

2023 美赛 A 题参考思路！

A 题是一个以干旱的植物群落为背景的一道赛题，整体来看是一道相关性分析预测类模型，问题的整体难度是不大的，需要我们分析干旱适应性与物种数量的关系。主要是考察我们的数据收集能力，但是我们的数学建模是进行定量分析，因此 A 题很大的侧重点考察我们的数据收集能力，我们需要基于数据进行分析预测，所以对于问题一难点就是在于找到合适的数据库。对于 A 题我们收集的数据库主要分为两个方面，一个是我们的天气数据即干旱相关的，另一方面就是植物群落的物种数量数据库。问题收集的大方向，我认为可以是问题一中提及的天气，以及题干中提到的物种数量，气候为主方向进行收集即可。同时，根据我们后续的问题分析，我们还需要对收集干旱天气的发生频率，以及和污染、栖息地这样的数据库进行建模求解。

其中，对于污染、栖息地这种很偏门的数据库，我们可以选择数据替代，例如，污染的数据我们很难直接获取，我们可以选择将该地区有害气体的浓度当作污染数据或者是工业用水，排水我们容易获取的数据库进行替代即可。数据库收集的整体思路就是，先把握大方向，不能选好指标之后再去找数据库，选好指标之后再去找数据库很容易造成找不到数据库的尴尬境地。因此，我们一定要先找数据库，根据数据库确定选择的指标。

背景介绍

不同种类的植物以不同的方式对压力作出反应。例如，草原对干旱相当敏感。干旱发生的频率和严重程度各不相同。大量的观察表明，不同物种的数量在植物群落如何适应周期性的干旱中起着一定的作用。植物群落在连续几代人暴露在干旱周期中时如何适应的问题。在一些只有一种植物的群落，随后的几代人就不能很好地适应对干旱条件的适应性不如四个或更多物种的群落中的单个植物。这些观察提出了许多问题。例如，什么是最小的物种数量？植物群落从这种本地化的生物多样性中受益所需的最低物种数量是多少？这种现象是如何随着物种数量的增加而扩大？这对植物群落的长期生存能力意味着什么？植物群落的长期可存活性？

要求

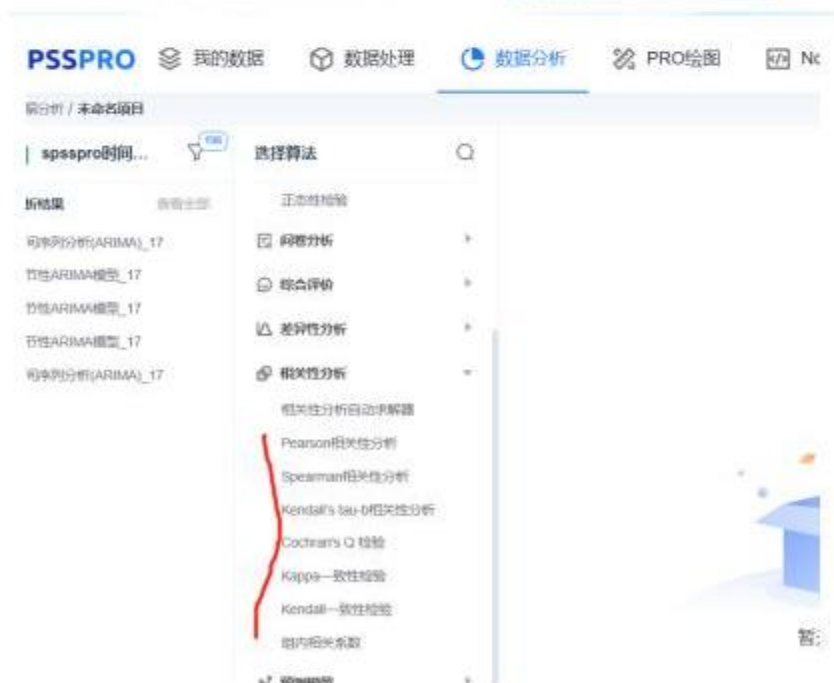
考虑到干旱适应性与一个植物群落中物种数量的关系，你的任务是探索并更好

地理解这一现象。具体来说。你应该

问题一，建立一个数学模型，预测植物群落在各种不规则的天气周期中如何随时间而变化。暴露在各种不规则的天气周期中。包括干旱的时候 该模型应考虑到干旱周期中不同物种之间的相互作用。在干旱周期中不同物种之间的相互作用。

对于问题一，要求我们建立一个模型，预测不同天气下，植物群落的变化。对于这一问题，最简单的我们可以建立多元分析模型，根据我们收集的数据确定自变量因变量，首先可以分析变量之间的关系。两变量之间可以使用 Pearson 相关系数、Sperman 相关系数等等；一对多的变量可以使用标准化回归算法；多对多可以使用偏最小二乘法分析等等。对于该分析的实现，我们可以直接使用相应的 matlab 代码包 实现，也可以使用 SPSSpro spssau 这种软件直接实现。

图 1 多元分析模型



根据我们分析的结果，我们就对应建立多元分析预测模型即可。利用多元分析模型去分析不规则的天气周期中，不同物种，即不同自变量之间的关系。整体来看，问题一难度不大。问题一模型的选择，也可以不局限于多元分析，如果感觉有更好的预测模型可以使用的，这里仅仅是使用建议。对于其他的预测模型，推荐大家选择多序列的预测模型，例如时间序列预测的话，我们也可选择多元时间序列预测，这种选择会方便我们问题二的模型求解。

对于多元回归分析的模型原理，陈述大家可以查阅参考文献等等，这里是直接在csdn上找到的一版。

多元线性回归的计算模型^[1]

[编辑]

一元线性回归是一个主要影响因素作为自变量来解释因变量的变化，在现实问题研究中，因变量的变化往往受几个重要因素的影响，此时就需要用两个或两个以上的影响因素作为自变量来解释因变量的变化，这就是多元回归亦称多重回归。当多个自变量与因变量之间是线性关系时，所进行的回归分析就是多元线性回归。

设 y 为因变量， x_1, x_2, \dots, x_k 为自变量，并且自变量与因变量之间为线性关系时，则多元线性回归模型为：

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k + e$$

其中， b_0 为常数项， b_1, b_2, \dots, b_k 为回归系数， b_1 为 x_1 固定时， x_2 每增加一个单位对 y 的效应，即解析失败 (PNG 转换失败: 请检查是否正确安装了 latex, dvips, gs 和 convert): x_1 对 y 的偏回归系数；同理 b_2 为 x_1, x_3, \dots, x_k 固定时， x_2 每增加一个单位对 y 的效应，即， x_2 对 y 的偏回归系数，等等。如果两个自变量 x_1, x_2 同一个因变量 y 呈线相关时，可用二元线性回归模型描述为：

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + e$$

建立多元性回归模型时，为了保证回归模型具有优良的解释能力和预测效果，应首先注意自变量的选择，其准则是：

- (1)自变量对因变量必须有显著的影响，并呈密切的线性相关；
- (2)自变量与因变量之间的线性相关必须是真实的，而不是形式上的；
- (3)自变量之间应具有一定的互斥性，即自变量之间的相关程度不应高于自变量与因变量之间的相关程度；
- (4)自变量应具有完整的统计数据，其预测值容易确定。

多元性回归模型的参数估计，同一元线性回归方程一样，也是要求在误差平方和($\sum e^2$)为最小的前提下，用最小二乘法求解参数。以二元线性回归模型为例，求解回归参数的标准方程组为

$$\begin{cases} \sum y = nb_0 + b_1 \sum x_1 + b_2 \sum x_2 \\ \sum x_1 y = b_0 \sum x_1 + b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_1 x_2 \\ \sum x_2 y = b_0 \sum x_2 + b_1 \sum x_1 x_2 + b_2 \sum x_2^2 \end{cases}$$

解此方程可求得 b_0, b_1, b_2 的数值。亦可用下列矩阵法求得

$$b = (x'x)^{-1} \cdot (x'y)$$

即

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum x_1 & \sum x_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum y \end{bmatrix}$$

问题二，探讨你可以从你的模型中得出什么结论，关于植物群落的长期探讨你能从你的模型中得出哪些关于植物群落和大环境的长期相互作用的结论。请考虑以下问题。

1. 该群落需要多少种不同的植物物种才能受益？随着物种数量的增加会发生什么？
2. 群落中的物种类型如何影响你的结果？
3. 在未来的天气周期中，更频繁和更广泛的干旱发生的影响是什么？如果干旱发生的频率降低，物种的数量是否会对整体环境产生同样的影响？物种对整个种群有相同的影响

吗？

4. 其他因素，如污染和栖息地减少，如何影响你的结论？

5. 你的模型表明应该做些什么来确保一个植物群落的长期生存能力？植物群落的长期生存能力，对大环境有什么影响？

对于问题二，主要要求我们分析问题一模型的结论，对问题一建立的模型进行类似于灵敏度分析、稳定性分析的讨论。第一小问需要我们判断自变量物种数量的增加会导致怎么样的结果，这里的思路是基于问题一建立的多元分析开始的，如果问题一大家采用了其他预测模型，这里可以简单的借鉴一下也是可行的。对于我们问题一建立的多元回归分析预测模型，我们直接使得物种数量增大，去分析最终的结果即可。

第二问，需要考虑物种类型，这一问题就与我们指标的选择有关，我们可以单独设置一个自变量为物种类型 数目去表示第二小问，我们也可以适当的修改不同物种类型进行分析。

第三问，开始提及天气问题，即随着干旱天气的减少，我们会怎么发生变化，对于问题一建立的预测模型而言，同问题二第一小问，改动天气 发生频率进行分析。这一点也启示我们 在收集数据或者设置指标时，需要将天气发生频率当作指标之一。

第四问，即考虑其他因素，这里的问题设置也是对于我们指标选择的一种 暗示，这就需要我们的指标中包含污染以及栖息地的数量这种数据，对于这种的数据直接寻找应该是不好找的，我们可以选择替代数据。这一点就是在数据收集 中给大家提到的。

第五问，需要我们考虑植物群落的生存能力，这里我们需要找到一组数据去表示植物的生长能力，这里数据的 选择还是需要看大家能够收集到怎样的数据。还是那句话，从数据出发，根据数据做题。切记不是根据题目去找数据，这样很容易陷入误区。找到相应的指标后，我们将代表植物生长能力的数据作为自变量加入我们建立预测模型中进行建立模型求解即可。

总结，A 题不在于之前的美赛 A 题一样，难度大大降低，本次 A 题题目的设置已经出现了很大的难度下降。对于思路中提及的预测模型，这里仅仅是建议，我认为多元回归预测是最合适的，但是有些人可能感觉这种模型有些过于简单，那大家可以选择更加复杂的、贴合这个问题的预测模型也是可行的。

你的 PDF 解决方案总页数不超过 25 页，应包括。

一页的摘要表。

目录。

你的完整解决方案。

参考文献列表。

注意：MCM 竞赛有 25 页的限制。您提交的所有内容都计入

25 页的限制（摘要表、目录、报告、参考文献列表和任何附录）。

你必须为你的想法、图像和报告中使用的任何其他材料注明来源。

23 美赛

23美赛思路 - 林深小巷

群号: 747374953



扫一扫二维码，加入群聊。

