A 卷

一、　选择题

BDBBB

二、　填空题

1、2，e　　2、1　　3、$y=-2\sqrt{2}\left(x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　4、(1，-7)　　5、$\frac{(2e)^x}{\ln(2e)}-5*\frac{2^x}{\ln 2}+C$

三、　解答题

1、求 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\frac{\sin x}{|x|}\right)$

解：$\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\frac{\sin x}{x}\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+\left(e^{\frac{1}{x}}\right)^4}+\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}=0+1=1$

第一部分为无穷比无穷，且分子为大头，可以直接得出 0.也可以上下同除以 $e^{\frac{4}{x}}$，

$$\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\frac{\sin x}{x}\right)=\lim_{x\to 0^+}\frac{2e^{-\frac{4}{x}}+e^{-\frac{3}{x}}}{e^{-\frac{4}{x}}+1}+\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}=0+1=1$$

$$\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}-\frac{\sin x}{x}\right)=\lim_{x\to 0^-}\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}-\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}=2-1=1$$

左右极限都为 1，所以原式极限为 1.

2、设 $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}}, & x>0 \\ \ln(1+x), & -1<x\le 0 \end{cases}$，，求该函数的间断点，并说明所属的类型。

解：分段函数的两部分分别是连续的，只需要探索 $x=0$ 的情况：

$$\lim_{x\to 0^-}\ln(1+x)=\ln 1=0$$

$$\lim_{x\to 0^+}e^{\frac{1}{x-1}}=e^{-1}$$

两端的极限都存在但是不相等，所以 $x=0$ 为跳跃间断点。

3、求$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\tan x}{\left(\sqrt[3]{1+x^2}-1\right)\left(\sqrt{1+\sin x}-1\right)}$

解：$\sqrt[3]{1+x^2}-1\sim\dfrac{1}{3}x^2,\sqrt{1+\sin x}-1\sim\dfrac{1}{2}x$

原式=$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x(\cos x-1)}{\frac{1}{3}x^2\bullet\frac{1}{2}x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x(\cos x-1)}{\frac{1}{3}x^2\bullet\frac{1}{2}x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\bullet-\frac{1}{2}x^2}{\frac{1}{3}x^2\bullet\frac{1}{2}x}=-3$

4、求$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)$

解：$\dfrac{n}{\sqrt{n^2+n}}<\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}<\dfrac{n}{\sqrt{n^2+1}}$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\sqrt{n^2+n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}=1$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\sqrt{n^2+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}=1$$

由夹逼准则，原式的极限为 1.

5、验证函数 $y=e^x\sin x$ 满足关系式 $y''-2y'+2y=0$。

解：
$$y'=e^x\sin x+e^x\cos x=e^x(\sin x+\cos x)$$
$$y''=e^x(\sin x+\cos x)+e^x(\cos x-\sin x)=2e^x\cos x$$

$$y''-2y'+2y=2e^x\cos x-2e^x(\sin x+\cos x)+2e^x\sin x$$
$$=e^x(2\cos x-2\sin x-2\cos x+2\sin x)=0$$

6、$\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\tan x}$

解：$\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\tan x}=\lim\limits_{x\to 0^+}e^{\tan x\cdot\ln\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to 0^+}e^{\tan x\cdot-\ln x}=\lim\limits_{x\to 0^+}e^{-\frac{\ln x}{\cot x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}-\frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x}}$

$$e^{\lim\limits_{x\to 0^+}-\frac{\frac{1}{x}}{-\csc^2 x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\sin^2 x}{x}}=e^0=1$$

7、求不定积分$\int \frac{\sin x}{(2+\cos x)\sin^2 x} dx$

解：$\int \frac{-1}{(2+\cos x)(1-\cos^2 x)} d\cos x \,\underline{\underline{u=\cos x}}\, \int \frac{dx}{(x+2)(x-1)(x+1)}$

$\frac{1}{(x+2)(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+1}$ ----1

式 1 两端同时乘以$(x+2)$，$\frac{1}{(x-1)(x+1)} = A + \frac{B}{x-1}(x+2) + \frac{C}{x+1}(x+2)$，令 $x=-2$，得$A=\frac{1}{3}$；

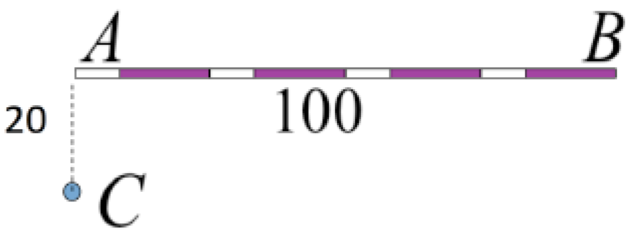
式 1 两端同时乘以$(x-1)$，$\frac{1}{(x+2)(x+1)} = \frac{A}{x+2}(x-1) + B + \frac{C}{x+1}(x-1)$，令$x=1$，得$A=\frac{1}{6}$；

式 1 两端同时乘以$(x+1)$，$\frac{1}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{x+2}(x+1) + \frac{B}{x-1}(x+1) + C$，令 $x=-1$，得$C=-\frac{1}{2}$；

$$\int \frac{dx}{(x+2)(x-1)(x+1)} = \int \left(\frac{1}{3}\frac{1}{x+2} + \frac{1}{6}\frac{1}{x-1} - \frac{1}{2}\frac{1}{x+1}\right)dx = \frac{1}{3}\ln|x+2| + \frac{1}{6}\ln|x-1| - \frac{1}{2}\ln|x+1| + C$$

$$= \frac{1}{3}\ln|\cos x+2| + \frac{1}{6}\ln|\cos x-1| - \frac{1}{2}\ln|\cos x+1| + C$$

四、　　应用题



解 设 D 点距离 A 的距离为 x km, 则 DB 的距离为 $100-x$ km, CD 的距离为 $\sqrt{400+x^2}$ km.

课本 157 页例题。

五、　　证明题

1、课本 132 页课后题

2、课本 182 页课后题

B 卷：

一、　　选择题 BBDCB

二、　　填空题

1、3　2、e^{-i}　3、$\tan x - x + c$　4、$y=-\frac{1}{2}(x-2)+1$　5、2^n

三计算题

2、