



**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**  
**Τ Μ Η Μ Α Π Λ Η Ρ Ο Φ Ο Ρ Ι Κ Η Σ**

20.01.2014

**Δομές Δεδομένων**

**Εξεταστική Ιανουαρίου 2014**

**Διδάσκων : Ευάγγελος Μαρκάκης**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:	
ΑΜ:	
ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΕΠΟΠΤΗ:	

**Διάρκεια εξέτασης : 2 ώρες και 30 λεπτά**

**Απαντήστε σε όλα τα θέματα**

Θέμα	Βαθμός
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Σύνολο:	

## ΘΕΜΑ 1 (12 μονάδες)

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις. Δεν χρειάζεται να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Απλώς κυκλώστε τις σωστές απαντήσεις (ενδέχεται να υπάρχει παραπάνω από μία σωστή απάντηση ή να μην υπάρχει καμία σωστή απάντηση). Δεν υπάρχει αρνητική βαθμολόγηση, για να πάρετε όμως όλες τις μονάδες πρέπει να κυκλώσετε όλες τις σωστές απαντήσεις. Όπου εμφανίζονται λογάριθμοι παρακάτω χωρίς να αναγράφεται ρητά η βάση τους, εννοείται ότι είναι το 2.

1.  $4n^5 + n^3 - 30n^2 + 100n =$ 
  - a.  $O(n^2)$
  - b.  $O(n^4)$
  - c.  $O(n^8)$
  - d.  $O(n!)$
2. Οι μέθοδοι ταξινόμησης Quicksort και Heapsort έχουν
  - a. τις ίδιες απαιτήσεις μνήμης
  - b. την ίδια πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης
  - c. την ίδια πολυπλοκότητα μέσης περίπτωσης
  - d. περίπου την ίδια απόδοση στην πράξη σε τυχαία δεδομένα
3. Σε ένα B-δέντρο με παράμετρο M, και με n αντικείμενα, ο χρόνος αναζήτησης στη χειρότερη περίπτωση είναι
  - a.  $O(\log n)$
  - b.  $O((\log_M n)^5)$
  - c.  $O(\log_4(\log_M n))$
  - d.  $O(n^2)$
4. Σε ένα στρεβλό δέντρο δυαδικής αναζήτησης με n κόμβους, ο χρόνος αναζήτησης στη χειρότερη περίπτωση είναι
  - a.  $O(\log n)$
  - b.  $O(n)$
  - c.  $O(\log \log n)$
  - d.  $O(n^2)$
5. Έστω η αναδρομική σχέση  $f(n) = f(n-1) + n$ , για  $n \geq 2$ , και  $f(1) = 1$ . Τότε  $f(n) =$ 
  - a.  $O(n \log n)$
  - b.  $O(n)$
  - c.  $O(n^2)$
  - d.  $O(n(\log n)^2)$
6. Ο αλγόριθμος σταθμισμένης γρήγορης ένωσης
  - a. έχει καλύτερη απόδοση από τον αλγόριθμο γρήγορης ένωσης
  - b. εκτελεί γρήγορα τόσο τις λειτουργίες ένωσης όσο και τις λειτουργίες εύρεσης
  - c. σε σχέση με τον αλγόριθμο γρήγορης εύρεσης, εκτελεί πιο γρήγορα τις λειτουργίες ένωσης αλλά πιο αργά τις λειτουργίες εύρεσης
  - d. έχει καλύτερη απόδοση από τον αλγόριθμο γρήγορης εύρεσης

## ΘΕΜΑ 2 (14 μονάδες)

Δίνεται ο ακόλουθος ορισμός των κόμβων ενός δυαδικού δέντρου.

```
class Node {  
    int key;  
    Node l, r;  
    Node(int x) {key = x; l = r = null; }}
```

(α) Συμπληρώστε τον κώδικα που λείπει παρακάτω έτσι ώστε η μέθοδος `traverse(Node h)`, να κάνει ενδοδιατεταγμένη (inorder) διάσχιση σε ένα δέντρο ξεκινώντας από τον κόμβο `h`, και όταν επισκέπτεται έναν κόμβο, να μεταβάλλει την τιμή του κλειδιού σύμφωνα με τη συνάρτηση  $f(k) = k \bmod 11$ , και να τυπώνει τη νέα τιμή. Δεν είναι απαραίτητο να συμπληρώσετε όλα τα κενά στον παρακάτω κώδικα για να είναι σωστή η υλοποίηση.

```
void traverse(Node h)  
{  
    if (.....) return;  
  
    .....  
  
    .....  
  
    h.key = .....;  
  
    System.out.println(.....);  
  
    .....  
  
    .....  
}
```

(β) Συμπληρώστε τον κώδικα που λείπει παρακάτω έτσι ώστε η μέθοδος `Node insert(Node h, int x)` να υλοποιεί αναδρομικά την εισαγωγή ενός κόμβου με τιμή κλειδιού  $2x+1$ , σε ένα δέντρο δυαδικής αναζήτησης (εισαγωγή σε φύλλο), όταν καλείται με παραμέτρους τη ρίζα του δέντρου `h` και το κλειδί `x`. Αν η τιμή  $2x+1$  υπάρχει ήδη στο δέντρο, η μέθοδος επιστρέφει `null`, διαφορετικά επιστρέφεται η ρίζα του δέντρου. Δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιήσετε οποιαδήποτε άλλη έτοιμη μέθοδο.

```
Node insert(Node h, int x)
{
    if (.....) {

        return.....;

        .....
    }
    if (.....)

        .....

    if (.....)


        .....

        .....

        .....
}
```

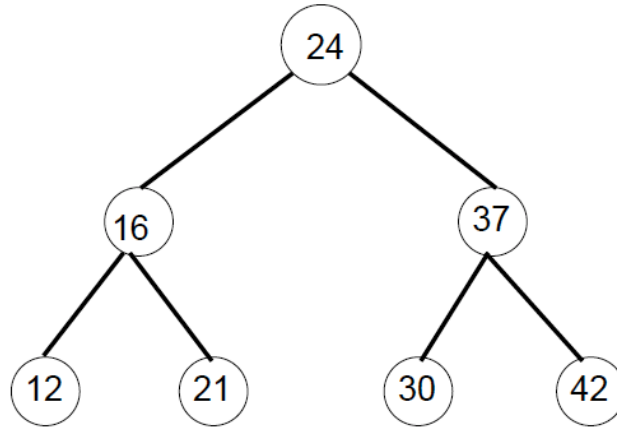
### ΘΕΜΑ 3 (15 μονάδες)

(α) Έστω ότι έχουμε ένα σωρό που υποστηρίζει τις βασικές λειτουργίες `insert` και `getmax`, όπως τις είδαμε και στο μάθημα. Ο σωρός αρχικά έχει την ακόλουθη μορφή (το στοιχείο στη θέση 0 του πίνακα δεν χρησιμοποιείται, για αυτό και το στοιχείο 20 είναι στη θέση 1):

	20	13	15	8	9
---	----	----	----	---	---

Σχεδιάστε την αναπαράσταση του σωρού ως πλήρες δυαδικό δέντρο (όπως έχουμε πει, κάθε σωρός μπορεί να αναπαρασταθεί με μοναδικό τρόπο ως ένα πλήρες δυαδικό δέντρο). Έστω ότι ξεκινώντας από το σωρό αυτό, εισάγουμε διαδοχικά τα στοιχεία 25, 22, 28, σύμφωνα με τη μέθοδο `insert`, που έχουμε δει για εισαγωγή σε σωρό. Να σχεδιάσετε το πλήρες δυαδικό δέντρο που προκύπτει για τον σωρό, όταν ολοκληρώνεται κάθε κλήση της `insert`.

**(β)** Εφαρμόστε τον αλγόριθμο εισαγωγής στη ρίζα για να εισάγετε το κλειδί 33 στο παρακάτω δέντρο δυαδικής αναζήτησης. Σχεδιάστε το δέντρο που προκύπτει μετά από κάθε απαιτούμενη περιστροφή, μέχρι να έρθει το 33 στη ρίζα.



#### ΘΕΜΑ 4 (12 μονάδες)

(α) Έστω ότι εφαρμόζετε κατακερματισμό με γραμμική διερεύνηση σε 6,000 αντικείμενα, και έχετε χρησιμοποιήσει πίνακα μεγέθους 12,000. Έστω ότι για τον ίδιο αριθμό αντικειμένων θέλετε να έχετε και ένα σύστημα που χρησιμοποιεί χωριστή αλυσίδωση και έχει τον ίδιο μέσο όρο διερευνήσεων για **ανεπιτυχείς αναζητήσεις** με το προηγούμενο. Ποιο θα πρέπει να είναι το μέγεθος του πίνακα στη χωριστή αλυσίδωση; Για ανεπιτυχείς αναζητήσεις, το μέσο πλήθος διερευνήσεων στη γραμμική διερεύνηση είναι  $(1 + 1/(1-\alpha)^2)/2$ , όπου  $\alpha$  ο συντελεστής φορτίου.

(β) Να συγκρίνετε το μέσο πλήθος διερευνήσεων για **επιτυχείς αναζητήσεις** στα 2 συστήματα. Για επιτυχείς αναζητήσεις στη γραμμική διερεύνηση, το μέσο πλήθος διερευνήσεων είναι  $(1 + 1/(1-\alpha))/2$ .

### ΘΕΜΑ 5 (15 μονάδες)

(α) Θέλετε να υλοποιήσετε ένα ευρετήριο για κάποια εφαρμογή, και αποφασίζετε να χρησιμοποιήσετε πίνακα για την αποθήκευση των αντικειμένων. Αν ξέρετε ότι στην εφαρμογή αυτή γίνονται αρκετά περισσότερες αναζητήσεις έναντι εισαγωγών/διαγραφών, θα χρησιμοποιήσετε ταξινομημένο ή αταξινόμητο πίνακα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(β) Διατάξτε τις ακόλουθες συναρτήσεις με βάση τον αυξητικό τους χαρακτήρα, δηλαδή βρείτε μια διάταξη  $f_1, \dots, f_8$  των συναρτήσεων η οποία να ικανοποιεί τις σχέσεις  $f_1 = O(f_2)$ ,  $f_2 = O(f_3)$ , ..., κ.ο.κ. (η λύση μπορεί να μην είναι μοναδική, εσείς απλά γράψτε μία διάταξη που να ικανοποιεί τις σχέσεις αυτές). Σε όσους λογαρίθμους παρακάτω δεν εμφανίζεται η βάση τους, θεωρήστε πως είναι ίση με 2.

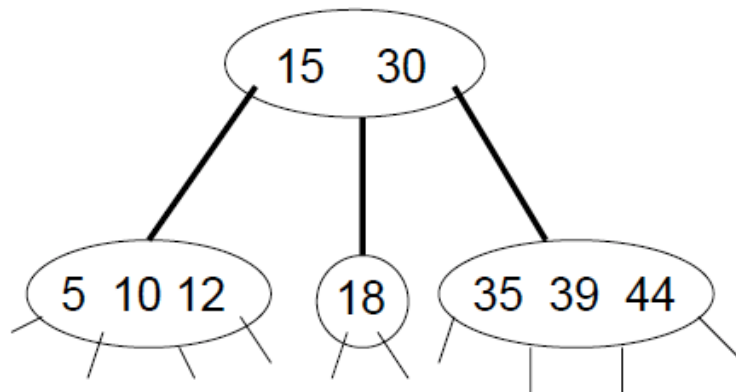
$$n^4 \quad n^{1/4} \quad \log(n^4) \quad n^3 \log n \quad n^n \quad \log_4 n^3 \quad 4^{n \log n} \quad n^{4 \log n}$$



(γ) **Ορισμός:** Ένα δυαδικό δέντρο ονομάζεται **μεταδιατεταγμένο αντιταξινομημένο** δέντρο αν η μεταδιατεταγμένη διάσχιση δίνει τα κλειδιά που είναι αποθηκευμένα στους κόμβους του δέντρου σε **φθίνουσα** διάταξη. Σχεδιάστε ένα δυαδικό μεταδιατεταγμένο αντιταξινομημένο δένδρο με ύψος το πολύ 4, που να περιέχει τα κλειδιά 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.

**ΘΕΜΑ 6 (12 μονάδες)**

Έστω το εξής δέντρο 2-3-4:



(α) Σχεδιάστε ένα ισοδύναμο δέντρο κόκκινου-μαύρου.

(β) Να εισάγετε με ανοδική εισαγωγή το κλειδί 14. Σχεδιάστε το νέο δέντρο 2-3-4 που θα προκύψει καθώς και το ισοδύναμο δέντρο κόκκινου-μαύρου.

(γ) Στο δέντρο που προέκυψε από το ερώτημα (β) κάντε ανοδική εισαγωγή του κλειδιού 38. Ξανασχεδιάστε το νέο δέντρο 2-3-4 και το ισοδύναμο κόκκινου-μαύρου.



