Universidad Nacional Autónoma de Honduras
Facultad de Ciencias
Escuela de Física

Fís. Carlos Eduardo Gabarrete
Coordinador de Física General I (FS-100)
Departamento de Gravitación, Altas Energías y Radiaciones
UNAH

Ramón Alberto Osorto
Práctica Profesional Supervisada

## Guía de Estudio

I-PARCIAL

# EJEMPLOS

#1 **Longitud de Planck**. La medición significativa más pequeña de longitud se denomina la "Longitud de Planck" y se define en términos de tres constantes fundamentales en la naturaleza, la rapidez de la luz $c = 3.00 \times 10^8\ m/s$, la constante gravitacional $G = 6.67 \times 10^{-11}\ m^3/kg \cdot s^2$ y la constante de Planck $h = 6.63 \times 10^{34}\ kg \cdot m^2/s$. La longitud de Planck $\lambda_p$ está dada por la siguiente combinación de estas tres constantes:

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}}$$

Demuestre que las dimensiones de $\lambda_p$ son longitud [L] y encuentre el orden de magnitud de $\lambda_p$

**PLANTEAMIENTO:** Reescribimos la ecuación anterior en términos de dimensiones.
Las dimensiones de c son [L/T], de G son $[L^3/MT^2]$, y de h son $[ML^2/T]$.

**SOLUCIÓN:** Las dimensiones de $\lambda_p$ son:

$$\sqrt{\frac{[L^3/MT^2][ML^2/T]}{[L^3/T^3]}} = \sqrt{[L^2]} = [L]$$

Que es una longitud. El valor de la longitud de Planck es:

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}} = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11} m^3/kg.s^2)(6.63 \times 10^{34} kg \cdot m^2/s)}{(3.00 \times 10^8 m/s)^3}} \approx 4 \times 10^{-35} m$$

Que es del orden de magnitud de $10^{-34}\ m$ o $10^{-35}\ m$

**NOTA:** Algunas teorías recientes sugieren que las partículas más pequeñas (quarks y leptones) tienen tamaños del orden de la longitud de Planck, $10^{-35}\ m$. Dichas teorías también sugieren que el "Big Bang" — que se cree dio origen al Universo — empezó desde un tamaño inicial del orden de la longitud de Planck.

## Estrategia para la resolución de problemas en Cinemática

a) Hacer un esquema visual para que se nos facilite el entendimiento del problema.

b) Elegir un origen y un sistema de coordenadas $x - y$.

c) Escriba que cantidades son conocidas o dadas y luego lo que usted quiere conocer.

d) Piense en algun principio o formula de física que podria ser aplicable para el problema a resolver siempre y cuando este en el rango de validez.

e) Siempre asegurese que al terminar de resolver un problema que las unidades sea las correctas esto puede servirle como una comprobación en su solución (aunque solo puede indicarle si esta equivocada, mas no si es correcta).

$\boxed{\#2}$ **Distancias de frenado.** Estime las distancias mínimas de frenado para un automóvil, que son importantes para la seguridad y el diseño del tránsito. El problema se trata mejor en dos partes, es decir, en dos intervalos de tiempo separados.**1.** El primer intervalo de tiempo comienza cuando el conductor decide aplicar los frenos y termina cuando el pie toca el pedal del freno. Éste se llama el "tiempo de reacción", durante el cual la rapidez es constante, así que $a = 0$.**2**. El segundo intervalo de tiempo es el periodo de frenado real cuando, el vehículo desacelera($a \neq 0$) y llega a detenerse. La distancia de frenado depende del tiempo de reacción del conductor, de la rapidez inicial del vehículo (la velocidad final es cero) y de la aceleración del mismo. Para un camino seco y buenos neumáticos, unos buenos frenos pueden desacelerar un automóvil a una razón aproximada desde $5m/s^2$ a $8m/s^2$. Calcule la distancia total de frenado para una velocidad inicial de 50 km/h (=14 m/s $\approx 31mi/h$) y suponga que la aceleración del automóvil es de $-6.0m/s^2$(el signo menos aparece porque la velocidad se toma en el sentido x positivo y disminuye su magnitud). El tiempo de reacción de conductores normales varía entre 0.3 s y 1.0 s; considere 0.50 s.

**PLANTEAMIENTO:** Durante el "tiempo de reacción" (parte 1), el automóvil se mueve con rapidez constante de 14 m/s, así que $a = 0$. Una vez que se aplican los frenos(parte 2), la aceleración es $a = -6.0m/s^2$ y es constante en este intervalo de tiempo.
Para ambas partes, $a$ es constante así que se utilizarán las ecuaciones 2-12.

**SOLUCIÓN:** Parte 1. Se toma $x_0$ para el primer intervalo de tiempo, en el cual reacciona el conductor (0.50 s): el automóvil viaja con una rapidez constante de 14 m/s, así que $a = 0$. Véase la figura 2-22 y la tabla al margen. Para encontrar x, la posición del automóvil en $t = 0.50s$ (cuando se aplican los frenos), no es posible usar la ecuación 2-12c porque x se multiplica por $a$, que es cero. Pero la ecuación 2-12b sí nos es útil:

$$x = v_0 t + 0 = (14m/s)(0.50s) = 7.0m$$

De manera que el automóvil viaja 7.0 m durante el tiempo de reacción del conductor,hasta el momento en que realmente se aplican los frenos. Usaremos este resultado como dato de la parte 2.
Parte 2. Durante el segundo intervalo de tiempo, se aplican los frenos y el automóvil llega al reposo. La posición inicial es $x_0 = 7.0m$ (resultado de la primera parte) y las demás variables se muestran en la segunda tabla del margen. La ecuación 2-12a no contiene x; la ecuación 2-12b contiene x pero también la incógnita t. La ecuación 2-12c, $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$, contiene el desplazamiento, que es lo que queremos. Así que, considerando $x_0 = 7.0m$, despejamos x, que es la posición final del auto (cuando se detiene):

$$x = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = 7.0m + \frac{0 - (14m/s)^2}{2(-6m/s^2)} = 7.0m + \frac{-196m^2/s^2}{-12m/s^2} = 7.0m + 16m = 23m$$

El automóvil recorrió 7.0 m mientras el conductor reaccionaba, y otros 16 m durante el periodo de frenado hasta detenerse, con una distancia total recorrida de 23 m. Véase en la figura 2-23 las gráficas de a) v versus t y b) de x versus t.

**NOTA:** De la anterior ecuación para x, vemos que la distancia de frenado después de pisar los frenos $(x - x_0)$ se incrementa con el cuadrado de la rapidez inicial, no sólo linealmente con ella. Si usted viaja dos veces más rápido, la distancia de frenado será cuatro veces mayor.

#3 **Dos objetos en movimiento: policía e infractor**. Un automóvil a exceso de velocidad pasa a 150 km/h junto a una patrulla de policía estacionada, la cual inicia inmediatamente la persecución. Usando suposiciones sencillas como, por ejemplo, que el auto a exceso de velocidad continúa viajando a rapidez constante, estime cuánto tiempo le toma a la patrulla alcanzarlo. Luego estime la rapidez de la patrulla en ese momento y decida si las suposiciones fueron razonables.

**PLANTEAMIENTO:**Cuando la patrulla arranca, acelera, y la suposición más sencillaes que su aceleración sea constante. Esto quizá no sea razonable, pero veamos qué sucede. Podemos estimar la aceleración si vemos anuncios de automóviles que afirmanque pueden acelerar desde el reposo a 100 km/h en 5.0 s. Así, la aceleración promediode la patrulla sería aproximadamente.

$$a_p = \frac{100km/h}{5.0s} = 20\frac{km/h}{s}(\frac{1000m}{1km})(\frac{1h}{3600s}) = 5.6m/s^2$$

**SOLUCIÓN:** Tenemos que establecer las ecuaciones cinemáticas para determinar las cantidades desconocidas y, como se tienen dos objetos en movimiento, necesitamos dos conjuntos separados de ecuaciones. Denotamos la posición del automóvil a exceso de velocidad con $x_s$ y la posición de la patrulla con $x_p$. Como nos interesa el tiempo en que los dos vehículos llegan a la misma posición en el camino, usamos la ecuación 2-12b para cada uno:

$$x_S = v_{0S}t + \frac{1}{2}a_S t^2 = (150km/h)t = (42m/s)t$$
$$x_P = v_{0P}t + \frac{1}{2}a_P t^2 = \frac{1}{2}(5.6m/s^2)t^2,$$

donde consideramos que $x_0 = 0$ para ambos vehículos,$v_{0P} = 0$ y $a_S = 0$ (se suponeque el infractor se mueve con rapidez constante). Queremos saber el tiempo en quelos dos vehículos se encuentran, por lo que hacemos $x_S = xP$ y despejamos t: $(42m/s)t = (2.8m/s^2)t^2$.

Las soluciones son:
$t = 0$ y $t = \frac{42m/s}{2.8m/s^2} = 15s$

La primera solución corresponde al momento en que el infractor pasó a la patrulla. La segunda solución nos dice cuándo la patrulla alcanza al infractor, esto es, 15 s después.Ésta es nuestra respuesta, ¿pero es razonable? La rapidez de la patrulla en t = 15 s es
$v_P = v_{0P} + a_{Pt} = 0 + (5.6m/s^2)(15s) = 84m/s$
o 300 km/h ($\approx$ 190 mi/h). Esto no es razonable y además resulta muy peligroso.

**NOTA:** Es más razonable descartar la suposición de una aceleración constante. La patrulla seguramente no puede mantener una aceleración constante a esas rapideces.Además, el conductor perseguido, si es una persona razonable, disminuiría la velocidad al oír la sirena de la patrulla. La figura 1 muestra las gráficas a) de x versus t y b) de v versus t, con base en la suposición original de $a_P$=constante, mientras que c) muestra v versus t para una suposición más razonable.

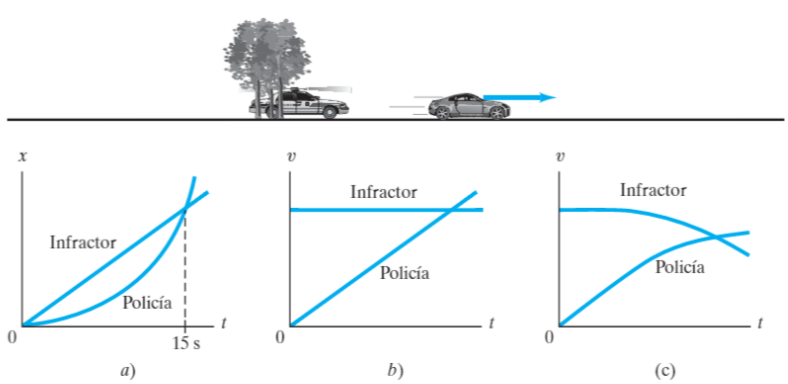



Figura 1: Gráficas de posición y velocidad versus tiempo

#4 **Pelota que se lanza hacia arriba, I.** Una persona lanza en elaire una pelota hacia arriba con una velocidad inicial de 15.0 m/s. Calcule a) a qué altura llega y b) cuánto tiempo permanece en el aire antes de regresar a la mano. Ignore la resistencia del aire.

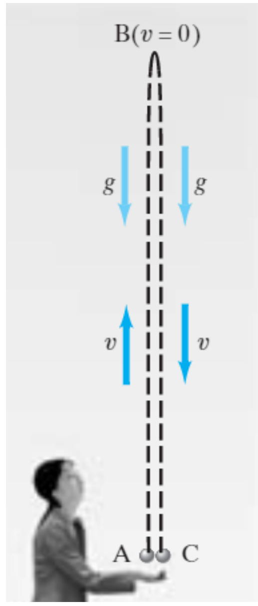



Figura 2: Un objeto lanzado al aire sale de la mano del lanzador en A, alcanza su altura máxima en B y regresa a la altura original en C.

**PLANTEAMIENTO:**No estamos interesados aquí con la acción del lanzamiento, sino sólo con el movimiento de la pelota después de que ésta sale de la mano de la persona (figura2-30) y hasta que regresa a la mano de nuevo. Elegimos $y$ como positiva en la direcciónhacia arriba, y negativa hacia abajo. (Ésta es una convención diferente de la usada en los ejemplos 2-14 y 2-15, e ilustra nuestras opciones). La aceleración debida a la gravedad será hacia abajo y tendrá entonces un signo negativo, $a = -g = -9.80m/s^2$. Conforme la pelota sube, su rapidez disminuye hasta que alcanza el punto más alto (B en la figura 2-30),donde su rapidez es cero por un instante; y luego desciende con rapidez creciente.

**SOLUCIÓN:** a) Consideramos el intervalo de tiempo desde que la pelota salió de la mano del lanzador, hasta que alcanza su punto más alto. Para determinar la altura máxima, calculamos la posición de la pelota cuando su velocidad es cero ($v = 0$ en elpunto más alto). En t= 0 (punto A en la figura 2-30) tenemos $y_0 = 0, v_0 = 15.0m/s$ y $a = -9.80m/s^2$. En el tiempo t(altura máxima),$v = 0, a = -9.80m/s^2$ y queremos encontrar $y$. Usamos la ecuación 2-12c reemplazando x por y: $v^2 = v_0^2 + 2ay$ Despejamos $y$ de esta ecuación:

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (15.0m/s)^2}{2(-9.80m/s^2)} = 11.5m.$$

La pelota alcanza una altura de 11.5 m por arriba de la mano.
b) Ahora tenemos que elegir un intervalo de tiempo diferente, para calcular cuánto tiempo la pelota permanece en el aire antes de regresar a la mano. Podríamos hacer este cálculo en dos partes, determinando primero el tiempo requerido para que la pe-lota alcance el punto más alto y luego determinando el tiempo que le toma regresaren caída. Sin embargo, es más sencillo considerar el intervalo de tiempo para el movimiento completo de A a B a C (figura 2-30) en un solo paso, y usar la ecuación 2-12b.Podemos hacer esto así porque $y$representa posición o desplazamiento, y no la distancia total recorrida. Así, en ambos puntos A y C,$y = 0$. Usamos la ecuación 2-12bcon $a = -9.80m/s^2$ y encontramos:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$0 = 0 + (15.0m/s)t + \frac{1}{2}(-9.80m/s^2)t^2$$

En esta ecuación ya podemos factorizar (una $t$):

$$(15m/s - 4.90m/s^2 t)t = 0$$

Hay dos soluciones:

$$t = 0 \;\; y \;\; t = \frac{15m/s}{4.90m/s^2} = 3.06s$$

La primera solución ($t = 0$) corresponde al punto inicial (A) en la figura 2, cuando la pelota se lanzó inicialmente desde $y = 0$. La segunda solución,$t = 3.06s$, corresponde al punto C, cuando la pelota ha retornado a $y = 0$. De manera que la pelota permanece en el aire $3.06s$.

**NOTA:** Ignoramos la resistencia del aire, que podría resultar significativa, por lo quenuestro resultado es sólo una aproximación de una situación práctica real.

- **Pelota que se lanza hacia arriba, II.**

Consideremos de nuevo la pelota lanzada hacia arriba del ejemplo #4 y hagamos más cálculos. Calcule a) cuánto tiempo le toma a la pelota alcanzar su altura máxima (punto B en la figura 2), y b) la velocidad de la pelota cuando retorna a la mano del lanzador (punto C).

**PLANTEAMIENTO:** De nuevo suponemos que la aceleración es constante, por lo que usamos las ecuaciones de cinemática. Tomamos la altura de 11.5 m del ejemplo 2. De nuevo consideramos $y$ positiva hacia arriba.

**SOLUCIÓN:** a) Se considera el intervalo de tiempo entre el lanzamiento ($t = 0, v_0 = 15.0m/s$) y lo alto de la trayectoria ($y = 11.5m, v = 0$) y se quiere encontrar $t$. La aceleración es constante con $a = -g = -9.80m/s^2$. Usemos la ecuación de cinématica $v = v_0 + at$, con $a = -9.80m/s^2, v_0 = 15.0m/s$ y $v = 0$:

$$v = v_0 + at$$

haciendo $v = 0$ y despejando $t$ obtenemos:

$$t = \frac{-v_0}{a} = \frac{-15.0m/s}{-9.80m/s^2} = 1.53s$$

Esto es justamente la mitad del tiempo que le toma a la pelota subir y regresar a suposición original [3.06 s, calculado en el inciso b) del ejemplo 2]. Le toma entonces a la pelota el mismo tiempo alcanzar la altura máxima que caer de regreso al punto de inicio.
b) Ahora se considera el intervalo de tiempo desde el lanzamiento ($t = 0, v_0 = 15.0m/s$)hasta el regreso de la pelota a la mano, lo que ocurre en $t = 3.06s$ (como se calculó en el ejemplo 2) y queremos encontrar $v$ cuando $t = 3.06s$ :

$$v = v_0 + at = 15.0m/s - (9.80m/s^2)(3.06s) = -15.0m/s$$

**NOTA:** La pelota tiene la misma rapidez (magnitud de la velocidad) cuando regresa al punto de inicio, que la que tenía cuando fue lanzada, pero en sentido opuesto (esto es lo que significa el signo negativo). De modo que, tal como calculamos en el inciso a), el tiempo es el mismo al subir que al bajar. De manera que el movimiento es simétrico con respecto punto de altura máxima.

- **Pelota que se lanza hacia arriba, III;la fórmula cuadrática.**

Para la pelota del ejemplo 2, calcule en qué tiempo $t$ la pelota pasa por un punto a 8.0 m sobre la mano de la persona. (Véase la figura 2 que se repite aquí).

**PLANTEAMIENTO:** Se elige el intervalo de tiempo desde el lanzamiento (t=0,$v_{015.0m/s}$ hasta el tiempo t (a determinar) cuando la pelota está en la posición $y = 8.00m$.

**SOLUCIÓN:**Se busca t dados y=8.00 m,$y_0 = 0, v_0 = 15.0m/s$ y $a = -9.80m/s^2$. Utilice la ecuación 2-11b

$y = y_0 + v_0t + \frac{1}{1}at^2$

$8.00m = 0 + (15.0m/s)t + \frac{1}{2}(\breve{}9.80m/s^2t^2$

Para resolver cualquier ecuación cuadrática de la forma $at^2 + bt + c = 0$ , donde a,b y c son constantes (aquí,$a$ no es la aceleración), podemos emplear la **fórmula cuadrática:**

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Reescribiendo la ecuación para $y$ que se propusimos arriba en la forma estándar $at^2 + bt + c = 0$, obtenemos:

$$(4.90m/s^2)t^2 - (15.0m/s)t + (8.00m) = 0$$

De este modo, el coeficiente aes $4.90m/s^2$,b es -15.0 m/s y c es 8.00 m. Al poner estos valores en la fórmula cuadrática obtenemos:

$$t = \frac{15.0m/s \pm \sqrt{(15.0m/s)^2-4(4.90m/s^2)(8.00m)}}{2(4.90m/s^2)}$$

lo cual da como resultado t=0.69 s y t=2.37 s. ¿Son ambas soluciones válidas? Sí,porque la pelota pasa por $y8.00m$ cuando va subiendo (t=0.69 s) y de nuevo cuando va bajando (t=2.37 s)

**NOTA:** La figura 2-31 muestra las gráficas de a) yversus ty b) vversus tpara la pelo-ta que se lanza hacia arriba en la figura 2-30, incorporando los resultados de los ejem-plos 2-16, 2-18 y 2-19

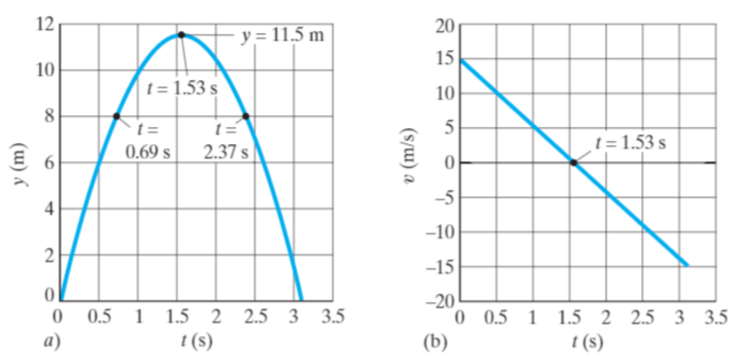



Figura 3: Gráficas de y versus t, v versus t para una pelota lanzada hacia arriba.

#5 **Integración de una aceleración variable con el tiempo.** Un vehículo experimental parte del reposo ($v_0 = 0$) en t = 0 y acelera a una razón dada por $a = (7.00m/s^3)t$. ¿Cuáles son a) su velocidad y b) su desplazamiento 2.00 s después?

**PLANTEAMIENTO:** No podemos usar las ecuaciones 2-12 porque a no es constante.Integramos la aceleración $a = dv/dt$ sobre el tiempo para encontrar $v$ como una función del tiempo; y luego integramos $v = dx/dt$ para obtener el desplazamiento.

**SOLUCIÓN:** De la definición de aceleración,$a = dv/dt$, tenemos:
$dv = adt$.
Tomamos la integral de ambos lados, desde $v = 0$ en $t = 0$ hasta una velocidad $v$ en un tiempo arbitrario t:

$$\int_0^v dv = \int_0^t adt$$
$$v = \int_0^t (7m/s^3)tdt$$

$v = (7m/s^3)(\frac{t^2}{2})\Big|_0^t = (7m/s^3)(\frac{t^2}{2} - 0) = (3.50m/s^3)t^3$
En $t = 2.00$s,$v = (3.50m/s^3)(2.00s)^2 = 14.0m/s$.

b)Para obtener el desplazamiento, suponemos $x_0 = 0$ y comenzamos con $v = dx/dt$,que reescribimos como $dx = vdt$. Integramos entonces desde $x = 0$ en $t = 0$ hasta la posición x en el tiempo t:

$\int_0^x dx = \int_0^t vdt$
$x = \int_0^t (3.50m/s^3)t^2dt = (3.50m/s^3)\frac{t^3}{3}\Big|_0^{2.00s} = 9.33m$
En suma, en $t = 2.00$s, $v = 14.0m/s$ y $x = 9.33m$.

## Estrategia para la resolución de problemas en Mov. de Proyectiles:

a) Hacer un esquema visual para que se nos facilite el entendimiento del problema.
b) Elegir un origen y un sistema de coordenadas $x - y$.
c) Estudiar por separado los movimientos horizontal ($x$) como vertical ($y$), tambien es de mucha ayuda descomponer toda cantidad vectorial en cada una de sus componentes $x$ y $y$.
d) Elaborar una lista de las cantidades conocidas y las incognitas de cada problema asi se nos facilita la resolucion del mismo y recordar que la $a_x = 0$ y tambien que $v_y = 0$ en el punto mas alto de la trayectoria del proyectil.
e) Aplicar las ecuaciones de cinemática para el movimiento en dos dimensiones y en algunos caso combinar estas ecuaciones para tratar de encontrar algun resultado.

#6 **Alcance horizontal.** a) Deduzca una fórmula para el alcance horizontal R de un proyectil, en términos de su rapidez inicial $v_0$ y del ángulo de salida $\theta_0$. El alcance horizontal se define como la distancia horizontal que recorre el proyectil antes de regresar a su altura original (que por lo general es el suelo); es decir,$y(final) = y_0$. b) Suponga que uno de los cañones de Napoleón tiene una rapidez inicial,$v_0$, de 60.0 m/s. ¿En qué ángulo se debería apuntar (ignore la resistencia del aire) para golpear un blanco que está a 320 m de distancia?

**PLANTEAMIENTO:** Trabajaremos algebraicamente las ecuaciones para obtener el resultado.

**SOLUCIÓN** a) Sea $x_0 = 0$ y $y_0 = 0$ en $t = 0$. Después de que el proyectil recorre una distancia horizontal R, regresa al mismo nivel,$y = 0$, que es el punto final. Elegimos el intervalo de tiempo que comienza ($t = 0$) justo después de que el proyectil se dispara y que termina cuando regresa a la misma altura vertical. Para encontrar una expresión general para R, establecemos tanto $y = 0$ como $y_0 = 0$ en las ecuaciones de cinemática para el movimiento vertical, con lo cual obtenemos

$$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

De modo que:

$$0 = 0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2.$$

Despejamos t, lo cual da dos soluciones:$t = 0$ y $t = 2v_{y0}/g$. La primera solución corresponde al instante inicial cuando se dispara el proyectil y la segunda es el tiempo en que el proyectil regresa a $y = 0$.Entonces el alcance,R, será igual a $x$ en el momento en que $t$ tome este valor, que sustituimos en la ecuación de cinemática para el movimiento horizontal ($x = v_{x0}t$, con $x_0 = 0$. En consecuencia, tenemos:

$$R = v_{x0}t = v_{x0}\frac{2v_{y0}}{g} = \frac{2v_{x0}v_{y0}}{g} = \frac{2v_0^2 Sen\theta_0 Cos\theta_0}{g} \quad [y = y_0]$$

Vemos que el alcance máximo, para una velocidad inicial dada $v_0$, se obtiene cuando sen$2\theta$ toma su valor máximo de 1.0, lo cual sucede para $2\theta = 90^o$; de manera que

$\theta_0 = 45^o$ para el alcance máximo, y $R_{mx} = v_0^2/g$.

(Cuando la resistencia del aire es importante, el alcance es menor para una $v_0$ dada y el alcance máximo se obtiene en un ángulo más pequeño que $45^o$.)

**NOTA:** El alcance máximo aumenta como $v_0$ al cuadrado, así que al duplicar la velocidad de salida de un cañón, aumentará su alcance máximo por un factor de 4.

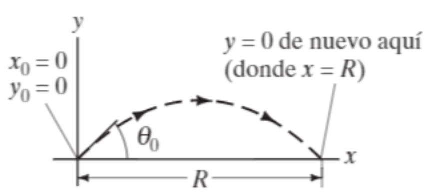
b) Se coloca R=320m en la ecuación que se acaba de obtener y (suponiendo de manera irreal que no hay resistencia del aire) despejamos para encontrar

$$\sin 2\theta_0 = \frac{R_g}{v_0^2} = \frac{(320m)(9.80m/s^2)}{(60.0m/s)^2} = 0.871m$$

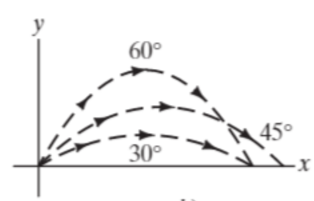
Debemos despejar para un ángulo $\theta_0$ que esté entre $0^o$ y $90^o$, lo cual significa que $2\theta_0$ en esta ecuación puede ser tan grande como $180^o$. Por lo tanto, $2\theta_0 = 60.6^o$ es una solución; no obstante, $2\theta_0 = 180^0 - 60.6^o = 119.4^o$ es también una solución. En general tendremos dos soluciones, que en el presente caso están dadas por

$\theta_0 = 30.3^o$ o $59.7^o$.

Cualquiera de los dos valores da el mismo alcance. Sólo cuando sen $2\theta_0 = 1$ (así que $\theta_0 = 45^o$) se tiene una sola solución (es decir, ambas soluciones coinciden).



a)



b)

#7 **¡A despejar!** Suponga que al balón de fútbol del ejemplo 3-7 se le dio una patada de despeje y que el pie del jugador quedó a una altura de 1.00 m sobre el suelo. ¿Qué distancia viajó el balón antes de golpear el suelo? Considere $x_0 = 0$, $y_0 = 0$.

**PLANTEAMIENTO:**De nuevo, se trabajan por separado los movimientos $x$ y $y$. Pero no podemos emplear la fórmula de alcance del ejemplo 3-10, porque ésta es válida sólo si y (final)= $y_0$, lo cual no es el caso aquí.Ahora tenemos $y_0 = 0$, pero el balón de fútbol golpea el suelo en $y = -(1.00m$ (véase la figura 3-28). Elegimos el intervalo de tiempo que empieza cuando el balón sale del pie ($t = 0, y_0 = 0, x_0 = 0$) y termina justo antes de que el balón golpee el suelo (y =-(1.00 m). A partir de la ecuación 2- 12b, $x = v_{x0}t$, se obtiene x, ya que se sabe que $v_{x0} = 16.0$ m/s, de acuerdo con el ejemplo 3-7. Sin embargo, primero hay que encontrar t, el tiempo en que el balón golpea el suelo, que se obtiene a partir del movimiento en $y$.

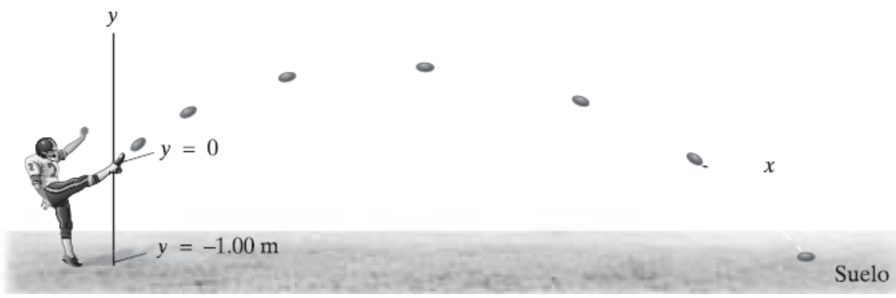



Figura 4: El balón de fútbol sale del pie del jugador en y y=0, y llega el suelo en y=-1.00 m.

**SOLUCIÓN:** Con y = - 1.00 m y $v_{y0} = 12.0m/s$, utilizamos la ecuación

$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$,

y obtenemos

$\breve{}1.00m = 0 + (12.0m/s)t - (4.90ms^2)t^2$.

Reordenamos esta ecuación en la forma estándar ($ax^2 + bx + c = 0$), de manera que podamos utilizar la fórmula cuadrática:

$(4.90m/s^2)t^2 - (12.0m/s)t - (1.00m) = 0$.

Al emplear la fórmula cuadrática se obtiene

$t = \frac{12.0m/s \pm \sqrt{(-12m/s)^2 - 4(4.90m/s^2)(-1.00m)}}{2(4.90m/s^2)}$

= 2.53s o -0.081s

La segunda solución correspondería a un tiempo anterior al intervalo de tiempo elegido que empieza con la patada, de manera que no se aplica. Con t = 2.53 s para el tiempo en que el balón toca el suelo, la distancia horizontal que recorre el balón es (utilizando $v'_{x0}16.0m/s$):

$x = v_{x0}t = (16.0m/s)(2.53s) = 40.5m$.

La suposición en el ejemplo de que el balón sale del pie al nivel del suelo daría como resultado una subestimación de aproximadamente 1.3 m en la distancia recorrida.

#8 **Helicóptero de rescate lanza suministros.** Un helicóptero de rescate deja caer un paquete de suministros a alpinistas que se encuentran aislados en la cima de una colina peligrosa, situada 200 m abajo del helicóptero. Si éste vuela horizontalmente con una rapidez de 70 m/s (250 km/h), a) ¿a qué distancia horizontal antes de los alpinistas debe dejarse caer el paquete de suministros (figura 5a)? b) En vez de esto, suponga que el helicóptero lanza los suministros a una distancia horizontal de 400 m antes de donde se encuentran los alpinistas. ¿Qué velocidad vertical debería darse a los suministros (hacia arriba o hacia abajo) para que éstos caigan precisamente en la posición donde están los alpinistas (figura 5b)? c) ¿Con qué rapidez aterrizan los suministros en este último caso?

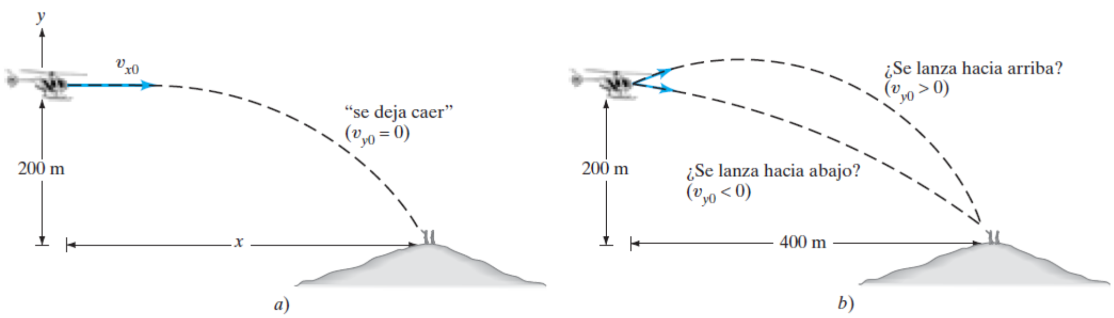



Figura 5:

**PLANTEAMIENTO** Se elige el origen de nuestro sistema de coordenadas xy en la posición inicial del helicóptero, tomando +y hacia arriba, y se emplean las ecuaciones cinemáticas (tabla 3-2).

**SOLUCIÓN**a) Se puede encontrar el tiempo para alcanzar a los alpinistas usando la distancia vertical de 200 m. El paquete de suministros se "deja caer", de manera que inicialmente tiene la velocidad horizontal del helicóptero, $v_{x0} = 70m/s, v_{y0} = 0$. Entonces, como $y = \frac{-1}{2}gt^2$ tenemos:

$$t = \sqrt{\frac{-2y}{g}} = \sqrt{\frac{-2(-200m)}{9.80m/s^2}} = 6.39s$$

El movimiento horizontal de los suministros al caer tiene rapidez constante de 70 m/s. Entonces;

$$x = v_{x0}t = (70m/s)(6.39s) = 447m =\approx 450m$$

Considerando que los valores dados tenias una presesión de dos cifras significativas.

b) Se nos da x=400 m, $v_{x0} = 70m/s$, y=-200 m y queremos encontrar $v_{y0}$ (véase la figura 3-29b). Al igual que con la mayoría de los problemas, éste puede enfocarse de varias formas. En vez de buscar una fórmula o dos, intentemos razonar de manera sencilla, según lo que hicimos en el inciso a). Si conocemos t, tal vez podamos obtener $v_{y0}$. Como el movimiento horizontal de los suministros tiene rapidez constante (una vez que se lanzan, no nos interesa lo que haga el helicóptero), tenemos $x = v_{x0}t$, por lo que:

$$t = \frac{x}{v_{x0}} = \frac{400m}{70m/s} = 5.71s$$

Usemos ahora el movimiento vertical para obtener $v_{y0} : y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$. Como $y_0 = 0$ y $y = -200m$, despejamos $v_{y0}$:

$$v_{y0} = \frac{y + \frac{1}{2}gt^2}{t} = \frac{-200m + \frac{1}{2}(9.80m/s^2)(5.71s)^2}{5.71s} = -7.0m/s.$$

Entonces, para caer precisamente en la posición de los alpinistas, el paquete de suministros debe lanzarse hacia abajo desde el helicóptero con una rapidez de 7.0 m/s.

c) Queremos conocer la $v$ de los suministros en $t = 5.71s$. Las componentes son:

$v_x = v_{x0} = 70m/s$
$v_y = v_{y0} - gt = -7.0m/s - (9.80m/s^2)(5.71s = -63m/s)$

De manera que $v = \sqrt{(70m/s)^2 + (-63m/s^2)} = 94m/s$. (Seria mejor no soltar los sumunistros desde tal altitud o mejor usar paracaidas).

## Estrategia para la resolución de problemas en Forma Vectorial de una Fuerza:

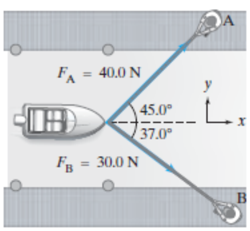
a) Hacer un esquema visual para que se nos facilite el entendimiento del problema.

b) Considerar solo un objeto y hacer un diagrama de cuerpo libre que incluya todas las fuerzas que actuan sobre este objeto.

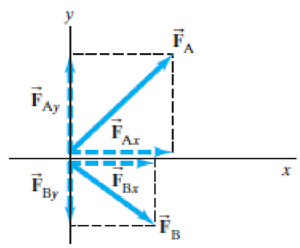
c) Al aplicar la Segunda Ley de Newton implica vectores y usualmente es importante descomponer los vectores en cada una de sus componentes $x$ y $y$.

d) Para cada objeto aplique la Segunda Ley de Newton por separada a las componete $x$ y $y$.

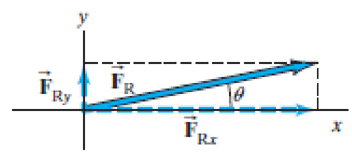
$\boxed{\#9}$ **Suma vectorial de fuerzas.** Calcule la suma vectorial de las dos fuerzas ejercidas sobre el bote por los trabajadores A y B en la figura siguiente a).



a)



b)



c)

**PLANTEAMIENTO:** Sumamos los vectores de fuerza como otros vectores cualesquiera. El primer paso consiste en elegir un sistema coordenado x-y (véase la figura a)), y luego en descomponer los vectores.

**SOLUCIÓN** La figura b) muestra las componentes cartesianas de estas dos fuerzas. Sumamos las fuerzas usando el método de las componentes. Las componentes de $\vec{F_A}$ son

$$F_{Ax} = F_A cos45.0^o = (40.0N)(0.707) = 28.3N,$$
$$F_{Ay} = F_A sen45.0^o = (40.0N)(0.707) = 28.3N.$$

Las componentes de $\vec{F_B}$ son

$$F_{Bx} = +F_B cos37.0^o = +(30.0N)(0.799) = +24.0N,$$
$$F_{By} = -F_B sen37.0^o = -(30.0N)(0.602) = -18.1N.$$

$F_{By}$ es negativa porque señala a lo largo del eje $y$ negativo. Las componentes de la fuerza resultante son (véase la figura c))

$$F_{Rx} = F_{Ax} + F_{Bx} = 28.3N + 24.0N = 52.3N,$$

$$F_{Ry} = F_{Ay} + F_{By} = 28.3N - 18.1N = 10.2N.$$

Para encontrar la magnitud de la fuerza resultante, usamos el teorema de Pitágoras:

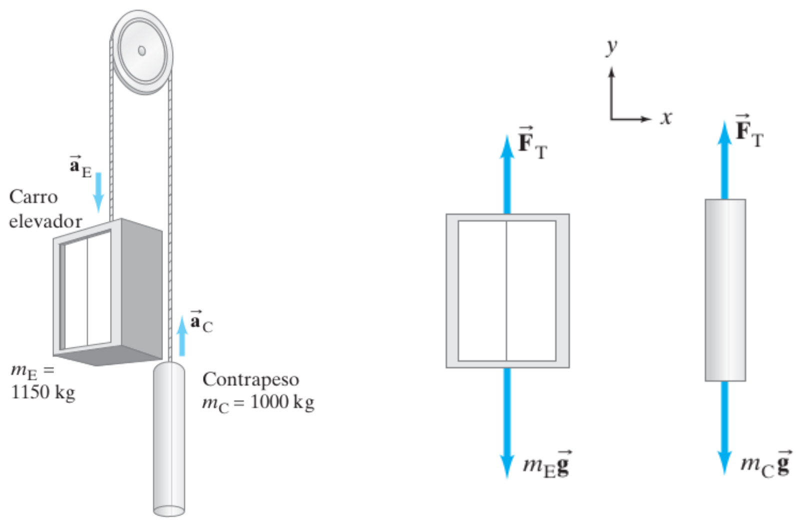
$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(52.3)^2 + (10.2)^2} N = 53.3N$$

La única pregunta restante es sobre el ángulo $\theta$ que la fuerza neta $\vec{F_R}$ forma con el eje x. Usamos:

$$tan\theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{10.2N}{52.3N} = 0.195$$

y $tan^{-1}(0.195) = 11.0^o$. La fuerza neta sobre el bote tiene una magnitud de 53.3 N y actúa a un ángulo de $11.0^o$ con respecto al eje x.

$\boxed{\#10}$ **Elevador y contrapeso (máquina de Atwood)**. A un sistema de dos objetos suspendidos sobre una polea mediante un cable flexible, según se muestra en la figura 12a, se le llama a veces máquina de Atwood. Considere la aplicación de la vida real de un elevador ($m_E$) y su contrapeso ($m_C$). Para minimizar el trabajo hecho por el motor para levantar y bajar el elevador con seguridad, se toman valores similares de las masas $m_E$ y $m_C$. Dejamos el motor fuera del sistema para este cálculo y suponemos que la masa del cable es despreciable y que la masa de la polea, así como cualquier fricción, es pequeña y despreciable. Estas suposiciones garantizan que la tensión $F_T$ en el cable tiene la misma magnitud en ambos lados de la polea. Sea la masa del contrapeso $m_C = 1000\ kg$. Supongamos que la masa del elevador vacío es de 850 kg y que su masa al llevar cuatro pasajeros es $m_E = 1150\ kg$.Para este último caso ($m_E = 1150\ kg$), calcule a) la aceleración del elevador y b) la tensión en el cable.




**PLANTEAMIENTO:** De nuevo tenemos dos objetos y es necesario aplicar la segunda ley de Newton a cada uno de ellos por separado. Sobre cada masa actúan dos fuerzas: la gravedad hacia abajo y la tensión del cable que jala hacia arriba,$\vec{F_T}$. Las figuras b) y c) muestran los diagramas de cuerpo libre para el elevador ($m_E$) y para el contrapeso ($m_C$). El elevador, siendo lo más pesado, acelerará hacia abajo y el contrapeso acelerará hacia arriba. Las magnitudes de sus aceleraciones serán iguales (suponemos que el cable no se estira). Para el contrapeso, $m_C g = (1000kg)(9.80m/s^2) = 9800N$, por lo que $F_T$ debe ser mayor que 9800 N (para que $m_C$ acelere hacia arriba). Para el elevador, $m_E g = (1150kg)(9.80m/s2) = 11,300N$, que debe tener una magnitud mayor que $F_T$ para que $m_E$ acelere hacia abajo. Nuestro cálculo debe entonces dar $F_T$ entre 9800 N y 11,300 N.

**SOLUCIÓN** a) Para encontrar $F_T$ así como la aceleración a, aplicamos la segunda ley de Newton, $\sum F = ma$ a cada objeto. Tomamos como positiva la dirección y hacia arriba para ambos objetos. Con esta elección de ejes, $a_C = a$ porque $m_C$ acelera hacia arriba, y $a_E = -a$ porque $m_E$ acelera hacia abajo. Entonces,

$$F_T - m_E g = m_E a_E = -m_E a$$
$$F_T - m_C g = m_C a_C = +m_C a.$$

Restamos la primera ecuación de la segunda y obtenemos

$(m_E - m_C)g = (m_E + m_C)a,$

donde a es ahora la única incógnita. Despejamos a:

$a = \frac{m_E - m_C}{m_E + m_C} g = \frac{1150kg - 1000kg}{1150kg + 1000kg} g = 0.070g = 0.68m/s^2$

El elevador ($m_E$) acelera hacia abajo (y el contrapeso $m_C$ acelera hacia arriba) con $a = 0.070g = 0.68m/s2$.

b) La tensión $F_T$ en el cable puede obtenerse de cualquiera de las dos ecuaciones$\sum F = ma$, considerando que $a = 0.070g = 0.68m/s^2$ :

$F_T = m_E g - m_E a = m_E(g - a)$
$= 1150kg(9.80m/s^2 - 0.68m/s^2) = 10,500N,$

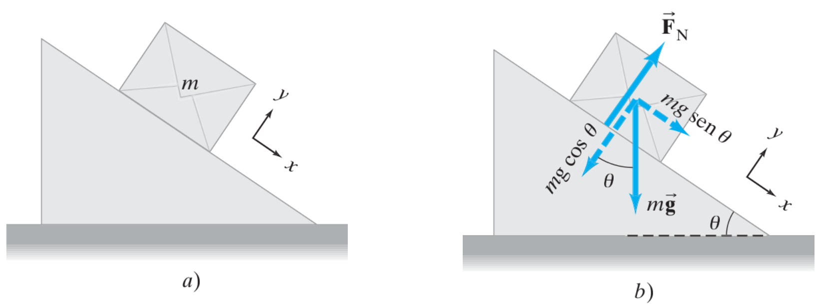
o bien

$F_T = m_C g + m_C a = m_C(g + a)$
$= 1000kg(9.80m/s^2 + 0.68m/s^2) = 10,500N,$

que son consistentes. Como se predijo, nuestro resultado se encuentra entre 9800 N y 11,300 N.

**NOTA:**Podemos comprobar nuestra ecuación para la aceleración a en este ejemplo notando que si las masas son iguales ($m_E = m_C$), entonces nuestra ecuación de arriba para $a$ daría $a = 0$, como esperaríamos. Además, si una de las masas es cero (digamos, $m_C = 0$), entonces la otra masa ($m_E \neq 0$) según nuestra ecuación aceleraría a $a =$ g, también como esperaríamos.

$\boxed{\#11}$ **Una caja se desliza hacia abajo por un plano inclinado.** Una caja de masa m se coloca sobre un plano inclinado (sin fricción) que forma un ángulo $\theta$ con la horizontal, como se muestra en la figura 4-26a. a) Determine la fuerza normal sobre la caja. b) Determine la aceleración de la caja. c) Evalúe lo anterior para una masa $m = 10kg$ y un plano inclinado con un ángulo $\theta = 30^o$.




**PLANTEAMIENTO**El movimiento se da a lo largo del plano inclinado, por lo que elegimos el eje x positivo hacia abajo a lo largo de la pendiente (p.ej. en la dirección del movimiento). El eje y se toma perpendicular al plano inclinado, es decir hacia arriba. El diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura b). Las fuerzas sobre la caja son su peso $mg$ que actúa verticalmente hacia abajo, y se muestra resuelto en sus componentes paralela y perpendicular al plano inclinado y la fuerza normal $F_N$. El plano inclinado actúa como una restricción, permitiendo el movimiento a lo largo de su superficie. La fuerza "restrictiva" es la fuerza normal.

**SOLUCIÓN** a) No hay movimiento en la dirección y, por lo que $a_y = 0$. Aplicando la segunda ley de Newton, tenemos

$F_y = ma_y$

$F_N - mgcos\theta = 0,$

donde $F_N$ y la componente $y$ de la gravedad $(mgcos\theta)$ son todas las fuerzas que actúan sobre la caja en la dirección $y$. Entonces, la fuerza normal está dada por:

$F_N = mgcos\theta.$

Note cuidadosamente que a menos que $\theta = 0^o$, $F_N$ tiene una magnitud menor que el peso mg.
(b) En la dirección x, la única fuerza que actúa es la componente x de$m\vec{g}$ que vemos del diagrama que es igual a $mgsen\theta$. La aceleración a está en la dirección x, por lo que

$$F_x = ma_x$$

$$mg\,\mathrm{sen}\,\theta = ma$$

y vemos que la aceleración hacia abajo del plano es:

$$a = gsen\theta$$

La aceleración a lo largo de un plano inclinado es siempre menor que g, excepto cuando $\theta = 90^o$, en cuyo caso sen $\theta = 1$ y $a = g$. Esto tiene sentido, ya que para $\theta = 90^o$ se tiene una caída vertical pura. Para $\theta = 0^o$, a $= 0$, lo cual tiene sentido, ya que $\theta = 0^o$ significa que el plano es horizontal y la gravedad no causa aceleración alguna. Advierta también que la aceleración no depende de la masa m de la caja.

c) Para $\theta = 30^o$, $cos\theta = 0.866$ y $sen\theta = 0.500$, así que: $F_N = 0.866mg = 85N$, y $a = 0.500g = 4.9m/s^2$.

$\boxed{\#12}$ **Jalando contra la fricción.** Se tira de una caja de 10.0 kg, a lo largo de una superficie horizontal, con una fuerza $F_P$ de 40.0 N aplicada a un ángulo de 30.0$^o$ con respecto a la horizontal, el coeficiente de fricción cinética de 0.30. Calcule la aceleración.

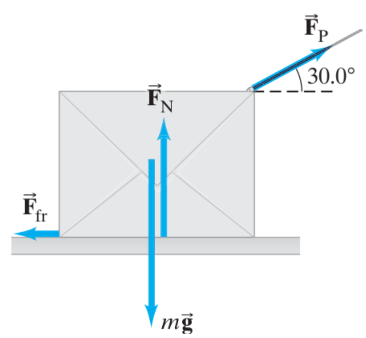



Figura 6: Jalando contra la fricción

**PLANTEAMIENTO** El diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura 5-5, que es muy parecido a la figura 4-21, pero con una fuerza horizontal adicional: la fuerza de fricción.

**SOLUCIÓN**El cálculo para la dirección vertical $(y)$ es igual que antes (ejemplo 4-11), $mg = (10.0kg)(9.80m/s^2) = 98.0N$ y $F_{Py} = (40.0N)(sen30.0^o) = 20.0N$. Tomando $y$ como positiva hacia arriba y $a_y = 0$, tenemos

$F_N - mg + F_{Py} = ma_y$

$F_N - 98.0N + 20.0N = 0$

de modo que la fuerza normal es $F_N = 78.0N$. Ahora aplicamos la segunda ley de Newton para la dirección $(x)$ horizontal (consideramos positivo hacia la derecha) e incluimos la fuerza de fricción:

$F_{Px} - F_{fr} = ma_x$.
La fuerza de fricción es cinética siempre que $F_{fr} = m_k F_N$ sea menor que $F_{Px} = (40.0N)cos30.0^o = 34.6N$, que es:

$F_{Px} - F_{fr} = ma_x$.

$F_{fr} = \mu_k F_N = (0.30)(78.0N) = 23.4N$

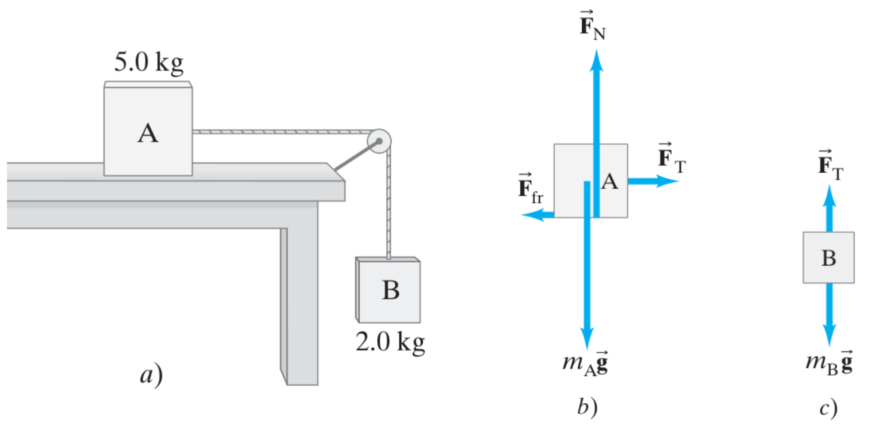
Por lo tanto la caja si acelera.

$a_x = \frac{F_{Px}-F_{fr}}{m} = \frac{34.6N-23.4N}{10.0kg} = 1.1m/s^2$

En ausencia de fricción, como vimos en el ejemplo 4-11, la aceleración sería mucho mayor que esto.

**NOTA** Nuestra respuesta final tiene sólo dos cifras significativas porque el valor de nuestra entrada menos significativa ($\mu_k = 0.30$) tiene sólo dos.

$\boxed{\#13}$ Dos cajas y una polea En la figura a) dos cajas están conectadas mediante una cuerda que pasa por una polea. El coeficiente de fricción cinética entre la caja A y la mesa es de 0.20. Despreciamos la masa de la cuerda y de la polea, así como cualquier fricción en el eje de la polea, lo cual significa que podemos suponer que una fuerza aplicada a un extremo de la cuerda tendrá la misma magnitud en el otro extremo. Queremos encontrar la aceleración $a$ del sistema, que tendrá la misma magnitud para ambas cajas si suponemos que la cuerda no se estira. Conforme la caja B se mueve hacia abajo, la caja A se mueve hacia la derecha.




**PLANTEAMIENTO** Los diagramas de cuerpo libre para cada caja se muestran en las figuras b) y c). Las fuerzas sobre la caja A son las que jalan la cuerda $F_T$, la gravedad $m_A g$, la fuerza normal ejercida por la mesa $F_N$ y una fuerza de fricción ejercida por la mesa $F_{fr}$; las fuerzas sobre la caja B son la gravedad $m_B g$ y la fuerza con la que jala la cuerda hacia arriba, $F_T$.

**SOLUCIÓN** La caja A no se mueve verticalmente, por lo que la segunda ley de Newton nos indica que la fuerza normal sólo equilibra el peso,

$F_N = m_A g = (5.0kg)(9.8m/s^2) = 49N$.

En la dirección horizontal hay dos fuerzas sobre la caja A (figura b)): $F_T$, la tensión en la cuerda (cuyo valor desconocemos) y la fuerza de fricción

$F_{fr} = \mu_k F_N = (0.20)(49N) = 9.8N$.

La aceleración horizontal es lo que queremos encontrar; usamos la segunda ley de Newton en la dirección x,$\sum F_{ax} = m_A a_x$, que adquiere la forma (al tomar el sentido positivo hacia la derecha y haciendo $a_{Ax} = a$) :

$\sum F_{Ax} = F_T - F_{fr} = m_A a$ [caja A]

Ahora consideramos la caja B. La fuerza de gravedad $m_B g = (2.0kg)(9.8m/s^2) = 19.6N$ tira hacia abajo, y la cuerda jala hacia arriba con una fuerza FT. Podemos entonces escribir la segunda ley de Newton para la caja B (tomando el sentido hacia abajo como positivo):

$\sum F_{By} = m_B g - F_T = m_B a$ [caja B]

(Advierta que si $a \neq 0$, entonces $F_T$ no es igual a $m_B a$)
Tenemos dos incógnitas, $a$ y $FT$, y también dos ecuaciones. Despejamos $F_T$ de la ecuación para la caja A:

$F_T = F_{fr} + m_A a$,
y sustituimos este valor en la ecuación para la caja B:

$m_B g - F_{fr} - m_A a = m_B a.$

Ahora despejamos a e insertamos valores numéricos:

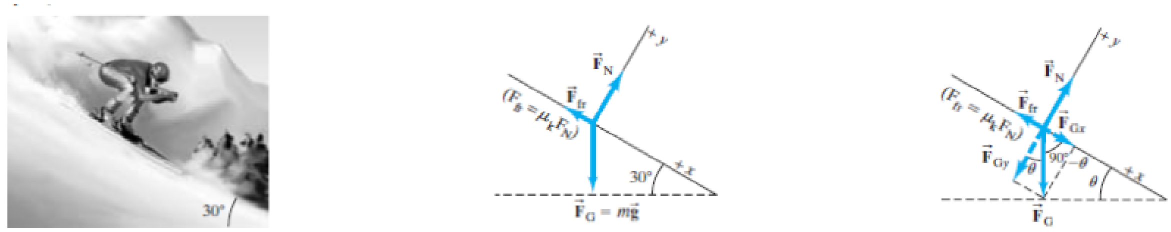
$$a = \frac{m_B g - F_{fr}}{m_A + m_B} = \frac{19.6N - 9.8N}{5.0Kg + 2.0Kg} = 1.4m/s^2$$

que es la aceleración de la caja A hacia la derecha y de la caja B hacia abajo. Si lo deseamos, podemos calcular FT usando la ecuación para FT dada anteriormente

$F_T = F_{fr} + m_A a = 9.8N + (5.0kg)(1.4m/s^2) = 17N.$

**NOTA** La caja B no está en caída libre. No cae con $a = g$ porque una fuerza adicional, $F_T$, actúa hacia arriba sobre ella.

#14 **El esquiador** El esquiador en la figura 5-8a desciende la pendiente de $30^o$, con rapidez constante. ¿Qué puede decir usted acerca del coeficiente de fricción cinética $\mu_k$?




a) b) c)

**PLANTEAMINETO** Seleccionamos el eje x a lo largo de la pendiente, con x positivo apuntando hacia abajo de la pendiente, en la dirección del movimiento del esquiador. El eje y es perpendicular a la superficie, como se indica en la figura b), que es el diagrama de cuerpo libre de nuestro sistema, el cual elegimos como el esquiador y sus esquíes (masa total m). Las fuerzas que actúan son la gravedad $\vec{F}_G = m\vec{g}$ que apunta verticalmente hacia abajo (es decir, no es perpendicular a la pendiente), y las dos fuerzas ejercidas sobre los esquíes por la nieve: la fuerza normal perpendicular a la superficie nevada (que no es vertical) y la fuerza de fricción paralela a la superficie. Por conveniencia, en la figura b) se muestran estas tres fuerzas actuando en un solo punto.

**SOLUCIÓN** Sólo tenemos que descomponer un vector; el peso $\vec{F}_G$ y sus componentes se muestran con líneas punteadas en la figura c).

$F_{Gx} = mg \operatorname{sen} \theta,$

$F_{Gy} = -mg\cos\theta,$

donde por ahora usamos $\theta$ en vez de $30^o$. No hay aceleración, por lo que aplicando la segunda ley de Newton a las componentes x y y se tiene

$$\sum F_y = F_N - mgcos\theta = ma_y = 0$$

$$\sum F_x = mgsen\theta - \mu_k F_N = ma_x = 0.$$

De la primera ecuación tenemos $FN = mgcos\theta$. Sustituimos $F_N$ en la segunda ecuación.

$mgsen\theta - \mu_k(mg\cos\theta) = 0$

Ahora despejamos $\mu_k$:

$$\mu_k = \frac{mgsen\theta}{mgcos\theta} = \frac{sen\theta}{cos\theta} = tan\theta$$

que para $\theta = 30^o$
queda:
$\mu_k = tan\theta = tan30^o = 0.58$

Note que podríamos utilizar la ecuación

$\mu_k = tan\theta$

para determinar $m_k$ en una variedad de condiciones. Ahora todo lo que necesitamos es observar para qué ángulo de la pendiente el esquiador desciende con rapidez constante.

Es otra de las causas de por qué a menudo es útil insertar los valores numéricos hasta el final del desarrollo: obtenemos un resultado general que también es útil en otras situaciones.

- **PROBLEMAS DIFICULTAD BAJA(TEÓRICOS)**

$\boxed{\#1}$ ¿Cuál de las siguientes ecuaciones es dimensionalmente correcta?

a) $v_f^2 = v_0^2 + 2ta\Delta x$

b) $y_f = y_i + a_i t + \frac{1}{2}at^2$

c) $h = \dfrac{d^2}{2\sqrt{x^2+y^2}}$

d) Ninguna es correcta.

$\boxed{\#2}$ Las magnitudes de dos vectores paralelos $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son $A = 10.0$ unidades y $B = 6.00$ unidades. ¿Cuál de los siguientes números representa la magnitud del vector resultante $\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$?

a) 16.0 unidades

b) 4.00 unidades

c) 11.7 unidades

d) Ninguna es correcta.

$\boxed{\#3}$ Un automóvil recorre 15.0 millas al Este con una rapidez constante de 20.0 mi/h, y luego continúa en esa dirección 20.0 millas con una rapidez constante de 30.0 mi/h. ¿Qué podemos concluir sobre la **magnitud de la velocidad promedio**?

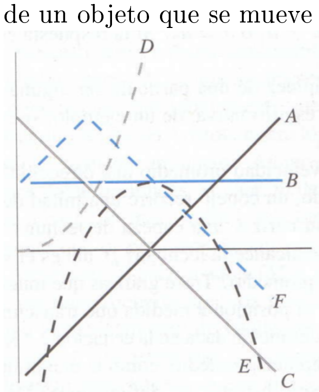
a) $v_{prom} < 25.0\ mi/h$

b) $v_{prom} > 25.0\ mi/h$

c) $v_{prom} = 25.0\ mi/h$

d) Ninguna es correcta.

$\boxed{\#4}$ En la figura hay varias gráficas con ejes sin nombre. ¿Cuál de ellas representa mejor la velocidad en función del tiempo, de un objeto que se mueve con rapidez constante?




a) A

b) B

c) C

d) D

c) E

d) F

$\boxed{\#5}$ Se lanza un objeto, directamente hacia arriba, con una rapidez inicial $v_0$, este alcanza su punto más alto y luego regresa a su mano. ¿Cuál es la magnitud de la aceleración del objeto en el punto más alto?

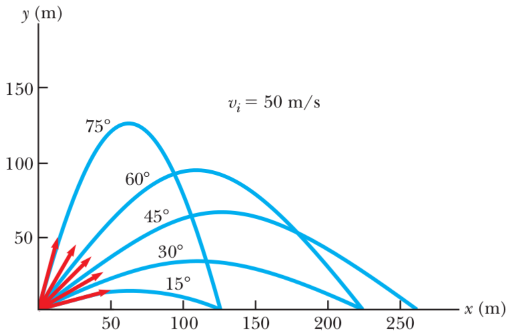
a) $0.00\,\mathrm{m/s^2}$

b) $9.80\,\mathrm{m/s^2}$

c) $4.90\,\mathrm{m/s^2}$

d) Ninguna es correcta.

#6 Ordene los ángulos de lanzamiento para las cinco trayectorias de la figura respecto al tiempo de vuelo, desde el tiempo de vuelo más corto al más largo.




a)

b)

c)

d)

e)

#7 A medida que un proyectil lanzado hacia arriba se mueve en su trayectoria parabólica, ¿en qué punto a lo largo de su trayectoria los vectores velocidad y aceleración del proyectil son mutuamente perpendiculares?

a) En ninguna parte.

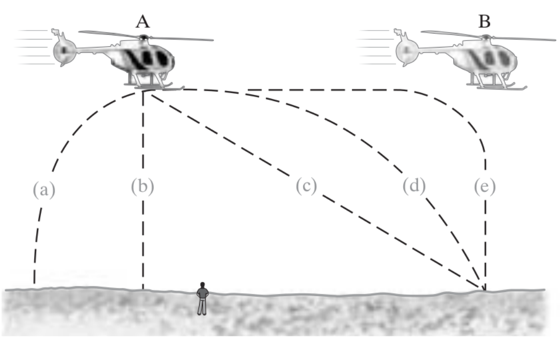
b) En el punto más alto.

c) En el punto de lanzamiento.

d) En el punto de llegada al suelo.

e) En todo momento son perpendiculares.

#8 Una pequeña caja pesada con suministros de emergencia se deja caer desde un helicóptero en movimiento en el punto A, mientras éste vuela a lo largo de una dirección horizontal. En el siguiente dibujo, ¿qué inciso describe mejor la trayectoria de la caja (despreciando la resistencia del aire), según la observa un individuo parado en el suelo?




a)

b)

c)

d)

e)

#9 Un bloque de madera con un peso de 1.00 kg está sobre otro idéntico que se halla en la parte superior de una mesa plana de plástico. El coeficiente de fricción estática entre las superficies de madera es $\mu_1$, y entre la madera y el plástico es $\mu_2$. Se aplica una fuerza horizontal F sólo al bloque superior, y aumenta hasta que el bloque de arriba empieza a deslizarse. El de abajo se deslizará con el de arriba si y sólo si:

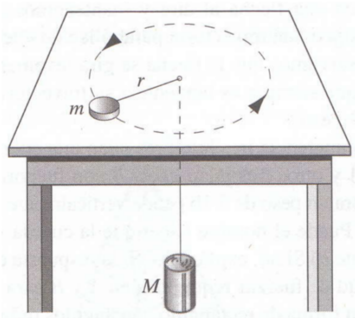
a) $\mu_1 < \frac{1}{2}\mu_2$

b) $\mu_2 < \mu_1$

c) $2\mu_2 < \mu_1$

d) $\frac{1}{2}\mu_2 < \mu_1 < \mu_2$

#10 Un disco de goma se mueve en un círculo de radio $r_0$ con una rapidez constante $v_0$, en una mesa uniforme sin fricción. Al disco se le sujeta una cadena que 1o mantiene en el círculo; la cuerda atraviesa un hoyo sin fricción, y por el otro extremo se ata a un objeto colgante de masa $M$. Hacemos que el disco de goma se desplace con una rapidez $v' = 2v_0$, pero todavía en un círculo. La masa del objeto colgante permanece inalterada. Ahora la aceleración $a'$ del disco y del radio $r'$ del círculo está dada por:




a) $a' = 4a_0$ y $r' = r_0$
b) $a' = 2a_0$ y $r' = 2r_0$
c) $a' = 2a_0$ y $r' = r_0$
d) $a' = a_0$ y $r' = 4r_0$
e) Ninguna es correcta.

## PROBLEMAS DIFICULTAD MEDIA

#1 En el servicio de tenis más rápido medido, la pelota sale de la raqueta a 73.14 m/s. En el servicio una pelota de tenis normalmente está 30.0 ms en contacto con la raqueta y parte del reposo. Suponga aceleración constante.

a) ¿Cuál era la aceleración de la pelota durante este servicio?
b) ¿Qué distancia recorrió la pelota durante el servicio?

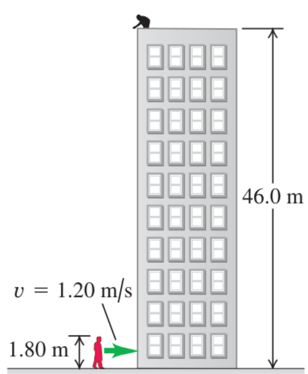
Respuesta: *a)* $a = 2440\ m/s^2$, *b)* $d = 1.10\ m$

#2 El tripulante de un globo aerostático, que sube verticalmente con velocidad constante de magnitud $v = 5.00\ m/s$, suelta un saco de arena cuando el globo está a 40.0 m sobre el suelo. Después de que se suelta, el saco está en caída libre.

a) Calcule la posición y velocidad del saco a 0.250 s y 1.00 s después de soltarse.
b) ¿Cuántos segundos tardará el saco en chocar con el suelo después de soltarse?
c) ¿Con qué rapidez chocará?
d) ¿Qué altura máxima alcanza el saco sobre el suelo?

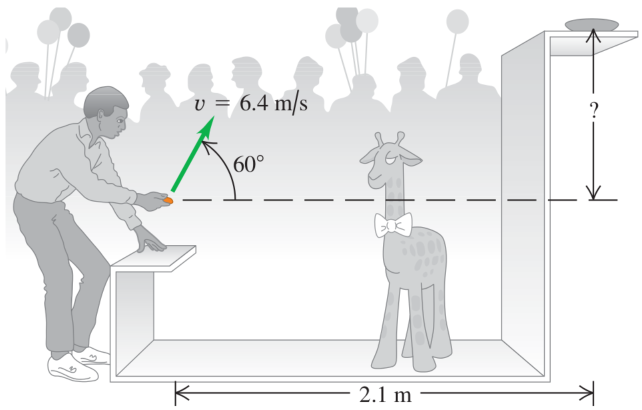
Respuesta: *a)* $h = 40.9\ m\ y\ v = 2.55\ m/s,\ h' = 40.1\ m\ y\ v' = -4.80\ m/s$, *b)* $t = 3.41\ s$, *c)* $v = -28.4\ m/s$, *d)* $h_{max} = 41.3\ m$

#3 Imagine que está en la azotea del edificio de física, a 46.0 m del suelo. Su profesor, que tiene una estatura de 1.80 m, camina 46.0 m junto al edificio a una rapidez constante de 1.20 $m/s$. Si usted quiere dejar caer un huevo sobre la cabeza de su profesor, ¿dónde deberá estar éste cuando usted suelte el huevo? Suponga que el huevo está en caída libre.
Respuesta: $d = 3.60\ m$



#4 En una feria, se gana una jirafa de peluche lanzando una moneda a un platito, el cual está sobre una repisa más arriba del punto en que la moneda sale de la mano y a una distancia horizontal de 2.10 m desde ese punto. Si lanza la moneda con velocidad de 6.40 m/s, a un ángulo de 60.0 grados sobre la horizontal, la moneda caerá en el platito. Ignore la resistencia del aire.

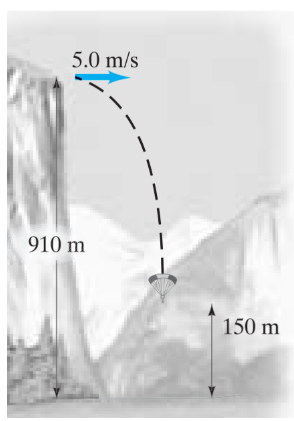
a) ¿A qué altura está la repisa sobre el punto donde se lanza la moneda?
b) ¿Qué componente vertical tiene la velocidad de la moneda justo antes de caer en el platito?




Respuesta: *a)* $h = 1.50\ m$, *b)* $v_y = -0.890\ m/s$

#5 Aficionados a los deportes extremos saltan desde lo alto de *El Capitn*, un escarpado acantilado de granito de 910 m de altura en el Parque Nacional de Yosemite. Suponga que una saltadora corre horizontalmente desde la cima de El Capitán con una rapidez de 5.00 m/s y, al saltar, disfruta de una caída libre hasta que está a 150 m encima del suelo del valle; y en ese momento abre su paracaídas.

a) ¿Durante cuánto tiempo la saltadora va en caída libre? Ignore la resistencia del aire.
b) Es importante estar tan lejos del acantilado como sea posible antes de abrir el paracaídas. ¿Qué tan lejos del risco está la saltadora cuando abre su paracaídas?

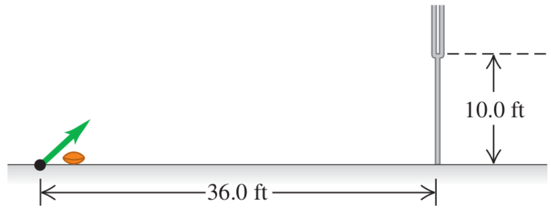



Respuesta: *a)* $t = 12.45\ s$, *b)* $x = 62.25\ m$

#6 En fútbol americano, después de anotar un touchdown, el equipo tiene la oportunidad de ganar un punto más pateando el balón por encima de una barra sostenida entre dos postes. La barra está colocada en posición horizontal a 10.0 ft por encima del suelo, y el balón se patea desde nivel del suelo a una distancia horizontal de 36.0 ft con respecto a la barra. Las reglas del fútbol se indican en unidades inglesas pero, para este problema, realice la conversión a unidades del SI.

a) Hay un ángulo mínimo por encima del suelo, de tal forma que si el balón se lanza por debajo de este ángulo, jamás podrá saltar por encima de la barra, sin importar la rapidez que le imprima la patada. ¿Cuál es ese ángulo?

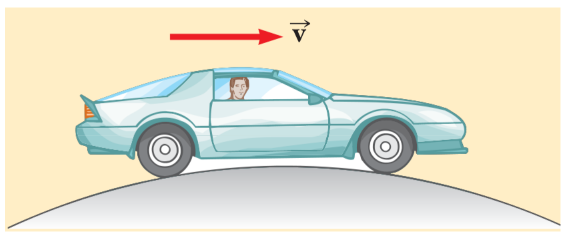
b) Si el balón se patea a 45.08 por encima de la horizontal, ¿cuál debe ser su rapidez inicial para apenas alcanzar a librar la barra?




Respuesta: *a*) $\alpha = 15.5^o$, *b*) $v_o = 12.2\ m/s$

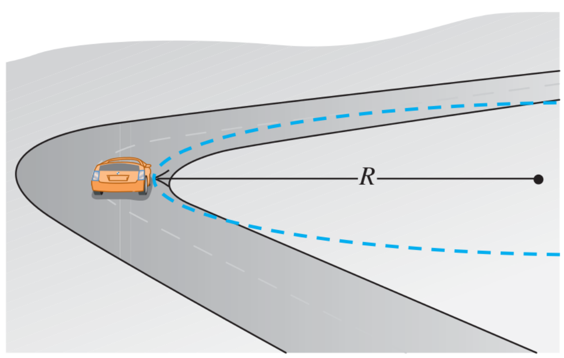
$\boxed{\#7}$ Suponga que un automóvil de 1800 kg pasa sobre un tope en una autopista que sigue el arco de un círculo de 20.4 m de radio, como se muestra en la figura.

a) ¿Qué fuerza ejerce el camino sobre el automóvil conforme éste pasa el punto más alto del tope, si viaja a 30.0 km/h?
b) ¿Qué pasaría si? ¿Cuál es la máxima rapidez que puede tener el automóvil mientras pasa el punto más alto sin perder contacto con el camino?




Respuesta: a) $F = 11.5\ kN$, b) $v_{mx} = 14.1\ m/s$

$\boxed{\#8}$ Un automóvil deportivo va por una curva sin peralte de radio $R$ como se muestra en la figura. Si el coeficiente de fricción estática entre los neumáticos y la carretera es $\mu_s$, ¿cuál es la rapidez máxima $v_{max}$ con que el conductor puede tomarse la curva sin derrapar?




Respuesta: $v_{max} = \sqrt{\mu_s g R}$

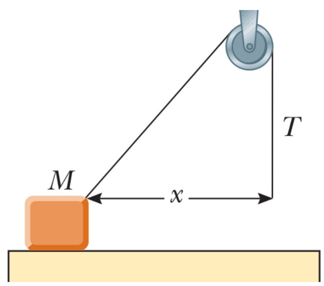
$\boxed{\#9}$ Se ata un cordón a una cubeta con agua, la cual se gira en un círculo vertical de radio 0.600 m. ¿Qué rapidez máxima debe tener la cubeta en el punto más alto del círculo para no derramar agua?
Respuesta: $v_{max} = 2.42 m/s$

$\boxed{\#10}$ Un proyectil se dispara con una ángulo inicial $\theta = 30^o$ y rapidez inicial $v_0$, en tal forma que su altura es $h$. Si se dispara otro proyectil tratando que la altura de éste sea $2h$, con la misma rapidez inicial. Cuál es el ángulo $\alpha$ de proyección del segundo proyectil?
Resuesta: $\alpha = 45^o$

#11 Un atleta que participa en salto de longitud deja el suelo a un ángulo de 28.0° sobre la horizontal y con una rapidez de 14.0 m/s. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
Respuesta: $h_{mx} = 2.204\ m$

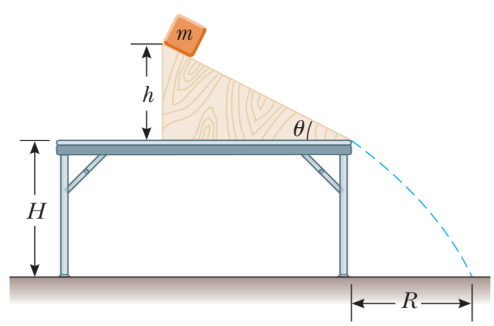
#12 En un bar local, un cliente desliza sobre la barra un tarro de cerveza vacío para que lo vuelvan a llenar. El cantinero está momentáneamente distraído y no ve el tarro, que se desliza de la barra y golpea el suelo a 2.00 m de la base de la barra. Si la altura de la barra es de 1.00 m, ¿con qué velocidad el tarro dejó la barra?
Respuesta: $v_i = 4.43 m/s$

#13 Dos objetos se conectan sobre una mesa como se muestra en la figura. La mesa rugosa tiene un coeficiente de fricción cinética $\mu_k$. Los objetos tienen masas de 1.00 kg y 2.00 kg, como se muestra en la figura, las poleas no tienen fricción. Determine el coeficiente de fricción cinética $\mu_k$ entre el bloque de 1.00 kg y la mesa rugosa si la tensión en la cuerda es 9.60 $N$.




Respuesta: $\mu_k = 0.469$

#14 Un bloque de masa m=5.00 kg se libera desde el reposo en h=1.00 m sobre la superficie de una mesa, en lo alto de un plano inclinado de 30.0$^o$, como se muestra en la figura. El plano sin fricción está fijo sobre una mesa de altura H=3.00 m. Determine la distancia $R$ de la mesa donde el bloque golpeará el suelo?




Respuesta: $d = 2711.0m$

#15 Dos automóviles, A y B, viajan en línea recta. La distancia de A con respecto al punto de partida está dada, en función del tiempo, por $x_A(t) = \alpha t + \beta t^2$, con $\alpha = 2.60\ m/s$ y $\beta = 1.20\ m/s^2$. La distancia entre B y el punto de partida es $x_B(t) = \gamma t^2 - \delta t^3$, con $\gamma = 2.80\ m/s^2$ y $\delta = 0.20\ m/s^3$.

a) ¿Cuál auto se adelanta justo después de salir del punto de partida?
b) ¿En qué instante(s) los dos autos están en el mismo punto?
c) ¿En qué instante(s) la distancia entre A y B no está aumentando ni disminuyendo?
d) ¿En qué instante(s) A y B tienen la misma aceleración?

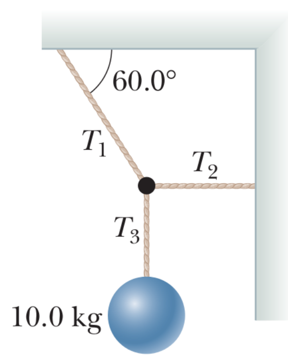
Respuesta: $a)\ A,\ b)\ t = 0\ s,\ t = 2.27\ s,\ t = 5.73\ s,\ c)\ t = 1.00\ s,\ t = 4.33\ s,\ d)\ t = 2.67\ s$

#16 Un atleta lanza un balón de basquetbol hacia arriba desde su mano (aproximadamente $1.60\,\mathtt{m}$) y le da una rapidez de $10.6\,\mathtt{m/s}$ a un ángulo $\theta$ sobre la horizontal. En su camino hacia abajo, el balón golpea el aro de la canasta, a $3.15\,\mathtt{m}$ sobre el suelo. ¿Qué ángulos $\theta$ sobre el suelo se requiere para este lanzamiento?
Respuesta: $\theta = 31.76^o$ y $\theta = 77.42^o$

#17 Un pasajero de masa desconocida $m$ viaja en un elevador mientras permanece de pie sobre una báscula de plataforma, que es esencialmente una báscula calibrada de resorte que da una lectura de masa a través de la fuerza ejercida por ella sobre el pasajero (Fuerza Normal). El elevador se mueve hacia arriba con una aceleración de $2.26\,\mathtt{m/s^2}$. Determine la masa real (en reposo) del pasajero $m$ si en el momento que el elevador se mueve la báscula marca $m_a = 80\,\mathtt{kg}$.
Respuesta: $m = 65kg$

#18 Un acróbata en motocicleta se lanza del borde de un risco. Justo en el borde, su velocidad es horizontal con magnitud de $9.00\,\mathtt{m/s}$. Obtenga su distancia desde el borde después de $0.50\,\mathtt{s}$.
Respuesta: $d = 4.66m$

#19 La figura muestra un objeto de masa $m = 10.0\,\mathtt{kg}$ colgado del techo de una habitación. Encuentre la magnitud de la tensión $T_2$.
Respuesta: $T_2 = 56.58N$




#20 Una pelota de tenis es pateada desde el suelo con una velocidad inicial de 30.0 m/s a $25.0^o$ sobre la horizontal. Golpéa en una pared vertical 2.50 s después de ser pateada. ¿Cuál es el ángulo de la velocidad con la que la pelota golpéa la pared?
Respuesta: $\alpha = -23.5^o$

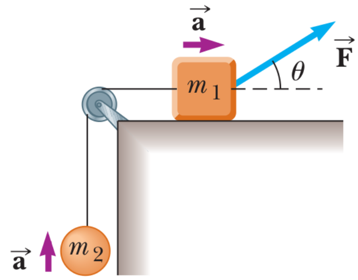
#21 Un techo plano de una escuela tiene una altura de 10.0 m arriba del nivel de la calle. Un peatón lanza una bola en un ángulo de $50.0^o$ sobre la horizontal a un punto 25.0 m desde la base de la pared de la escuela. La bola llega justo al techo de la escuela (que es el punto más alto de su movimiento parabólico). Encuentre la rapidez a la que se lanzó la bola.
Respuesta: $V_o = 19.4m/s$

#22 Un trabajador de bodega empuja una caja de 11.2 kg de masa sobre una superficie horizontal con rapidez constante de 3.50 m/s. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y la superficie es de 0.200. ¿Qué fuerza horizontal debe aplicar el trabajador para mantener el movimiento?
Respuesta: F=21.95N

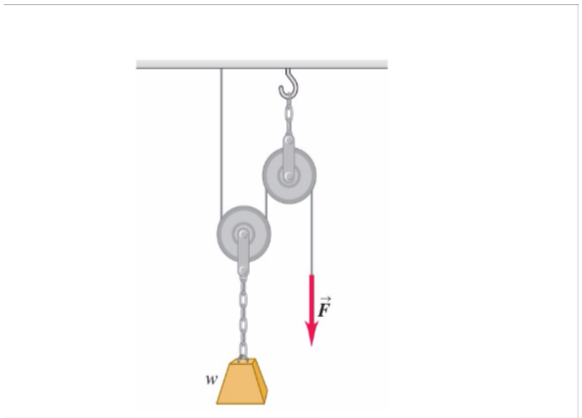
#23 Una piedra es lanzada hacia arriba desde lo alto de un edificio, a un ángulo $\theta = 45.0$ *grados* sobre la horizontal, y con una rapidez inicial de 10.0 m/s. La altura del edificio es de 65.0 m. ¿Cuánto tarda la piedra en llegar al suelo?
Respuesta: $t = 4.43s$

#24 Un helicóptero militar está en una misión de entrenamiento y vuela horizontalmente con una rapidez de 60.0 m/s y accidentalmente suelta una bomba (desactivada, por suerte) a una altitud de 300 m. Puede despreciarse la resistencia del aire. ¿Qué tiempo tarda la bomba en llegar al suelo?
Respuesta: $t = 7.83s$

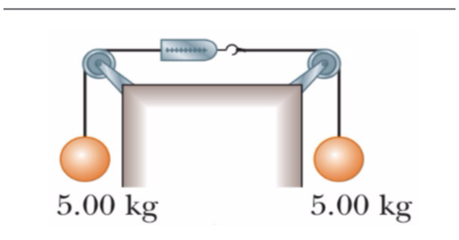
#25 Un bloque de masa $m_1 = 2.00\ kg$ sobre una superficie horizontal rugosa se conecta a una bola de masa $m_2 = 1.00\ kg$ mediante una cuerda ligera sobre una polea ligera sin fricción, como se muestra en la figura. Al bloque se aplica una fuerza de magnitud $F = 50.0\ N$ en un ángulo $\theta = 30.0\ grados$ con la horizontal como se muestra, y el bloque se desliza hacia la derecha. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es $\mu_k = 0.150$. Determine la magnitud de la aceleración de los dos objetos.
Respuesta: $a = 10.2 m/s^2$



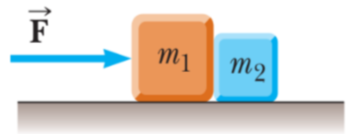

#26 En la siguiente figura un obrero levanta un peso $w$ tirando hacia abajo de una cuerda con una fuerza F. La polea superior está unida al techo con una cadena; en tanto que la polea inferior está unida al peso con otra cadena. En términos de $w$, determine la tensión en cada cadena y la magnitud de la fuerza $F$ si el peso sube con rapidez constante. Incluya el (los) diagrama(s) de cuerpo libre que usó para obtener sus respuestas. Suponga que los pesos de la cuerda, las poleas y las cadenas son insignificantes.
Respuesta: $F = \frac{\omega}{2}$




#27 El sistema que se muestra en la siguiente figura esta en equilibrio. Si la balanza de resorte se calibra en newtons, ¿qué lectura indica en éste caso? Ignore las masas de las poleas y cuerdas.
Respuesta: $R = 13.85N$



#28 Dos bloques de masas $m_1 = 8.00$ kg y $m_2 = 5.00$ kg, se colocan en contacto mutuo sobre una superficie horizontal sin fricción, como se muestra en la figura #4. Una fuerza horizontal constante $F = 15.0$ N se aplica a $m_1$. Determine la magnitud de la fuerza de contacto entre los dos bloques.
Respuesta:$F = 49N$




#29 Un atleta que participa en salto de longitud deja el suelo a un ángulo de $28.0^o$ sobre la horizontal y con una rapidez de 14.0 m/s. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

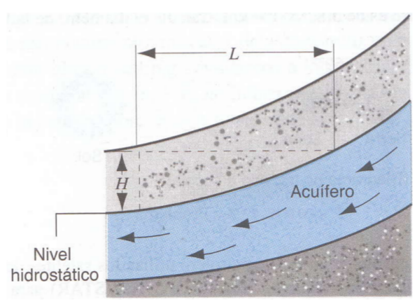
Respuesta: $h_{mx} = 2.204\ m$

## PROBLEMAS DIFICULTAD ALTA

#1 Se da el nombre de acuífero, a la roca porosa por donde pasa el agua subterránea. El volumen $V$ de agua que, en el tiempo $t$, se desplaza por una sección transversal del area $A$ de un acuífero está dado por:

$$\frac{V}{t} = \frac{KAH}{L} \tag{1}$$

Donde $H$, es la caída vertical del acuífero sobre la distancia horizontal $L$ (ver Figura #7). A esta relación se le llama ley de Darcy. La cantidad $K$ es la conductividad hidráulica del acuífero. ¿Cuáles son las unidades SI de K?




#2 Estableciendo un récord mundial en una carrera de 100 m, Maggie y Judy cruzan la línea final en un empate muy apretado, pues ambas tardan 10.2 s. Acelerando uniformemente, a Maggie le toma 2.00 s y a Judy 3.00 s lograr su máxima rapidez, que mantienen durante el resto de la carrera.

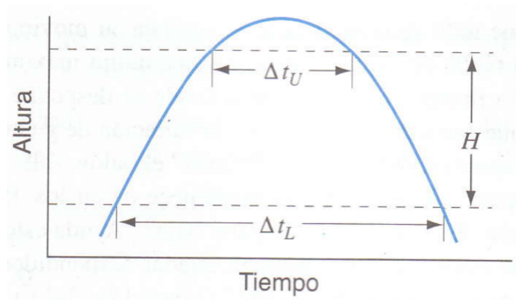
a) ¿Cuál fue la aceleración de cada corredora?
b) ¿Cuáles fueron sus respectivas magnitudes de velocidad máximas?

#3 Un auto viaja a los largo de la línea $OX$ con un movimiento uniformemente acelerado. En los tiempos $t_1$ y $t_2$, sus posiciones son $x_1$ y $x_2$, respectivamente. Demostrar que su aceleración es:

$$a = \frac{2\left(x_2 t_1 - x_1 t_2\right)}{t_1 t_2 \left(t_2 - t_1\right)} \tag{2}$$

#4 En el National Physical Laboratory de Inglaterra (el equivalente británico del National Institute of Standards and Technology), una medida de la aceleración $g$ se efectuó lanzando una pelota de vidrio hacia arriba en un tubo al vacío y dejándolo retornar, como se aprecia en la figura. Sea $\Delta t_L$ el intervalo entre los dos pasajes por el nivel inferior, $\Delta t_U$ el intervalo entre los dos pasajes por el nivel superior y $H$ la distancia entre ambos niveles. Demuestre que:

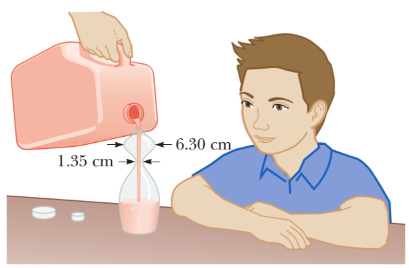
$$g = \frac{8H}{(\Delta t_L)^2 - (\Delta t_U)^2} \tag{3}$$



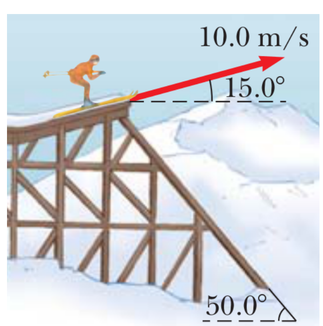

#5 Un niño le encanta ver como se llena una botella de plástico transparente con champú (ver figura #10). Cada sección horizontal de la botella es circular, pero los diámetros de los círculos en la botella tienen diferentes valores. Se vierte champú de color en la botella a una velocidad constante de 16.5 $cm^3/s$. ¿En qué punto el nivel en la botella tiene mayor crecimiento?

a) En un punto donde el diámetro de la botella es 6.30 cm.

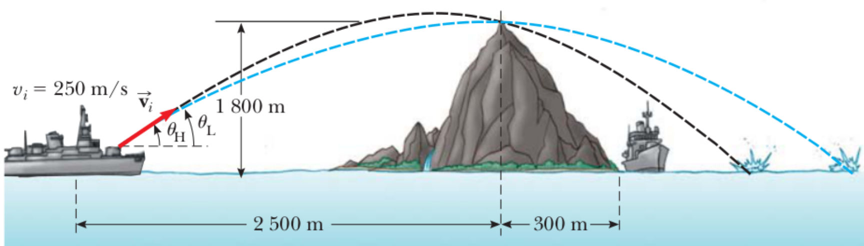
b) En un punto donde el diámetro es de 1.35 cm.




#6 Un esquiador deja una rampa de salto con una velocidad de 10.0 $m/s$ y 15.0$^o$ sobre la horizontal. La pendiente está inclinada a 50.0$^o$ y la resistencia del aire es despreciable. Encuentre la distancia desde la rampa hasta donde aterriza el esquiador.



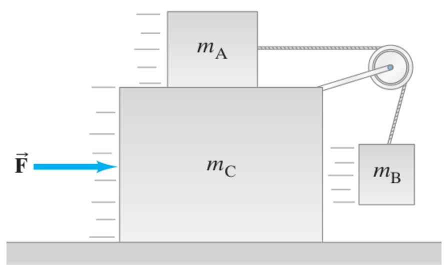
#7 Un barco enemigo está en el lado oeste de una isla montañosa. El barco enemigo maniobra a 2500 m del pico de una montaña de 1800 m de alto y dispara proyectiles con una rapidez inicial de 250 m/s. Si la playa este está horizontalmente a 300 m del pico, ¿cuáles son las distancias desde la playa este a la que un barco puede estar seguro del bombardeo del barco enemigo?



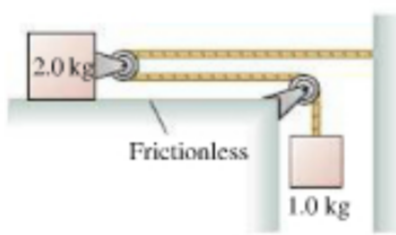

#8 Se lanza un proyectil con rapidez $v_0$ y ángulo $\alpha$ sobre la horizontal desde una altura $h$ sobre el suelo. Demuestre que, si no se considera la resistencia del aire, la distancia horizontal que recorre el proyectil antes de tocar el suelo es:

$$x = \frac{v_0 \cos\alpha}{g}\left(v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}\right) \tag{4}$$

#9 Determine una fórmula para la magnitud de la fuerza $\vec{F}$ ejercida sobre el bloque grande ($m_C$) en la figura, de manera que la masa $m_A$ no se mueva con respecto a $m_C$. Desprecie la fricción en todas las superficies y suponga que $m_B$ no tiene contacto con $m_C$.




#10 ¿Cuál es la aceleración del bloque de 2.0 kg sobre la mesa sin fricción?




# REFERENCIAS:


- Raymond A. Serway y John W. Jewett Jr, Física para Ciencias e Ingeniería, Volumen I, Novena Edición.
- Douglas C. Giancoli, Física para Ciencias e Ingeniería, Volumen I, Cuarta Edición.
- Resnick, Halliday & Krane, Física, Volumen I, Quinta Edición.
- Young, Hugh D. y Roger A. Freedman, Física Universitaria, Volumen I, Decimosegunda Edición.