

## 第六章 定积分的应用

### 6.2 定积分在几何学上的应用

一、求由曲线  $x^2 + y^2 = a^2$  所围图形绕直线  $y = -b$  ( $0 < a < b$ ) 旋转所成旋转体的体积.

( $2\pi^2 a^2 b$ )

二、求抛物线  $y = -x^2 + 4x - 3$  及其在点  $(0, -3)$  和  $(3, 0)$  处的切线所围成的图形的面积.

( $\frac{9}{4}$ )

三、求由以下各曲线所围成的图形的面积: (1)  $\rho = 2a \cos \theta$  (圆); (2)  $x = a \cos^3 t$ ,

$y = a \sin^3 t$  (星形线). ((1)  $\pi a^2$ ; (2)  $\frac{3}{8}\pi a^2$ )

四、求位于曲线  $y = e^x$  下方, 该曲线过原点的切线的左方以及  $x$  轴上方之间的图形的面积. ( $\frac{e}{2}$ )

五、求下列曲线所围成的图形, 按指定的轴旋转所产生的旋转体的体积:

1.  $y = x^2$ ,  $x = y^2$ , 绕  $y$  轴    2.  $x^2 + (y - 5)^2 = 16$ , 绕  $x$  轴.

((1)  $\frac{3}{10}\pi$ ; (2)  $160\pi^2$ )

六、计算曲线  $y = \ln x$  ( $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$ ) 的弧长. ( $1 + \frac{1}{2}\ln \frac{3}{2}$ )

七、计算曲线  $y = \frac{\sqrt{x}}{3}(3 - x)$  ( $1 \leq x \leq 3$ ) 的弧长. ( $2\sqrt{3} - \frac{4}{3}$ )

八、求心形线  $\rho = a(1 + \cos \theta)$  的全长. ( $8a$ )

### 6.2 定积分在物理学上的应用

一、由实验知道, 弹簧在拉伸过程中需要的力  $F$  (单位: N) 与伸长量  $s$  (单位: cm) 成正比, 即  $F = ks$  ( $k$  是比例常数). 如果把弹簧由原长拉伸 6cm, 计算所作的功.

( $0.18k(J)$ )

二、设一锥形贮水池，深 15m，口径 20m，盛满水，今以唧筒将水吸尽，问要作多少功？（**57697.5(kJ)**）

三、有一闸门，它的形状和尺寸如图（教材 287 页，图 6-33）所示，水面超过门顶 2m，求闸门上所受的水压力。（**205.8(kN)**）

四、洒水车上的水箱是一个横放的椭圆柱体，尺寸如图所示（教材 287 页，图 6-34）。当水箱装满水时，计算水箱的一个端面所受的压力。（**17.3(kN)**）