Universidad Nacional Autónoma de Honduras
Facultad de Ciencias
Escuela de Física

Fís. Carlos Eduardo Gabarrete
Coordinador de Física General I (FS-100)
Departamento de Gravitación, Altas Energías y Radiaciones
UNAH

Ramón Alberto Osorto
Práctica Profesional Supervisada

Guía de Estudio

II-PARCIAL

EJEMPLOS

#1 **Aceleración de una pelota que gira.** Una pelota de 150 g unida a una cuerda gira de manera uniforme en un círculo horizontal de 0.600 m de radio, como se indica en la figura 1. La pelota da 2.00 revoluciones en un segundo. ¿Cuál es su aceleración centrípeta?
PLANTEAMIENTO: La aceleración centrípeta es $a_R = v^2/r$. Se nos da r y podemos encontrar la rapidez de la pelota, v, a partir del radio y la frecuencia dados.
SOLUCIÓN: Si la pelota da dos revoluciones completas por segundo, entonces la pelota viaja en un círculo completo en un intervalo de tiempo igual a 0.500 s, que es su periodo T. La distancia recorrida en este tiempo es la circunferencia del círculo,$2\pi r$, donde r es el radio del círculo. Por lo tanto, la pelota tiene una rapidez

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(0.600m)}{0.500s} = 7.54m/s$$

La aceleracion centripeta es:

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(7.54m/s)^2}{(0.600m)} = 94.7m/s^2$$

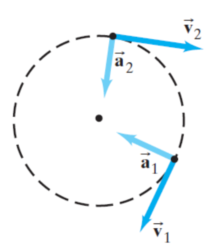


Figura 1: Para el movimiento circular uniforme, $\vec{a}$ siempre es perpendicular a $\vec{v}$.

$\boxed{\#2}$ **Aceleración centrípeta de la Luna.** La órbita casi circular de la Luna alrededor de la Tierra tiene un radio aproximado de 384,000 km y un periodo T de 27.3 días. Determine la aceleración de la Luna hacia la Tierra.
PLANTEAMIENTO: De nuevo necesitamos encontrar la velocidad v para determinar a_R Tendremos que convertir a unidades SI para obtener v en m/s.
SOLUCIÓN: En una órbita alrededor de la Tierra, la Luna recorre una distancia $2\pi r$, donde $r = 3.84x10^8 m$ es el radio de su trayectoria circular. El tiempo que se requiere para una órbita completa es el periodo lunar de 27.3 d. La rapidez de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra es $v = 2\pi r/T$. El periodo T en segundos es T=(27.3 d)(24.0 h/d) (3600 s/h) $= 2.36 \times 10^6 s$. En consecuencia,

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r)^2}{T^2 r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2(3.84 \times 10^8 m)}{(2.36 \times 10^6 s)^2}$$

$$\mathrm{a}_R = 0.00272 m/s^2 = 2.72 \times 10^{-3} m/s^2.$$

Podemos expresar esta aceleración en términos de $g = 9.80 m/s^2$ (la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre) como:

$$a = 2.72 \times 10^{-3} m/s^2 (\frac{g}{9.80 m/s^2}) = 2.78 \times 10^{-4} g.$$

NOTA: La aceleración centrípeta de la Luna,$a = 2.78 \times 10^{-4} g$,no es la aceleración de la gravedad para los objetos en la superficie lunar debida a la gravedad de nuestro satélite. En cambio, es la aceleración debida a la gravedad de la Tierra para cualquier objeto (como la Luna) que está a 384,000 km de la Tierra. Note cuán pequeña es esta aceleración en comparación con la aceleración de los objetos cerca de la superficie terrestre.

$\boxed{\#3}$ **Péndulo cónico.**Una pequeña pelota de masa m, suspendida de una cuerda de longitud l, gira en un círculo de radio $r = lsen\theta$, donde θ es el ángulo que forma la cuerda con la vertical. a) ¿Qué dirección tiene la aceleración de la pelota y qué causa esa aceleración? b) Calcule la rapidez y el periodo (tiempo requerido para completar una revolución) de la pelota en términos de l, θ, g.
PLANTEAMIENTO: Podemos responder el inciso a) si observamos la figura 2, la cual muestra las fuerzas sobre la pelota que gira en un instante dado: la aceleración apunta horizontalmente hacia el centro de la trayectoria circular (no a lo largo de la cuerda). La fuerza responsable de la aceleración es la fuerza neta que aquí es la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre la masa m: su peso $\overrightarrow{\mathbf{F}_G}$ (de magnitud F_G = mg) y la fuerza ejercida por la cuerda tensa, $\overrightarrow{\mathbf{F}_T}$.Ésta última tiene componentes horizontal y vertical de magnitud $F_T sen\theta$ y $F_T cos\theta$, respectivamente.
SOLUCIÓN:a) Aplicamos la segunda ley de Newton a las direcciones horizontal y vertical. En la dirección vertical no hay movimiento, por lo que la aceleración es cero y la fuerza neta en la dirección vertical es cero:

$$F_T cos\theta - mg = 0.$$

En la dirección horizontal hay sólo una fuerza, de magnitud $F_T sen\theta$, que actúa sobre la pelota hacia el centro del círculo y origina la aceleración v^2/r. La segunda ley de Newton nos dice que:

$$F_T sen\theta = m\frac{v^2}{r}.$$

De la segunda ecuación despejamos v y sustituimos F_T en la primera ecuación (y usamos $r = lsen\theta$):

$$v = \sqrt{\frac{rF_T sen\theta}{m}} = \sqrt{\frac{r}{m}(\frac{mg}{cos\theta})sen\theta} = \sqrt{\frac{lgsen^2\theta}{cos\theta}}$$

El periodo T es el tiempo requerido para efectuar una revolución con una longitud de $2\pi r = 2\pi lsen\theta$. La rapidez v entonces puede escribirse como $v = 2\pi l sen\theta / T$;así,

$$T = \frac{2\pi l sen\theta}{v} = \frac{2\pi l sen\theta}{\sqrt{\frac{lgsen^2\theta}{cos\theta}}} = 2\pi\sqrt{\frac{lcos\theta}{g}}$$

NOTA: Ni la rapidez ni el periodo dependen de la masa m de la pelota; dependen de l y de θ.

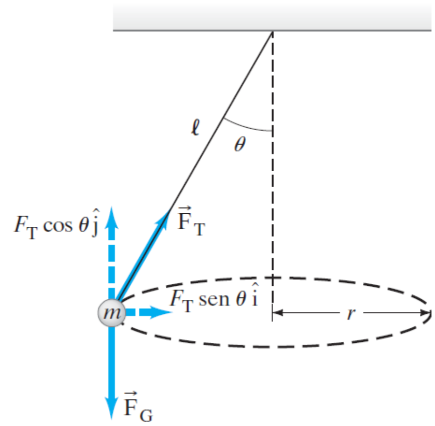


Figura 2: Pendulo Cónico con masa m y una cuerda de longitud l, que sobre dicha masa actuan dos fuerzas que son: la gravedad $\overrightarrow{\mathbf{F}}_G$ y la tension ($\overrightarrow{\mathbf{F}}_T$) (horizontal $F_T sen\theta\hat{i}$ y en la vertical $F_T sen\theta\hat{j}$)

Estrategia para la resolución de problemas en Mov. Circular Uniforme

a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas externas que actúan sobre cada objeto en consideración.
b) Determine cuál de esas fuerzas, o cuál de sus componentes actúa para producir la aceleración centrípeta(actuar radialmente)
c) Elija un sistema coordenado conveniente, de preferencia con un eje a lo largo de la dirección (y sentido) de la aceleración.
d) Aplique la segunda ley de Newton a la componente radial:
$(\sum F)_R = ma_R = m\frac{v^2}{r}$. [dirección radial]

$\boxed{\#4}$ **Trabajo efectuado sobre un cajón.** Una persona jala un cajón de 50 kg, 40 m a lo largo de un piso horizontal con una fuerza constante $F_P = 100$ N,que actúa a un ángulo de 37° como se muestra en la figura 3. El piso es liso y no ejerce ninguna fuerza de fricción. Determine a) el trabajo efectuado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cajón, y b) el trabajo neto efectuado sobre el cajón.

PLANTEAMIENTO: Elegimos nuestro sistema coordenado de manera que $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ sea el vector que representa el desplazamiento de 40 m (es decir, a lo largo del eje x). Hay tres fuerzas que actúan sobre el cajón, como se muestra en la figura 3: la fuerza ejercida por la persona,$\overrightarrow{\mathbf{F}}_P$; la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra $m\overrightarrow{\mathbf{g}}$; y la fuerza normal $\overrightarrow{\mathbf{F}}_N$ ejercida hacia arriba por el piso. La fuerza neta sobre el cajón es la suma vectorial de estas tres fuerzas
SOLUCIÓN:a) El trabajo efectuado por las fuerzas gravitacional y normal es cero, ya que éstas fuerzas son perpendiculares al desplazamiento $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ ($\theta = 90^o$)

$$W_G = mgxcos90^o = 0$$
$$W_N = F_N cos90^o = 0$$

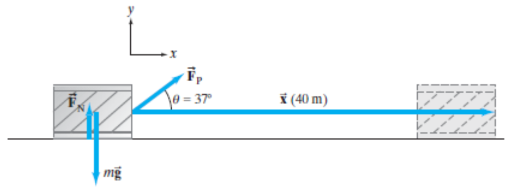


Figura 3: Cajón 50kg se jala a lo largo del piso liso

El trabajo efectuado por $\overrightarrow{\mathbf{F}_P}$ es
$W_P = F_p x cos\theta = (100N)(40m)cos37^o = 3200J$
b) El trabajo neto puede calcularse de dos maneras equivalentes:
(1) El trabajo neto efectuado sobre un objeto es la suma algebraica del trabajo hecho por cada una de las fuerzas que actúan sobre el objeto, ya que el trabajo es un escalar:

$$W_{net} = W_G + W_N + W_P$$
$$W_{net} = 0 + 0 + 3200J = 3200J$$

(2) El trabajo neto también puede calcularse determinando primero la fuerza neta que actúa sobre el objeto y tomando luego su componente a lo largo del desplazamiento: $(F_{net})_x = F_P cos\theta$. El trabajo neto es entonces

$$W_{net} = (F_{net})_x x = (F_p cos\theta)x$$
$$W_{net} = (100N)(cos37^o)(40m) = 3200J$$

En la dirección vertical (y) no hay desplazamiento y, por lo tanto, tampoco se realiza trabajo.

#5 **Trabajo efectuado sobre una mochila.** a) Determine el trabajo que un alpinista debe efectuar sobre una mochila de 15.0 kg al subirla por una colina de altura h=10.0 m, como se muestra en la figura 4. Determine también b) el trabajo efectuado por la gravedad sobre la mochila y c) el trabajo neto efectuado sobre la mochila. Por sencillez, suponga que el movimiento es suave y a velocidad constante (es decir, la aceleración es despreciable).
PLANTEAMIENTO: Seguimos explícitamente los pasos de Estrategia de resolución de problemas que enunciaremos mas adelante.
SOLUCIÓN:
1. Dibuje un diagrama de cuerpo libre. Las fuerzas sobre la mochila se muestran en la figura 4b: la fuerza de gravedad, $m\overrightarrow{\mathbf{g}}$ que actúa hacia abajo; y $\overrightarrow{\mathbf{F}_H}$ la fuerza que el alpinista ejerce hacia arriba para soportar la mochila. Como suponemos que la aceleración es cero, las fuerzas horizontales son despreciables.
2. Elija un sistema coordenado. Nos interesa el movimiento vertical de la mochila, así que elegimos la coordenada y como positiva verticalmente hacia arriba.
3. Aplique las leyes de Newton. La segunda ley de Newton aplicada en el sentido vertical a la mochila da

$$\sum F_y = ma_y$$
$$F_H - mg = 0$$

ya que $a_y = 0$. Por consiguiente,

$$F_H = mg = (15.0kg)(9.80m/s^2) = 147N.$$

4. Encuentre el trabajo efectuado por cada fuerza específica.a) Para calcular el trabajo realizado por el alpinista sobre la mochila, escribimos la siguiente ecuación como
$W_H = F_H(dcos\theta)$,
y de la figura 4a notamos que $dcos\theta = h$. Por lo que el trabajo efectuado por el alpinista es
$W_H = F_H(dcos\theta) = F_H h = mgh = (147N)(10.0m) = 1470J.$

Note que el trabajo efectuado depende sólo del cambio en elevación y no del ángulo θ de la colina. El alpinista haría el mismo trabajo al levantar la mochila verticalmente la misma altura h. b) El trabajo efectuado por la gravedad sobre la mochila es (figura 4c):
$W_G = F_G cos(180^o - \theta)$.
Como $cos(180^o - \theta) = -cos(\theta)$, tenemos
$W_G = F_G d(-cos\theta) = F_G(-dcos\theta) = -mgh = -(15.0kg)(9.80m/s^2)(10.0m) = -1470J$

NOTA: El trabajo efectuado por la gravedad (que aquí es negativo) tampoco depende del ángulo del plano inclinado, sino sólo depende de la altura h vertical de éste. Ello se debe a que la gravedad actúa sólo en la dirección vertical, por lo que únicamente la componente vertical del desplazamiento contribuye con el trabajo efectuado.
5. Determine el trabajo neto realizado. c) El trabajo neto efectuado sobre la mochila es $W_{net} = 0$, ya que la fuerza neta sobre ella es cero (se supone que no acelera en forma considerable). Podemos también determinar el trabajo neto realizado sumando el trabajo efectuado por cada fuerza.
$W_{net} = W_G + W_H = -1470J + 1470J = 0$
Aunque el trabajo neto efectuado por todas las fuerzas sobre la mochila es cero, el alpinista sí efectúa un trabajo sobre la mochila igual a 1470 J.

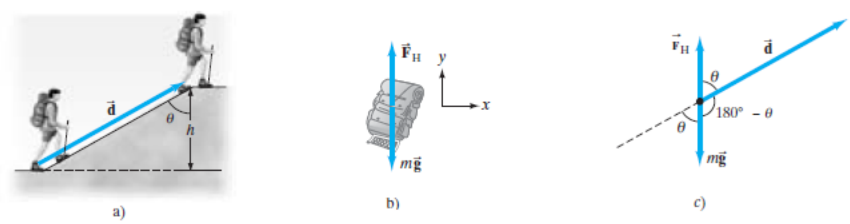


Figura 4: Trabajo efectuado sobre una mochila.

#6 **Un resorte comprimido.** Un resorte horizontal tiene una constante k = 360 N/m. a) ¿Cuánto trabajo se requiere para comprimirlo a partir de su longitud natural (x = 0) hasta x = 11.0 cm? b) Si se coloca un bloque de 1.85 kg contra el resorte y éste se suelta, ¿cuál será la rapidez del bloque cuando éste se separe del resorte en x = 0? Desprecie la fricción. c) Resuelva el inciso b) suponiendo que el bloque se mueve sobre una mesa como en la figura 5 y que algún tipo de fuerza de arrastre constante F_D = 7.0 N actúa para desacelerarlo, como la fricción (o tal vez su dedo).

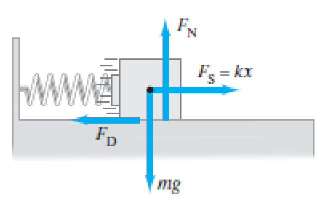


Figura 5: resorte comprimido.

PLANTEAMIENTO: Utilizamos el resultado del trabajo neto, W, necesario para estirar o comprimir un resorte una distancia x es $W = \frac{1}{2}kx^2$. En b) y c) usamos el principio trabajo-energía.
SOLUCIÓN:a) El trabajo requerido para comprimir el resorte una distancia x = 0.110 m es

$$W = \frac{1}{2}(360N/m)(0.110m)^2 = 2.18J$$

donde convertimos todas las unidades al SI.

b) Al regresar a su longitud no comprimida, el resorte efectúa 2.18 J de trabajo sobre el bloque [mismo cálculo que en el inciso a), sólo que al revés]. De acuerdo con el principio del trabajo y la energía, el bloque adquiere energía cinética de 2.18 J. Como $K = \frac{1}{2}mv^2$ la rapidez del bloque debe ser

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(2.18J)}{1.85kg}} = 1.54m/s$$

Hay dos fuerzas sobre el bloque: la ejercida por el resorte y la ejercida por la fuerza de arrastre, $\overrightarrow{\mathbf{F}_D}$ El trabajo efectuado por una fuerza como la fricción es complicado. Para empezar, se produce calor (o mejor dicho, "energía térmica"): intente frotar sus manos fuertemente entre sí. No obstante, el producto $\overrightarrow{\mathbf{F}_D}.\overrightarrow{d}$ para la fuerza de arrastre, aun cuando implique fricción, puede utilizarse en el principio del trabajo y la energía para obtener el resultado correcto considerando al objeto como una partícula. El resorte efectúa 2.18 J de trabajo sobre el bloque. El trabajo hecho por la fuerza de fricción o de arrastre sobre el bloque, en la dirección x negativa, es

$$W_D = -F_D x = -(7.0N)(0.110m) = -0.77J$$

Este trabajo es negativo porque la fuerza de fricción es en sentido opuesto al desplazamiento x. El trabajo neto efectuado sobre el bloque es W_{net} = 2.18 J – 0.77 J = 1.41 J. Del principio del trabajo y la energía, la ecuación (con $v_2 = v$ y $v_1 = 0$), tenemos

$v = \sqrt{\frac{2W_{net}}{m}} = \sqrt{\frac{2(1.41J)}{1.85kg}} = 1.23m/s$

para la rapidez del bloque en el momento en que se separa del resorte (x = 0).

Estrategia para la resolución de problemas en Trabajo y Energía:

a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas que actúan sobre el objeto

b) Escoja un sistema coordenado xy. Si el objeto está en movimiento, sería conveniente elegir uno de los ejes coordenados paralelo a una de las fuerzas, o paralelo a la dirección del movimiento.

c) Aplique las leyes de Newton para determinar cualquier fuerza desconocida.

d) Encuentre el trabajo efectuado por cada fuerza específica que actúa sobre el objeto usando $W = Fdcos\theta$ para una fuerza constante

e) Para encontrar el trabajo neto efectuado sobre el objeto, encuentre el trabajo hecho por cada fuerza y sume algebraicamente los resultados,

$\boxed{\#7}$ **Cambios de la energía potencial en una montaña rusa.** Un carro de 1000 kg de una montaña rusa se mueve del punto 1, figura 6, al punto 2 y luego al punto 3. a) ¿Cuál es la energía potencial gravitacional en 2 y en 3 con respecto al punto 1? Considere y = 0 para el punto 1. b) ¿Cuál es el cambio en la energía potencial cuando el carro pasa de 2 a 3? c) Resuelva nuevamente los incisos a) y b) pero ahora tome el punto de referencia (y = 0) en el punto 3.

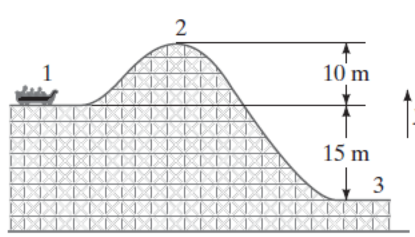


Figura 6: cambios en energía potencial

PLANTEAMIENTO: Lo que nos interesa es la energía potencial del sistema carro-tierra y consideramos hacia arriba la dirección y positiva. Utilizamos la definición de energía potencial gravitacional para calcular la energía potencial.
SOLUCIÓN:a) Medimos las alturas desde el punto 1 ($y_1 = 0$), lo cual significa que inicialmente la energía potencial gravitacional es cero. En el punto 2, donde $y_2 = 10m$,

$$U_2 = mgy_2 = (1000kg)(9.8m/s^2)(-15m) = 9.8 \times 10^4 J$$

En el punto 3, $y_3 =$ -15 m, ya que el punto 3 está debajo del punto 1. Por lo tanto,

$$U_3 = mgy_3 = (1000kg)(9.8m/s^2)(-15m) = -1.5 \times 10^5 J$$

b) Al pasar del punto 2 al 3, el cambio de energía potencial ($U_{final} - U_{inicial}$)es

$$U_3 - U_2 = (-1.5 \times 10^5 J) - (9.8 \times 10^4 J) = -2.5 \times 10^5 J$$

La energía potencial gravitacional disminuye en $2.5{\times}10^5 J$.
c)Ahora hacemos $y_3 = 0$. Entonces, $y_1 = +15$ m en el punto 1, por lo que la energía potencial inicialmente (en el punto 1) es

$$U_1 = (1000kg)(9.8m/s^2)(15m) = 1.5 \times 10^5 J$$

En el punto 2, $y_2 = 25$ m, de manera que la energía potencial es

$$U_2 = 2.5 \times 10^5 J$$

En el punto 3, $y_3 = 0$, por lo que la energía potencial es cero. El cambio en energía potencial al pasar del punto 2 al 3 es

$$U_3 - U_2 = 0 - 2.5 \times 10^5 J = -2.5 \times 10^5 J$$

que es el mismo que en el inciso b).
NOTA: El trabajo realizado por la gravedad depende sólo de la altura, de manera que los cambios en la energía potencial gravitacional no dependen de la trayectoria seguida.

$\boxed{\#8}$ **Caída de una piedra.** Si la altura original de la piedra en la figura #7 es $y_1 = h = 3.0m$, calcule la rapidez de la piedra cuando ha caído a 1.0 m por arriba del suelo.

PLANTEAMIENTO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica, suponiendo que sobre la roca sólo actúa la gravedad. Elegimos el suelo como nuestro nivel de referencia ($y = 0$).

SOLUCIÓN: En el momento de liberación (punto 1) la piedra se encuentra en la posición $y_1 = 3.0$ m y está en reposo: $v_1 = 0$. Queremos encontrar v_2 cuando la piedra está en la posición $y_2 = 1.0m$. La siguiente ecuación da

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2.$$

Las m se cancelan y se establece que $v_1 = 0$; despejando v_2 encontramos

$$v_2 = \sqrt{2g(y_1 - y_2)} = \sqrt{2(9.8m/s^2)[(3.0m) - (1.0m)]} = 6.3m/s$$

La rapidez de la piedra cuando está a 1.0 m sobre el suelo es de 6.3 m/s hacia abajo.

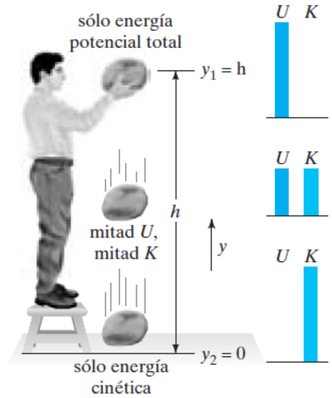


Figura 7:

NOTA: La velocidad de la piedra es independiente de su masa.

$\boxed{\#9}$ **Arma de juguete.**Un dardo de 0.100 kg de masa es oprimido contra el resorte de una arma de dardos de juguete, como se muestra en la figura 8. El resorte (con constante de rigidez $k = 250N/m$ y masa despreciable) se comprime 6.0 cm y luego se libera. Si el dardo se separa del resorte cuando éste alcanza su longitud normal (x = 0), ¿qué velocidad adquiere el dardo?

PLANTEAMIENTO: Inicialmente el dardo está en reposo (punto 1), por lo que $K_1 = 0$. Ignoramos la fricción y utilizamos el principio de conservación de la energía mecánica; la única energía potencial es elástica.

SOLUCIÓN: Usamos la siguiente ecuación cuyo punto 1 corresponde a la compresión máxima del resorte, por lo que $v_1 = 0$ (el dardo aún no se libera) y $x_1 = -0.060m$. El punto 2 lo asociamos al instante en que el dardo sale volando en el extremo del resorte (figura 8-12b), por lo que $x_2 = 0$ y queremos encontrar v_2. La siguiente ecuación puede escribirse como

$$0 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

Así,

$$v_2^2 = \frac{kx_1^2}{m}$$

y

$$v_2 = \sqrt{\frac{(250N/m)(-0.060m)^2}{(0.100kg)}} = 3.0m/s$$

NOTA: En la dirección horizontal, la única fuerza sobre el dardo (ignorando la fricción) era la fuerza ejercida por el resorte. Verticalmente, la gravedad fue equilibrada por la fuerza normal ejercida sobre el dardo por el cañón del arma. Al salir del cañón, el dardo seguirá una trayectoria de proyectil bajo la acción de la gravedad.

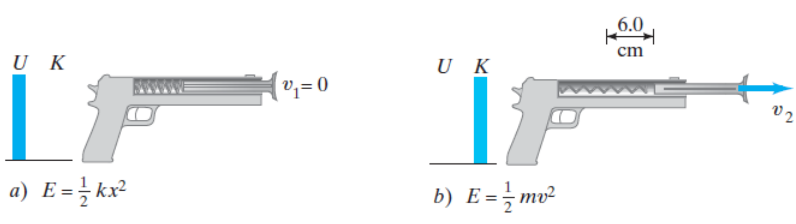


Figura 8:

#10 **Péndulo oscilatorio.** El péndulo simple de la figura 9 consiste de una pequeña lenteja de masa m suspendida de una cuerda sin masa de longitud l. La lenteja se suelta (sin empujar) en t = 0, donde la cuerda forma un ángulo $\theta = \theta_0$ con la vertical. a) Describa el movimiento de la lenteja en términos de la energía cinética y la energía potencial. Luego, determine la rapidez de la lenteja: b) como función de la posición θ al oscilar, y c) en el punto más bajo de la oscilación. d) Encuentre la tensión en la cuerda, $\overrightarrow{\mathbf{F}}_T$. Ignore la fricción y la resistencia del aire.

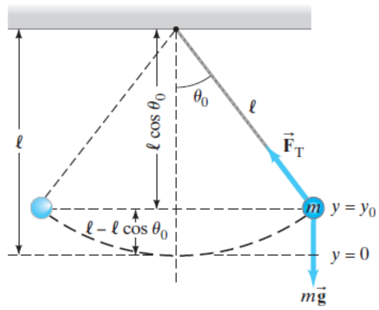


Figura 9: Un pendulo simple y se mide como positiva hacia arriba

PLANTEAMIENTO: Usamos la ley de la conservación de la energía mecánica (únicamente la fuerza conservativa de la gravedad efectúa trabajo), excepto en d) donde usamos la segunda ley de Newton.

SOLUCIÓNa) En el momento en que se suelta, la lenteja está en reposo, por lo que su energía cinética $K = 0$. Cuando la lenteja cae, pierde energía potencial y gana energía cinética. En su punto más bajo, su energía cinética es un máximo y la energía potencial es un mínimo.La lenteja continúa su oscilación hasta que alcanza una altura y ángulo (θ_0) iguales en el lado opuesto, donde la energía potencial es un máximo y $K = 0$.Continúa el movimiento oscilatorio conforme U $\longrightarrow$K $\longrightarrow$ U, etcétera; pero nunca puede subir más alto que $\theta = \pm\theta_0$ (conservación de la energía mecánica).

b) La cuerda se supone sin masa, por lo que sólo tenemos que considerar la energía cinética de la lenteja y la energía potencial gravitacional. La lenteja tiene dos fuerzas que actúan sobre ella en cualquier momento: la gravedad mg y la fuerza que la cuerda ejerce sobre ella $\overrightarrow{\mathbf{F}}_T$. Ésta última (una fuerza restrictiva) siempre actúa perpendicularmente al movimiento, por lo que no efectúa trabajo. Tenemos que escribir la energía potencial sólo en términos de la gravedad. La energía mecánicadel sistema es

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgy$$

donde y es la altura vertical de la lenteja en cualquier momento. Tomamos $y = 0$ en el punto más bajo de la oscilación de la lenteja. Por consiguiente, en t = 0,

$$y = y_0 = l - lcos\theta_0 = l(1 - cos\theta_0)$$

como se observa en el diagrama. En el momento en que se suelta

$$E = mgy_0$$

puesto que $vv_0 = 0$. En cualquier otro punto a lo largo de la oscilación

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgy = mgy_0.$$

Despejamos v:

$$v = \sqrt{2g(y_0 - y)}$$

En términos del ángulo u de la cuerda, escribimos

$$(y_0 - y) = (l - lcos\theta_0) - (l - lcos\theta) = l(cos\theta - cos\theta_0)$$

ya que

$$v = \sqrt{2gl(cos\theta - cos\theta_0)}$$

c) En el punto más bajo, como $y = 0$,

$$v = \sqrt{2gy_0}$$

o bien,

$$v = \sqrt{2gl(1 - cos\theta_0)}.$$

d) La tensión en la cuerda es la fuerza $\overrightarrow{\mathbf{F}_T}$ que la cuerda ejerce sobre la lenteja. Como hemos visto, esta fuerza no efectúa trabajo; sin embargo, calculamos la fuerza simplemente usando la segunda ley de Newton $\sum \overrightarrow{\mathbf{F}_T} = \text{m}\overrightarrow{\mathbf{a}}$ y notamos que en cualquier punto la aceleración de la lenteja en la dirección radial hacia el interior es v_2/l, ya que la lenteja está restringida a moverse en el arco de un círculo de radio l. En la dirección radial,$\overrightarrow{\mathbf{F}_T}$ actúa hacia adentro, y una componente de la gravedad igual a $mgcos\theta$ actúa hacia afuera. Por consiguiente,

$$m\frac{v^2}{l} = F_T - mgcos\theta.$$

Despejamos F_T y usamos el resultado del inciso b) para v^2:

$$F_T = m(\frac{v^2}{l} + gcos\theta) = 2mg(cos\theta - cos\theta_0) + mgcos\theta = (3cos\theta - 2cos\theta_0)mg$$

$\boxed{\#11}$ **Fricción con un resorte.** Un bloque de masa m, que se desliza a lo largo de una superficie rugosa horizontal, viaja con una rapidez v_0 cuando golpea de frente un resorte sin masa (véase la figura 10) y lo comprime una distancia máxima X. Si el resorte tiene una constante de rigidez k, determine el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie.
PLANTEAMIENTO: En el momento de la colisión, el bloque tiene $K = \frac{1}{2}mv_0^2$ y se supone que el resorte no está comprimido, por lo que $U = 0$.Inicialmente la energía mecánica del sistema es $\frac{1}{2}mv_0^2$.En el tiempo en que el resorte alcanza su compresión máxima, $K = 0$ y $U = \frac{1}{2}kX^2$.Mientras tanto, la fuerza de fricción ($=\mu_k F_N = \mu_k mg$) transforma la energía $F_{fr}X = \mu_k mgX$ en energía térmica.
SOLUCIÓN: De la conservación de la energía podemos escribir

$$\text{energía (inicial)} = \text{energía (final)}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = 1\frac{1}{2}kX^2 + \mu_k mgX.$$

Despejamos m_k y encontramos

$$\mu_k = \frac{v_0^2}{2gX} - \frac{kX}{2mg}$$

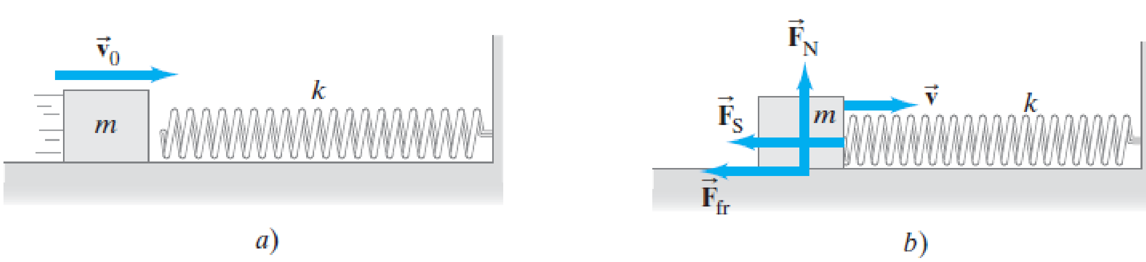


Figura 10: fricción con resorte

Estrategia para la resolución de problemas en Conservación de la Energía:

a) Elabore un dibujo de la situación física.

b) Determine el sistema para el cual aplicará la conservación de la energía

c) Pregúntese qué cantidad busca y elija las posiciones inicial (punto 1) y final (punto 2).

d) Si el objeto bajo investigación cambia su altura durante el problema, entonces elija un marco de referencia con un nivel $y = 0$ conveniente para la energía potencial gravitacional.

e) ¿Se conserva la energía mecánica? Si ninguna fuerza de fricción u otras fuerzas no conservativas actúan, entonces aplique la conservación de la energía mecánica:
$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$.

f) Aplique la conservación de la energía. Si la fricción (u otras fuerzas no conservativas) están presentes, entonces se requerirá un término adicional de la forma $\int \overrightarrow{\mathbf{F}}.d\overrightarrow{\mathbf{l}}$ o como
$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + F_{fr}l$

g) Use las ecuaciones que usted desarrolló para despejar la incógnita.

$\boxed{\#12}$ **Lavado de un automóvil: Cambio de la cantidad de movimiento y fuerza.** De una manguera sale agua a una tasa de 1.5 kg/s con una rapidez de 20 m/s y se dirige al lado de un auto, que la detiene (figura 11). (Es decir, ignoramos cualquier salpicadura hacia atrás.) ¿Cuál es la fuerza ejercida por el agua sobre el automóvil?

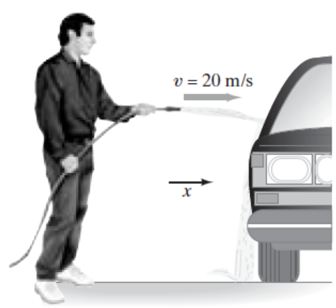


Figura 11: Salida de agua de una manguera a una tasa de cambio de $1.5kg/s$ con una rapidez $v = 20m/s$

PLANTEAMIENTO: El agua que sale de la manguera tiene masa y velocidad, de modo que tiene una cantidad de movimiento $p_{inicial}$ en la dirección (x) horizontal, y suponemos que la gravedad no atrae hacia abajo el agua de manera importante. Cuando el agua golpea el automóvil, pierde esta cantidad de movimiento ($p_{final} = 0$). Usamos la segunda ley de Newton, en forma de cantidad de movimiento para encontrar la fuerza que el automóvil ejerce sobre el agua para detenerla. Por la tercera ley de Newton, se sabe que la fuerza que el agua ejerce sobre el automóvil es igual y opuesta. Se tiene un proceso continuo: 1.5 kg de agua salen de la manguera en cada intervalo de tiempo de 1.0 s. Así que podemos escribir $F = \Delta p/\Delta t$ donde $\Delta t = 1.0s$ y $mv_{inicial} = (1.5kg)(20m/s)$.
SOLUCIÓNLa fuerza (que se supone constante) que el auto debe ejercer para cambiar la cantidad de movimiento del agua es

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_{final} - p_{inicial}}{\Delta t} = \frac{0 - 30kg.m/s}{1.0s} = -30N$$

El signo menos indica que la fuerza ejercida por el automóvil sobre el agua es opuesta a la velocidad original del agua. El auto ejerce una fuerza de 30 N hacia la izquierda para detener el agua, de manera que, por la tercera ley de Newton, el agua ejerce una fuerza de 30 N sobre el auto.
NOTA: Lleve la cuanta de los signos, aunque el sentido común también ayuda. El agua se mueve hacia la derecha, así que el sentido común indica que la fuerza sobre el automóvil debe ser hacia la derecha.

#13 **Colisión de carros de ferrocarril: Conservación de la cantidad de movimiento.** Un carro de ferrocarril con masa de 10,000 kg que viaja con una rapidez de 24.0 m/s golpea a un carro idéntico en reposo. Si los carros se quedan unidos como resultado de la colisión, ¿cuál será su rapidez común inmediatamente después de la colisión? Véase la figura 12.

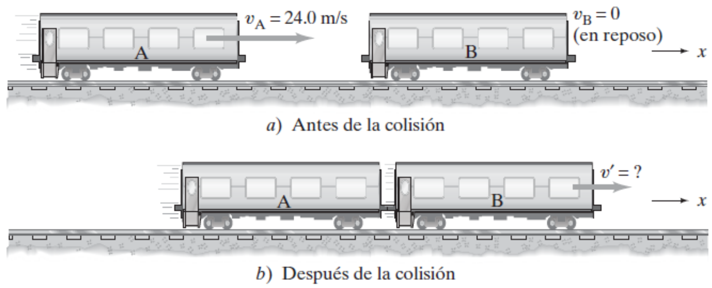


Figura 12:

PLANTEAMIENTO: Elegimos los dos carros de ferrocarril como nuestro sistema. Consideramos un intervalo de tiempo muy breve, justo desde antes de la colisión hasta justo después de la colisión, de manera que las fuerzas externas como la fricción pueden ignorarse. Después, aplicamos la conservación de la cantidad de movimiento.

$$P_{inicial} = P_{final}$$

SOLUCIÓN: La cantidad de movimiento total inicial es

$$P_{inicial} = m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A$$

ya que el carro B está inicialmente en reposo ($v_B = 0$). El sentido es a la derecha en la dirección +x. Después de la colisión, los dos carros están unidos, por lo que tendrán la misma rapidez, que llamaremos $v^{'}$. Entonces, la cantidad de movimiento total después de la colisión es:

$$P_{final} = (m_A + m_B)v^{'}$$

Suponemos que no hay fuerzas externas, por lo que se conserva la cantidad de movimiento total:

$$P_{inicial} = P_{final}$$
$$m_A v_A = (m_A + m_B)v^{'}$$

Al despejar $v^{'}$, obtenemos

$$v' = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_A = (\frac{10,000kg}{10,000kg + 10,000kg})(24.0m/s) = 12.0m/s,$$

hacia la derecha. Su rapidez mutua después de la colisión es la mitad de la rapidez inicial del carro A, ya que sus masas son iguales.
NOTA: Conservamos los símbolos hasta el final, por lo que tenemos una ecuación que podemos usar en otras situaciones (relacionadas).
Aquí no hemos mencionado la fricción. ¿Por qué? Porque estamos examinando las rapideces justo antes y justo después del brevísimo intervalo de tiempo que dura la colisión, y durante ese breve intervalo de tiempo la fricción no puede hacer mucho: es despreciable (aunque no por mucho tiempo, pues los carros se frenarán debido a la fricción).

#14 **Péndulo balístico.** El péndulo balístico es un dispositivo usado para medir la rapidez de un proyectil, por ejemplo la de una bala. El proyectil, de masa m, se dispara hacia un gran bloque (de madera u otro material) de masa M, que está suspendido como un péndulo. (Usualmente, M es algo mayor que m). Como resultado de la colisión, el sistema proyectil-péndulo oscila hasta una altura máxima h, figura 13. Determine la relación entre la rapidez horizontal inicial del proyectil v y la altura h.

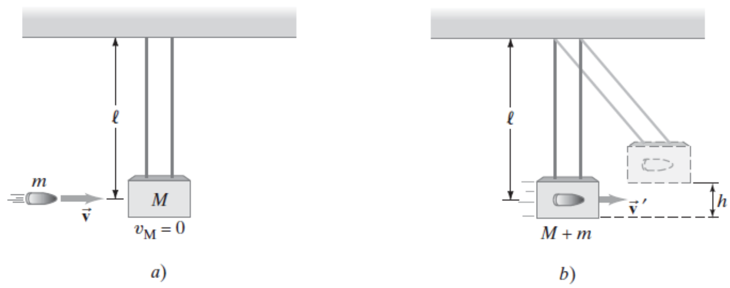


Figura 13: Péndulo balístico justo antes y despues de la colisión

PLANTEAMIENTO: Analizamos este proceso dividiéndolo en dos etapas o en dos intervalos de tiempo: 1) el intervalo de tiempo desde justo antes hasta justo después de la colisión misma, y 2) el intervalo de tiempo subsecuente durante el cual el péndulo se mueve desde la posición colgante vertical original hasta la altura máxima h. En la parte 1, figura 13, suponemos que el tiempo de colisión es muy corto, por lo que el proyectil alcanza el reposo en el bloque antes que éste se haya movido considerablemente desde su posición de reposo directamente abajo de su soporte. Por lo tanto, en realidad no hay fuerza externa neta y se puede aplicar la conservación de la cantidad de movimiento a esta colisión completamente inelástica. En la parte 2 (figura 13), el péndulo comienza a moverse sujeto a una fuerza externa neta (la gravedad, que tiende a jalarlo de vuelta hacia la posición vertical); así que, para el inciso 2, no podemos usar la conservación de la cantidad de movimiento. Pero puede utilizarse la conservación de la energía mecánica, ya que la gravedad es una fuerza conservativa. Inmediatamente después de la colisión, la energía cinética cambia por completo a energía potencial gravitacional cuando el péndulo alcanza su altura máxima, h.
SOLUCIÓN: En el inciso 1, la cantidad de movimiento se conserva:

$$P \quad total \quad antes = P \quad total \quad despus$$
$$mv = (m+M)v^{'}$$

donde $v^{'}$ es la rapidez del bloque y el proyectil encajado justo después de la colisión, antes que se hayan movido considerablemente.
En el inciso 2, se conserva la energía mecánica. Elegimos $y = 0$ cuando el péndulo cuelga verticalmente, y luego $y = h$ cuando el sistema péndulo-proyectil alcanza su altura máxima. Por lo tanto, escribimos

(K + U) justo después de la colisión = (K + U) en la altura máxima del péndulo o bien,

$$\frac{1}{2}(m+M)v^{'2} + 0 = 0 + (m+M)gh$$

Despejamos $v^{'}$:

$$v' = \sqrt{2gh}.$$

Al insertar este resultado para $v^{'}$ en la primera ecuación y despejando para v obtenemos:

$$v = \frac{m+M}{m}v' = \frac{m+M}{m}\sqrt{2gh},$$

que es el resultado final.

NOTA: La separación del proceso en dos etapas resultó fundamental. Tal análisis es una poderosa herramienta en la resolución de problemas. ¿Pero cómo decide usted la manera de realizar tal división? Piense acerca de las leyes de la conservación. Son sus herramientas. Comience un problema preguntándose si las leyes de la conservación se aplican en la situación planteada. Aquí determinamos que la cantidad de movimiento se conserva sólo durante la breve colisión, que llamamos parte 1. Sin embargo, en la parte 1, como la colisión es inelástica, no es válida la conservación de la energía mecánica. Luego, en la parte 2, la conservación de la energía mecánica es válida, pero no la conservación de la cantidad de movimiento. Advierta, sin embargo, que si hubiera un movimiento significativo del péndulo durante la desaceleración del proyectil dentro del bloque, entonces habría una fuerza externa (gravedad) durante la colisión, de modo que la conservación de la cantidad de movimiento no habría sido válida en la parte 1.

$\boxed{\#15}$ **Colisión de bolas de billar en dos dimensiones.** La bola de billar A, que se mueve con rapidez $v_A = 3.0m/s$ en la dirección +x (figura 14), golpea una bola B de igual masa e inicialmente en reposo. Se observa que las dos bolas se mueven a 45° con respecto al eje x, la bola A por arriba del eje x y la bola B por debajo. Esto es, $\theta'_A = 45^o$ y $\theta'_B = -45^o$ en la figura 14. ¿Cuáles serán las rapideces de las bolas después de la colisión?

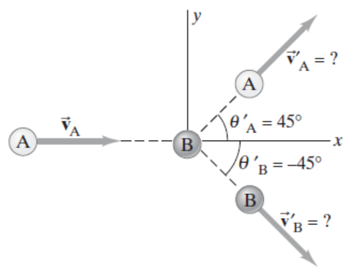


Figura 14:

PLANTEAMIENTO: No existe fuerza externa neta sobre nuestro sistema de dos bolas, si se supone que la mesa es horizontal (ya que la fuerza normal equilibra a la fuerza de gravedad). Así que se aplica la conservación de la cantidad de movimiento tanto a la componente x como a la componente y, utilizando el sistema coordenado xy que se representa en la figura 14. Se tienen dos ecuaciones y dos incógnitas, v'_A y v'_B. A partir de la simetría es posible conjeturar que las dos bolas tienen la misma rapidez. Pero no supongamos eso por ahora.Aun cuando no hayamos indicado si la colisión es elástica o inelástica, todavía es posible usar la conservación de la cantidad de movimiento.
SOLUCIÓN: Aplicamos la conservación de la cantidad de movimiento para las componentes x y y y despejamos v'_A y v'_B. Se nos da $m_A = m_B (= m)$, así que

$$(para \quad x) \quad mv_A = mv'_A cos(45^o) + mv'_B cos(-45^o)$$

$$y$$

$$(para \quad y) \quad 0 = mv'_A sen(45^o) + mv'_B sen(-45^o)$$

Las m se cancelan en ambas ecuaciones, dado que son iguales. La segunda ecuación nos da [recuerde que sen(-θ) = -$sen\theta$]:

$$v'_B = -v'_A \frac{sen(45^o)}{sen(\breve{\ }45^o)} = -v'_A \left(\frac{sen45^o}{-sen45^o}\right) = v'_A.$$

De modo que tienen la misma rapidez, como supusimos desde el inicio. La ecuación de la componente x produce [recuerde que cos($-\theta$) = cosθ]:

$$v_A = v'_A cos(45^o) + v'_B cos(45^o) = 2v'_A cos(45^o),$$

de este modo,

$$v'_A = v'_B = \frac{v_A}{2cos(45^o)} = \frac{3.0m/s}{2(0.707)} = 2.1m/s$$

Estrategia para la resolución de problemas en Cantidad de Movimientos y Colisiones:

a) Elija el sistema. Si la situación es compleja, piense en como dividirla en partes

b) Dibuje un diagrama de la situación inicial, justo antes de que ocurra la interacción (colisión, explosión), y represente la cantidad de movimiento de cada objeto con una flecha y rotúlela. Haga lo mismo para la situación final, justo después de la interacción.

c) Elija un sistema coordenado y el sentido de los ejes "+" y "-".

d) Aplique la(s) ecuación(es) de la conservación de la cantidad de movimiento:

e) Si la colisión es elástica, usted también puede usar la ecuación de conservación de la energía cinética:

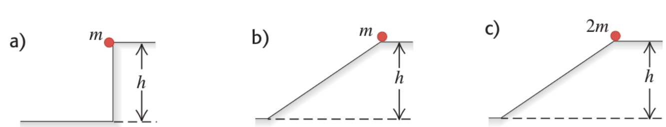
f) Despeje la(s) incógnita(s).

g) Verifique su trabajo, compruebe las unidades y pregúntese si el resultado es razonable.

- **PROBLEMAS DIFICULTAD BAJA(TEÓRICOS)**

$\boxed{\#1}$ En los casos que se muestran en la figura, el objeto se suelta desde el reposo en la parte superior y no sufre fricción ni resistencia del aire. ¿En cuál situación, si acaso, la masa tendrá;

- La mayor rapidez en la parte de inferior.
  a) En el caso a)
  b) En el caso b)
  c) En el caso c)
  d) Las rapideces son todas las mismas.
- El mayor trabajo efectuado sobre ella en el tiempo que tarda en llegar a la parte inferior?
  a) En el caso a)
  b) En el caso b)
  c) En el caso c)
  d) El trabajo son todos los mismos.

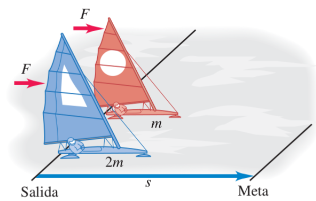


$\boxed{\#2}$ Un electrón se mueve en línea recta hacia el este con una rapidez constante de 8.00×10^7 m/s. Tiene fuerzas eléctrica, magnética y gravitacional que actúan sobre él. Durante un desplazamiento de 1.00 metro, el trabajo total efectuado sobre el electrón es: i) positivo, ii) negativo, iii) cero, iv)

a) Positivo
b) Negativo
c) Cero
d) No hay suficiente información para decidir.

#3 Dos veleros para hielo compiten en un lago horizontal sin fricción. Los veleros tienen masas m y $2m$, respectivamente; pero sus velas son idénticas, así que el viento ejerce la misma fuerza constante F sobre cada velero. Los 2 veleros parten del reposo y la meta está a una distancia s. ¿Cuál velero cruza la meta con mayor energía cinética?

a) El velero de masa m.
b) El velero de masa $2m$.
c) La energía cinetica es la misma.



#4 Clasifique los siguientes cuerpos de acuerdo con su energía cinética, de menor a mayor.

a) Un cuerpo de 2.00 kg que se mueve a 5.00 m/s.
b) Un cuerpo de 1.00 kg que inicialmente estaba en reposo y que luego tiene 30.0 J de trabajo realizado sobre él.
c) Un cuerpo de 1.00 kg que inicialmente estaba moviéndose a 4.00 m/s y luego tiene 20.0 J de trabajo efectuado sobre él.
d) Un cuerpo de 2.00 kg que inicialmente estaba moviéndose a 10.0 m/s y luego hizo 80.0 J de trabajo sobre otro cuerpo.

#5 Una persona jala un resorte alargándolo una distancia x desde el punto de relajación, lo cual requiere una fuerza máxima F.

a) ¿Cuánto trabajo realiza la persona sobre el resorte?
b) ¿Cuánto trabajo realiza el resorte?
c) Explique la diferencia entre estos dos trabajos.

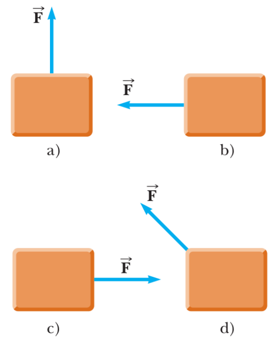
#6 Si se duplica la energía cinética de una flecha, ¿en qué factor se incrementará su rapidez?

a) 1
b) 2
c) 4
d) Ninguna es correcta

#7 Un estudiante levanta una caja de la mesa y la pone en el piso. Supongamos que el trabajo total que ejecuta sea W Podemos concluir:

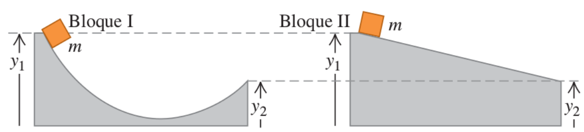
a) $W > 0$
b) $W < 0$
c) $W = 0$
d) Nada acerca del signo de W

#8 La figura muestra cuatro situaciones en las que una fuerza se aplica a un objeto. En los cuatro casos, la fuerza tiene la misma magnitud y el desplazamiento del objeto es hacia arriba y de la misma magnitud en todos los casos. Clasifique las situaciones en orden del trabajo invertido por la fuerza sobre el objeto, del más positivo al más negativo.



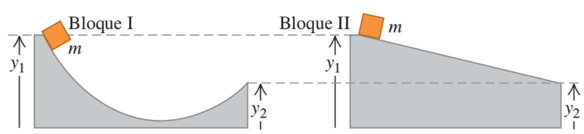
[#9] La figura muestra dos rampas distintas sin fricción. Las alturas y_1 y y_2 son iguales en cada rampa. Si un bloque con masa m se suelta del reposo en el extremo izquierdo de cada rampa, ¿cuál bloque tendrá mayor rapidez al llegar al extremo derecho?

a) El bloque I
b) El bloque II
c) La rapidez es la misma para ambos bloques.



[#10] La figura muestra dos rampas distintas sin fricción. Las alturas y_1 y y_2 son iguales en cada rampa. Si un bloque con masa m se suelta del reposo en el extremo izquierdo de cada rampa, ¿cuál bloque llegará primero al extremo derecho?

a) El bloque I
b) El bloque II
c) Ambos bloques llegan al mismo tiempo.



[#11] Un vagón del ferrocarril cargado con piedras avanza libremente sobre vías horizontales sin fricción. En el vagón un trabajador empieza a lanzar horizontalmente las piedras hacia atrás del carro. ¿Qué sucede entonces?

a) El vagón desacelera.
b) El vagón acelera.
c) El vagón primero acelera y luego desacelera.
d) La rapidez del vagón permanece constante.
e) Ninguna de estas.

$\boxed{\#12}$ El impulso de un objeto se incrementa por un factor de 4 en magnitud. ¿Por qué factor se cambia su energía cinética?

a) 16
b) 8
c) 4
d) 2
e) 1

$\boxed{\#13}$ Un tractor masivo está rodando por un camino rural. En una colisión perfectamente inelástica, un pequeño coche deportivo choca con la máquina por detrás. ¿Qué vehículo experimenta un cambio en el momento de mayor magnitud?

a) El coche.
b) El tractor.
c) Sus cambios de momento son iguales.

$\boxed{\#14}$ Un tractor masivo está rodando por un camino rural. En una colisión perfectamente inelástica, un pequeño coche deportivo choca con la máquina por detrás. ¿Qué vehículo experimenta un cambio mayor en la energía cinética?

a) El coche.
b) El tractor.
c) Sus cambios de energía son iguales.

PROBLEMAS DIFICULTAD MEDIA

$\boxed{\#1}$ Un carro de 0.500 kg rueda a lo largo de una pista recta con velocidad de 0.700 m/s en $x = 0$. Un estudiante sostiene un imán enfrente del carro para temporalmente jalar hacia adelante sobre él, en seguida el carro se desplaza hacia un montículo de arena que se convierte en una pequeña pila. Estos efectos se representan cuantitativamente mediante la gráfica de la componente x de la fuerza neta sobre el carro como una función de la posición, en la figura #15. Encuentre la rapidez a la que sale en $x = 7.00$ cm.
Respuesta: $v = 0.5744 m/s$

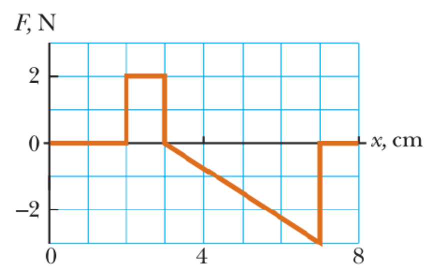


Figura 15:

$\boxed{\#2}$ Un niño de 500 N de peso está en un columpio unido a cuerdas de 2.00 m de largo. Encuentre la energía potencial gravitacional del sistema niño–Tierra en relación con la posición más baja del niño cuando las cuerdas forman un ángulo de 35.0° con la vertical.
Respuesta: $U_g = 180.8 J$

#3 Un bloque de 200 g se presiona contra un resorte con 1400 N/m de constante de fuerza hasta que el bloque comprime el resorte 10.0 cm. El resorte descansa en la parte baja de una rampa inclinada 60.0° con la horizontal. Mediante consideraciones de energía, determine cuánto se mueve el bloque hacia arriba del plano inclinado antes de detenerse si el coeficiente de fricción cinética es 0.400.
Respuesta: $d = 3.35m$

#4 Dos bloques de igual masa (5.00 kg) se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción, como se muestra en la figura #16. El bloque de masa m_1 se encuentra en una superficie horizontal sin fricción y está conectado a un resorte con una constante de fuerza k=150 N/m. El sistema se libera desde el reposo cuando el resorte no está estirado. Si el bloque colgante de masa m_2 cae una distancia h antes de llegar al reposo de nuevo, calcule dicha distancia h.
Respuesta: $h = 0.653m$

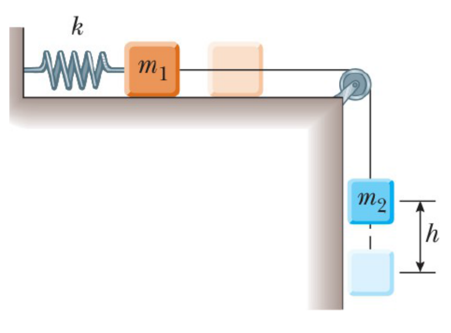


Figura 16:

#5 Dos bloques de masas M y 3M se colocan sobre una superficie horizontal sin fricción. Un resorte ligero se ensambla a uno de ellos, y los bloques se empujan juntos con el resorte entre ellos (figura #17). Una cuerda que inicialmente mantiene a los bloques juntos se quema; después de esto, el bloque de masa 3M se mueve hacia la derecha con una rapidez de 2.00 m/s. ¿Cuál es la velocidad del bloque de masa M?
Respuesta: $V^{'} = 6m/s$ izq

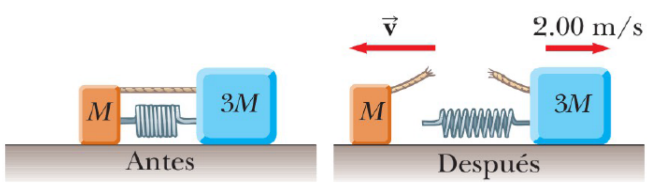


Figura 17:

#6 Una bala de m=0.010 kg se dispara en un bloque de madera fijo (M=5.00 kg). La bala se incrusta en el bloque. La rapidez de la combinación bala más madera inmediatamente después de la colisión es 0.600 m/s. ¿Cuánta energía se transforma en energía interna en la colisión?
Respuesta: $E_{per} = 450.9J$

#7 Un carro de montaña rusa se libera desde el reposo en lo alto de la primera subida y luego se mueve libremente con fricción despreciable. La montaña rusa que se muestra en la figura #18 tiene un bucle circular de radio R en un plano vertical. Suponga que el carro apenas libra el bucle; en lo alto del bucle, los pasajeros están cabeza abajo y se sienten sin peso. Encuentre la altura requerida del punto de liberación sobre la parte baja del bucle en términos de R.
Respuesta: $h = \frac{5}{2}R$

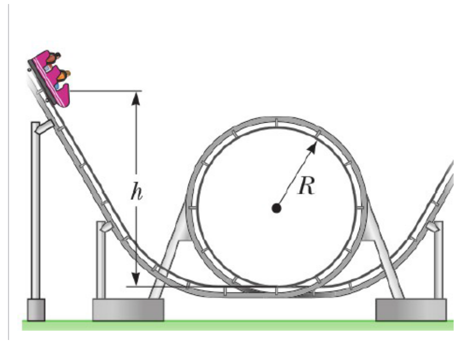


Figura 18:

$\boxed{\#8}$ Dos personas jalan en direcciones opuestas en los extremos de un resorte de constante k=1150 N/m, cada una con una fuerza de 190 N. Encuentre el estiramiento del resorte en esta situación.
Respuesta: $x = 0.165m$

$\boxed{\#9}$ Una partícula de 250 g se libera desde el reposo en el punto a lo largo del diámetro horizontal en el interior de un tazón hemisférico sin fricción con radio R=35.0 cm (ver figura #19). Calcule la rapidez en el punto C.
Respuesta: $v = 1.512m/s$

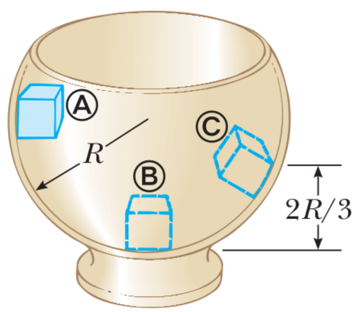


Figura 19:

$\boxed{\#10}$ Un objeto de 1.50 kg se mantiene 1.20 m sobre un resorte vertical relajado sin masa con una constante de fuerza de 320 N/m. Se deja caer el objeto sobre el resorte. ¿Cuánto se comprime el resorte?
Resuesta: $x = +0.3811m$

$\boxed{\#11}$ A un bloque, que tiene 0.80 kg de masa, se le da una velocidad inicial v_i = 1.20 m/s hacia la derecha y choca con un resorte con masa despreciable y cuya constante de fuerza es k=50.0 N/m. Suponga que una fuerza constante de fricción cinética actúa entre el bloque y la superficie, con $\mu_k = 0.500$. Si la rapidez del bloque en el momento que choca con el resorte es v_i, ¿cuál es la compresión máxima x en el resorte?
Respuesta: $x = +0.0924m$

$\boxed{\#12}$ En una prueba de choque, un automóvil de 1500 kg de masa choca con una pared. Las velocidades inicial y final del automóvil son $\vec{v}_i = -15.0\hat{x}$ m/s y $\vec{v}_f = +2.60\hat{x}$ m/s, respectivamente. Si la colisión dura 0.150 s, encuentre la fuerza promedio ejercida en el automóvil.
Respuesta: $F = 176000N$

#13 Dos discos de juego de tejo, de igual masa, uno anaranjado y el otro amarillo, están involucrados en una colisión oblicua elástica. El disco amarillo inicialmente está en reposo y es golpeado por el disco anaranjado que se mueve con una rapidez de 7.00 m/s. Después de la colisión, el disco anaranjado se mueve a lo largo de una dirección que forma un ángulo de 43.0° con su dirección de movimiento inicial. Las velocidades de los dos discos son perpendiculares después de la colisión. Determine la rapidez final del disco anaranjado.
Respuesta:$V_{1f} = 5.12 m/s$

#14 Un bloque de 20.0 kg se conecta a un bloque de 30.0 kg mediante una cuerda que pasa sobre una polea ligera sin fricción. El bloque de 30.0 kg se conecta a un resorte que tiene masa despreciable y una constante de fuerza de 250 N/m, como se muestra en la figura #20. El resorte no está estirado cuando el sistema está como se muestra en la figura, y entre el plano inclinado y el bloque hay un coeficiente de fricción cinético $\mu_k = 0.100$. El bloque de 20.0 kg se jala 20.0 cm hacia abajo del plano (de modo que el bloque de 30.0 kg está 40.0 cm sobre el suelo) y se libera desde el reposo. Encuentre la rapidez de cada bloque cuando el bloque de 30.0 kg está 20.0 cm arriba del suelo (esto es: cuando el resorte no está estirado).
Respuesta: $V = 1.193 m/s$

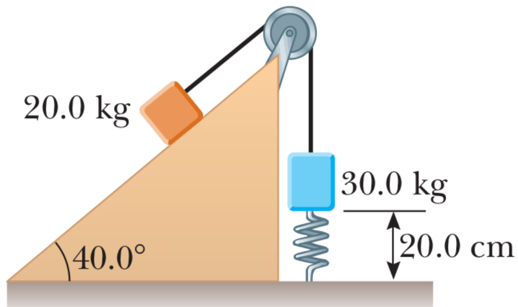


Figura 20:

#15 El mecanismo de lanzamiento de un rifle de juguete consiste en un resorte de constante de resorte desconocida. Cuando el resorte se comprime 0.150 m, y se dispara verticalmente el rifle, es capaz de lanzar un proyectil de 50.0 g a una altura máxima de 20.0 m arriba de la posición cuando el proyectil deja el resorte. Ignore todas las fuerzas resistivas y determine la constante de resorte.
Respuesta: $k = 877.6 N/m$

#16 Una niña aplica una fuerza F paralela al eje x a un trineo (ver figura #21) de 10.0 kg que se mueve sobre la superficie congelada de un estanque pequeño. La niña controla la rapidez del trineo, y la componente x de la fuerza que aplica varía con la coordenada x del trineo, como se muestra en la figura. Calcule el cambio en la energía cinética del trineo cuando el trineo se mueve de $x = 0$ a $x = 12\ m$.
Respuesta: $\Delta k = 60 J$

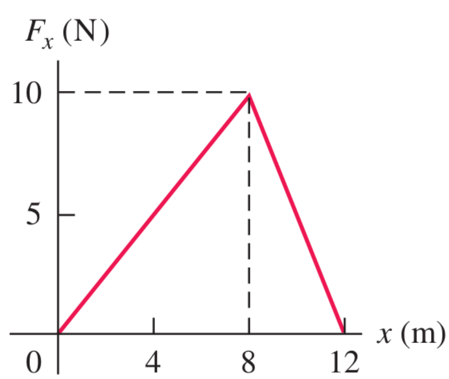


Figura 21:

#17 Un bloque de 5.00 kg se desplaza hacia arriba empujado paralelamente en un plano inclinado por una fuerza constante F=50.0 N como se muestra en la figura #22 , el plano inclinado tiene 25.0 grados respecto de la horizontal y la fuerza actúa en una distancia de 10.0 m a lo largo del plano. Calcule el trabajo neto efectuado sobre el bloque.
Respuesta: $\sum W = 292.3J$

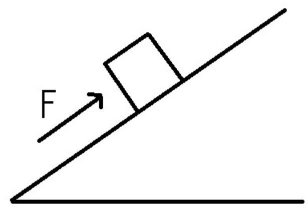


Figura 22:

#18 Cuando un objeto de 4.00 kg cuelga verticalmente en cierto resorte ligero descrito por la ley de Hooke, el resorte se estira 2.50 cm. Si se quita el objeto de 4.00 kg, ¿cuánto se estirará el resorte si se le cuelga un objeto de 1.50 kg?
Respuesta: $x_2 = 0.9375cm$

#19 A un automóvil de 2000 kg detenido en un semáforo lo golpea por la parte trasera un automóvil de 1200 kg. Los dos autos quedan unidos y se mueven a lo largo de la misma trayectoria que la del automóvil en movimiento. Si el auto más pequeño se movía a 30.0 m/s antes de la colisión, ¿cuál es la velocidad de los automóviles unidos después de la colisión?
Respuesta: $v = 11.25m/s$

#20 Una bola de 0.250 kg de masa se deja caer desde el reposo a una altura de 1.50 m. Rebota en el suelo para alcanzar una altura de 1.00 m. ¿Qué impulso le da el piso a la bola?
Respuesta: $I = 2.463Kg.m/s$

#21 Un paquete pequeño de 0.200 kg se suelta del reposo en el punto A de una vía que forma un cuarto de círculo con radio de 1.60 m (ver figura #23). El paquete es tan pequeño relativo a dicho radio que puede tratarse como partícula. El paquete se desliza por la vía y llega al punto B con rapidez de 4.80 m/s. A partir de aquí, el paquete se desliza 3.00 m sobre una superficie horizontal hasta el punto C, donde se detiene.

a) ¿Qué coeficiente de fricción cinética tiene la superficie horizontal entre B y C?
b) ¿Cuánto trabajo realiza la fricción sobre el paquete al deslizarse éste por el arco circular entre A y B?

Respuesta: a)$\mu_k = 0.392$ b) $W_{fk} = -0.832J$

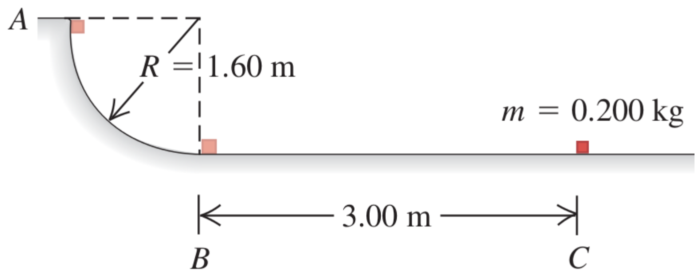


Figura 23:

#22 Un vagón de 6 000 kg rueda a lo largo de la vía con fricción despreciable. El vagón se lleva al reposo mediante una combinación de dos resortes en espiral, como se ilustra en la figura #24. Ambos resortes se describen mediante la ley de Hooke con $k_1 = 1600$ N/m y $k_2 = 3400$ N/m. Después de que el primer resorte se comprime una distancia de 30.0 cm, el segundo resorte actúa con el primero para aumentar la fuerza mientras.se presenta una compresión adicional como se muestra en la gráfica. El vagón llega al reposo 50.0 cm después de que hace el primer contacto con el sistema de dos resortes. Encuentre la rapidez inicial del vagón.
Respuesta:$v = 0.299 m/s$

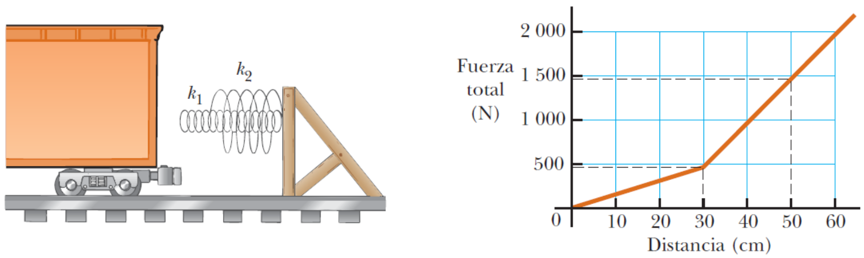


Figura 24:

#23 El lanzador de bola en una máquina de pinball tiene un resorte con una constante de fuerza de 1.20 N/cm (figura #25). La superficie sobre la que se mueve la bola está inclinada 10.0° respecto de la horizontal. El resorte inicialmente se comprime 5.00 cm. Encuentre la rapidez de lanzamiento de una bola de 100 g cuando se suelta el émbolo. La fricción y la masa del émbolo son despreciables.
Respuesta: $v = 1.68 m/s$

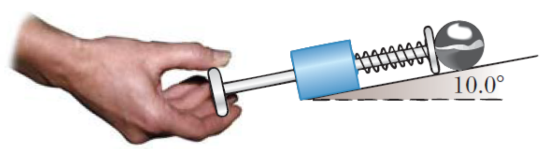


Figura 25:

#24 Una bolita perforada se desliza sin fricción alrededor de un bucle (figura #26). La bolita se libera desde una altura $h = 3.50R$. a) ¿Cuál es la rapidez de la bolita en el punto $\mathbf{A}n$?. b) ¿Qué tan grande es la fuerza normal sobre la bolita si su masa es 5.00 g?
Respuesta: a) $v = (3gR)^{1/2}$ b) 0.098 N abajo

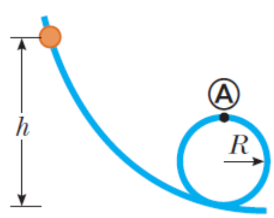


Figura 26:

#25 Dos objetos se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea ligera sin fricción, como se muestra en la figura #27. El objeto de 5.00 kg de masa se libera desde el reposo. Con el modelo de sistema aislado, a) determine la rapidez del objeto de 3.00 kg justo cuando el objeto de 5.00 kg golpea el suelo. b) Encuentre la altura máxima a la que llega el objeto de 3.00 kg.
Respuesta: a) $v = 4.43m/s$ b) $h_{max} = 5.00m$

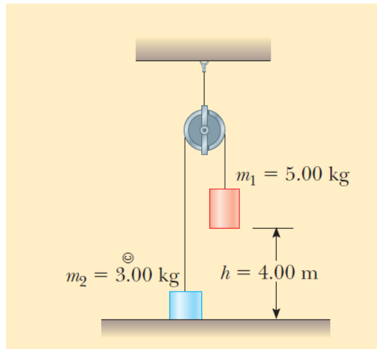


Figura 27: Maquina de Atwood con unos valores de $m_1 = 5.00kg$ y $m_2 = 3.00kg$ con una altura $h = 4.00m$

#26 Un bloque de 5.00 kg se pone en movimiento hacia arriba de un plano inclinado con una rapidez inicial de 8.00 m/s (figura #28). El bloque llega al reposo después de viajar 3.00 m a lo largo del plano, que está inclinado en un ángulo de 30.0° con la horizontal. Para este movimiento, determine a) el cambio en la energía cinética del bloque, b) el cambio en la energía potencial del sistema bloque–Tierra y c) la fuerza de fricción que se ejerce sobre el bloque (supuesta constante). d) ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?
Respuesta: a) $\Delta K = -160J$ b) $\Delta U = 73.5J$ c) F=28.8N d)$\mu_k = 0.679$

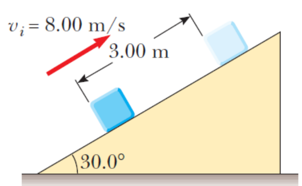


Figura 28:

#27 Una bola de acero de 3.00 kg golpea una pared con una rapidez de 10.0 m/s en un ángulo de 60.0° con la superficie. Rebota con la misma rapidez y ángulo (figura #29). Si la bola está en contacto con la pared durante 0.200 s, ¿cuál es la fuerza promedio que la pared ejerce sobre la bola?
Respuesta:$F = 260N$ normal hacia la pared.

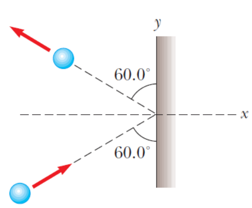


Figura 29:

#28 Una porción de arcilla pegajosa de 12.0 g es arrojada horizontalmente a un bloque de madera de 100 g al inicio en reposo sobre una superficie horizontal. La arcilla se pega al bloque. Después del impacto, el bloque se desliza 7.50 m antes de llegar al reposo. Si el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es 0.650, ¿cuál fue la rapidez de la masilla inmediatamente antes del impacto?
Respuesta: $v = 91.2m/s$

#29 Una bala de 5.00 g, que se mueve con una rapidez inicial de 400 m/s, se dispara y pasa a través de un bloque de 1.00 kg, como se muestra en la figura #30. El bloque, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción, se conecta a un resorte con constante de fuerza 900 N/m. El bloque se mueve 5.00 cm hacia la derecha después del impacto. Encuentre a) la rapidez con que la bala sale del bloque y b) la energía mecánica que se convierte en energía interna en la colisión.
Respuesta: a) $v = 100m/s$ b) $E_{int} = 374J$

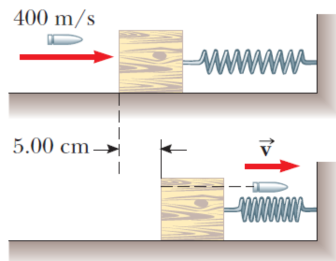


Figura 30:

PROBLEMAS DIFICULTAD ALTA

#1 Un objeto de 9.00 kg que parte del reposo cae a través de un medio viscoso y experimenta una fuerza resistiva $\overrightarrow{R} = -b\overrightarrow{v}$, donde $\overrightarrow{v}$ es la velocidad del objeto. El objeto alcanza un medio de su rapidez terminal en 5.54 s. a) Determine la rapidez terminal. b) ¿En qué tiempo la rapidez del objeto es tres cuartos de la rapidez terminal? c) ¿Qué distancia recorrió el objeto en los primeros 5.54 s de movimiento?
Respuesta a) $v_t = 78.3m/s$ b) $t = 11.1s$ c) $d = 121m$

#2 Una partícula de 1.18 kg de masa se une entre dos resortes idénticos en una mesa horizontal sin fricción. Ambos resortes tienen constante de resorte k e inicialmente no están estirados. a) La partícula se jala una distancia x a lo largo de una dirección perpendicular a la configuración inicial de los resortes, como se muestra en la figura #31. Demuestre que la fuerza ejercida por los resortes sobre la partícula es

$$\overrightarrow{\mathbf{F}} = -2kx(1 - \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}})\hat{i}$$

b) Demuestre que la energía potencial del sistema es

$$U(x) = kx^2 + 2kL(L - \sqrt{x^2 + L^2})$$

c) Elabore una gráfica de $U(x)$ en función de x e identifique todos los puntos de equilibrio. Suponga $L = 1.20$ m y $k=$ 40.0 N/m. d) Si la partícula se jala 0.500 m hacia la derecha y después se libera, ¿cuál es su rapidez cuando llega al punto de equilibrio x=0?
Respuesta: d) $v = 0.823m/s$

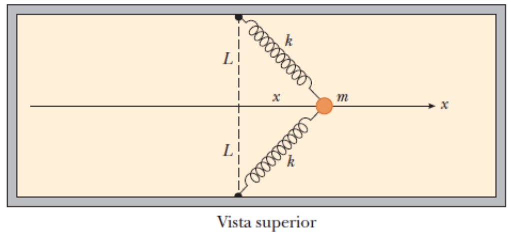


Figura 31:

$\boxed{\#3}$ Un resorte ligero tiene una longitud sín estirar de 15.5 cm. Se describe mediante la ley de Hooke con constante de resorte 4.30 N/m. Un extremo del resorte horizontal se mantiene en un eje vertical fijo, y el otro extremo se une a un disco de masa m que se puede mover sin fricción sobre una superficie horizontal. El disco se pone en movimiento en un círculo con un periodo de 1.30 s.a) Encuentre la extensión del resorte x conforme depende de m. Evalúe x para b) m =0.070 0 kg, c) m= 0.140 kg, d) m= 0.180 kg y e) m =0.190 kg. f) Describa el patrón de variación de x como dependiente de m.
Respuesta: b) $x = 0.0951m$ c) $x = 0.492m$ d) 0.685 e) Situacion imposible.

$\boxed{\#4}$ Un tablero uniforme de longitud L se desliza a lo largo de un plano horizontal uniforme (sin fricción), como se muestra en la figura #32. Después el tablero se desliza a través de la frontera con una superficie horizontal rugosa. El coeficiente de fricción cinética entre el tablero y la segunda superficie es μ_k.a) Encuentre la aceleración del tablero cuando su extremo frontal recorre una distancia x más allá de la frontera.b) El tablero se detiene en el momento en que su extremo posterior llega a la frontera, como se muestra en la figura P8.27b.
Encuentre la rapidez inicial v del tablero.
Respuesta: a) $a_x = -\mu_k gx/L$ b) $v = (\mu_k gL)^{1/2}$

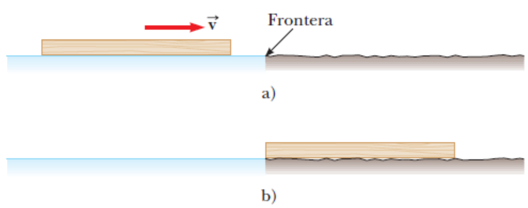


Figura 32:

$\boxed{\#5}$ Una cadena uniforme de 8.00 m de longitud inicialmente yace estirada sobre una mesa horizontal.a) Si supone que el coeficiente de fricción estática entre la cadena y la mesa es 0.600, muestre que la cadena comenzará a deslizarse de la mesa si al menos 3.00 m de ella cuelgan sobre el borde de la mesa.b) Determine la rapidez de la cadena cuando su último eslabón deja la mesa, teniendo en cuenta que el coeficiente de fricción cinética entre la cadena y la mesa es 0.400.
Respuesta: b) $v = 7.42m/s$

$\boxed{\#6}$ Jane, cuya masa es 50.0 kg, necesita columpiarse a través de un río (que tiene una anchura D), lleno de cocodrilos cebados con carne humana, para salvar a Tarzán del peligro. Ella debe columpiarse contra un viento que ejerce fuerza horizontal constante $\overrightarrow{\mathbf{F}}$,en una liana que tiene longitud L e inicialmente forma un ángulo θ con la vertical (figura #33).Considere D = 50.0 m, F = 110 N, L =40.0 m y $\theta = 50^o$. a) ¿Con qué rapidez mínima Jane debe comenzar su balanceo para apenas llegar al otro lado? b) Una vez que el rescate está completo, Tarzán y Jane deben columpiarse de vuelta a través del río.¿Con qué rapidez mínima deben comenzar su balanceo?Suponga que Tarzán tiene una masa de 80.0 kg.
Respuesta: a) $v_i = 6.15m/s$ b) $v_i = 9.87m/s$

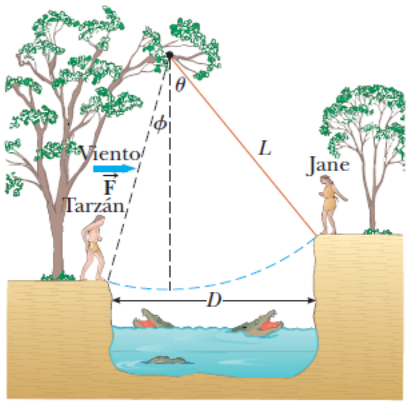


Figura 33:

$\boxed{\#7}$ Una bola de masa m 300 g se conecta mediante una cuerda resistente de longitud L=80.0 cm a un pivote y se mantiene en su lugar con la cuerda vertical. Un viento ejerce fuerza constante F hacia la derecha sobre la bola, como se muestra en la figura #34. La bola se libera desde el reposo. El viento hace que se balancee para lograr altura máxima H sobre su punto de partida antes de que se balancee abajo de nuevo. a)Encuentre H como función de F. Evalúe H b) para F=1.00N y c) para F 10.0 N. ¿Cómo se comporta H d) cuando F tiende a cero e) y cuando F tiende a infinito? f) Ahora considere la altura de equilibrio de la bola con el viento que sopla. Determínela como función de F. Evalúe la altura de equilibrio g) para F=10 N y h) para F que tiende a infinito.
Respuesta: a) $H = \frac{1.6m}{1+8.64N^2/F^2}$ b) $H = 0.166m$ c) $H = 1.47m$ d) $F \to 0$, $H \to 0$ e) $F \to \infty$, $H \to 1.6m$
f) $H_{eq} = 0.8(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{F^2}{8.64N^2}}})$

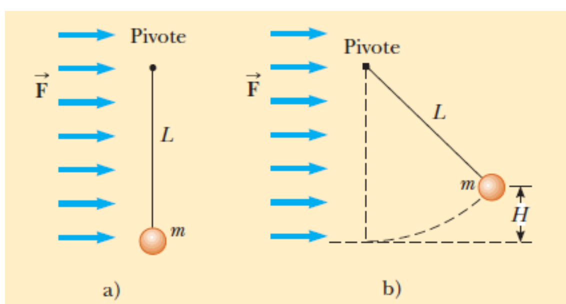


Figura 34:

$\boxed{\#8}$ Dos partículas con masas m y $3m$ se mueven una hacia la otra a lo largo del eje x con la misma rapidez inicial v_i. La partícula m viaja hacia la izquierda y la partícula $3m$ viaja hacia la derecha. Se someten a una colisión oblicua elástica tal que la partícula m se mueve hacia abajo después de la colisión en ángulo recto desde su dirección inicial. a) Encuentre las magnitudes de velocidad finales de las dos partículas. b) ¿Cuál es el ángulo θ al que se fuga la partícula $3m$?
Respuesta: a) $\sqrt{2}v_i$ b) $\theta = 35.3^o$

$\boxed{\#9}$ Una cadena de longitud L y masa total M se libera desde el reposo con su extremo inferior apenas tocando lo alto de una mesa, como se muestra en la figura #35 Encuentre la fuerza que ejerce la mesa sobre la cadena después de que la cadena cae una distancia x, como se muestra en la figura P9.69b. (Suponga que cada eslabón llega al reposo en el instante en que llega a la mesa.)
Respuesta: $F_{total} = \frac{3Mgx}{L}$

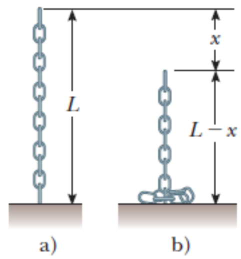


Figura 35:

$\boxed{\#10}$ Dos péndulos, de longitud L cada uno, estan inicialmente situados como se muestra en la siguiente figura #36.El primer péndulo se suelta desde una altura d y golpea al segundo.Suponga que la colisión es completamente inelástica y despréciese la masa de los cordones y cualesquier efectos de friccion.¿A qué altura se eleva el centro de masa después de la colisión?

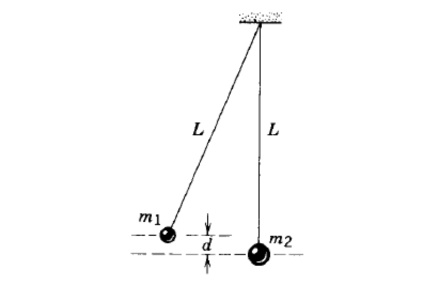


Figura 36:

REFERENCIAS:

- Raymond A. Serway y John W. Jewett Jr, Física para Ciencias e Ingeniería, Volumen I, Novena Edición.
- Douglas C. Giancoli, Física para Ciencias e Ingeniería, Volumen I, Cuarta Edición.
- Resnick, Halliday & Krane, Física, Volumen I, Quinta Edición.
- Young, Hugh D. y Roger A. Freedman, Física Universitaria, Volumen I, Decimosegunda Edición.