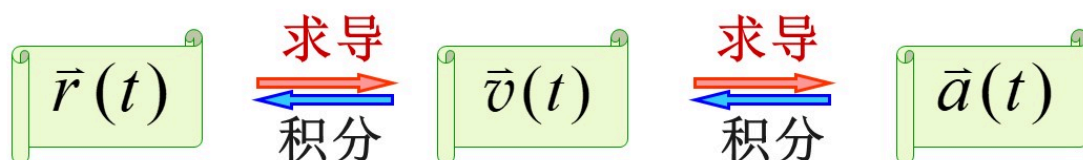




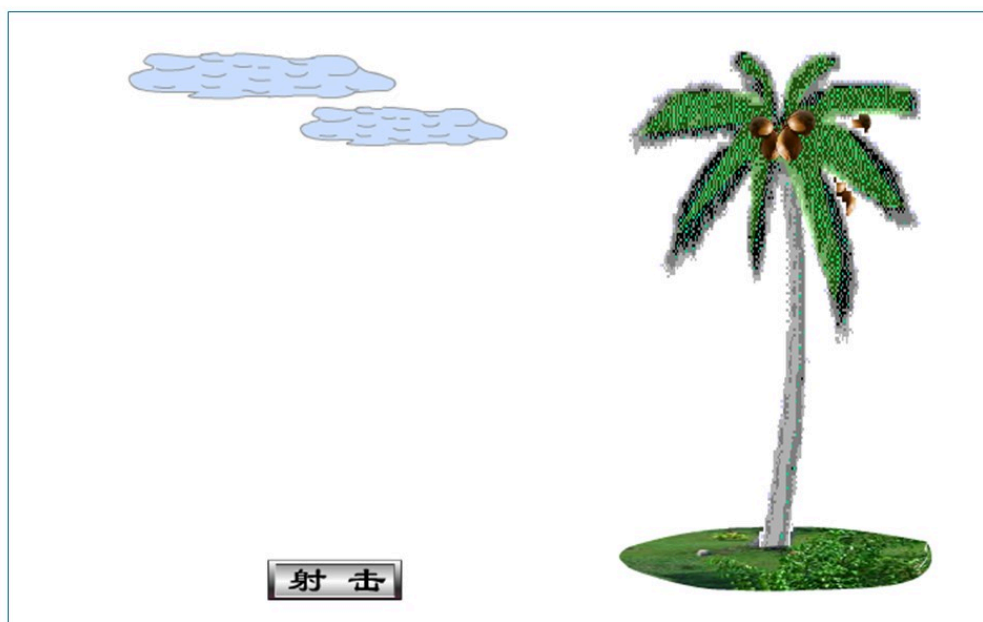
### 质点运动学两类基本问题

一 由质点的运动方程可以求得质点在任一时刻的位矢、速度和加速度；

二 已知质点的加速度以及初始速度和初始位置，可求质点速度及其运动方程。



### 例1 斜抛运动



当子弹从枪口射出时，椰子刚好从树上由静止自由下落。试说明为什么子弹总可以射中椰子？



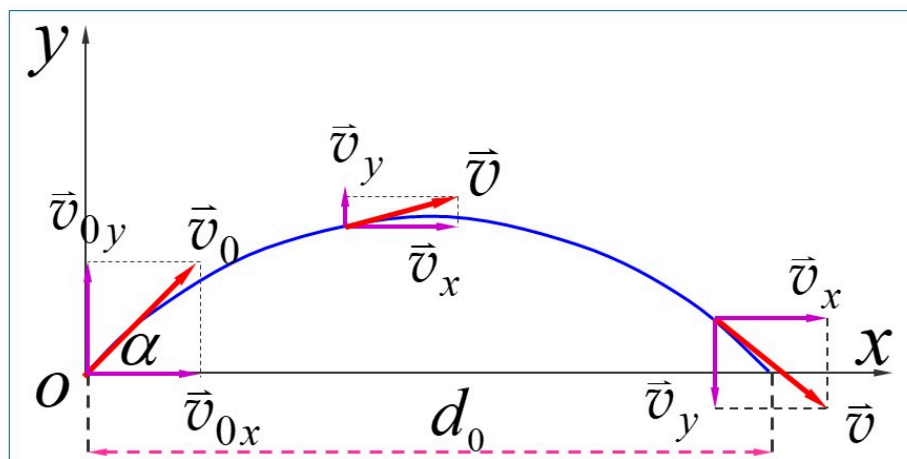




## 1 - 2 求解运动学问题举例

物理学教程  
(第三版)

**例1** 设在地球表面附近有一个可视为质点的抛体，以初速  $v_0$  在  $Oxy$  平面内沿与  $Ox$  正向成  $\alpha$  角抛出，并略去空气对抛体的作用。(1) 求抛体的运动方程和其运动的轨迹方程；(2) 抛体的最大射程。



第一章 质点运动学



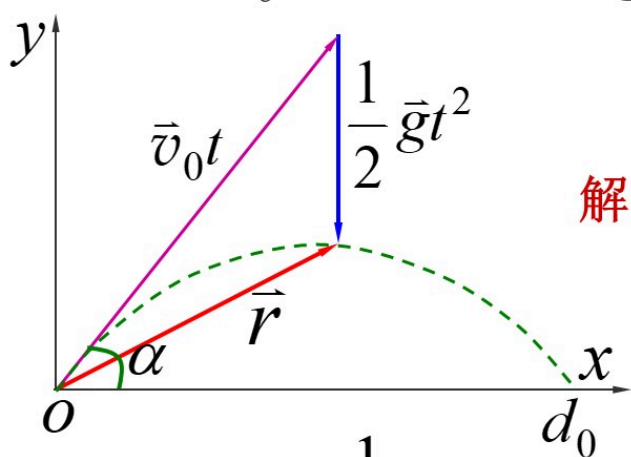
## 1 - 2 求解运动学问题举例

物理学教程  
(第三版)

**已知：**  $\vec{v}_0, \vec{r}_0=0, \vec{a}=\vec{g}$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$



**解：(1)**  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} = -g\vec{j}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

$$\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

消去方程中的参数  $t$  得轨迹

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

第一章 质点运动学







## 1 - 2 求解运动学问题举例

物理学教程  
(第三版)

解: (1)  $v_x = v_0 \cos \alpha$        $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$

轨迹方程  $y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$

(2) 射程  $d_0 = v_{0x} \Delta t$

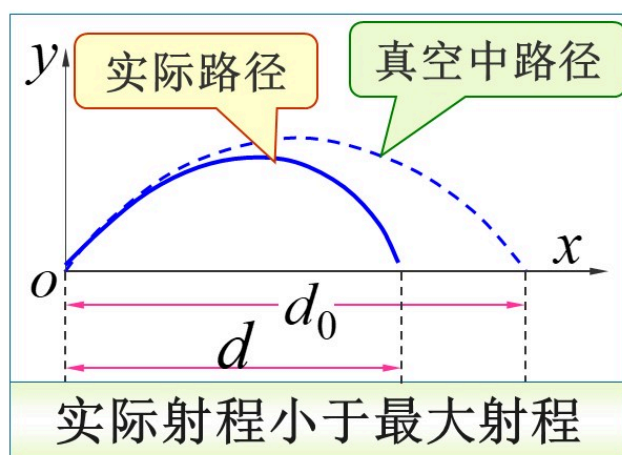
$\Delta t = 2v_0 \sin \alpha / g$

$d_0 = \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha$

$\frac{dd_0}{d\alpha} = \frac{2v_0^2}{g} \cos 2\alpha = 0$

$\alpha = \pi/4$

最大射程  $d_{0m} = v_0^2 / g$



第一章 质点运动学



## 1 - 2 求解运动学问题举例

物理学教程  
(第三版)

**例 2** 设质点的运动方程为  $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$ , 其中  $x(t) = 1.0t + 2.0$ ,  $y(t) = 0.25t^2 + 2.0$ . 式中各量的单位均为SI单位. **求** (1)  $t = 3\text{s}$  时的速度.

(2) 作出质点的运动轨迹图.

**解** (1) 由题意可得速度分量分别为

$v_x = \frac{dx}{dt} = 1.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $v_y = \frac{dy}{dt} = 0.5t \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$t = 3\text{s}$  时速度为  $\vec{v} = 1.0\vec{i} + 1.5\vec{j}$

速度  $\vec{v}$  与  $x$  轴之间的夹角  $\theta = \arctan \frac{1.5}{1} = 56.3^\circ$

第一章 质点运动学









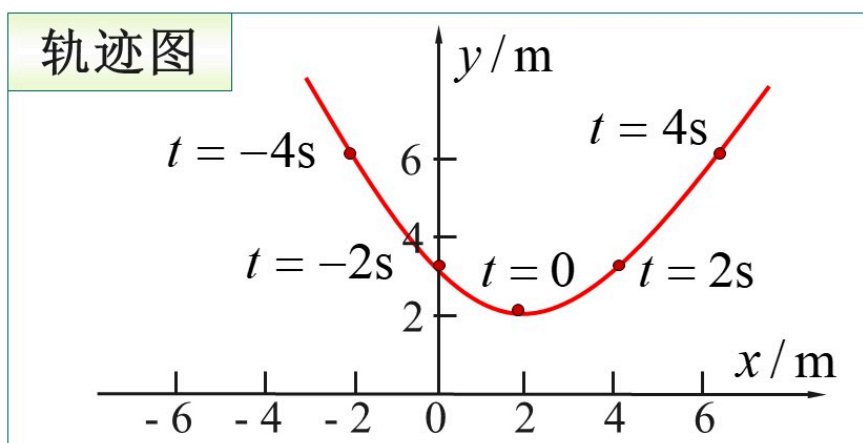
## 1 - 2 求解运动学问题举例

物理学教程  
(第三版)

(2) 运动方程 
$$\begin{cases} x(t) = 1.0t + 2.0 \\ y(t) = 0.25t^2 + 2.0 \end{cases}$$

由运动方程消去参数  $t$  可得轨迹方程为

$$y = 0.25x^2 - x + 3 \text{ m}$$



### 第一章 质点运动学



## 1 - 2 求解运动学问题举例

物理学教程  
(第三版)

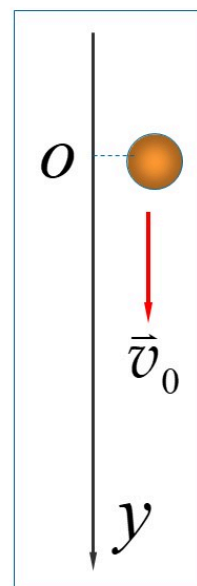
**例3** 有一个球体在某液体中竖直下落，其初速度为  $\vec{v}_0 = 10\vec{j}$ ，它的加速度为  $\vec{a} = -1.0v\vec{j}$ . **问：**(1) 经过多少时间后可以认为小球已停止运动，(2) 此球体在停止运动前经历的路程有多长？

**解：** 由加速度定义 
$$a = \frac{dv}{dt} = -1.0v$$

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -1.0 \int_0^t dt, \quad v = v_0 e^{-1.0t}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = v_0 e^{-1.0t} \quad \int_0^y dy = v_0 \int_0^t e^{-1.0t} dt$$

$$y = 10(1 - e^{-1.0t}) \text{ m}$$



### 第一章 质点运动学







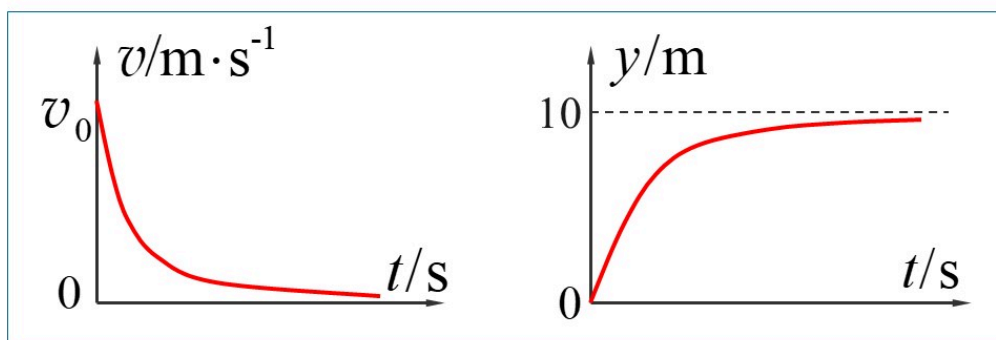


## 1 - 2 求解运动学问题举例

物理学教程  
(第三版)

$$v = v_0 e^{-1.0t}$$

$$y = 10(1 - e^{-1.0t}) \text{ m}$$



$v$	$v_0/10$	$v_0/100$	$v_0/1000$	$v_0/10000$
$t/\text{s}$	2.3	4.6	6.9	9.2
$y/\text{m}$	8.9974	9.8995	9.9899	9.9990

$$t = 9.2\text{s}, \quad v \approx 0, \quad y \approx 10\text{m}$$

第一章 质点运动学



## 1 - 2 求解运动学问题举例

物理学教程  
(第三版)

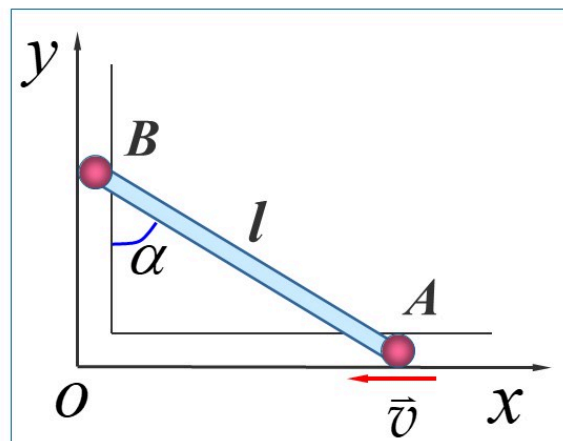
**例4** 如图所示,  $A$ 、 $B$  两物体由一长为  $l$  的刚性细杆相连,  $A$ 、 $B$  两物体可在光滑轨道上滑行. 如物体  $A$  以恒定的速率  $v$  向左滑行, 当  $\alpha = 60^\circ$  时, 物体  $B$  的速率为多少?

**解** 建立坐标系如图  
物体  $A$  的速度

$$\vec{v}_A = v_x \vec{i} = \frac{dx}{dt} \vec{i} = -v \vec{i}$$

物体  $B$  的速度

$$\vec{v}_B = v_y \vec{j} = \frac{dy}{dt} \vec{j}$$



$OAB$  为一直角三角形, 刚性细杆的长度  $l$  为一常量

第一章 质点运动学







## 1 - 2 求解运动学问题举例

物理学教程  
(第三版)

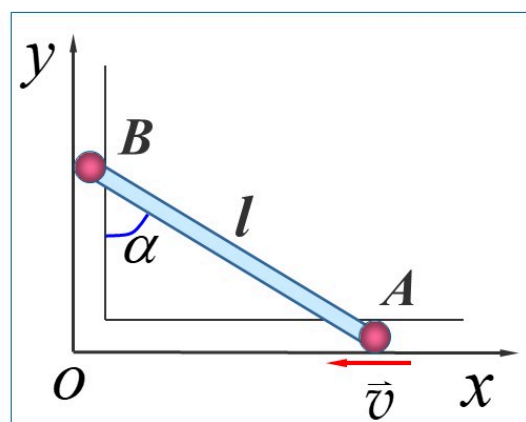
$$x^2 + y^2 = l^2$$

两边求导得

$$2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0$$

即 
$$\frac{dy}{dt} = -\frac{x}{y} \frac{dx}{dt}$$

$$\therefore \frac{dx}{dt} = -v, \quad \tan \alpha = \frac{x}{y}$$



$$\vec{v}_B = -\frac{x}{y} \frac{dx}{dt} \vec{j}$$

$$\therefore \vec{v}_B = v \tan \alpha \vec{j}$$

$\vec{v}_B$  沿  $y$  轴正向, 当  $\alpha = 60^\circ$  时  $v_B = 1.73v$



