TAREA 8. OPTIMIZACIÓN I

(1) Usa la ecuacion de Euler-Lagrange para buscar los extermos de las siguientes funcionales

$$\begin{aligned} J[y] &= \int_a^b \left(xy' + (y')^2\right) dx \\ J[y] &= \int_a^b (1+x)(y')^2 dx \end{aligned}$$

(2) Derivar las ecuaciones de Euler Lagrange usando el Método de Lagrange de

$$\int_x \int_y \quad F(x, y, f, f_x, f_y)\, dxdy \tag{1}$$

$$\int_x \int_y \quad F(x, y, u, v, u_x, v_x, u_y, v_y)\, dxdy \tag{2}$$

donde $f, u, v : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{\partial f}{\partial x}, \quad f_y = \frac{\partial f}{\partial y} \\ u_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad u_y = \frac{\partial u}{\partial y} \\ v_x &= \frac{\partial v}{\partial x}, \quad v_y = \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned}$$

(3) Obtener las ecuaciones de Euler-Lagrange de

$$\int_x \int_y (f-g)^2 + \lambda \|\nabla f\|^2) dxdy$$

$$\int_x \int_y (p - q - p_x u - q_x v)^2 + \lambda(\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2) dxdy$$

donde $f, u, v : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y $g, p, q : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ son funciones dadas.