

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ**



**ATHENS UNIVERSITY  
OF ECONOMICS  
AND BUSINESS**

---

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ**

*19.12.2017*

**Δομές Δεδομένων**

**Διδάσκων : Ευάγγελος Μαρκάκης**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:  ΑΜ:	
---------------------------	--

**Διάρκεια εξέτασης : 1 ώρα**

## ΘΕΜΑ 1 (10 μονάδες)

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις. Δεν χρειάζεται να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Απλώς κυκλώστε τις σωστές απαντήσεις (σε κάποιες ερωτήσεις ενδέχεται να υπάρχει παραπάνω από μία σωστή απάντηση ή ίσως και καμία).

1. Ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί;
  - a.  $n^4 + 3n^3 \log n - 10n^2 = O(n^3 (\log n)^2)$
  - b.  $n^5 + 5n^4 - 30n^3 - 100n^2 = O(n^7)$
  - c.  $n^5 + 5n^4 - 30n^3 - 100n^2 = O(n^5)$
  - d.  $\log_M n = O(1)$ , όπου  $M = O(1)$
  - e.  $\log_5 n^3 = O(\log_3 n)$
  - f.  $4^n = O(n^{100})$
  - g.  $100n^8 + 78n^7 + 30n^6 \sqrt{n} + n^2 + n = O(2^n)$
  - h.  $f(n) = O(n \log n)$ , όπου η  $f(n)$  δίνεται από:  $f(n) = f(n-1) + n$ , για  $n \geq 2$ ,  $f(1) = 1$
2. Σε ένα τυχαιοποιημένο δέντρο δυαδικής αναζήτησης με  $n$  κόμβους,
  - a. ο χρόνος αναζήτησης στη χειρότερη περίπτωση είναι λογαριθμικός
  - b. ο χρόνος αναζήτησης στη χειρότερη περίπτωση είναι  $O(n)$
  - c. ο χρόνος αναζήτησης στη μέση περίπτωση είναι λογαριθμικός
3. Οι μέθοδοι ταξινόμησης Quicksort και Heapsort έχουν
  - a. τις ίδιες απαιτήσεις μνήμης
  - b. την ίδια πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης
  - c. την ίδια πολυπλοκότητα μέσης περίπτωσης
4. Έστω ένας σωρός, στον οποίο έχουν ήδη εισαχθεί 14 αντικείμενα. Ο αριθμός των επιπέδων του σωρού είναι
  - a. 1
  - b. 2
  - c. 3
  - d. 4

### Απάντηση:

1. b, c, e, g.
2. b, c
3. a, c
4. d

## ΘΕΜΑ 2 (5 μονάδες)

Δίνεται ο ακόλουθος ορισμός των κόμβων ενός δέντρου δυαδικής αναζήτησης. Κάθε κόμβος περιέχει ένα ακέραιο κλειδί *key* και δύο συνδέσμους προς το αριστερό και δεξιό υποδέντρο.

```
class Node {  
    int key;  
    Node l, r;  
}
```

Η παρακάτω μέθοδος παίρνει ως είσοδο έναν κόμβο *h* και κάνει κάποιον υπολογισμό σχετικό με το δέντρο που ξεκινά από τον κόμβο *h*. Η μέθοδος *max* που καλείται στην τελευταία γραμμή της μεθόδου *secret* υπολογίζει το μέγιστο μεταξύ 2 ακεραίων.

Τι υπολογίζει ακριβώς η μέθοδος *secret(h)*; (είναι χρήσιμο να κάνετε πρώτα 1-2 παραδείγματα με μικρά δέντρα για να καταλάβετε τι κάνει η μέθοδος).

```
int secret(Node h) {  
    if (h==null) return 0;  
    else {  
        int left = secret(h.l);  
        int right = secret(h.r);  
        return (1 + max(left, right));  
    }  
}
```

### Απάντηση:

Η μέθοδος υπολογίζει τον αριθμό των επιπέδων του δέντρου. Αναδρομικά βρίσκει πόσα επίπεδα έχει το αριστερό και δεξιό υποδέντρο και στη συνέχεια παίρνει το μέγιστο αυτών των 2 και προσθέτει ένα ακόμα επίπεδο για τη ρίζα.

### ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)

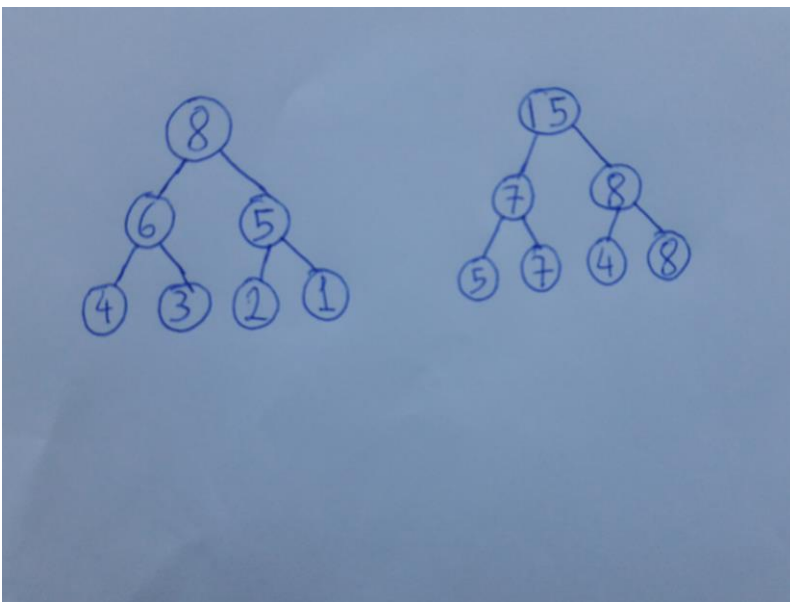
(α) [6 μονάδες] Ποιοι από τους παρακάτω πίνακες αναπαριστούν σωρό; Θεωρήστε ότι τα στοιχεία που βλέπετε ξεκινούν από τη θέση 1 (αγνοούμε τι υπάρχει στη θέση 0).

[8, 6, 5, 4, 3, 2, 1],    [15, 7, 8, 5, 7, 4, 8],    [10, 9, 6, 3, 9, 5, 7]

Για τους πίνακες που αντιστοιχούν σε σωρό, σχεδιάστε και το ισοδύναμο πλήρες δυαδικό δέντρο.

#### Απάντηση:

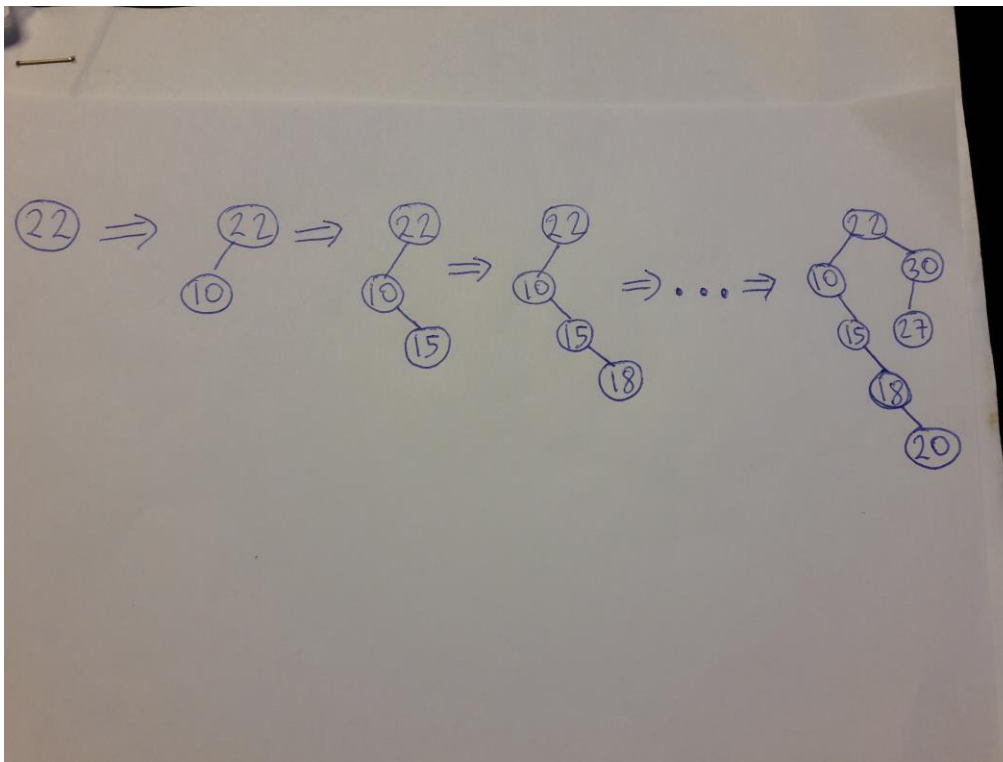
Μόνο οι πρώτοι 2 πίνακες αντιστοιχούν σε σωρό. Τα αντίστοιχα δυαδικά δέντρα φαίνονται παρακάτω. Ο 3<sup>ος</sup> πίνακας δεν αντιστοιχεί σε σωρό καθώς το 6 θα είχε παιδί το 7 και παραβιάζεται έτσι η ιδιότητα του σωρού.



(β) [7 μονάδες] Ξεκινώντας από ένα κενό δέντρο δυαδικής αναζήτησης (ΔΔΑ), κάντε εισαγωγή των εξής κλειδιών, με τη σειρά που δίνονται: 22, 10, 15, 18, 20, 30, 27. Εφαρμόστε την απλή εισαγωγή ως φύλλο και όχι εισαγωγή στη ρίζα. Σχεδιάστε το δέντρο που προκύπτει όταν ολοκληρώνεται η καθεμιά από τις εισαγωγές αυτές.

#### Απάντηση:

Στην παρακάτω εικόνα φαίνονται κάποια από τα ενδιάμεσα δέντρα που προκύπτουν καθώς και το τελικό. Για να πάρετε όλες τις μονάδες της άσκησης θα έπρεπε να ζωγραφίσετε όλα τα ενδιάμεσα δέντρα μετά την ολοκλήρωση της κάθε εισαγωγής (σύνολο 7 δέντρα).



(γ) [6 μονάδες] Υπάρχει κέρδος στο ύψος του δέντρου, αν στο ερώτημα (β) είχαμε χρησιμοποιήσει δέντρο 2-3-4 αντί για ΔΔΑ? Τεκμηριώστε την απάντησή σας δείχνοντας ποιο θα ήταν το τελικό δέντρο 2-3-4. Δείξτε πώς θα φτάσουμε στο τελικό δέντρο, σχεδιάζοντας τα ενδιάμεσα δέντρα 2-3-4 που προκύπτουν μετά από κάθε εισαγωγή.

**Απάντηση:**

Η λύση φαίνεται παρακάτω. Προφανώς και υπάρχει κέρδος στο ύψος του δέντρου.

