

# 山东财经大学 2017-2018 学年第二学期期末试题

课程代码： 16300381 试卷 (B)

课程名称： 高等数学 II

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

注意事项：所有的答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

## 一、选择题（每空 2 分，共 20 分）

1. 关于闭区间  $[a, b]$  上的定积分定义  $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$ ，下列表述错误的是（ ）

- (A) 定积分的值与  $\xi_i$  的选取方式无关
- (B) 定积分的值与  $\Delta x$  的划分方式无关
- (C)  $\lambda$  不可以用所有  $\Delta x_i$  区间长度中最小值来表示
- (D)  $\lambda$  可以用所有  $\Delta x_i$  区间长度的中位数来表示

2.  $x(y''')^2 + 2y'^2 + x^3y = x^4 + 1$  是（ ）阶微分方程

- (A) 二 (B) 三 (C) 四 (D) 六

3. 下列方程为常微分方程的是（ ）

- (A)  $y = x^2 + C$  ( $C$  是常数) (B)  $y' = xy^2$
- (C)  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  (D)  $x^2 - 2x + 1 = 0$

4. 考虑二元函数  $f(x, y)$  的下面四条性质：

- (1)  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  连续；
  - (2)  $f_x(x, y), f_y(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  连续
  - (3)  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  可微分
  - (4)  $f_x(x, y), f_y(x, y)$  存在，则以下正确的是（ ）
- (A) (2)  $\Rightarrow$  (3)  $\Rightarrow$  (1)
  - (B) (3)  $\Rightarrow$  (2)  $\Rightarrow$  (1)
  - (C) (3)  $\Rightarrow$  (4)  $\Rightarrow$  (1)
  - (D) (3)  $\Rightarrow$  (1)  $\Rightarrow$  (4)

5. 设  $z = x^2 + 3y^2$ ，该二元函数的图形为 ( )
- (A) 椭圆抛物面 (B) 椭圆柱面  
(C) 双曲抛物面 (D) 锥面
6. 若函数  $z = f(x, y)$  对变量  $x, y$  的偏导数在点  $P(x, y)$  处连续，那么若证明该函数在点  $P$  处可微分，则需对全增量  $\Delta z$  做如下变化 ( )
- (A)  $\Delta z = [f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x - \Delta x, y - \Delta y)] + [f(x - \Delta x, y - \Delta y) - f(x, y)]$   
(B)  $\Delta z = [f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x - \Delta x, y + \Delta y)] + [f(x - \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)]$   
(C)  $\Delta z = [f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y + \Delta y)] + [f(x, y + \Delta y) - f(x, y)]$   
(D)  $\Delta z = [f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(\frac{x + \Delta x}{2}, \frac{y + \Delta y}{2})] + [f(\frac{x + \Delta x}{2}, \frac{y + \Delta y}{2}) - f(x, y)]$
7. 关于函数  $z = f(x, y)$  在条件  $\phi(x, y)$  下的极值问题，下列表述正确的是 ( )
- (A) 构造拉格朗日函数后，一定可以找到满足条件的极值点  
(B) 即是求空间中对对应曲面与柱面交线中坐标  $z$  的极值问题  
(C) 构造的拉格朗日函数过程中，引入变量  $\lambda$  的目的是排除重复点  
(D) 构造的拉格朗日函数一定存在不同的解
8. 设  $f(x, y)$  连续，则  $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy =$  ( )
- (A)  $\int_0^{\ln x} dy \int_1^e f(x, y) dx$  (B)  $\int_1^e dy \int_0^{\ln x} f(x, y) dx$   
(C)  $\int_0^1 dy \int_{e^y}^e f(x, y) dx$  (D)  $\int_{e^y}^e dy \int_0^1 f(x, y) dx$
9. 设  $f(x)$  是连续函数，且  $F(x) = \int_x^{e^{-x}} f(t) dt$ ，则  $F'(x) =$  ( )
- (A)  $-e^{-x} f(e^{-x}) - f(x)$   
(B)  $-e^{-x} f(e^{-x}) + f(x)$   
(C)  $e^{-x} f(e^{-x}) - f(x)$   
(D)  $e^{-x} f(e^{-x}) + f(x)$
10. 设  $L$  为椭圆曲线  $x^2 + 4y^2 = 1$  的顺时针方向， $L_1$  为曲线中  $y \leq 0$  的部分， $L_2$  为曲线中  $x \geq 0, y \geq 0$  的部分，且  $L_1, L_2, L$  的方向一致，则 ( )
- (A)  $\int_{L_1} x dx = -2 \int_{L_2} x dx$   
(B)  $\int_{L_1} y dx = -2 \int_{L_2} y dx$   
(C)  $\int_{L_1} x dy = -2 \int_{L_2} x dy$   
(D)  $\int_{L_1} y dy = -2 \int_{L_2} y dy$

## 二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 在区域  $D$  内，若多元函数  $z = f(x, y)$  的两个二阶混合偏导数  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  满足\_\_\_\_\_条件，那么该区域内这两个二阶混合偏导一定相等.
2. 在三维坐标系中，曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = z \\ x + y + z + 5 = 0 \end{cases}$  在  $xOy$  平面上的投影曲线坐标方程为\_\_\_\_\_.
3. 函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界是  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可积的\_\_\_\_\_条件.
4. 设函数  $F(x, y) = \ln(x + y^2)$ ，则  $\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} =$ \_\_\_\_\_.
5. 设曲线积分  $\oint_L ydx - xdy = a$ ， $L$  为平面上逆时针闭曲线， $a$  为常数，则闭曲线所围区域的面积为\_\_\_\_\_.

## 三、判断题（每题 2 分，共 10 分）

1. 若微分方程中含有任意常数，则这个解称为通解（ ）
2. 若  $f(x) + g(x)$  在  $[a, b]$  上可积，则  $f(x)$  与  $g(x)$  也均在上可积（ ）
3. 定积分是一个数，它与被积函数、积分下限、积分上限相关，而与积分变量的记法无关（ ）
4. 二重积分中的积分区域如果不是  $X$  和  $Y$  型区域，则无法计算该二重积分的值（ ）
5. 三重积分与曲面积分之间的关系可以用高斯公式来揭示（ ）

## 四、计算题（每题 7 分，共 28 分）

1. 计算  $\int_1^e \sin(\ln x) dx$ .
2. 求二元函数  $f(x, y) = x^3 - y^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$  的极值.
3. 计算  $\iint_D xy dx dy$ ，其中  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 2\}$ .

4. 已知  $C$  是在不经过直线  $y=0$  的区域  $D$  上的一条路径，且积分

$$I = \int_C \frac{x(x^2 + y^2)^n}{y} dx - \int_C \frac{x^2(x^2 + y^2)^n}{y^2} dy \text{ 与路径无关。}$$

(1) 确定  $n$  的值；

(2) 求当  $C$  为从  $(1,1)$  点到  $(0,2)$  点的路径时，上述积分的值。

### 五、证明题（每题 9 分，共 27 分）

1. 极限  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x-y}{x+y}$  是否存在？试证明之。

2. 设  $F(u,v)$  具有连续偏导数，证明由方程  $F(cx-az, cy-bz)$  所确定的函数

$$z = f(x, y) \text{ 满足： } a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} = c.$$

3. 设函数  $f(x), g(x)$  在  $[a, b]$  上连续，且  $g(x) > 0$ 。利用闭区间上连续函数性质，证明存在一点  $\xi \in [a, b]$ ，使  $\int_a^b f(x)g(x)dx = f(\xi) \int_a^b g(x)dx$ 。