



## Armaduras

### I. Objetivos

- Medir las reacciones en los apoyos y las fuerzas axiales producidas en los elementos de una armadura cuando ésta se ve sometida a una carga en uno de sus nodos.
- Comprobar experimentalmente que los nodos de una estructura se encuentran en equilibrio.
- Comparar las fuerzas axiales producidas en dos armaduras de distinto tamaño pero con la misma disposición de elementos.

### II. Problema

Existe una variedad de estructuras diseñadas para soportar cargas y transmitir las a otras estructuras y finalmente al suelo. Unas de éstas son las armaduras, ampliamente utilizadas en diversas aplicaciones incluyendo estructuras de techos y puentes, debido a sus múltiples ventajas para soportar grandes cargas sobre grandes claros. Pero, ¿cuáles son las condiciones de equilibrio que obedecen las armaduras? Por otra parte, ¿qué relación hay entre la distribución de esfuerzos producto de una misma carga y el tamaño de los elementos utilizados?

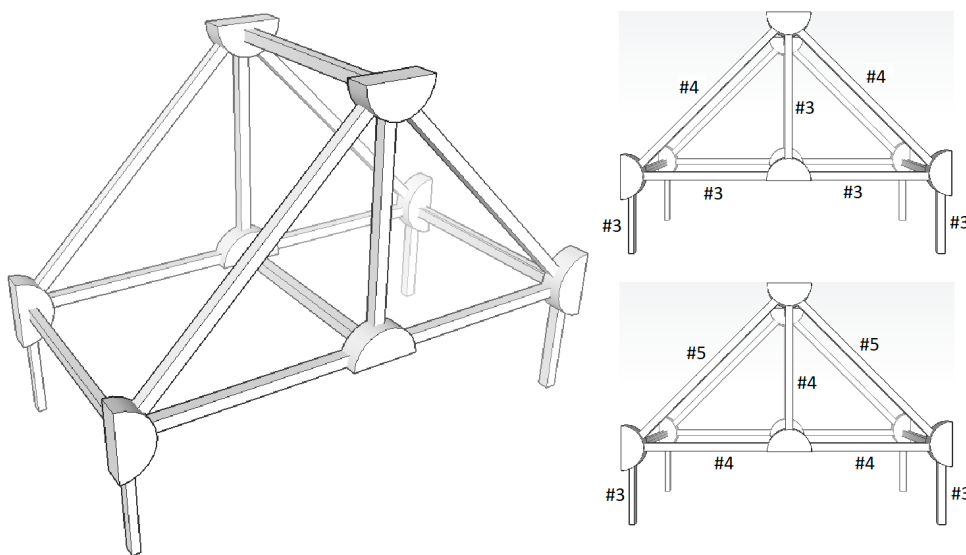


Figura 1: Armaduras

### III. Marco Teórico

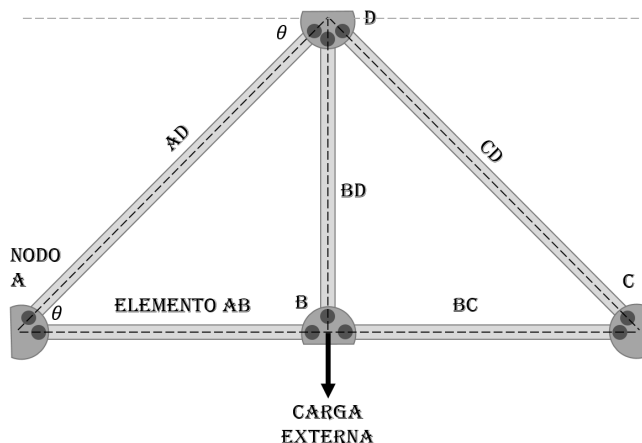


Figura 2: Partes de una Armadura

Una **armadura** es un tipo de estructura caracterizada por componerse de elementos delgados, largos y rectos, cuya masa puede considerarse despreciable comparada con la carga que soportan. Estos elementos generalmente están dispuestos de manera triangular, ya que un triángulo no puede deformarse como otras figuras geométricas. Los elementos están unidos mediante nodos sobre los cuales se aplican las cargas y donde todas las fuerzas son concurrentes.

Existen dos condiciones o **supuestos de diseño** que deben cumplirse en toda armadura:

1. Los elementos se encuentran unidos por pasadores lisos (pernos, por ejemplo) que permiten rotación.
2. La carga se aplica únicamente en los nodos, por lo que los elementos están sometidos exclusivamente a fuerzas axiales de compresión y tensión. El peso propio de los elementos es despreciable.



Figura 3: Fuerzas Axiales en los Elementos

Las armaduras generalmente se utilizan en aplicaciones donde el peralte o altura no es una limitación, como en techos de fábricas y puentes. Estas pueden ser planas (bidimensionales) o espaciales (tridimensionales). Las armaduras planas son las más fáciles de estudiar ya que la estructura y las cargas a las que está sometida están en un mismo plano.

Externamente, una armadura debe cumplir con las condiciones de **equilibrio estático**:

1. Equilibrio rotacional: el torque o momento de torsión neto es cero ( $\sum M = 0$ )
2. Equilibrio traslacional: la fuerza neta en cualquier dirección es cero ( $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$ )

Ahora bien, para armaduras planas, todas las fuerzas están en un mismo plano y automáticamente  $\sum F_z = 0$ . Las demás condiciones deberán evaluarse para determinar las reacciones en los apoyos. Para una estructura simplemente apoyada (el caso más usual), estas reacciones se obtienen aplicando las condiciones de equilibrio a la estructura tomando en cuenta únicamente las cargas externas aplicadas.

$$\begin{aligned}\sum F_y &= R_A + R_C - mg = 0 \\ 2R_A &= mg \\ R_A &= R_C = \frac{mg}{2}\end{aligned}$$

En el caso de los nodos, debido a los supuestos de diseño  $\sum M = 0$  ya que las juntas no soportan momentos de torsión, y por ende las condiciones de equilibrio se reducen únicamente a dos ecuaciones muy simples para cada nodo:  $\sum F_x = 0$ ,  $\sum F_y = 0$ . Para resolver la estructura entonces se analiza el equilibrio en cada nodo, tomando en consideración no solamente las fuerzas axiales en cada elemento sino también las reacciones en los apoyos ( $R_A$  y  $R_C$ ).

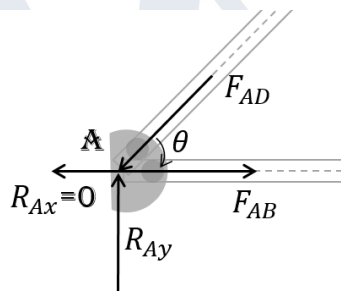


Figura 4: Diagrama de Cuerpo Libre para el Nodo A

En el análisis del nodo A:

$$\begin{aligned}\sum F_y &= R_{Ay} - F_{AD} \sin \theta = 0 \\ F_{AD} &= \frac{mg}{2 \sin \theta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{AB} - F_{AD} \cos \theta = 0 \\ F_{AB} &= \frac{mg}{2 \sin \theta} \cos \theta\end{aligned}$$

$$F_{AB} = \frac{mg}{2 \tan \theta}$$

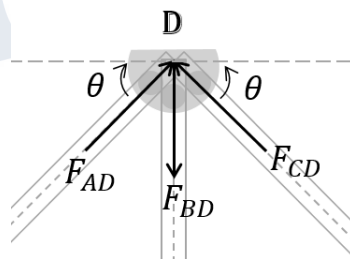


Figura 5: Diagrama de Cuerpo Libre para el Nodo D

En el análisis del nodo D se sustituyen los resultados encontrados para el nodo A:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{AD} \cos \theta - F_{CD} \cos \theta = 0 \\ F_{AD} &= F_{CD}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{AD} \sin \theta + F_{CD} \sin \theta - F_{BD} = 0 \\ 2F_{AD} \sin \theta - F_{BD} &= 0 \\ F_{BD} &= 2 \frac{mg}{2 \sin \theta} \sin \theta\end{aligned}$$

$$F_{BD} = mg$$

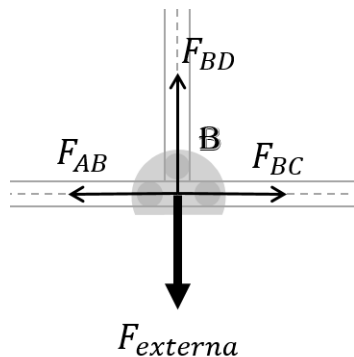


Figura 6: Diagrama de Cuerpo Libre para el Nodo B

La carga axial en cada elemento estará dada por la fuerza de reacción (Tercera Ley de Newton) que se genera en respuesta a la fuerza en el nodo. Es decir que será una fuerza con la misma magnitud pero dirección contraria a la encontrada para el nodo.

## IV. Montaje Experimental

### Materiales y Equipo

- 4 Elementos #5
- 14 Elementos #4
- 20 Elementos #3
- 2 Elementos #2
- 2 Elementos #1
- 16 Conectores semi-octagonales
- 64 Tornillos
- 1 SPARK
- 1 Amplificador de celdas de carga
- 3 Celdas de carga
- Masas de 100g y 200g
- 1 Nivel
- Superficie con alta fricción (ejemplo: esponja de 1" de espesor)
- Hilo

## V. Procedimiento Experimental

### Preparación

1. Utilizando los elementos plásticos del tamaño adecuado, ensamble las estructuras mostradas en la Figura 1. Al colocar los tornillos, ajústelos de manera manual (sin desatornillador o ninguna herramienta), de modo que las piezas queden fijas pero no apretadas.
2. Atornille un elemento del mismo tamaño a cada lado de la celda de carga. En la primera, utilice dos elementos #3. Esta podrá sustituirse en cualquier elemento #5 de la estructura donde se desee medir la carga axial. Para la segunda y tercera utilice dos elementos #2 y dos elementos #1. De manera similar, éstas podrán sustituirse por elementos #4 y #3, respectivamente.

En el análisis del nodo B, se sustituyen los resultados encontrados para el nodo A y D.

$$\sum F_x = F_{AB} - F_{BC} = 0$$

$$F_{AB} = F_{BC}$$

$$\sum F_y = F_{BD} - mg = 0$$

$$F_{BD} = mg$$

3. Coloque la estructura sobre la esponja u otra superficie rugosa. Verifique que esté nivelada colocando un nivel sobre uno de los elementos horizontales de la estructura.
4. Para medir la fuerza axial en un determinado elemento, sustitúyalo por una de las configuraciones de celda de carga. Conecte la celda al amplificador y éste a su vez al SPARK. Encienda el SPARK y la pantalla le mostrará la lectura de la fuerza (N) de la celda de carga detectada. Al no haber cargas, la lectura debe ser cero. De lo contrario, apriete el botón de calibración en el amplificador de carga. (Nota: Coloque una celda de carga a la vez.)
5. Agregue cargas en los nodos tomando la masa y pasándola por el orificio en el conector semiocagonal del nodo deseado.

### Registro de Datos

1. Reemplace uno de los elementos por otro con la celda de carga apropiada. Registre la fuerza axial en el elemento para las cargas que su instructor le indique y anótelas en el diagrama. No olvide anotar el signo.
2. Retire la celda de carga y coloque de nuevo el elemento original. Repita el procedimiento hasta tener un registro de la carga axial en cada elemento.
3. Realice el mismo procedimiento, con las mismas configuraciones de carga, en la segunda estructura.

## VI. Tratamientos de datos experimentales

1. Para cada estructura, con base en la carga aplicada, determine el valor teórico de la carga axial en cada elemento, de acuerdo a las fórmulas deducidas en el marco teórico, considerando un ángulo  $\theta$  de  $45^\circ$ .

LA  
CEM  
ASP  
CIO

2. Compare sus resultados con los valores medidos y obtenga el porcentaje de error (%E) para cada uno en ambas estructuras. Indique entre paréntesis, al par del valor numérico, si es una fuerza de tensión (T) o compresión (C).

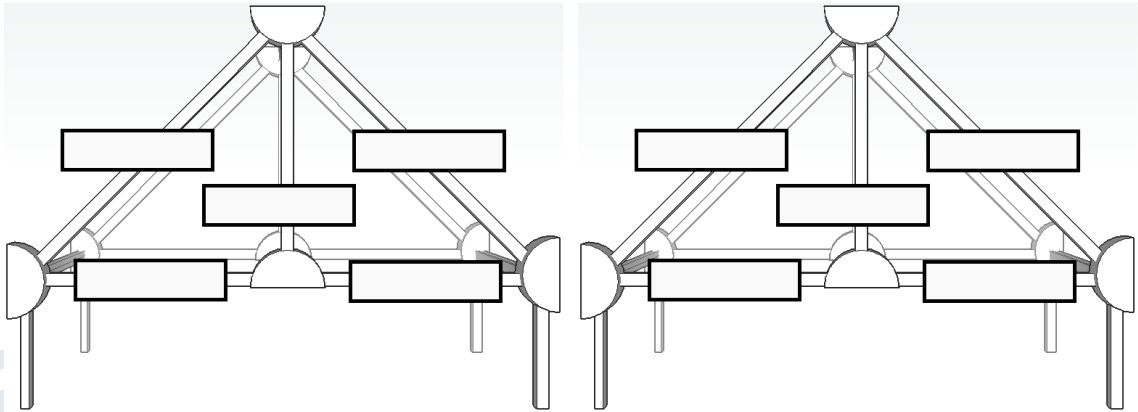


Figura 7: Fuerzas axiales medidas por las celdas de carga para m=\_\_\_\_\_ g

Fuerza	Celda de carga (N)	Cálculo (N)	Error (%E)
$F_{AB}$			
$F_{AD}$			
$F_{BC}$			
$F_{BD}$			
$F_{CD}$			

Tabla 1: Estructura 1 para m=\_\_\_\_\_ g

Fuerza	Celda de carga (N)	Cálculo (N)	Error (%E)
$F_{AB}$			
$F_{AD}$			
$F_{BC}$			
$F_{BD}$			
$F_{CD}$			

Tabla 2: Estructura 2 para m=\_\_\_\_\_ g

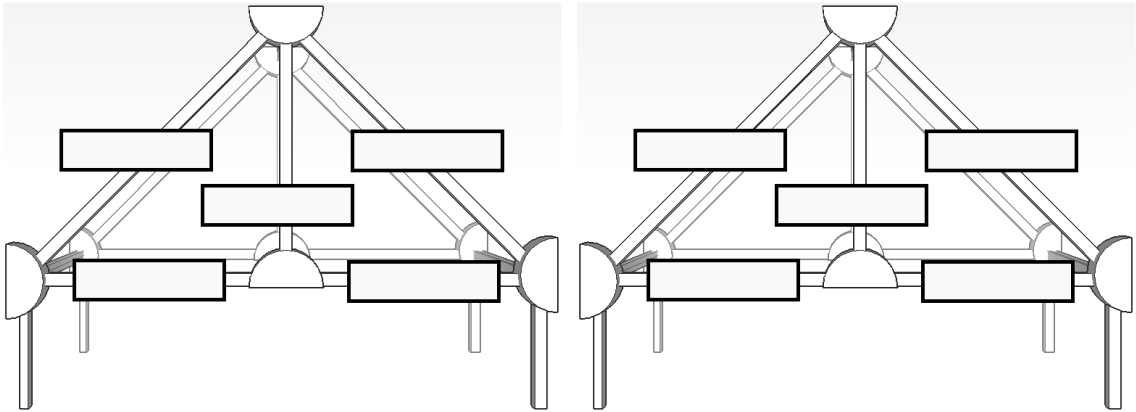


Figura 8: Fuerzas axiales medidas por las celdas de carga para m=\_\_\_\_\_ g

Fuerza	Celda de carga (N)	Cálculo (N)	Error ( %E)
$F_{AB}$			
$F_{AD}$			
$F_{BC}$			
$F_{BD}$			
$F_{CD}$			

Tabla 3: Estructura 1 para m=\_\_\_\_\_ g

Fuerza	Celda de carga (N)	Cálculo (N)	Error ( %E)
$F_{AB}$			
$F_{AD}$			
$F_{BC}$			
$F_{BD}$			
$F_{CD}$			

Tabla 4: Estructura 2 para m=\_\_\_\_\_ g



## VII. Análisis de Resultados

- a) ¿Coinciden sus resultados experimentales con lo predicho por la teoría?
- b) ¿Qué indica el signo de la fuerza detectada por cada celda de carga?
- c) ¿Se cumplen ambos supuestos de diseño en el montaje experimental? ¿Qué aproximaciones cree que se hicieron que pudieron introducir errores experimentales en sus mediciones?
- d) ¿Cómo afectaría las mediciones si se colocaran varias celdas de carga simultáneamente? ¿Qué error se estaría introduciendo y por qué?
- e) Se estudiaron dos estructuras similares, una más grande que la otra, pero en la misma configuración. Si se les aplica una misma carga, en teoría, ¿en cuál de las dos estructuras se espera que los elementos sufran una mayor carga axial? ¿Coincide esto con los resultados?
- f) En un caso práctico, ¿cuáles serían las ventajas y desventajas de usar elementos más grandes?

- g) De acuerdo a sus mediciones, ¿qué elemento o elementos de esta armadura deberían ser los más resistentes y por ende son los más críticos?

## VIII. Conclusiones

**NOTA** *Sus conclusiones deben hacer referencia al problema planteado y estar fundamentadas en sus resultados experimentales.*

- 
- 
- 

## Referencias

- [1] HIBBELER, R.C. (2012). *Análisis estructural* (8va ed.). México, Pearson Educación.
- [2] BEER, F.P., JOHNSTON, R.C., MAZUREK, D., EISENBERG, E. (2010). *Mecánica vectorial para ingenieros: Estática* (9na ed.). México: McGrawHill.
- [3] ROYLANCE, D. (2000). *Trusses*. Massachusetts Institute of Technology.