

Fundamentos del Diseño Digital CCPG1016

Profesora: Lisbeth Mena López

lismena@espol.edu.ec



ESPOL
"Impulsando la sociedad del conocimiento"

2do TÉRMINO 2017



SISTEMAS NUMÉRICOS Y CÓDIGOS

CAPITULO I

Objetivos

- Identificar los sistemas de numeración utilizados en sistemas digitales.
- Hacer conversiones de números en distintas bases.
- Trabajar con casos especiales de conversión entre bases.

Sistemas de Numeración

Conjunto ordenado de símbolos llamados dígitos con leyes definidas para la suma, resta, multiplicación.

Base del sistema:

Número de dígitos que tiene el sistema.

Sistema decimal: 10 dígitos

Sistema binario: 2 dígitos

Sistema octal: 8 dígitos

Sistema Hexadecimal: 16 dígitos

$()_2$	$()_8$	$()_{16}$
0	0	0
1	1	1
	2	2
	3	3
	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
		8
		9
		A
		B
		C
		D
		E
		F

Sistemas de Numeración

$(N)_r = (\text{parte entera} \cdot \text{parte fraccionaria})$

└──────────┐
 └──────────▶ Punto Base

{
 Octal
 Binario
 Decimal

N = número

r = base del sistema

Notación Posicional y Notación Polinomial

Sistemas de Numeración

Notación Posicional: Implica la colocación de dígitos a ambos lados del punto base; sus posiciones no se pueden alterar.

$$(N)_r = (\underbrace{a_{n-1} a_{n-2} a_{n-3} \dots a_1 a_0}_{\text{Parte Entera}} . \underbrace{a_{-1} a_{-2} \dots a_{-f} \dots a_{-m}}_{\text{Parte Fraccionaria}})_r$$

↘ Punto Base

r= base del sistema.

n= número de dígitos en la parte entera.

a_{n-1}= dígito más significativo MSD (o, si el sistema es binario, el dígito menos significativo, LSB).

a= los dígitos del conjunto.

m= número de dígitos en la parte fraccionaria.

a_{-m}= dígito menos significativo LSD (o, si el sistema es binario, el dígito más significativo, MSB).

Sistemas de Numeración

Notación Posicional:

Ejemplos:

$$\begin{aligned}(110.01)_2 &= 1*2^2 & 1*2^1 & 0*2^0. & 0*2^{-1} & 1*2^{-2} \\ (217.61)_8 &= 2*8^2 & 1*8^1 & 7*8^0. & 6*8^{-1} & 1*8^{-2} \\ (B1A.F1)_{16} &= B*16^2 & 1*16^1 & A*16^0. & F*16^{-1} & 1*16^{-2}\end{aligned}$$

Sistemas de Numeración

Notación Polinomial: Se expresa como una sumatoria de los dígitos multiplicada por un factor que es la base elevada a un exponente.

$$(N)_r = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i r^i$$

$$(N)_r = (a_{n-1}r^{n-1} + a_{n-2}r^{n-2} + \dots + a_1r^1 + a_0r^0 + a_{-1}r^{-1} + a_{-2}r^{-2} + \dots + a_{-m}r^{-m})_r$$

Sistemas de Numeración

Notación Polinomial:

Ejemplos:

$$(110.01)_2 = 1*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 + 0*2^{-1} + 1*2^{-2}$$

$$(217.61)_8 = 2*8^2 + 1*8^1 + 7*8^0 + 6*8^{-1} + 1*8^{-2}$$

$$(B1A.F1)_{16} = B*16^2 + 1*16^1 + A*16^0 + F*16^{-1} + 1*16^{-2}$$

Sistemas de Numeración

Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Métodos de conversión entre bases

Método de sustitución directa:

Ejemplo: $(14)_{10}$

$$(14)_{10} = (1110)_2 = (16)_8 = (E)_{16}$$

Método por Sustitución.- Número en cualquier base a base 10.

$$(N)_A \rightarrow (N)_B \quad ; B=10$$

1.-Escribir la notación polinomial de $(N)_A$, sustituyendo cada uno de los dígitos a su equivalente en la base B (base 10)

2.-Evalúe la serie usando aritmética de la base B (base 10)

Métodos de conversión entre bases

Método por Sustitución.-

Ejemplo:

$$(110.01)_2 = 1*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 + 0*2^{-1} + 1*2^{-2} = (6.25)_{10}$$

$$(217.61)_8 = 2*8^2 + 1*8^1 + 7*8^0 + 6*8^{-1} + 1*8^{-2} = (143.765625)_{10}$$

$$(B1A.F1)_{16} = B*16^2 + 1*16^1 + A*16^0 + F*16^{-1} + 1*16^{-2} = (2842.94140625)_{10}$$

Métodos de conversión entre bases

Método por Multiplicaciones y Divisiones Sucesivas.- Conversión de un número en base 10 a cualquier base.

$$(N)_A \rightarrow (N)_B \quad A = 10, \quad B \neq 10$$

Parte Entera:

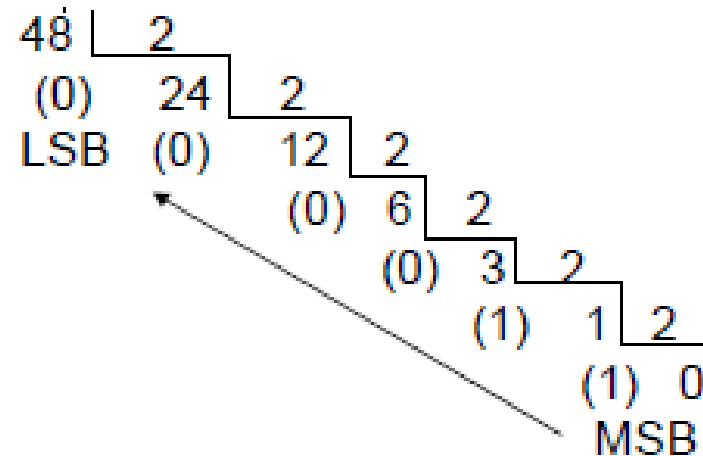
- 1.-Dividir $(N)_A$ para la base B , usando aritmética de la base A .
- 2.-El residuo de la división es el **LSD** de la respuesta.
- 3.-El cociente se vuelve a dividir para B usando aritmética de la base A y el nuevo residuo es el siguiente dígito más significativo.
- 4.-Aplicamos divisiones sucesivas hasta que el cociente sea cero.

Métodos de conversión entre bases

Método por Multiplicaciones y Divisiones Sucesivas.

Ejemplo:

$$(48)_{10} \rightarrow ()_2$$



$(110000)_2$

Métodos de conversión entre bases

Parte Fraccionaria:

- 1.-Multiplicar $(N)A$ por la base B (esto es por r) usando aritmética de la base A .
- 2.-Separamos la parte entera que es el **MSD** de la respuesta.
- 3.-Repetir las multiplicaciones tantas veces como dígitos fraccionarios deseemos o hasta que el resultado sea igual a cero.

Métodos de conversión entre bases

Parte Fraccionaria:

Ejemplo:

$$0.824 * 2 = \underline{1}.648 \text{ MSB}$$

$$0.648 * 2 = \underline{1}.296$$

$$0.296 * 2 = \underline{0}.592$$

$$0.592 * 2 = \underline{1}.184 \text{ LSB}$$

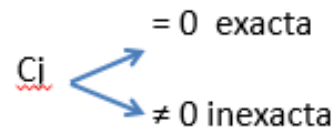
$$(0.1101)_2$$



Métodos de conversión entre bases

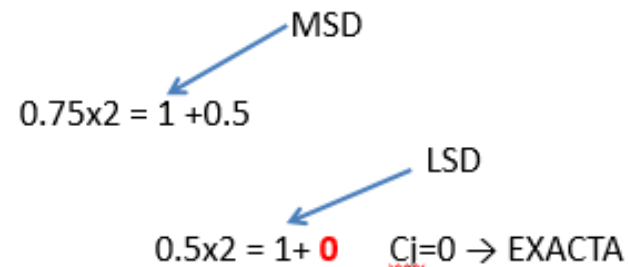
La conversión de la parte fraccionaria puede resultar una conversión exacta o inexacta.

Si es inexacta: racionales – periódicos



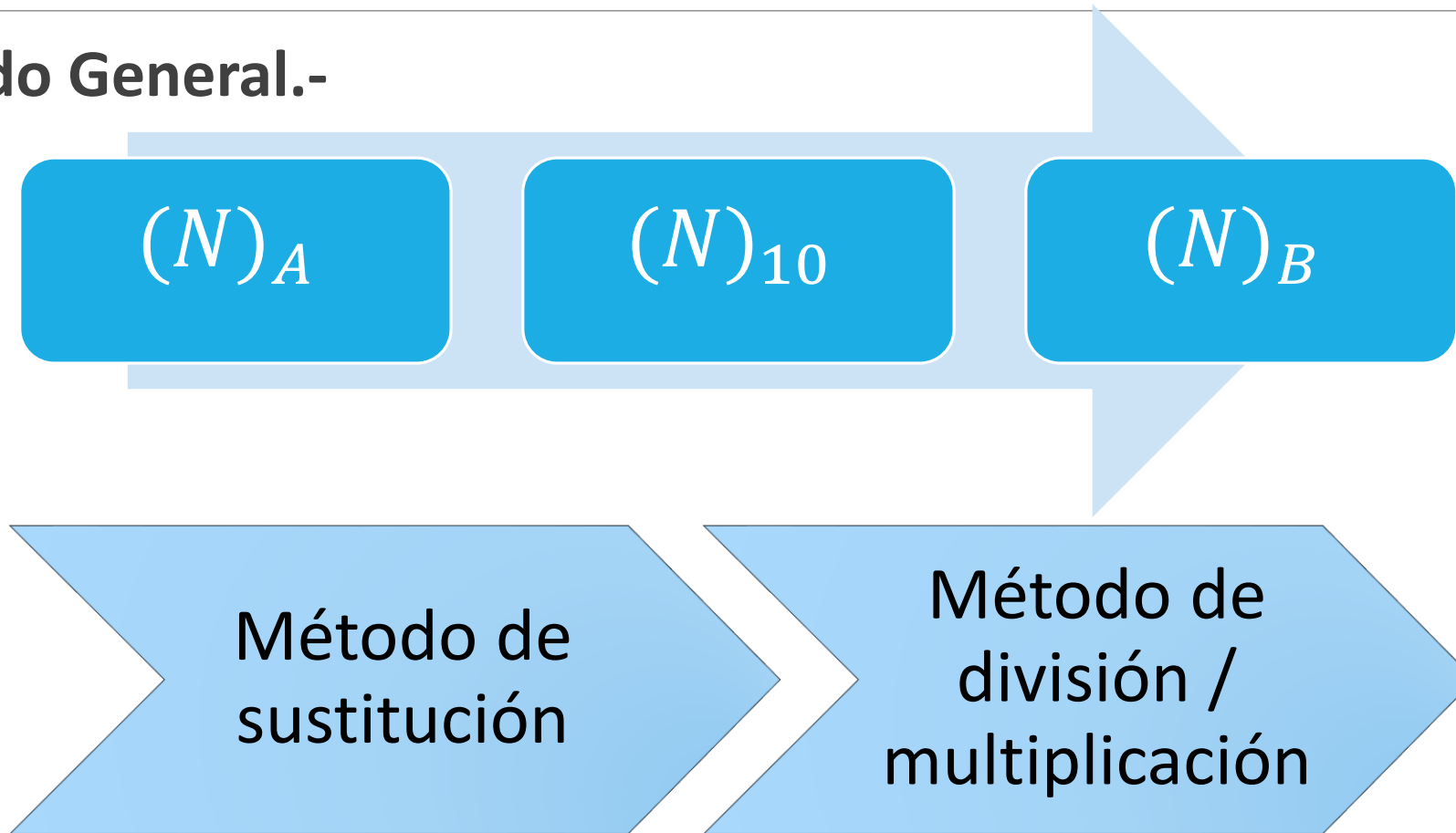
C_i es el último valor fraccionario

$$(0.75)_{10} = (0.11)_2$$



Métodos de conversión entre bases

Método General.-



Métodos de conversión entre bases

Casos especiales.- A y B potencias de una misma base.

$$(N)_A \rightarrow (N)_B$$

a) $(N)_A \rightarrow (N)_B$; $B=A^n$

1.-Formamos grupos de “n” dígitos del número en la base A, a partir del punto base.

2.-Cada grupo de dígitos se sustituyen por el correspondiente dígito en la base B.

$$(100\ 101.100)_2 \longrightarrow ()_8$$

Ejemplo:

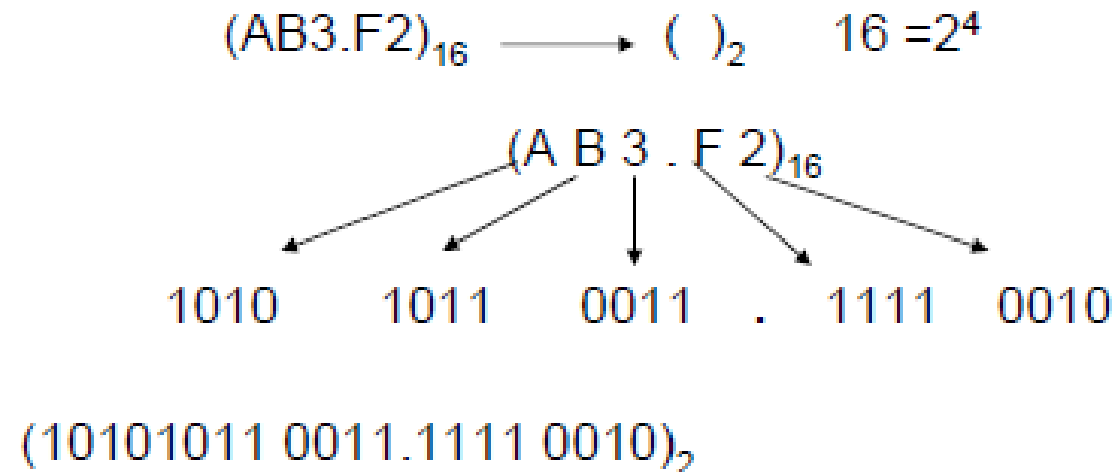
$$\begin{array}{ccc} \underline{(100)} & \underline{101} & \underline{100} \\ 4 & 5 & 4 \end{array} \longrightarrow ()_8 \quad 8=2^3$$
$$(45.4)_8$$

Métodos de conversión entre bases

b) $(N)_A \rightarrow (N)_B$; $A=B^n$

1.- Reemplazar cada dígito (N)A por sus “n” dígitos equivalentes en base B.

Ejemplo:



Métodos de conversión entre bases

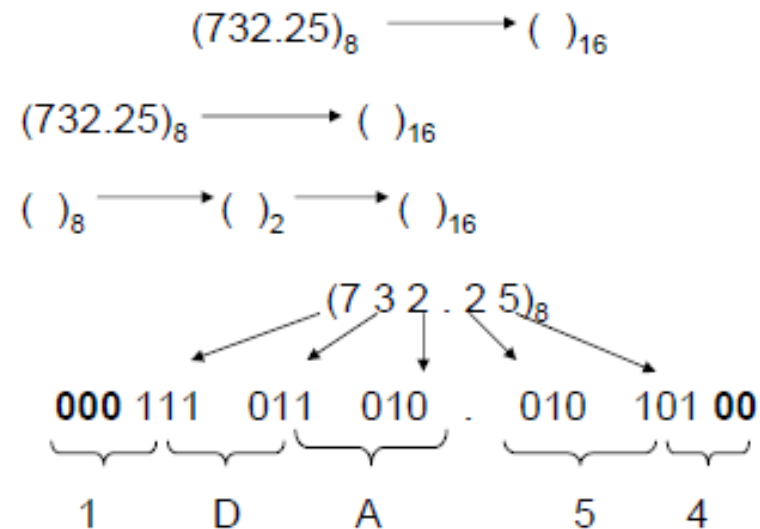
Ejemplo:

$$\begin{array}{c} (45.4)_8 \rightarrow ()_{16} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ (00\ 100\ 101.100\ 0)_2 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 2 \quad 5 \quad . \quad 8 \quad \rightarrow \quad (25.8)_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (25.8)_{16} \rightarrow ()_8 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ (0010\ 0101.1000)_2 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 4 \quad 5 \quad . \quad 4 \quad \rightarrow \quad (45.4)_8 \end{array}$$

Métodos de conversión entre bases

Ejemplo:



Convertir: $(45.44)_8 \rightarrow (25.9)_{16}$
 $(25.8F)_{16} \rightarrow (45.436)_8$

Ejercicios

Convertir los siguientes números, según las bases indicadas

$$(122)_3 \quad ()_{10} \quad (120)_3 \quad ()_7$$

$$(1101010)_2 \quad ()_{10} \quad (106)_{10} \quad ()_2$$

$$(19.75)_{10} \quad ()_2$$

$$(117)_{10} \quad ()_7$$

$$(0.875)_{10} \quad ()_5$$

$$(226.978)_{10} \quad ()_2 \quad ()_8 \quad ()_{16}$$