



## Campo magnético Terrestre

### I. Objetivos

- Analizar la interacción entre el campo magnético terrestre y el generado por la bobina de Helmholtz, aplicando el principio de superposición de campos.
- Determinar la componente horizontal del campo magnético de la Tierra a partir de la desviación de una brújula ubicada en el centro de una bobina de Helmholtz.

### II. Problema

Sabemos que la electricidad y el magnetismo son dos fenómenos ligados el uno al otro. Las cargas eléctricas poseen un campo magnético asociado, generado por el movimiento de las mismas. A grandes escalas, estas cargas en movimiento generan campos magnéticos descomunales gigantes, y un ejemplo de ello es el campo magnético de los cuerpos celestes.

La fuente del campo magnético de la Tierra está en el área exterior al núcleo del planeta, donde flujos gigantes de hierro fundido y otros metales se desplazan lentamente, creando el efecto dinamo autoexcitante. Más información sobre el origen del núcleo puede encontrarse en Survey, 2025.

El campo magnético de la Tierra es importante para la vida en muchos sentidos, y para esta práctica se pretende calcular el campo magnético terrestre (específicamente la componente horizontal) desde el laboratorio mediante superposición de campos magnéticos y algo de geometría.

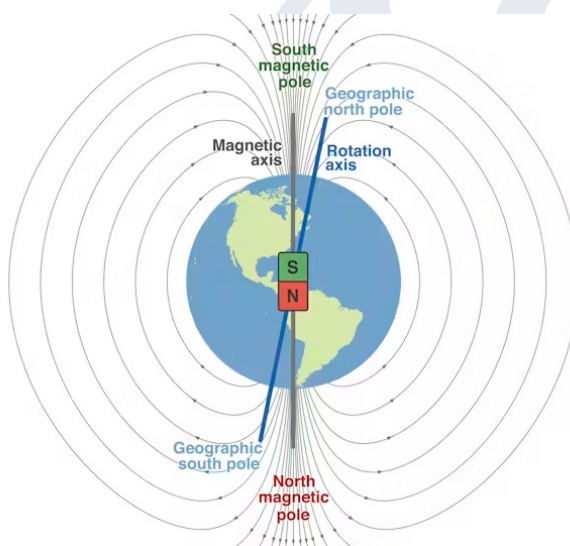


Figura 1: Campo magnético terrestre. Fuente: The Conversation

### III. Marco Teórico

#### Bobina con configuración de Helmholtz

Una bobina de Helmholtz está compuesta por dos bobinas circulares idénticas, separadas por una distancia igual a su radio. Esta configuración es utilizada para generar un campo magnético aproximadamente uniforme en la región central. Para derivar la expresión del campo magnético en el eje de la bobina de Helmholtz, utilizamos la ley de Biot-Savart:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2}. \quad (1)$$

Consideramos una espira circular de radio  $R$  situada en el plano  $xy$ , con corriente  $I$  circulando en el sentido antihorario. Queremos determinar la componente axial del campo magnético en un punto del eje  $z$ . Para ello, utilizamos la expresión diferencial del campo en un punto sobre el eje:

$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} \cdot \hat{\mathbf{z}}. \quad (2)$$

Debido a la simetría de la espira, las contribuciones perpendiculares al eje se cancelan, por lo que solo consideramos la componente axial  $B_z$ . Usando coordenadas cilíndricas, la distancia del elemento de corriente al punto sobre el eje es:

$$R = \sqrt{a^2 + z^2}, \quad (3)$$

y el campo magnético diferencial en la dirección  $z$  es:

$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{a d\varphi}{(a^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (4)$$

Integrando sobre toda la espira  $\varphi \in [0, 2\pi]$ :

$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (5)$$

Ahora consideramos la configuración de Helmholtz, que consta de dos espiras idénticas, separadas una distancia  $a$ , con sus centros en  $z = \pm a/2$ . El campo total en el centro se obtiene sumando las contribuciones de ambas espiras:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + (a/2)^2)^{3/2}} + \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + (a/2)^2)^{3/2}}. \quad (6)$$

Evaluamos el denominador:

$$a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}, \quad (7)$$

y elevando a  $3/2$ :

$$\left(\frac{5a^2}{4}\right)^{3/2} = \frac{(5a^2)^{3/2}}{8} = \frac{5\sqrt{5}a^3}{8}. \quad (8)$$

Sustituyendo en la ecuación del campo:

$$B = 2 \times \frac{\mu_0 I a^2}{2 \times \frac{5\sqrt{5}a^3}{8}} = \frac{8\mu_0 I}{5\sqrt{5}a}. \quad (9)$$

Si la bobina tiene  $N$  espiras por cada espira circular, multiplicamos el resultado por  $N$ :

$$B = \frac{8\mu_0 NI}{5\sqrt{5}a}. \quad (10)$$

Esta expresión proporciona el campo magnético en el centro de una bobina de Helmholtz, mostrando cómo la disposición de las bobinas optimiza la uniformidad del campo en la región central.

### Funcionamiento de la Brújula

La brújula es un dispositivo basado en una aguja magnetizada que se alinea con el campo magnético terrestre. Bajo condiciones normales, la aguja apunta en la dirección del campo magnético terrestre local, cuya componente horizontal es la responsable de su orientación.

Cuando se coloca la brújula en el centro de una bobina de Helmholtz, el campo generado por la corriente en la bobina se superpone al campo magnético terrestre, modificando la dirección resultante del campo en el plano horizontal. Como consecuencia, la aguja de la brújula se desvía un cierto ángulo respecto a la dirección inicial, lo que permite calcular la magnitud del campo magnético horizontal terrestre.

### Superposición de Campos

Considerando que el campo magnético terrestre tiene una componente idealmente horizontal en la región del experimento, el campo generado por la bobina de Helmholtz  $B_H$  y la componente horizontal del campo terrestre  $B_{TH}$  se combinan formando un ángulo  $\varphi$ , que es la desviación observada en la brújula.

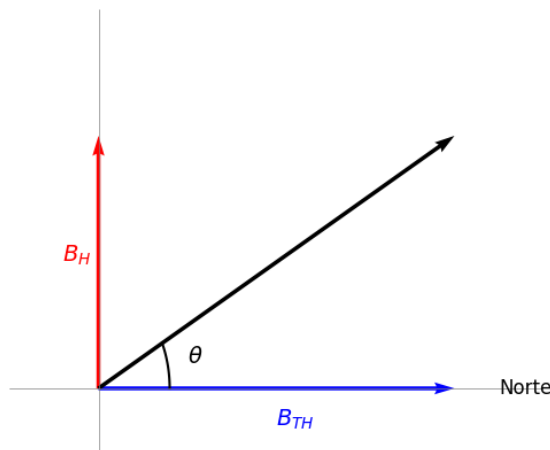


Figura 2: Diagrama de superposición de campos magnéticos

Por la regla del paralelogramo, la relación entre estos campos está dada por:

$$\tan \varphi = \frac{B_H}{B_{TH}}. \quad (11)$$

De esta manera, midiendo el ángulo  $\varphi$  y conociendo el campo  $B_H$  generado por la bobina a partir de la corriente aplicada, se puede despejar  $B_{TH}$  como:

$$B_{TH} = \frac{B_H}{\tan \varphi} = \frac{8\mu_0 NI}{5\sqrt{5}a} \frac{1}{\tan \varphi}. \quad (12)$$

Esta ecuación permite calcular la componente horizontal del campo magnético terrestre de forma experimental a partir de la medición del ángulo de desviación de la brújula y la corriente asociada.

## IV. Montaje Experimental

Para la practica necesitaremos los siguientes materiales:

- Bobina de Helmholtz con número de espiras y resistencia conocidas.
- Brújula.
- Fuente de alimentación de corriente continua ajustable.
- Multímetro digital para medir la corriente.
- Regla o calibrador para medir el radio de la bobina.
- Soportes y cables de conexión con puntas tipo banana.
- Computadora con software Mathematica

Un ejemplo del montaje armado puede encontrarse en la figura siguiente:

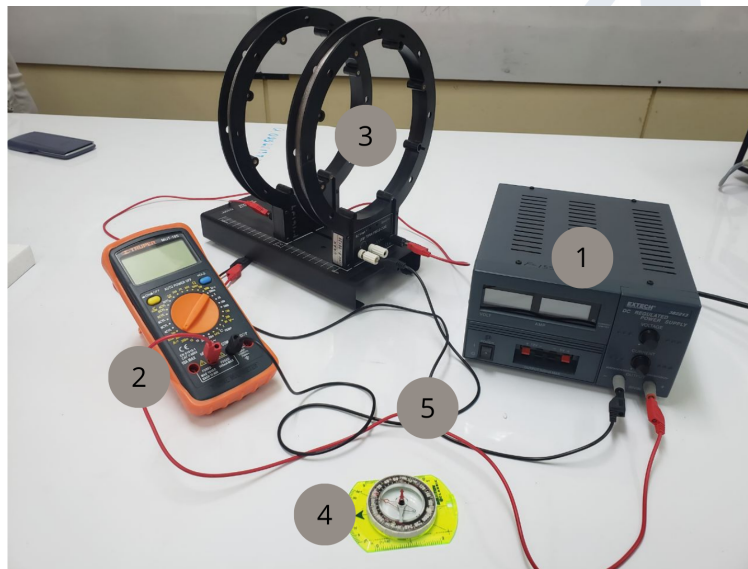


Figura 3: Montaje de laboratorio. 1) Fuente de voltaje de corriente continua. 2) Multímetro digital. 3) Bobinas de Helmholtz. 4) Brújula. 5) Cables de conexión con punta tipo banana.

## V. Procedimiento Experimental

Para llevar a cabo el experimento, deben seguirse los siguientes pasos:

- 1 Medir con una regla o cinta métrica los radios de las bobinas a emplear. Para que el experimento tenga consistencia con la teoría, la bobina debe cumplir con la condición de Helmholtz, la cual establece que la separación entre las bobinas debe ser igual al radio de las mismas. Por lo tanto, una vez obtenida la medida de los radios, se debe proceder a colocar las bobinas en la posición correcta.
- 2 Las brújulas son altamente sensibles a cualquier fuente magnética, por lo que el montaje debe colocarse en el centro de las mesas. Esto se debe a que en los bordes de las mesas hay cables con corriente que pueden afectar considerablemente la dirección de la brújula.
- 3 Utilizando la brújula, se debe ubicar el norte magnético y, posteriormente, alinear la dirección del eje magnético de la bobina de forma perpendicular al norte. Esto permitirá que las direcciones de los campos vectoriales simulen lo que se muestra en la figura 2. Una vez ubicadas las bobinas, la brújula debe colocarse en el centro del montaje, asegurándose de que esté alineada con el eje de las bobinas y procurando que el norte de la brújula coincida con la dirección de la aguja.
- 4 El circuito debe conectarse en serie, de modo que la corriente fluya en la misma dirección para ambas bobinas. Se debe verificar que la corriente pase sin problemas por el amperímetro y luego al resto del circuito. Para asegurarse de que las conexiones estén hechas correctamente, puede guiarse por la siguiente imagen:

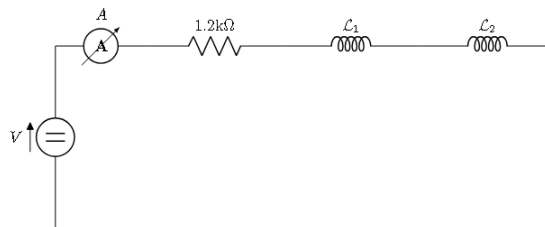


Figura 4: Diagrama del circuito.

- 5 Antes de encender el equipo, verifique que las perillas de corriente y voltaje estén en cero. Luego, encienda la fuente. Aumente ligeramente la corriente y, posteriormente, varíe el voltaje mientras observa cómo cambia la dirección de la brújula. Esto permitirá asegurarse de que el montaje funciona correctamente.
- 6 Una vez comprobado que el experimento está en orden, proceda a realizar las mediciones. Aumentando la corriente de forma gradual y variando el voltaje de la fuente, haga que la aguja de la brújula se desvíe aproximadamente 4 grados respecto al norte y registre en la tabla la magnitud del ángulo exacto que este midiendo y la corriente indicada por el amperímetro para ese ángulo. Realice un total de 10 mediciones, incrementando el ángulo en pasos de aproximadamente 4 grados mientras toma los datos.
- 7 Tras completar la toma de datos, regrese las perillas de voltaje y corriente a cero y apague la fuente. Con los valores obtenidos, puede comenzar el tratamiento de datos.

VI. Tablas de Datos

| No | $\varphi^\circ$ (grados) | $\tan \varphi$ | I (mA) |
|----|--------------------------|----------------|--------|
| 1  |                          |                |        |
| 2  |                          |                |        |
| 3  |                          |                |        |
| 4  |                          |                |        |
| 5  |                          |                |        |
| 6  |                          |                |        |
| 7  |                          |                |        |
| 8  |                          |                |        |
| 9  |                          |                |        |
| 10 |                          |                |        |

Tabla 1: Tabla de datos experimentales

| $a$ (m) | $\delta_a$ (m) | $\delta_I$ (mA) |
|---------|----------------|-----------------|
|         |                |                 |

Tabla 2: Constantes e incertidumbres experimentales

## VII. Tratamiento de Datos Experimentales

Para este experimento se lleva a cabo una regresión lineal, la cual aprovecha la relación entre las variables medidas mediante la ecuación 12.

La expresión utilizada para calcular  $B_{TH}$  es:

$$B_{TH} = \frac{8\mu_0 NI}{5\sqrt{5}a} \cdot \frac{1}{\tan \varphi} \quad (13)$$

Dado que se ha realizado un ajuste lineal, la relación entre  $I$  y  $\tan \varphi$  permite definir la pendiente  $m$  como:

$$m = \tan \varphi = \frac{B_H}{B_{TH}} \quad (14)$$

Por lo tanto, podemos reescribir la ecuación (13) en términos de  $m$ . El valor central de  $B_{TH}$  se calcula tal que:

$$B_{TH}^- = \frac{8\mu_0 N \bar{I}}{5\sqrt{5}am} \quad (15)$$

donde:

- $\bar{I}$  es el valor promedio de las corrientes medidas.
- $a$  es el valor del radio utilizado.
- $m$  es la pendiente obtenida de la regresión lineal.

Cuando una magnitud  $f$  depende de varias variables medidas  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , cada una con una incertidumbre asociada  $\delta_{x_1}, \delta_{x_2}, \dots, \delta_{x_n}$ , la incertidumbre en  $f$ , denotada como  $\delta_f$ , se obtiene mediante la propagación de errores:

$$\Delta_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \delta_{x_i} \right)^2}. \quad (16)$$

Finalmente, obteniendo la incertidumbre propagada de  $B_{TH}^-$ , se debe presentar un resultado de la siguiente forma:

$$\vec{B}_{TH} = (B_{TH}^- \pm \Delta_{B_{TH}^-}) \mu T. \quad (17)$$

### Trabajo a realizar

- 1 Para este experimento, la propagación de errores se realiza diferenciando  $B_{TH}$  parcialmente respecto a  $I$ ,  $a$  y  $m$ .

$$\Delta_{B_{TH}^-} = B_{TH}^- \sqrt{\left( \frac{\delta_I}{\bar{I}} \right)^2 + \left( \frac{\delta_a}{a} \right)^2 + \left( \frac{\delta_m}{m} \right)^2} \quad (18)$$

donde:

- $\delta_I$  es la incertidumbre en la corriente  $I$ .

- $\delta_a$  es la incertidumbre en el radio  $a$ .
- $\delta_m$  es la incertidumbre en la pendiente  $m$ , obtenida del ajuste de regresión.
- $B_{TH}^-$  es el valor central del campo magnético.

Empleando la ecuación 15 y la ecuación 16, demuestre la expresión.

LA  
CEM  
ASP  
CIO



- 2 Auxiliándose en el software Mathematica y usando los datos recopilados en las tablas, calcule la pendiente  $m$ , la incertidumbre en la pendiente  $\delta_m$ , el valor promedio  $\bar{I}$ , el valor central del campo magnético  $B_{TH}^-$  y la incertidumbre del campo  $\Delta_{B_{TH}^-}$ . Reporte sus resultados para  $B_{TH}^+$  en forma de la ecuación 17.

*[Para obtener los parámetros de la pendiente y la incertidumbre en la pendiente puede avocarse a la información adjunta en la sección de Anexos]*

- 3 Empleando Mathematica, relice un gráfico de barras de error y compare el valor teórico del campo magnético con el valor obtenido con los datos de laboratorio.

*[Para ver ejemplo de como hacer gráficos de error puede avocarse a la información adjunta en la sección de Anexos]*

## VIII. Análisis de Resultados

1. ¿Qué sucedería si quitamos la resistencia?
2. En su opinión ¿porque no llegamos al valor de  $27\mu T$ ?
3. A partir de la expresión 18 ¿Que variable introduce un mayor error?
4. ¿En qué afectaría el resultado si la separación entre las bobinas  $a$  fuese mayor de la planteada?

5. Plantee a partir de la expresión que empleamos para calcular la componente horizontal del campo magnético  $B_{TH}$  una nueva expresión con la que podríamos calcular la magnitud del campo magnético total, tomando en cuenta la existencia de la componente vertical del campo magnético. Dibuje un diagrama donde relaciona estos vectores y el campo resultante.

## IX. Conclusiones

- 
- 
-

## X. Anexos

### Extracción de parámetros de modelos estadísticos en Mathematica

Cuando definimos un modelo matemático (ya sea lineal o no) para calcular variables físicas en Mathematica, podemos obtener los parámetros del modelo si guardamos los datos en una variable del sistema. Se hace de la manera siguiente:

```
(* Datos experimentales *)
datos = {{x1,y1}, {x2,y2}, {x3,y3},...,{xn,yn};

(* Ajuste lineal de la forma y = ax + b *)
model = LinearModelFit[datos, {1,x}, x];

(* Extraer la pendiente m *)
pendiente = model["BestFitParameters"][[1]]

(* Extraer la incertidumbre en la pendiente *)
incertidumbrePendiente = model["ParameterErrors"][[1]]
```

Listing 1: Extracción de parámetros estadísticos en Mathematica

La variable **model** contiene los parámetros del sistema, lo cual solo resta extraerlos. En nuestro caso **model**, para obtener específicamente el parámetro de la pendiente se escribe **model["BestFitParameters"][[1]]**, y para obtener la incertidumbre de la pendiente se escribe **model["ParameterErrors"][[1]]**. A modo de ejemplo, tenemos el siguiente conjunto de datos y extraeremos sus parametros:

$$(x, y) = ((0.95, 0.069), (1.8, 0.141), (2.55, 0.213), (3.31, 0.287))$$

```
(*Datos experimentales simulados*)
datos = {{0.95, 0.069}, {1.8, 0.141}, {2.55, 0.213}, {3.31, 0.287}};

(*Ajuste lineal de la forma y=mx+b*)
modelo = LinearModelFit[datos, {1, x}, x];

(*Extraer la pendiente m*)
pendiente = modelo["BestFitParameters"][[1]];

(*Extraer la incertidumbre en la pendiente*)
incertidumbrePendiente = modelo["ParameterErrors"][[1]];

(*Mostrar resultados*)
{pendiente, incertidumbrePendiente}
```

Listing 2: Ejemplo de obtencion de la pendiente y la incertidumbre en la pendiente en Mathematica

```
{-0.0218855, 0.00514602}
```

Listing 3: Output de la pendiente e incertidumbre de datos simulados

### Gráfico de barras de error en Mathematica.

Para hacer una grafica de barras de error en Mathematica, podemos emplear el comando **Around**, que funciona de la siguiente manera:

```
Around[Valor_Central, Incertidumbre_Asociada]
```

Listing 4: Comando Around en Mathematica

Este comando permite definir un número o cantidad, en este caso recibe el parámetro *Valor\_Central* que representa el mejor valor medido, y el parámetro *Incertidumbre\_Asociada* que es la incertidumbre.

El gráfico se hace con la función **ListPlot**, dado que graficaremos un punto, y la barra de error se dibujará por su cuenta. A modo de ejemplo, graficaremos el siguiente valor:

$$x = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}} = (13.55 \pm 0.75) \text{ unidades}$$

```
ListPlot[{Around[13.55, 0.75]}, PlotStyle -> Red,
PlotRange -> {11, 15}, AxesLabel -> {"Valor", "Error"},
PlotMarkers -> {Automatic, 10},
Epilog -> {Blue, Line[{{0, 14}, {15, 14}}]} (*Barra horizontal en y=24*)]
```

Listing 5: Ejemplo de gráfica de barras de error

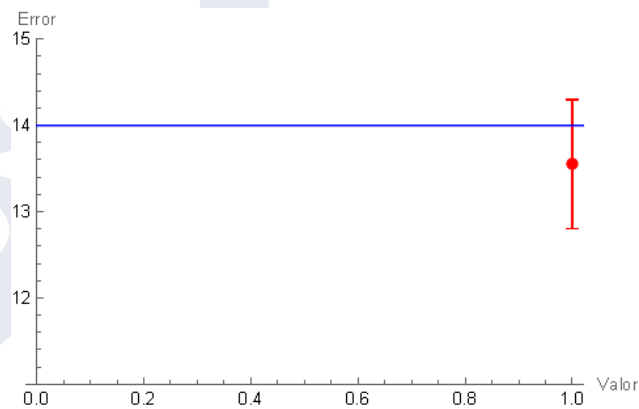


Figura 5: Ejemplo de gráfico de barras de error con la función Around

## Referencias

- Survey, British Geological (2025). “The Earth’s Magnetic Field: An Overview”. En: URL: <https://geomag.bgs.ac.uk/education/earthmag.html#top>.
- Wangness, Ronald K. (1968). *Campos Electromagnéticos*. Primera. México: Editorial McGraw-Hill.