

## 《概率论与数理统计》随堂测试 第2套试卷

1. 两台车床加工同一零件，第一台出现废品的概率是 0.03，第二台出现废品的概率是 0.06，加工出来的零件放在一起，并且已知第一台加工的零件比第二台加工的零件多一倍，现任取一零件，(1) 求该零件是合格品的概率；(2) 若该零件是废品，求它是由第一台加工的概率.

2. 已知连续型随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = A + B \arctan x$ ，求 (1) 常数  $A, B$ ；  
(2)  $X$  的密度函数  $f(x)$ ； (3)  $P\{0 < 2X < 2\}$ .

3. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

(1) 求边缘密度函数  $f_X(x), f_Y(y)$ ；(2) 判断  $X$  与  $Y$  是否独立； (3)

$$P\{X > 1, Y > 1\}.$$

周兴 202318140413

No.

Date

①求该零件是合格品概率

由题可知设A为取零件B为取到合格品

$$\therefore P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} \times 0.97 + \frac{1}{3} \times 0.94 = 0.96$$

②若该零件是废品求由第一车间加工概率

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A)P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{2}{3} \times 0.03}{0.04} = 0.5$$

三.由题知  $f(x, y) = \begin{cases} e^{-\pi(x^2+y^2)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & 0 \leq x, y \leq h \end{cases}$

①  $f_x(x) = f_y(y) = ?$

由题知  $F(x) = A + B \arctan x$  ①求A, B ②X的密度 ③  $P\{0 < 2X < 2\}$

$$\text{①因为 } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (A + B \arctan x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (A + B \arctan x) = 1 \end{cases} \therefore \begin{cases} A - \frac{\pi}{2}B = 0 \\ A + \frac{\pi}{2}B = 1 \end{cases} \therefore \begin{cases} A = \frac{1}{2} \\ B = \frac{1}{\pi} \end{cases}$$

$$\therefore \text{原式 } F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan x$$

$$\text{②密度 } f(x) = F'(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

$$\text{③ } P\{0 < 2X < 2\} \text{ 设 } Y = 2X, \text{ 则 } X = \frac{Y}{2}, \text{ 根据 } f_Y(y) = f_X(h(y)) |h'(y)|$$

$$\text{其中 } h(y) = \frac{y}{2} \therefore h'(y) = \frac{1}{2} \therefore f_Y(y) = f_X\left(\frac{y}{2}\right) \frac{1}{2} = \frac{1}{\pi(1+\frac{y^2}{4})} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\pi(4+y^2)}$$

$$\therefore 2X \text{ 的密度函数 } f_{2X}(x) = \frac{1}{\pi(4+x^2)}$$

$$\text{求 } P\{0 < 2X < 2\} \text{ 即求 } \int_0^2 f(x) dx \text{ 即 } \int_0^2 \frac{1}{\pi(4+x^2)} dx = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2} \right]_0^2 = \frac{1}{2\pi} \left( \arctan \frac{2}{2} - 0 \right) = \frac{1}{8}$$

No.

Date 周六 2023/8/4/13.

$$3: f(x,y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x>0, y>0 \\ 0, & \text{Other} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} f_X(x) = \int_0^{\infty} e^{-(x+y)} dy = -e^{-(x+y)} \Big|_0^{\infty} = e^{-x}$$

$$f_Y(y) = \int_0^{\infty} e^{-(x+y)} dx = -e^{-(x+y)} \Big|_0^{\infty} = e^{-y}$$

$$\therefore f_X(x) = \begin{cases} e^{-x} & x>0 \\ 0 & \text{Other} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y>0 \\ 0 & \text{Other} \end{cases}$$

② 判断  $X$  和  $Y$  是否独立, 即  $f(x,y) = f_X(x)f_Y(y)$ ?

$$\therefore e^{-(x+y)} = e^{-x} \cdot e^{-y} \therefore X \text{ 和 } Y \text{ 相互独立.}$$

③ 求  $P\{X>1, Y>1\}$   $\therefore D = \{(x,y) | 1 < x < \infty, 1 < y < \infty\}$

$$\therefore \iint_D f(x,y) dx dy = \int_1^{\infty} \int_1^{\infty} e^{-(x+y)} dx dy$$

$$= e^{-1} \cdot e^{-1} = e^{-2}$$

