

山东财经大学 2017—2018 学年第 1 学期期末试题

高等数学 I (16200101) 试卷 B

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

一、单项选择题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1. 设 $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的().

- (A) 可去间断点 (B) 跳跃间断点
(C) 第二类间断点 (D) 连续点

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的().

- (A) 左, 右导数都存在 (B) 左导数存在, 右导数不存在
(C) 左导数不存在, 右导数存在 (D) 左, 右导数都不存

3. 设 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0, f'''(x_0) > 0$, 则().

- (A) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值 (B) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值
(C) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值 (D) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $f(x)$ 的拐点

4. 下列等式中, 正确的结果是().

(A) $\int f'(x)dx = f(x)$

(B) $\int df(x)dx = f(x)$

(C) $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x)$

(D) $d \int f(x)dx = f(x)$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = (\quad)$.

(A) 1

(B) 0

(C) ∞

(D) 不存在

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \leq 1 \\ 2x+1, & x > 1 \end{cases}$ 且 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 存在，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{i}{n})^n = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. $\int \tan^2 x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 曲线 $\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}$ 在 $t = 0$ 处的切线方程及法线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设 $y = e^{2x}$ ，则 $y^{(n)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题（本题共 7 小题，每小题 5 分，满分 35 分）

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1+x}{1-x})^{\cot x}$.

2. 设 $f(x) = \frac{e^x - b}{(x-a)(x-1)}$ 有无穷间断点 $x = 0$ 及可去间断点 $x = 1$ ，求 a, b

3. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$.

4. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\frac{1}{n^2 + \pi} + \frac{1}{n^2 + 2\pi} + \dots + \frac{1}{n^2 + n\pi})$.

5. 试从 $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{y'}$ 导出 $\frac{d^3x}{dy^3} = \frac{3(y'')^2 - y'y'''}{(y')^5}$.

6. 设 $\lambda > 0$ 求 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^{\lambda x}}$, 当 n 分别为正整数和非正整数时.

7. 求 $\int \sec x \, dx$.

四、应用题（本题满分 7 分）

一个房地产公司有 50 套公寓要出租，当月租金定位 1000 元时，公寓会全部出租出去。当月租金每增加 50 元时，就会多一套公寓租不出去。而租出去的公寓每月需花费 100 元的维修费。问房租定为多少时可获得最大收入？

五、证明题（本题共 2 小题，每小题 9 分，满分 18 分）

1. 证明：数列 $\sqrt{2}, \sqrt{2+\sqrt{2}}, \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}, \dots$ 的极限存在，且极限为 2.

2. 设 $f(x)$ 在 $[0, a]$ 上连续，在 $(0, a)$ 内可导，且 $f(a) = 0$ ，证明：在开区间 $(0, a)$ 内至少存在一点 ξ ，使得

$$f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0.$$