例 一运动质点在某瞬时矢径 $\vec{r}(x,y)$ ，其速度大小为

(A) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　(B) $\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$

(C) $\dfrac{\mathrm{d}|\vec{r}|}{\mathrm{d}t}$　　★ (D) $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

运动学习题课选讲例题
物理学教程
(第三版)

例 一质点在平面上运动，已知质点位置矢量的表达式为 $\vec{r}=at^2\vec{i}+bt^2\vec{j}$ （其中a、b为常量）则该质点作

(A) 匀速直线运动

★ (B) 匀变速直线运动

(C) 抛物线运动

(D) 一般曲线运动

[B]

第一章 质点运动学

例 某质点的运动方程为 $x=2t-7t^3+3$（SI），则该质点作

(A) 匀加速直线运动，加速度沿 x 轴正方向

(B) 匀加速直线运动，加速度沿 x 轴负方向

(C) 变加速直线运动，加速度沿 x 轴正方向

(D) 变加速直线运动，加速度沿 x 轴负方向

[D]

运动学习题课选讲例题
物理学教程（第三版）

例：对于沿仰角θ以初速度 v_0 斜向上抛出的物体，以下说法中正确的是：

（A）物体从抛出至到达地面的过程，其切向加速度保持不变

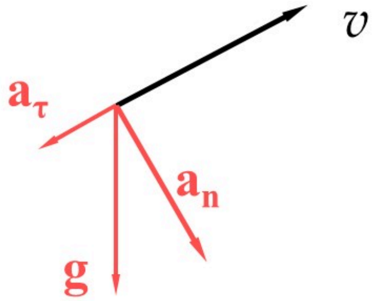
（B）物体从抛出至到达地面的过程，其法向加速度保持不变

（C）物体从抛出至到达最高点之前，其切向加速度越来越小

（D）物体通过最高点之后，其切向加速度越来越小

[C]

分析：加速度 g 沿切向与法向的分量随速度的方向变化而变化. 斜抛物体在最高点时，切向加速度最小.



第一章 质点运动学

例 对于作曲线运动的物体，以下几种说法中哪一种是正确的：

（A）切向加速度必不为零；

（B）法向加速度必不为零（拐点处除外）；

（C）由于速度沿切线方向，法向分速度必为零，因此法向加速度必为零；

（D）若物体作匀速率运动，其总加速度必为零；

（E）若物体的加速度 $\vec{a}$ 为恒矢量，它一定作匀变速率运动．

运动学习题课选讲例题
物理学教程（第三版）

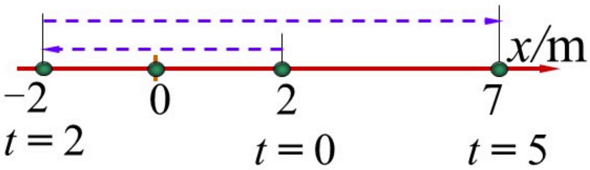
例 一物体作直线运动，其运动方程为 $x = t^2 - 4t + 2(\mathrm{m})$ ，求 0 ~ 5 秒内物体走过的路程、位移和在第5秒的速度．

解：$x = t^2 - 4t + 2(\mathrm{m})$
$$\begin{cases} t = 0,\ x_1 = 2\mathrm{m}, \\ t = 5\mathrm{s},\ x_2 = 7\mathrm{m} \end{cases}$$

位移 $\Delta x = x_2 - x_1 = 5\ \mathrm{m}$

$v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = (2t - 4)\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$　　$t = 5$ 时，$v = 6\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

$t = 2\mathrm{s}$ 时, $v = 0$，$\boldsymbol{x} = -2\mathrm{m}$；$t < 2\mathrm{s}$ 时, $v < 0$.



路程 $s = (4+9)\mathrm{m} = 13\ \mathrm{m}$

例 一快艇正以速度 v_0 行驶，发动机关闭后得到与速度方向相反大小与速率平方成正比的加速度. 试求汽车在关闭发动机后又行驶 x 距离时的速度.

解：
$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2$$

求 $v=v(x)$ 的关系，可作如下变换

$$a=-kv^2=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

$$-k\mathrm{d}x=\frac{1}{v}\mathrm{d}v\Rightarrow\int_0^x-k\mathrm{d}x=\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}$$

$$v=v_0e^{-kx}$$

例 求加速度为恒矢量时质点的运动方程.

已知一质点作平面运动,其加速度 $\vec{a}$ 为恒矢量,有

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}$$

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\qquad\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}}\mathrm{d}\vec{v}=\int_0^t\vec{a}\,\mathrm{d}t$$

积分可得 $\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t$

写成分量式 $v_x=v_{0x}+a_xt\qquad v_y=v_{0y}+a_yt$

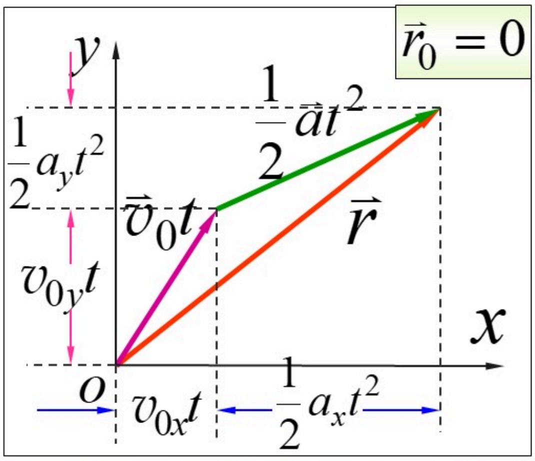
$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j} \qquad \vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t$$

$$\mathrm{d}\vec{r}=\vec{v}\mathrm{d}t \qquad \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}}\mathrm{d}\vec{r}=\int_0^t(\vec{v}_0+\vec{a}t)\mathrm{d}t$$

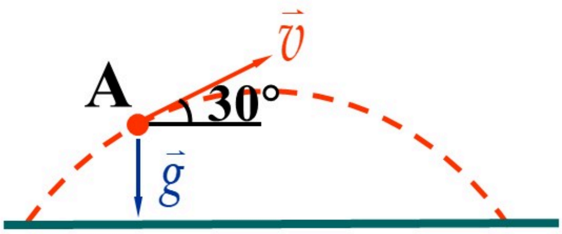
积分可得 $\vec{r}-\vec{r}_0=\vec{v}_0t+\dfrac{1}{2}\vec{a}t^2$

写成分量式为

$$\begin{cases} x-x_0=v_{0x}t+\dfrac{1}{2}a_xt^2 \\ y-y_0=v_{0y}t+\dfrac{1}{2}a_yt^2 \end{cases}$$



例 物体作斜抛运动如图，在轨道A点处速度的大小为v，其方向与水平方向夹角成 30°. **求**（1）物体在A点的切向加速度 a_t；（2）轨道的曲率半径 ρ .



解：(1) $a_t=-g\cos60^\circ=-\dfrac{g}{2}$

(2) $a_n=g\cos30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}g$

$$\because a_n=\frac{v^2}{\rho} \qquad \therefore \rho=\frac{v^2}{a_n}=\frac{2\sqrt{3}v^2}{3g}$$

[思考] 轨道最高点处的曲率半径？

例 一质点沿x轴运动，其加速度为 $a=4t$ (SI制)，当 $t=0$ 时， 物体静止于 $x=10\text{m}$ 处．试求质点的速度，位置与时间的关系式.

解: $$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=4t \Rightarrow \mathrm{d}v=4t\mathrm{d}t$$

$$\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t 4t\mathrm{d}t \Rightarrow v=2t^2$$

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2t^2 \Rightarrow \mathrm{d}x=2t^2\mathrm{d}t$$

$$\int_{10}^x \mathrm{d}x=\int_0^t 2t^2\mathrm{d}t \Rightarrow x=\frac{2}{3}t^3+10$$

运动学习题课选讲例题
物理学教程（第三版）

例 有一质点沿 x 轴作直线运动，t 时刻的坐标为 $x=5t^2-3t^3$ (SI). 试求（1）在第2秒内的平均速度；（2）第2秒末的瞬时速度；（3）第2秒末的加速度.

解: (1) $\overline{v}=\Delta x/\Delta t=-6\text{m/s}$

(2) $v=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=10t-9t^2$, $v\big|_{t=2}=-16\ \text{m/s}$

(3) $a=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=10-18t$, $a\big|_{t=2}=-26\ \text{m/s}^2$

第一章 质点运动学

例 质点沿 x 轴运动，其加速度 a 与位置坐标的关系为 $a=3+6x^2$(SI)，如果质点在原点处的速度为零，试求其在任意位置处的速度。

解： 设质点在 x 处的速度为 v

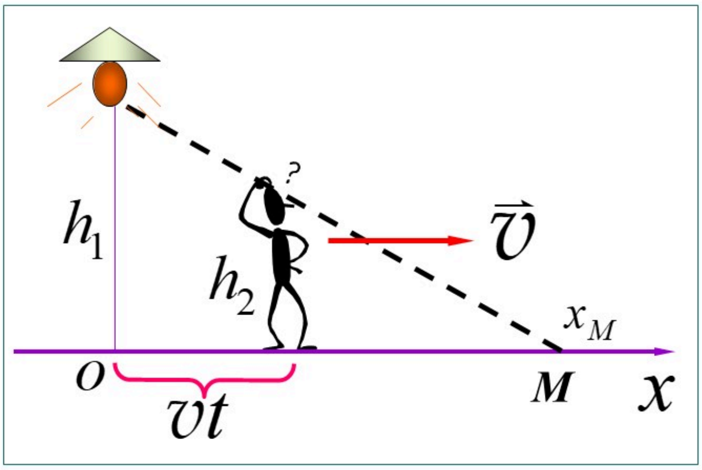
$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=3+6x^2$$

$$\int_0^v v\mathrm{d}v=\int_0^x(3+6x^2)\mathrm{d}x$$

$$v=(6x+4x^3)^{1/2}$$

运动学习题课选讲例题
物理学教程（第三版）

例：一人在灯下以 $\vec{v}$ 匀速度行走，已知条件如图所示，求头顶影子 M 点的移动速度。



已知：h_1 h_2 $\vec{v}$

解：取坐标如图

解题思路 $x(t)\rightarrow v$

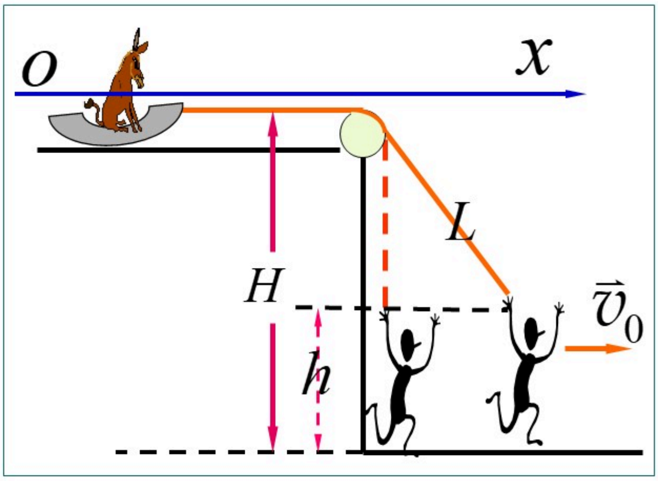
$$\frac{h_1}{h_2}=\frac{x_M}{x_M-vt}$$

$$x_M=\frac{h_1vt}{h_1-h_2}$$

$$v_M=\frac{\mathrm{d}x_M}{\mathrm{d}t}=\frac{h_1v}{h_1-h_2}$$

第一章 质点运动学

例：一人用绳通过滑轮拉动平台上的雪撬向前移动，已知人的奔跑速度 $\vec{v}_0$，平台高度 H，人高 h，$t=0$ 时，拉绳垂直。求：雪撬的速度和加速度.



解法一

$$L=\sqrt{(H-h)^2+(v_0t)^2}$$

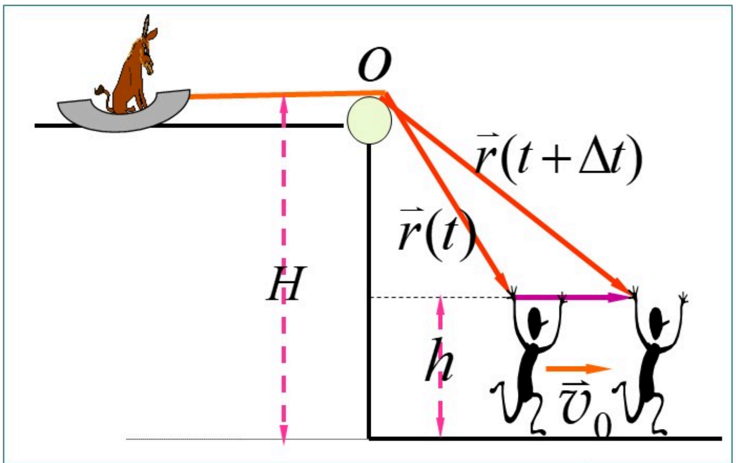
$$x=L-(H-h)$$

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0^2t}{\sqrt{(H-h)^2+(v_0t)^2}}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{(H-h)^2v_0^2}{\left[(H-h)^2+(v_0t)^2\right]^{3/2}}$$

问：雪撬做什么运动？

运动学习题课选讲例题
物理学教程
（第三版）



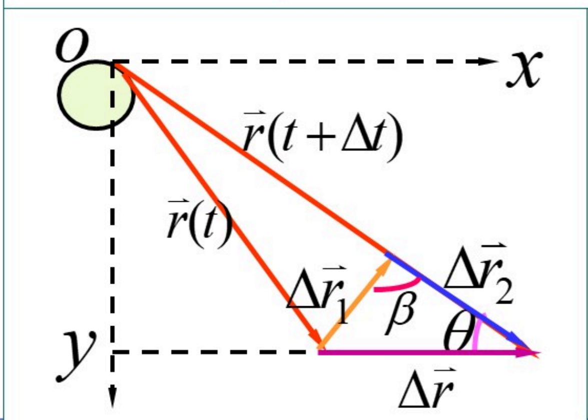
解法二：取坐标如图

$$\Delta\vec{r}=\Delta\vec{r}_1+\Delta\vec{r}_2$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=v_0$$

$$\because \Delta t\to 0 \quad \beta\to\frac{\pi}{2}$$

$$|\Delta\vec{r}_2|=|\Delta\vec{r}|\cos\theta$$



雪撬速度

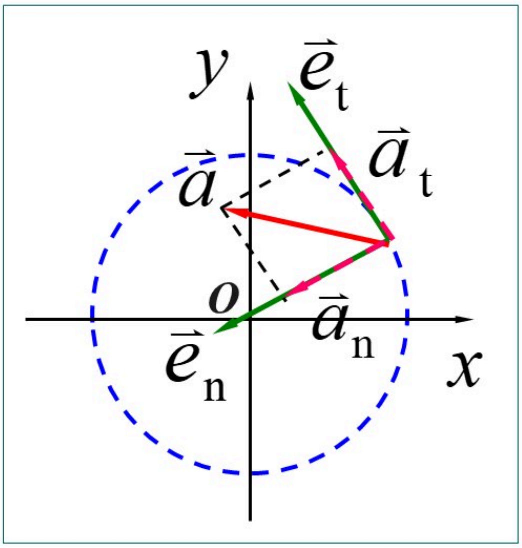
$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{r}_2|}{\Delta t}=v_0\cos\theta$$

$$v=\frac{v_0^2t}{\sqrt{(H-h)^2+(v_0t)^2}}$$

例：如图质点在半径 $r = 0.10\,\mathrm{m}$ 的圆周运动，其角位置为 $\theta = 2 + 4t^3$，**求** $t = 2.0\,\mathrm{s}$ 时的 a_n，a_t.

解：

$$\theta = 2 + 4t^3$$



$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 12t^2$$

$$t = 2.0\,\mathrm{s}\,,\omega = 48\,\mathrm{rad/s}$$

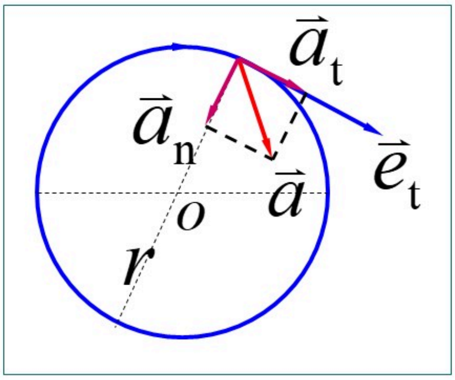
$$a_\mathrm{n} = \omega^2 r = 2.3\times10^2\,\mathrm{m/s^2}$$

$$a_\mathrm{t} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 24rt = 4.8\,\mathrm{m/s^2}$$

运动学习题课选讲例题
物理学教程（第三版）

例：一质点从静止出发沿半径 $r = 3\,\mathrm{m}$ 的圆周运动，切向加速度 $a_\mathrm{t} = 3\,\mathrm{m/s^2}$ **求**：**1）**$t = ?$ 时，$a_\mathrm{t} = a_\mathrm{n}$；**2）**在上述时间内，质点所经过的路程.

解：$a_\mathrm{t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 3\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$



$$\int_0^v \mathrm{d}v = \int_0^t (3\,\mathrm{m\cdot s^{-2}})\mathrm{d}t$$

$$v = (3\,\mathrm{m\cdot s^{-2}})t$$

$$a_\mathrm{n} = v^2/r = (3\,\mathrm{m\cdot s^{-4}})t^2 \qquad a_\mathrm{n} = a_\mathrm{t}$$

$$3\,\mathrm{m\cdot s^{-4}}t^2 = 3\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} \qquad \therefore t = 1\,\mathrm{s}$$

$$a_t = 3\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2} \qquad v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = (3\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t$$

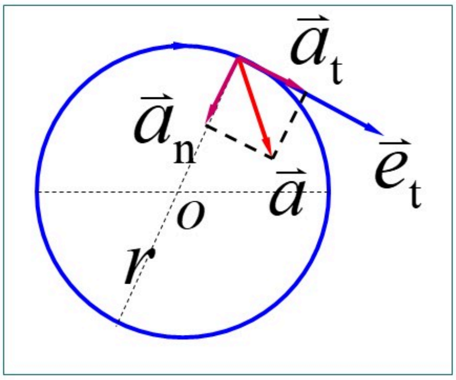
2）在上述时间内，质点所经过的路程.

$$\int_0^s \mathrm{d}s = \int_0^t v\mathrm{d}t = \int_0^t (3\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t\mathrm{d}t$$

$$s = (1.5\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t^2$$

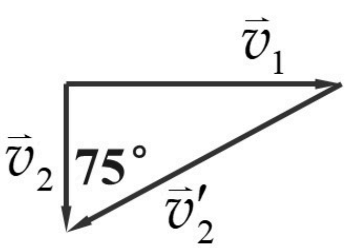
$$\therefore t = 1\mathrm{s},\quad s = 1.5\mathrm{m}$$

$$s = \frac{1}{2}a_t t^2 = 1.5\mathrm{m}$$



例 无风的下雨天，一火车以20m/s的速度前进，车内旅客看见玻璃窗上的雨滴和铅垂线成75°角下降，求雨滴下落的速度（设下降的雨滴作匀速运动）。

解 以地面为参照系，火车相对地面运动的速度为 $\vec{v}_1$，雨滴相对于地面的运动速度为 $\vec{v}_2$，旅客看到雨滴下落的速度为雨滴相对于火车的运动速度 $\vec{v}_2'$.



$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2'$$

$$\tan 75^\circ = v_1 / v_2$$

$$v_2 = \frac{v_1}{\tan 75^\circ} = \frac{20}{\tan 75^\circ} = 5.36\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$