

# 山东财经大学 2017—2018 学年第 1 学期期末试题

## 高等数学 I ( 16200101 ) 试卷 A

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

### 一、单项选择题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1. 设函数  $f(x) = 2^x + 3^x - 2$ ，则当  $x \rightarrow 0$  时( )。

- (A)  $f(x)$  与  $x$  是等价无穷小
- (B)  $f(x)$  与  $x$  同阶但非等价无穷小
- (C)  $f(x)$  是比  $x$  高阶的无穷小
- (D)  $f(x)$  是比  $x$  低阶的无穷小

2. 设  $f(x)$  在  $x=a$  的某个邻域内有定义，则当  $f(x)$  在  $x=a$  处可导的一个充分条件是( )。

- (A)  $\lim_{h \rightarrow +\infty} h[f(a + \frac{1}{h}) - f(a)]$  存在
- (B)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a+h)}{h}$  存在
- (C)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$  存在
- (D)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h}$  存在

3. 设在  $[0,1]$  上  $f''(x) > 0$ ，则  $f'(0), f'(1), f(1) - f(0)$  或  $f(0) - f(1)$  几个数的大小顺序为( )。

- (A)  $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$
- (B)  $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$
- (C)  $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$
- (D)  $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$

4. 已知  $f'(x) = \frac{1}{x(1+2\ln x)}$ ，且  $f(1)=1$ ，则  $f(x)$  等于( )。

- (A)  $\ln(1+2\ln x) + 1$
- (B)  $\frac{1}{2}\ln(1+2\ln x) + 1$

(C)  $\frac{1}{2}\ln(1+2\ln x)+\frac{1}{2}$

(D)  $2\ln(1+2\ln x)+1$

5. 设  $f(x)=\begin{cases} \frac{2}{3}x^3, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$ , 则  $f(x)$  在  $x=1$  处的( ).

(A) 左, 右导数都存在

(B) 左导数存在, 右导数不存在

(C) 左导数不存在, 右导数存在

(D) 左, 右导数都不存在

二、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

1. 设函数  $f(x)=\begin{cases} \frac{a(1-\cos x)}{x^2}, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ \ln(b+x^2), & x > 0 \end{cases}$  在  $x=0$  连续 则  $a=$ \_\_\_\_\_,  $b=$ \_\_\_\_\_

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} =$ \_\_\_\_\_.

3. 曲线  $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}$  在  $t = \frac{\pi}{4}$  处的切线方程为\_\_\_\_\_

4. 函数  $y = x^4(12\ln x - 7)$  的拐点\_\_\_\_\_.

5.  $\int 2^x(e^x - 5)dx =$ \_\_\_\_\_.

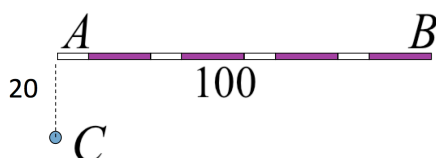
三、解答题 (本题 7 小题, 每小题 5 分, 满分 35 分)

1. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}} + \frac{\sin x}{|x|})$ .

2. 设  $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}}, & x > 0 \\ \ln(1+x), & 1 < x \leq 0 \end{cases}$ , 求  $f(x)$  的间断点, 并说明所属类型

3. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{(\sqrt[3]{1+x^2}-1)(\sqrt{1+\sin x}-1)}$ .
4. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$ .
5. 验证函数  $y = e^x \sin x$  满足关系式  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 2y = 0$ .
6. 求  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} \right)^{\tan x}$ .
7. 求不定积分  $\int \frac{\sin x}{(2+\cos x)\sin^2 x} dx$ .

#### 四、应用题（本题满分 7 分）



铁路上 AB 段的距离为 100 km, 工厂 C 距 A 处 20km, AC 垂直于 AB (如上图所示), 要在 AB 线上选定一点 D 向工厂修一条公路, 已知铁路与公路每公里货运价之比为 3:5, 为使货物从 B 运到工厂 C 的运费最省, 问 D 点应如何取?

#### 五、证明题（本题共 2 小题，每小题 9 分，满分 18 分）

1. 设  $a > b > 0$ , 证明:  $\frac{a-b}{a} < \ln \frac{a}{b} < \frac{a-b}{b}$ .
2. 设  $0 < a < b$ , 函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 在  $(a, b)$  内可导, 试利用柯西中值定理, 证明在开区间  $(a, b)$  内至少存在一点  $\xi$ , 使得

$$f(b) - f(a) = \xi f'(\xi) \ln \frac{b}{a}.$$