

## 算法考核

平时 50% ：MOOC+自学报告+慕课堂雨课堂+课堂+实践综合作业  
（小组设计代码+报告 或获奖 或论文 或个人专题 PPT+视频，  
结课周 6.13 交）

中国大学 mooc、spoc 要求进度变绿（视频 文档 课件 测验 作业 讨论 考试）

## 注意后续时间安排：

6.11 (3 班 6.13) 原教室上课第十一十二章和复习

6.20 前提交 MOOC 作业，6.21-6.30 前完成作业互评，不互评得分最多 60%。

6.30 前提交 MOOC 测验、讨论、考试（可注册小号提前测试和期末复习）。

期末考试：50%

题型：判断 20 单选 20 多选 10 分析 10 理解 10 （mooc 试卷 测验题 慕课堂练习题 知识点相同）

分析 10、理解题 10—填空题类似，但要求步骤和结果。

设计 30（讨论拓展思考题）

算法复习重点：理解 概念方法 举例子 算法的实例计算

1. 算法理解 算法的性质 算法与程序 算法与问题 问题规模 规模与处理时间计算 问题的求解过程 问题的变换 稳定匹配问题
2. 复杂度理解 复杂性分类 复杂度分析的方法、阶段，符号与性质，复杂度比较方法 如何解决时空矛盾 查找方法比较 折半与分块查找 计数排序 会分析复杂性。
3. 枚举 贪心 分治 动规 回溯 分支限界 网络流设计策略的基本思想 基本要素 适用条件 算法框架 算法步骤 相同与区别
4. 枚举 枚举的优化方法 集合与排列生成方法
5. 贪心算法的基本要素 证明贪心算法的方法（领先 界 交换论证）区间调度、区间划分、区间覆盖问题、区间选点问题 **MST** 哈夫曼编码
6. 循环与递归 递归的转化 递归与递推 正推和倒推 递推方程的求解方法（迭代 递归树 归纳 主定理）约瑟夫 博弈
7. 分治类型 减治 改进分治算法的方法  $k$ （二分搜索 大整数乘法 矩阵乘法）  $m$ （快速排序 线性选择）  $f$ （最接近点对 计数逆序）分治公式 二分搜索技术 合并排序 堆排序 排序算法比较
8. 动规与备忘录方法 动态规划和分治算法比较 时间复杂度 正推与反推 带权区间调度 数字三角形 最大子段和 最长公共子序列 矩阵连乘 DAG 最短路算法与比较（负权、FLOYD）
9. 排列树与子集树算法 回溯与分枝限界的比较 剪枝函数 结点

回溯算法效率与改进 优先队列分枝限界 重排原理 背包问题  
售货员问题 皇后问题

10. 背包问题和 0/1 背包问题的动态规划 贪心 回溯 分支限界法  
完全背包 多重背包

11. 网络流 最大流和最小割算法 最短路算法 网络流推广变换  
预流推进算法 最小费用最大流算法  
二分测试 二分匹配 (最小顶点覆盖 最小路径覆盖 最大独立集  
问题) 匈牙利算法 二分匹配公式与应用 最佳匹配

12. 随机算法的分类及各自特点 随机排序 随机选择 主元素  $n$   
后问题

13. P NP NPC 多项式时间验证 问题变换 多项式时间归约 多项  
式时间变换 NPC 问题的解题策略 图着色

一、 判断题 (每题 1 分, 共 20 分)

二、 单选题 (每题 1 分, 共 20 分)

三、 多选题 (每题 1 分, 共 10 分)

四、 算法分析题 (2 道题, 共 10 分)

1、分析下列程序的上界  $O$  和下界  $\Omega$ , 给出分析过程

$p=1$

for  $i = n$  to 1 do //  $n/2^x = 1$   $x = \log n$

$p = p + i$

$i = i / 2$

```

p = 0.0
for i = n down to 0 do
    power = 1
    for j = 1 to i do          //  $\sum_{i=1}^n i = (n+n-1+\dots+1) = \theta(n^2)$ 
        power = power * x
    p = p + a[i] * power
return p

```

```

k=0
for i=1 to n do
    m=floor(n/i)
    for j=1 to m do          //  $n \quad n/2 \quad n/3 \quad \sum n/i = \theta(n \ln n)$ 
        k=k+1
return k

```

2、分析下列方程的上界  $O$  和下界  $\Omega$ ，给出分析过程

$$T(n) = 3T(n/2) + n, \quad T(1)=1$$

$$T(n) = 2T(n-1) + n$$

$$= 4T(n-2) + 2(n-1) + n$$

$$= 2^{n-1}T(1) + 2^{n-2}2 + 2^{n-3}3 \dots + 2^2(n-2) + 2(n-1) + n$$

$$2T(n) = 2^n + 2^{n-1}2 + 2^{n-2}3 \dots + 2^3(n-2) + 2^2(n-1) + 2n$$

$$2T(n) - T(n) = 2^n + 2^{n-1} + 2^{n-2} + 2^{n-3} \dots + 2 - n = 2^{n+1} - 2 - n$$

**主定理：** 设 $a \geq 1, b > 1$ 为常数， $f(n)$ 为函数， $T(n)$ 为非负整数，且

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

则有以下结果：

1. 若 $f(n) = O(n^{\log_b a - \epsilon}), \epsilon > 0$ , 那么  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$
2. 若 $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ , 那么  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n)$
3. 若 $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \epsilon}), \epsilon > 0$ , 且对于某个常数  $c < 1$  和充分大的  $n$  有  $a f(n/b) \leq c f(n)$ , 那么  $T(n) = \Theta(f(n))$

$aT(n/b)$  时间复杂度  $n^{\log_b a}$  和  $f(n)$  比较，哪个大  $T(n)$  等于哪个。如果

两者相等， $T(n) = f(n) \log n$

### 3. 分析下列复杂性函数的偏序关系 0

$$(1) \quad f(n) = 100 \quad g(n) = \sqrt[100]{n}$$

$$(2) \quad f(n) = 6n + n \lfloor \log n \rfloor \quad g(n) = 3n$$

$$(3) \quad f(n) = n / \log n - 1 \quad g(n) = 2\sqrt{n}$$

$$(4) \quad f(n) = 2^n + n^2 \quad g(n) = 3^n$$

$$(5) \quad f(n) = \log_3 n \quad g(n) = \log_2 n$$

对数 极限等方法

### 4. 求下列函数的渐近表达式并比较复杂度大小 0

$$f(n) = 6n + n \lfloor \log n \rfloor \quad f(n) = 1/n$$

### 5. 查找 贪心 分治 动归算法复杂度-给出程序，求复杂度（同类型

1)

**方程一 (1D/1D)：**定义一个实函数  $w(i,j)(1 \leq i < j \leq n)$ ，已知  $D[0]$ ，状态转移方程为

$$E[j] = \min_{0 \leq i < j} \{D[i] + w(i, j)\}, 1 \leq j \leq n$$

其中  $D[i]$  可以根据  $E[i]$  在常数时间里计算出来。

**方程二 (2D/0D)：**已知  $D[i,0]$  和  $D[0,j](0 \leq i,j \leq n)$ ，状态转移方程为：

$$E[i,j] = \min \{D[i-1,j] + x_i, D[i,j-1] + y_j, D[i-1,j-1] + z_{ij}\}$$

其中  $x_i, y_j, z_{ij}$  都可以在常数时间里算出来。

**方程三 (2D/1D)：**定义实函数  $w(i,j)(1 \leq i < j \leq n)$ ，已知  $d[i,i]=0(1 \leq i \leq n)$ ，状态转移方程为：

$$C[i,j] = w(i,j) + \min_{i < k < j} \{C[i,k-1] + C[k,j]\}, 1 \leq i < j \leq n$$

**方程四 (2D/2D)：**定义实函数  $w(i,j)(0 \leq i < j \leq 2n)$ ，已知  $D[i,0]$  和  $D[0,j](0 \leq i,j \leq n)$ ，状态转移方程为

$$E[i,j] = \min_{\substack{0 \leq i' < i \\ 0 \leq j' < j}} \{D[i',j'] + w(i'+j', i+j)\}, 1 \leq i,j \leq n$$

其中  $D[i,j]$  可以根据  $E[i,j]$  在常数时间里算出来。

取决于变量和其取值范围，复杂度等于各变量的取值范围相乘。

## 五、算法理解题（2 道题，共 10 分）

给出算法的计算过程和计算结果。从以下 10 个题中出题。

1. 婚姻稳定问题
2. 背包问题，背包容量  $C=$  ，物品价值  $p = []$ ，物品重量  $w=[]$ 
  - 1) 部分背包问题，求装入背包的最大价值和相应装入物品。贪心
  - 2) 0-1 背包问题，求装入背包的最大价值和相应装入物品。

动归 回溯 分支限界

3. 数字三角形
4. 给定网络  $G$ ，求最大流最小割、求最短路
5. 哈夫曼编码
6. 矩阵连乘
7. 区间调度问题

8. 任务安排

9. 嵌套矩形

10. 硬币问题

## 六、算法设计题（3 道题，共 30 分）

给出 5 道题，第一题必做，从剩余题目中任意选择其中 2 题，选择合适的算法策略, 时间复杂度越好，得分越高。

要求： a. 所使用的算法策略；

b. 写出算法实现的主要步骤(伪代码+注释 或 自然语言)；

c. 分析算法的时间、空间复杂性。

1. 第一题请至少给出三种算法。考察一题多解，多种思路，多种算法。 第二章 第六章 第七章 第十一章拓展类似题：主元素 S 中最大的 I 个数 素数的个数 凸包 最大子段和 背包 售货员等

2. 其余：以讨论和拓展题为主