

6. Consider an  $n$ -node complete binary tree  $T$ , where  $n = 2^d - 1$  for some  $d$ . Each node  $v$  of  $T$  is labeled with a real number  $X_v$ . You may assume that the real numbers labeling the nodes are all distinct. A node  $v$  of  $T$  is a local minimum if the label  $X_v$  is less than the label  $X_w$  for all nodes  $w$  that are joined to  $v$  by an edge. You are given such a complete binary tree  $T$ , but the labeling is only specified in the following implicit way: for each node  $v$ , you can determine the value  $X_v$  by probing the node  $v$ . Show how to find a local minimum of  $T$  using only  $O(\log n)$  probes to the nodes of  $T$ .

findLocalMin ( $T$ ) //  $T$  es la raíz del árbol

if  $T$  tiene hijos

//  $L$  y  $R$  son los hijos de  $T$

// se prueban los valores de  $X_L$ ,  $X_R$  y  $X_T$

if  $X_L < X_T$

return findLocalMin( $L$ )

else if  $X_R < X_T$

return findLocalMin( $R$ )

else

return  $T$

else

return  $T$



Se empieza en la raíz del árbol y se comprueba si esta es menor que sus dos hijos. Si es así, entonces la raíz es el mínimo local. Si no, se toma el hijo menor y hacemos una llamada recursiva para que la búsqueda del mínimo local continúe por ese hijo. El algoritmo termina cuando se alcanza un nodo que sea menor a sus dos hijos o cuando se alcanza una hoja del árbol. El algoritmo hace  $O(d) = O(\log n)$  revisiones en el árbol. Las condiciones antes dadas garantizan que se retorne un mínimo local en cualquiera de los casos explicados anteriormente.