac{h}{l} \rightarrow t = \frac{xh}{l}$$

Logo

$$2 \frac{xh}{l} = m\lambda_0 \rightarrow x = m \frac{l\lambda_0}{2h} = m \frac{(0,100m)(500 \times 10^{-9}m)}{2(0,020 \times 10^{-3}m)} = m(1,25)mm$$

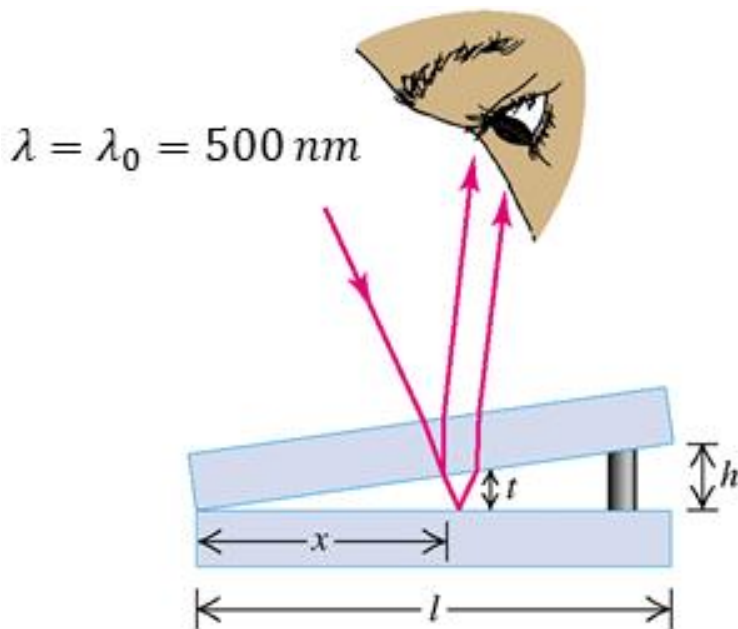
Exemplo 16

As franjas escuras sucessivas correspondem a valores sucessivos do número m apresentam um espaçamento de 1,25 mm.

b) Substituindo $m = 0$, o que corresponde à linha de contato entre as duas lâminas. Logo, há uma franja **escura** na linha de contato.

Exemplo 17

Suponha no exemplo anterior as duas placas de vidro possuam $n = 1,52$ e que exista água ($n = 1,33$) entre as placas em vez de ar. O que ocorre agora?



$$\begin{aligned}\lambda_0 &= 500 \text{ nm}; \\ l &= 10 \text{ cm}; \\ h &= 0,20 \text{ mm}\end{aligned}$$

Exemplo 17

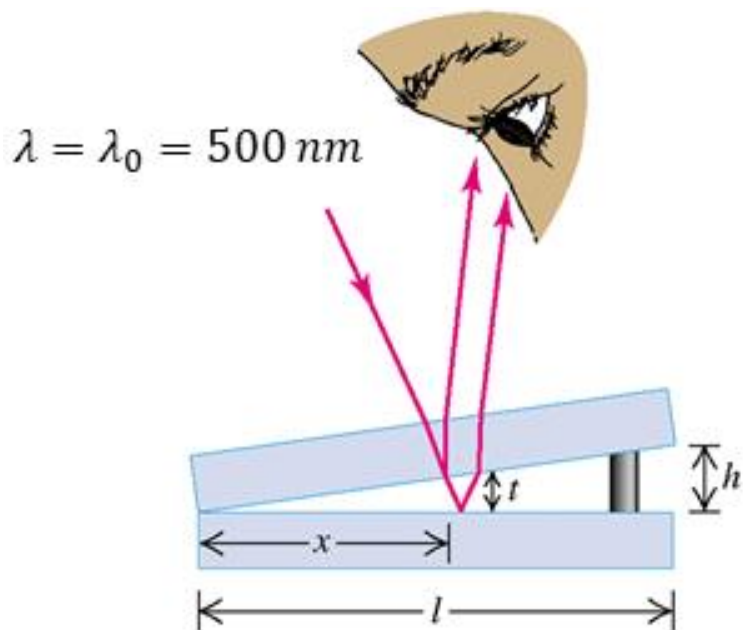
$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{500 \text{ nm}}{1,33} = 376 \text{ nm}$$

$$x = m \frac{l\lambda_0}{2h} = m \frac{(0,100\text{m})(376 \times 10^{-9}\text{m})}{2(0,020 \times 10^{-3}\text{m})} = m(0,94)\text{mm}$$

Repare que o novo espaçamento é 1,33 menor que no exemplo anterior. A franja na linha de contato é escura.

Exemplo 18

Suponha no exemplo anterior seja uma placa de plástico ($n = 1,40$), a cunha esteja cheia de óleo ($n = 1,50$) e a placa inferior seja de vidro Flint ($n = 1,60$). O que ocorre agora?



$$\begin{aligned}\lambda_0 &= 500 \text{ nm}; \\ l &= 10 \text{ cm}; \\ h &= 0,20 \text{ mm}\end{aligned}$$

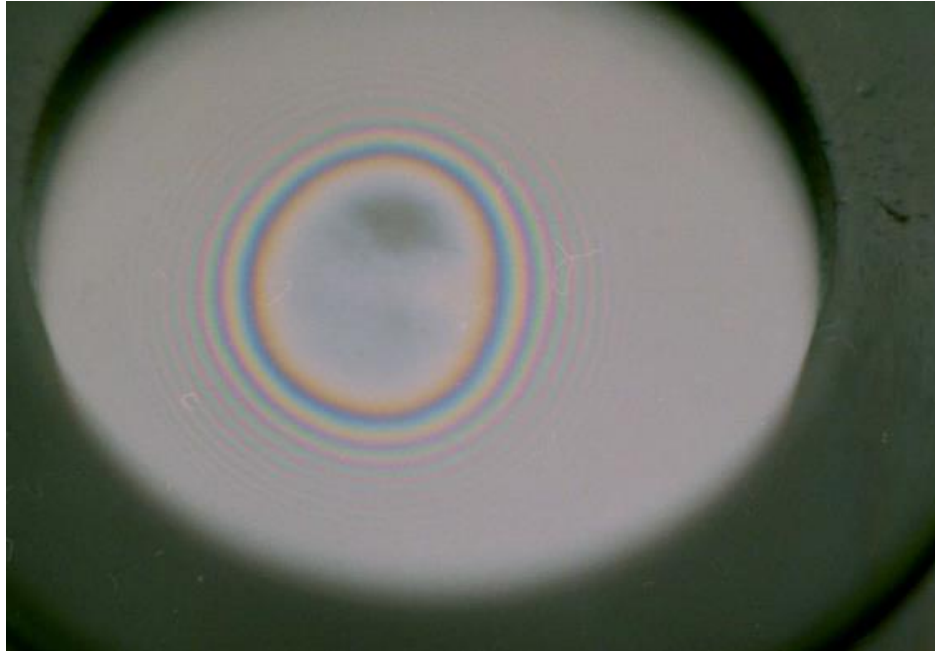
Exemplo 18

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{500 \text{ nm}}{1,50} = 333 \text{ nm}$$

$$x = m \frac{l\lambda_0}{2h} = m \frac{(0,100\text{m})(333 \times 10^{-9}\text{m})}{2(0,020 \times 10^{-3}\text{m})} = m(0,833)\text{mm}$$

Neste caso, as duas ondas refletidas estão em fase (ambas sofrem mudança de fase iguais), desse modo que a linha de contato é uma franja brilhante.

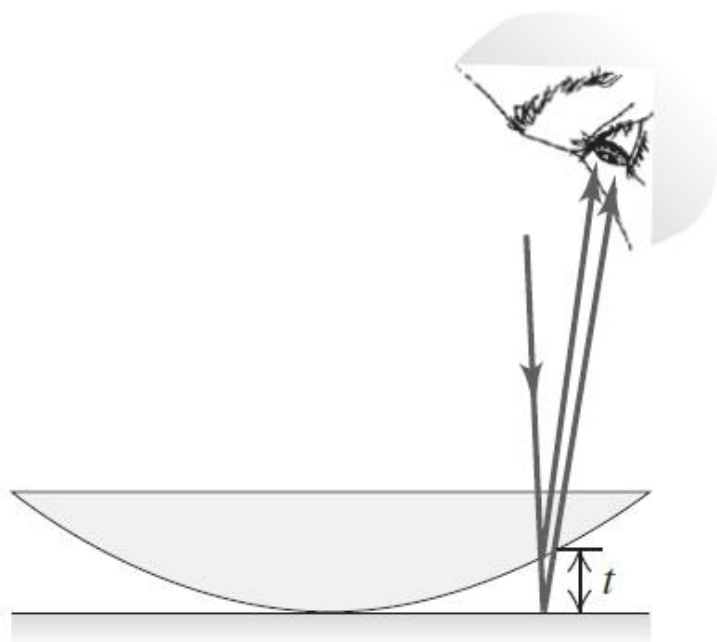
Anéis de Newton



Os anéis de Newton são anéis coloridos que são vistos em filmes finos de óleo ou sabão ou quando duas lâminas de vidro são colocadas em contato havendo qualquer variação na espessura da camada de ar entre elas. Como os anéis são facilmente observados é difícil saber se foram descritos antes de Newton, que os descreveu, mas não os explicou.

Anéis de Newton

(a) Uma lente convexa em contato com uma superfície plana de vidro.



(b) Anéis de Newton: franjas circulares de interferência.

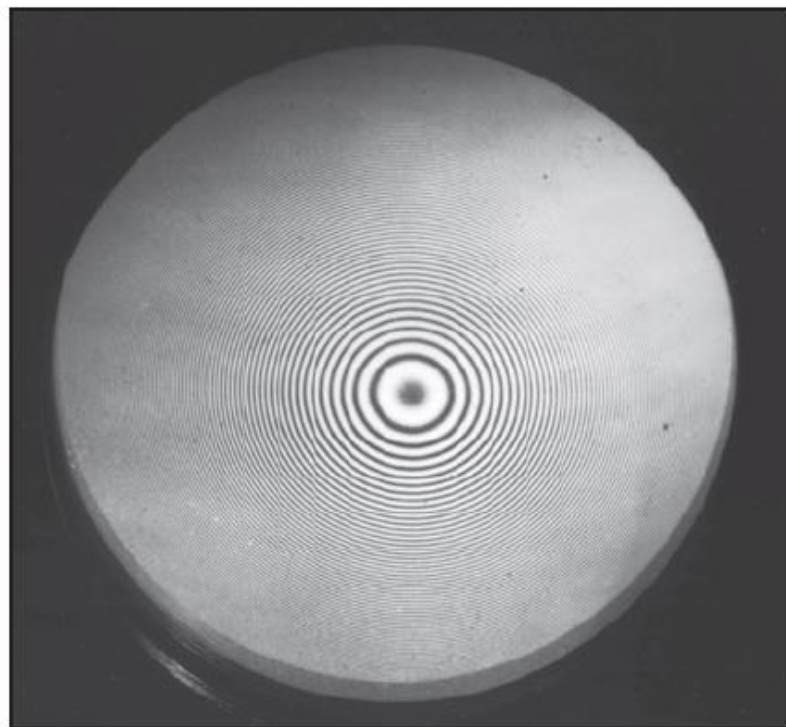
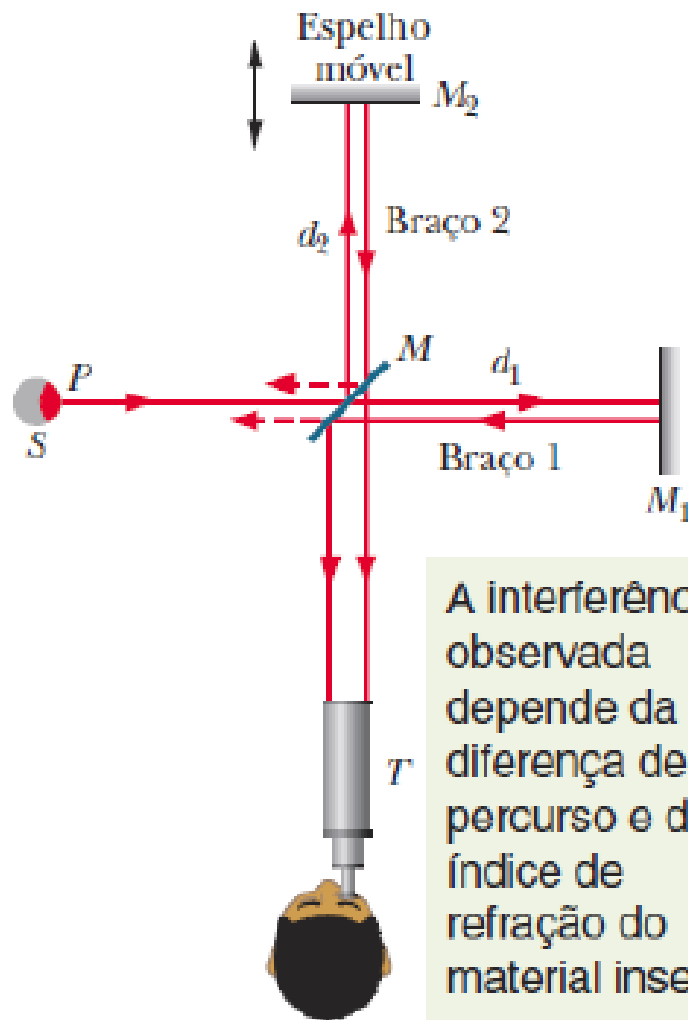


Figura 35.17 (a) Uma película de ar entre uma lente convexa e uma superfície plana. A espessura t da película aumenta a partir de zero à medida que nos afastamos do centro, criando (b) uma sucessão de anéis claros e escuros para luz monocromática.

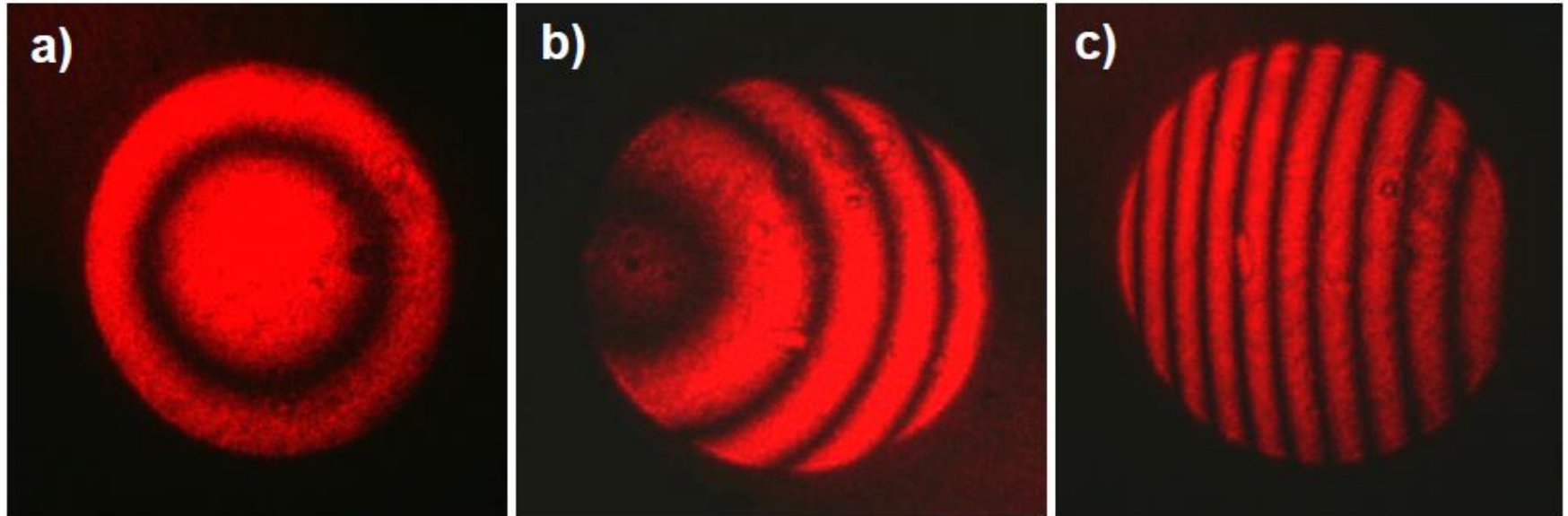
O Interferômetro de Michelson



Interferômetro de Michelson, mostrando o caminho seguido pela luz que parte de um ponto P de uma fonte S . O espelho M divide a luz em dois raios, que são refletidos pelos espelhos M_1 e M_2 de volta para M e daí para o telescópio T . No telescópio, o observador vê uma figura de interferência.

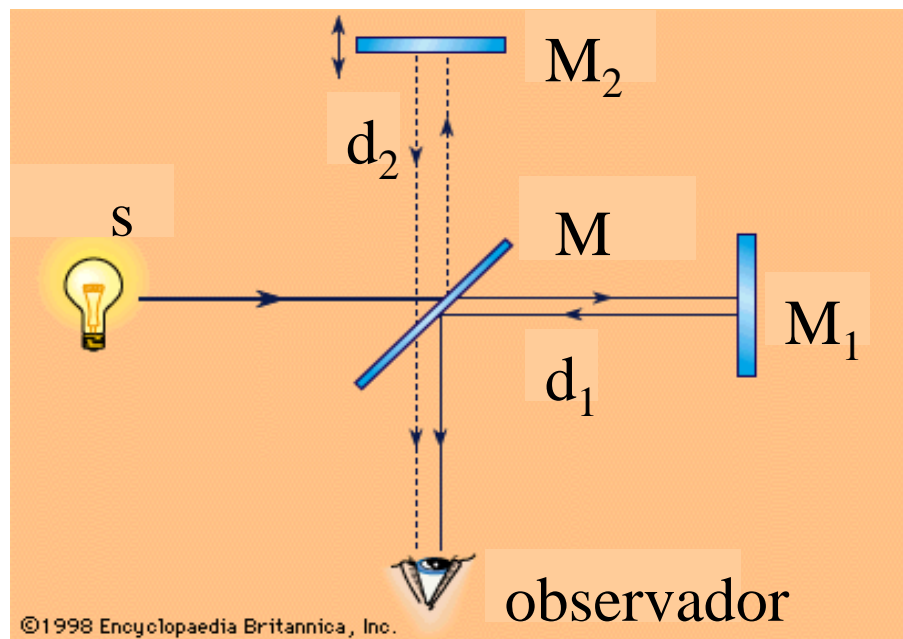
A interferência observada depende da diferença de percurso e do índice de refração do material inserido.

O Interferômetro de Michelson



Padrões de interferência observados quando os espelhos estão alinhados (a) e ligeiramente desalinhados (b e c).

O Interferômetro de Michelson



Despreza-se a espessura de M
Dif. de trajeto: $2d_2 - 2d_1$
Se existe meio L , n no caminho:

$$N_m = \frac{2L}{\lambda_m} = \frac{2Ln}{\lambda} \quad (\text{meio})$$

$$N_a = \frac{2L}{\lambda} \quad (\text{antes})$$



$$N_m - N_a = \frac{2Ln}{\lambda} - \frac{2L}{\lambda} = \frac{2L}{\lambda}(n - 1)$$

Mud. de fase $\lambda \rightarrow$ desl. 1 franja

O Interferômetro de Michelson

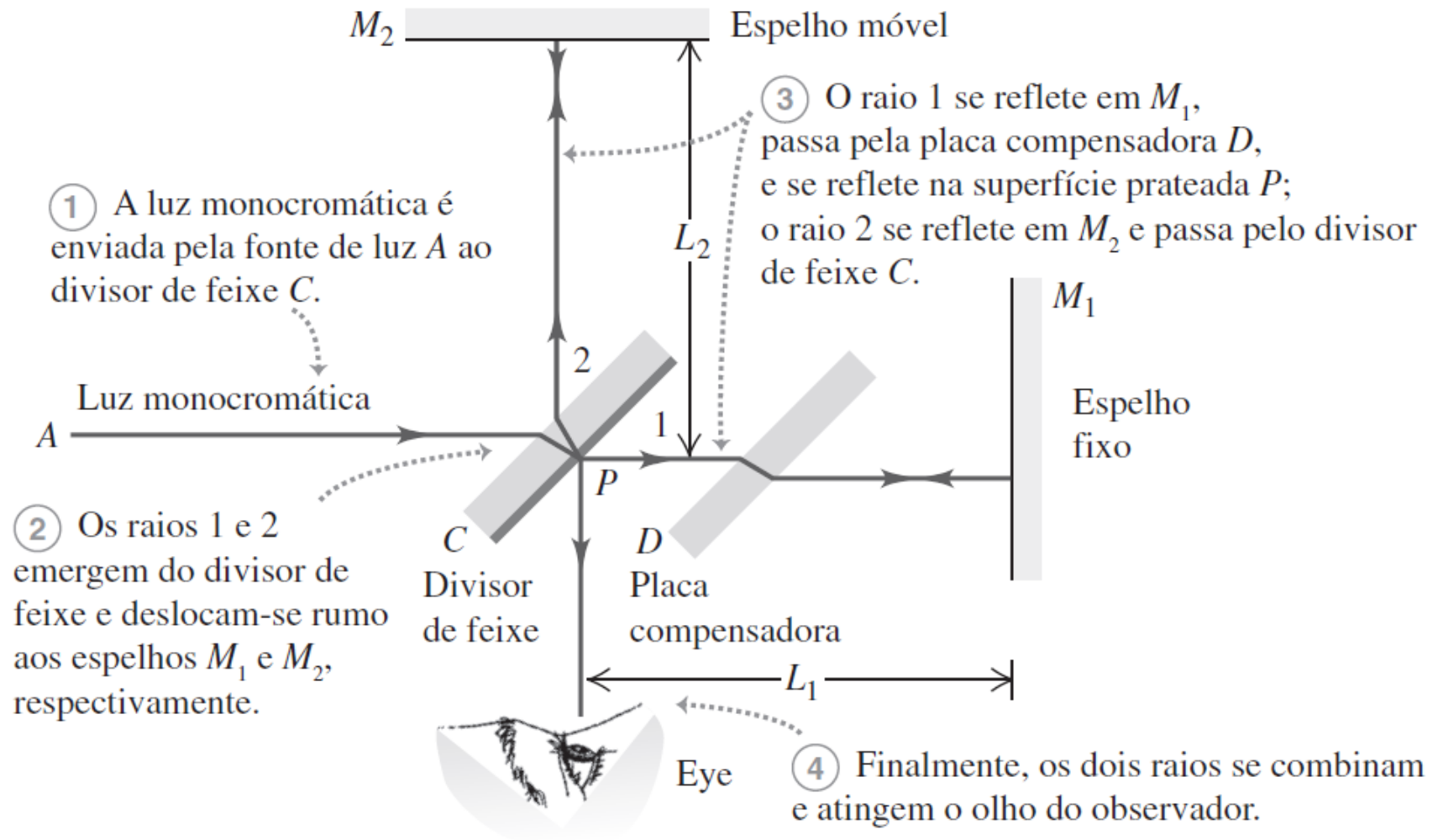


Figura 35.20 Esquema de um interferômetro de Michelson. O observador vê uma figura de interferência que resulta da diferença dos caminhos entre os raios 1 e 2.