# Maturitní témata 2020/21

## Otázka č. 1 – Hardware a aplikační software

### Číselné soustavy:

-způsob reprezentace čísel
- podle způsobu určení hodnoty čísla z dané reprezentace rozlišujeme dva hlavní druhy číselných soustav:

1) **poziční číselné soustavy:**
- charakterizovány tzv. základem neboli bází (anglicky radix, značí se r) = kladné celé číslo definující maximální počet číslic, které jsou v dané soustavě k dispozici
- poziční soustavy (kromě jedničkové) se nazývají také polyadické (= vlastnost, že číslo v nich zapsané lze vyjádřit součtem mocnin základu dané soustavy vynásobených příslušnými platnými číslicemi)
- mezi nejčastěji používané poziční číselné soustavy patří:

- jedničková - unární, r=1
  - tuto soustavu běžně používáme při počítání na prstech nebo při psaní čárek označujících počet piv, může být řazena mezi speciální poziční soustavy nebo i zcela mimo dělení na poziční/nepoziční soustavy
- dvojková (BIN) - binární, r=2
  - přímá implementace v digitálních elektronických obvodech (použitím logických členů), čili interně ji používají všechny moderní počítače
  - číselná soustava, která používá pouze dva symboly 0 a 1
  - poziční číselná soustava mocnin čísla 2
- osmičková (OCT) - oktální, oktalová, r=8
- desítková (DEC) - decimální, dekadická, r=10
  - nejpoužívanější v běžném životě
- dvanáctková - r=12
  - dnes málo používaná, ale dodnes z ní zbyly názvy prvních dvou řádů - tucet a veletucet
- šestnáctková - hexadecimální, r=16
  - používá se v oblasti informatiky, pro číslice 10 až 15 se používají písmena A až F

2)**nepoziční číselné soustavy:**
- způsob reprezentace čísel, ve kterém není hodnota číslice dána jejím umístěním v dané sekvenci číslic, tyto způsoby zápisu čísel se dnes již téměř nepoužívají a jsou považovány za zastaralé
- nevýhody: často neobsahovaly symbol pro nulu a záporná čísla, dlouhý zápis čísel, která výrazně převyšují hodnotu největšího symbolu soustavy
- příklady nepozičních číselných soustav:

- římské číslice (I, II, III, IV, V) - způsob zápisu čísel pomocí písmen abecedy, dnes tento způsob zápisu je výjimečný
- egyptské číslice
- řecké číslice - zápisu čísel pomocí písmen alfabety

## Binární aritmetické operace:

### Sčítání binárních čísel:

binární čísla je možné sčítat stejným způsobem, jakým sčítáme čísla desítková. K přenosu jedničky do vyššího řádu dojde tehdy, je-li výsledkem součtu dvou čísel pod sebou hodnota větší nebo rovna $10_2$.

```
Binárně         Dekadicky
   1 1 0            6
 + 1 0 1          + 5
---------       ---------
 1 0 1 1           1 1
```

### Odčítání binárních čísel:

budeme postupovat obdobným způsobem. V příkladu nejprve odečteme 1–1 = 0 v pravém sloupci tak, jak jsme zvyklí, a v následujícím sloupci 1–0 = 1. Ve třetím sloupci zprava pak počítáme rozdíl 0–1 (odečítáme větší číslo od menšího). U desítkových čísel si v takovém případě vypomáháme přidáním jedničky ve vyšším řádu menšence (číslo, od kterého odčítáme). Tu vykompenzujeme tím, že ji odečteme v následujícím sloupci vlevo (dojde tedy k přenosu –1).

```
Binárně         Dekadicky
 1 0 1 0           1 1
  - 1 0 1          - 5
---------       ---------
  1 1 0             6
```

### Násobení binárních čísel:

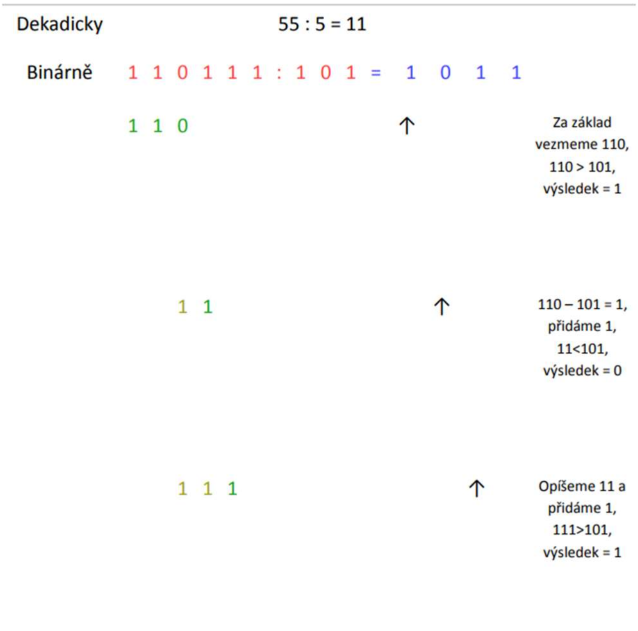
Způsob násobení binárních čísel se nijak neliší od způsobu, jakým násobíme čísla desítková. Při samotném násobení vlastně ani nijak nepocítíme, že se jedná o binární čísla. Rozdíl nastane až při sčítání mezivýsledků, kdy budeme postupovat způsobem popsaným výše.

```
        Binárně       Dekadicky
        1 0 1 1         1 1
         * 1 0 1         * 5
      -------------    -------
        1 0 1 1         5 5
     0 0 0 0
  1 0 1 1
  -------------
  1 1 0 1 1 1
```

### Dělení binárních čísel:

Vystačíme si v podstatě jen s odčítáním. Příklad je uveden v tabulce. Popíšeme si zde algoritmus, který přímo vychází z postupu dělení desítkových čísel. Za základ dělení si vezmeme takovou část dělence, která je větší nebo rovna děliteli, ale menší než jeho dvojnásobek, v našem případě tedy číslo 1102 (viz první řádek s komentáři v tabulce). Nyní provedeme podíl 110:101 (zvolené číslo vydělíme dělitelem tak jak jsme tomu zvyklí u dělení desítkových čísel). Výsledkem by byla nula v případě, že by bylo 110101, je 111:101=1. Zapíšeme výsledek a provedeme rozdíl 111–1·101=10 (čtvrtý řádek). K číslu 10 přidáme poslední číslici dělence a vzniklé číslo vydělíme dělitelem: 101:101=1 (dělíme-li dvě stejně velká čísla, výsledkem je jednička). Po odečtení 101–101 nám vyjde nulový zbytek.

Pokud by byl zbytek nenulový, mohli bychom pokračovat v dělení standardním způsobem – k výsledku bychom připsali desetinnou čárku a ke zbytku připsali další cifru dělence (jsou to již jenom nuly, kterých si můžeme vpravo za desetinnou čárkou přidat kolik chceme – např. 110111,00000…)




## Převody mezi soustavami (10, 2, 16):

- Převod: substituční metodou, slouží k převodu mezi číselnými soustavami, metoda spočívá v rozepsání převáděného čísla na polynom a následně jeho vyčíslení v cílové soustavě

$$(10011{,}011)_2 \rightarrow (???)_{10}$$

$$(1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}) = (16 + 2 + 1 + 0{,}25 + 0{,}125)_{10} = \mathbf{(19{,}375)_{10}}$$

### Převod z desítkové do dvojkové soustavy #

Nechť máme na papíře číslo 70. Toto číslo budeme nyní chtít převést do dvojkové, binární soustavy. Princip je poměrně jednoduchý, číslo, které chceme převést, dělíme neustále dvojkou, až dojdeme k nule, přičemž si zapisujeme zbytky po celočíselném dělení. Pokud chceme převést číslo do jiné soustavy, například do šestnáctkové, budeme dělit šestnáctkou. Pokud do šestkové, dělíme šestkou. Takže v praxi to bude vypadat takto:

$$\begin{aligned}
70:2 &= 35 \longrightarrow 0 \quad \text{(zbytek po dělení)}\\
35:2 &= 17 \longrightarrow 1\\
17:2 &= 8 \longrightarrow 1\\
8:2 &= 4 \longrightarrow 0\\
4:2 &= 2 \longrightarrow 0\\
2:2 &= 1 \longrightarrow 0\\
1:2 &= 0 \longrightarrow 1
\end{aligned}$$

Výsledné číslo ve dvojkové soustavě udávají zbytky po dělení. Nebereme ale zbytke zvrchu, ale od spodu. Takže číslo 70 v binární soustavě je 1000110.

### Převod z dvojkové do desítkové soustavy #

Opačně bychom převodli takto. Mějme číslo 1100010 a převeďme ho do desítkové soustavy. Tento směr je jednodušší, stačí vypočítat tento součet:

$$1100010_{10} = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

Každý sčítanec má tvar $\mathbf{x} \cdot 2^{\mathbf{i}}$, kde $\mathbf{x}$ je číslice z původního binárního čísla a $\mathbf{i}$ se zprava postupně zvětšuje vždy o jedna. Takže porotože převádíme číslo 1100010, vypadá tento součet takto:

$$1100010_{10} = \boxed{1} \cdot 2^6 + \boxed{1} \cdot 2^5 + \boxed{0} \cdot 2^4 + \boxed{0} \cdot 2^3 + \boxed{0} \cdot 2^2 + \boxed{1} \cdot 2^1 + \boxed{0} \cdot 2^0$$

Číslo 1100010 má sedm číslic, takže mocniny u čísla dva budou postupně 6, 5, …, 1, 0. Po umocnění a vynásobení získáme výraz:

$$1100010_{10} = 64 + 32 + 2 = 98.$$

### Převod do jiných soustav #

Předchozí postup na převod z desítkové do binární soustavy je natolik univerzální, že lze použít i na jiné soustavy. Pokud chceme převést číslo 185 do šestnáctkové soustavy, jen dělíme 16:

$$\begin{aligned} 185 : 16 &= 11 \quad \longrightarrow 9 \quad \text{(zbytek po dělení)} \\ 11 : 16 &= 0 \quad \longrightarrow 11 \end{aligned}$$

Číslo 185 by v 16 soustavě mělo tvar (11, 9). Místo „číslic" nad 9 se obvykle používají písmena, takže 10 = A, 11 = B, 12 = C, … Můžeme tak napsat, že číslo 185 má v 16 soustavě tvar B9.

Podobně můžeme převést číslo B9 z 16 soustavy do desítkové.

$$B9_{10} = 11 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 = 11 \cdot 16 + 9 = 185$$

## Doplňkový kód:

- je-li číslo záporné provede se na klasickou reprezentaci čísla bitová negace a číslo zvětšíme o 1
- jediná interpretace nuly

Určete obraz čísel $-37_{10}$ a $39_{10}$ v doplňkovém kódu.

doplněk u záporné čísla

0 0 1 0 0 1 0 1

invertujeme

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

11011010

+1

## Aditivní kód:

- nazýváme ho také kód s posunutou nulou
- používá se pro interpretaci s zápornými čísly v paměti počítače, protože nejsou nutné obvody pro testování čísla lze s číslem normálně pracovat na rozdíl od předešlých způsobů

Určete obraz čísel $-32_{10}$ a $60_{10}$ v aditivním kódu (k=127).

127 − 32 = 95

127 + 60 = 187

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

- obraz záporných čísel dostaneme provedením bitové negace binárního čísla a za první číslici dosadíme 0

## Zobrazení čísla bez a se znaménkem (8bit):

- sčítání a odečítání se provádí pro čísla se znaménkem stejně jako pro čísla bez znaménka, odlišná je pouze interpretace přetečení

**Přímý kód -** první možný způsob je vyčlenění prvního bitu jako znaménkového bitu, pokud např. binární číslo 00000001 vyjadřuje jedničku, pak 10000001 označuje -1
- tento způsob ale komplikuje algoritmy pro praktické počítání, pro sčítání a odčítání jsou potřeba odlišné algoritmy a nejprve je vždy třeba testovat znaménkový bit a podle výsledku provést sčítání nebo odčítání, další nevýhodou je že existují dvě reprezentace čísla nula → kladná nula a záporná nula, proto byl později pro záznam záporných čísel zaveden doplňkový kód

Určete obraz čísel $-3_{10}$ a $86_{10}$ v přímém kódu.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

## Přetečení:

- overflow, carry
- je jev, který nastane, pokud výsledek aritmetické operace nelze vyjádřit v daném číselném formátu
- o přetečení se hovoří zpravidla v souvislosti s mikroprocesory a dvojkovou soustavou
- při vykonání aritmetické operace, při které dojde k přenosu na nejvýznamnějším bitu registru, se přenos nemůže provést do vyššího bitu, proto se místo toho nastaví příslušný příznak přenosu (jeden z bitů registru příznaků v procesoru, je možné sčítat nebo odčítat příliš velká čísla)
- např. sčítání dvou osmibitových kladných celých čísel, kde součet přesáhne 255

Který z následujících součtů/rozdílů čísel způsobí přetečení (overflow)? Předpokládáme, že z čísel v desítkové soustavě se nejprve vytvoří binární obrazy v doplňkovém kódu na osmibitové řádové mřížce.

| 120+10 | 115+12 | -127-1 | -120-30 |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 |

Který z následujících součtů obrazů čísel v doplňkovém kódu na osmibitové řádové mřížce způsobí přetečení (overflow)?

| 0xFF-0x01 | 0x7F+0x01 | 0x80-0x01 | 0x80+0x02 |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 0 |

160

Který z následujících součtů celých čísel bez znaménka způsobí na osmibitové řádové mřížce přetečení (carry):

| 240+15 | 240+16 | 220+10 | 210+50 |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 |