Propiedades de las Sustancias

I. Objetivos

1. Realizar mediciones directas de masa y longitud usando, respectivamente, una balanza monoplato de triple brazo y un pie de rey.
2. Medir indirectamente la densidad de una sustancia sólida partiendo de un objeto con una forma geométrica bien definida.
3. Identificar el material del que está hecho un objeto comparando la densidad medida (en el laboratorio) con las que aparecen en las tablas de manuales o libros de texto.

II. Problema

Considere un objeto constituido de un material que se no se identifica a simple vista (ver figura 1). De manera experimental, determine la densidad de dicho objeto y a partir de esta, deduzca el materia del material del cual está hecho.

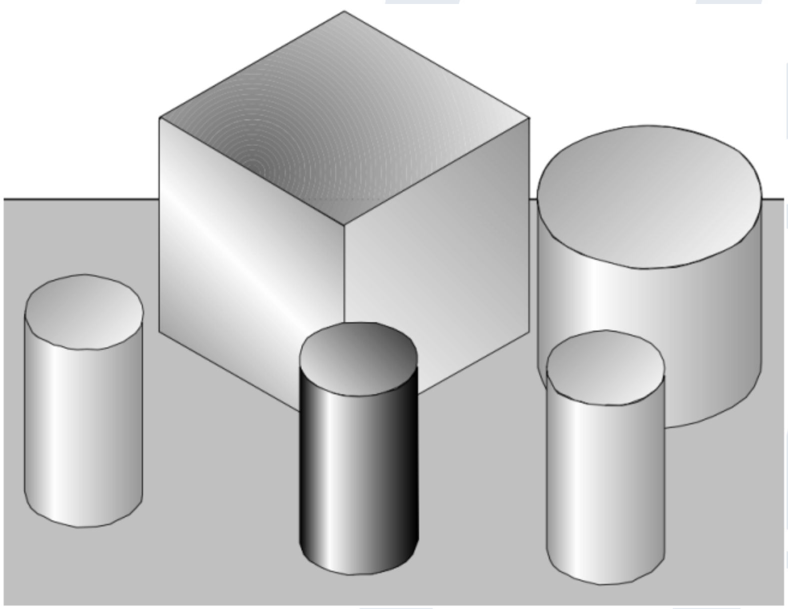

Figura 1: Objetos con formas geométricas definidas

III. Revisión del Marco Teórico

En física, los diferentes objetos y fenómenos son estudiados estableciendo diferentes conceptos, entre ellos el concepto de sistema. Un sistema físico es una región o porción del universo, considerada para su estudio, que se aisla por medio de una frontera (real o imaginaria). Cuando un sistema es establecido, un conjunto de atributos pueden ser asociados al sistema, atributos que son suceptibles de ser medidos y a los cuales puede asignarse un valor numérico o cualitativo y son llamados propiedades.

Es de esta manera que, se puede establecer propiedades a las sustancias, o en general, a cantidades finitas de materia. Las propiedades asociadas a las sustancias permiten en algunos casos identificarlas, es decir, a diferentes sustancias diferentes valores de sus propiedades. Sin embargo, es importante caracterizar al menos dos tipos de propiedades: **propiedades intensivas** y **propiedades extensivas**.

Las propiedades intensivas, son propiedades independientes de la extensión (tamaño o masa) del sistema (sustancia) σ; es decir, son propiedades que no son aditivas. Lo anterior significa que al dividir el sistema σ con la propiedad intensiva X en dos o más partes, σ_1 con la propiedad X_1 y σ_2 con la propiedad X_2, entonces $X \neq X_1 + X_2$. Por el contrario, **las propiedades extensivas, son propiedades dependientes de la extensión (tamaño o masa) del sistema (sustancia)** σ; es decir son propiedades que son aditivas. Significa que, al dividir un sistema σ con la propiedad extensiva Y en dos o más partes, σ_1 con la propiedad Y_1 y σ_2 con la propiedad Y_2, entonces $Y = Y_1 + Y_2$. Lo descrito en líneas anteriores es descrito en al figura 2. Son ejemplos de propiedades extensivas: el volumen, la masa, el área, la carga eléctrica. Son ejemplos de propiedades intensivas: el color, la densidad, la conductividad, el punto de fusión, dureza.

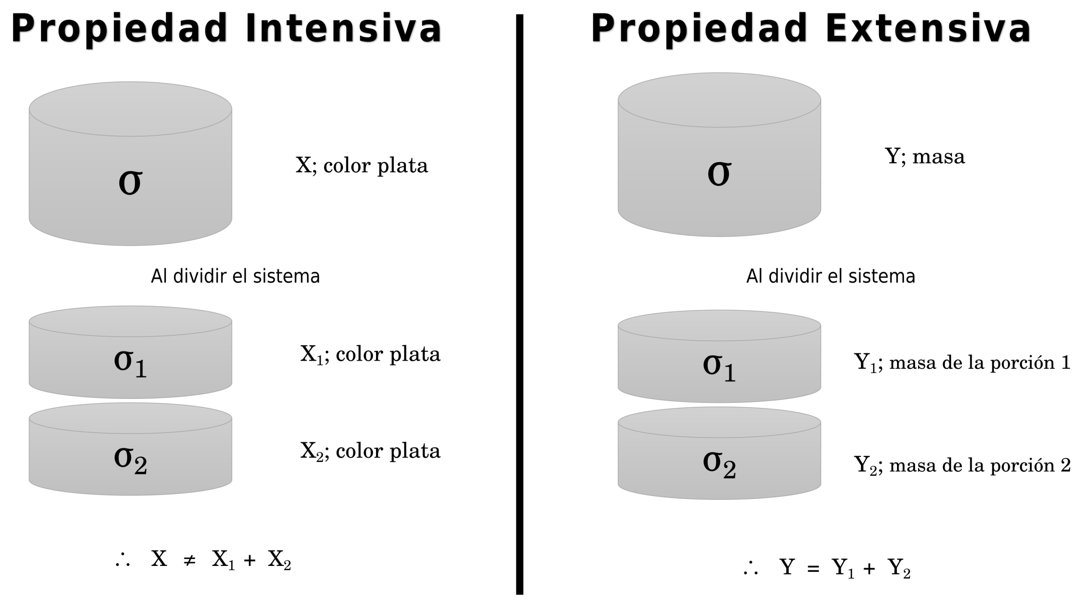

Figura 2: Imagen que ilustra la diferencia entre una propiedad intensiva y una propiedad extensiva.

Una de las propiedades intensivas de las sustancias es la densidad másica, la cual es definida matemáticamente como la masa sobre volumen:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{1}$$

Es de notar que la densidad está definida en términos de la propiedades extensivas, lo cual significa que en general, se pueden establecer propiedades independientes de la extensión del sistema mediante el cociente de propiedades que si los son. La densidad es una propiedad asociada a la sustancia del cual están hechos los objetos y puede determinarse a partir del conocimiento de la masa y volumen. Si consideramos algunos objetos cuyas formas son son geométricamente definidas (cilindro, cilindro hueco, cubo), se puede establecer lo sigiente:

Cilindro

$$V = \frac{\pi D^2 h}{4} \tag{2}$$

$$\rho = \frac{4m}{\pi D^2 h} \tag{3}$$

Cilindro Hueco

$$V = \frac{\pi (D_{ex}^2 - D_{in}^2) h}{4} \tag{4}$$

$$\rho = \frac{4m}{\pi (D_{ex}^2 - D_{in}^2) h} \tag{5}$$

Cubo

$$V = L^3 \tag{6}$$

$$\rho = \frac{m}{L^3} \tag{7}$$

De esta manera, se puede encontrar la densidad de un cilindro, un cilindro hueco o un cubo. El conocimiento de la densidad, mediante el cálculo, puede indicar de qué material o sustancia está hecho sólido, comparando con los valores de densidad conocidos para las diferentes sustancias. Lo anterior es posible ya que, la densidad es una propiedad que caracteriza a las sustancias y dependiendo de esta adquiere un valor particular.

IV. Montaje Experimental

Materiales y Equipo

- Cilindro metálico.
- Cilindro hueco metálico.
- Cubo Metálico.
- Balanza de triple brazo, monoplato y pesas móviles.
- Pie de Rey.
- Regla

Preparación

1. **Calibración de la balanza**

   Para calibrar la balanza primero asegúrese que todos los contrapesos del instrumento se encuentren en la posición cero, luego verifique que el puntero indique la posición cero. Si esto no sucede, rote el tornillo de ajuste hasta lograr que el puntero indicador señale tal posición (ver figura 3). hacer.

2. **Calibración del pie de rey**

   Una vez encendido el pie de rey, configure el mismo para mostrar la medida en milímetros y cerrando cuidosamente la apertura de las mordazas presione el botón ”zero”para calibrar el intrumento. Al realizar cualquier medición, lentamente abra espacio entre las mordazas, pudiendo utilizar las mordazas de medición externa o internas (ver figura 4) dependiendo el tipo de medida a tomar.

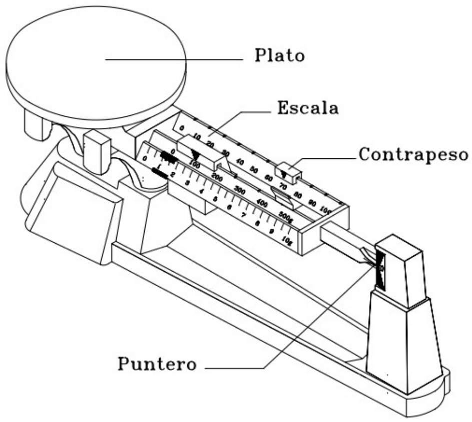

Figura 3: Imagen que ilustra las partes de una balanza

Figura 4: Imagen que ilustra las partes de un pie de rey

V. Procedimiento Experimental

Para cada objeto con forma geométrica definida, realice los siguiente pasos:

1. Coloque el objeto en el plato de la balanza y desplace los contrapesos (primero los más grandes y luego los más pequeños) hasta que el puntero señale nuevamente la posición cero.

2. Efectúe la lectura de la masa y anótela en la primera casilla (bajo la leyenda m(kg)), de las tablas: 1, 3 y 5, según corresponda.

3. Según el objeto que esté analizando en el momento, realice mediciones de diámetros, alturas o lados según corresponda.

   - En caso que se encuentre realizando mediciones con el cilindro: mida la longitud del diámetro D y la altura h y anótelas en las casillas respectivas de la tabla 1.
   - En caso que se encuentre realizando mediciones con el cilindro hueco: mida la longitud del diámetro exterior D_{ex}, y el diámetro interior D_{in}, así como la altura h del cilindro y anótelas en las casillas respectivas de la tabla 3.
   - En caso que se encuentre realizando mediciones con el cubo: Mida la longitud del lado L del cubo y anótela en la casilla respectiva de la tabla 5.

4. Repita los pasos 1-3 hasta obtener un total de 6 mediciones.

VI. Tabla de Datos

Cilindro

No	m (kg)	h (m)	D (m)
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Tabla 1: Mediciones para el cilindro sólido.

$\delta D = 0.01$ (mm) $\delta h = 1$ (mm) $\delta m = 0.1$ (g)

Magnitud	Valor Central	Incertidumbre Absoluta
m (kg)		
h (m)		
D (m)		
ρ (kg/m^3)		

Tabla 2: Resumen de mediciones para el cilindro sólido.

Cilindro Hueco

No	m (kg)	h (m)	D_{ex} (m)	D_{in} (m)
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Tabla 3: Mediciones para el cilindro hueco.

$\delta D_{ex} = D_{in} = 0.01$ (mm) $\quad\quad \delta m = 0.1$ (g) $\quad\quad \delta h = 1$ (mm)

Magnitud	Valor Central	Incertidumbre Absoluta
m (kg)		
h (m)		
D_{ex} (m)		
D_{in} (m)		
ρ (kg/m^3)		

Tabla 4: Resumen de mediciones para el cilindro hueco.

Cubo

No	m (kg)	L (m)
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Tabla 5: Mediciones para el cubo.

$\delta L = 0.01$ (mm) $\delta m = 0.1$ (g)

Magnitud	Valor Central	Incertidumbre Absoluta
m (kg)		
L (m)		
ρ (kg/m^3)		

Tabla 6: Resumen de mediciones para el cubo.

VII. Tratamiento de datos experimentales

1. Con los datos de las tablas 1, 3 y 5 calcule los valores centrales, errores estadísticos y errores absolutos de las diferentes cantidades medidas en el laboratorio (para cada objeto) a través de las siguientes formulas (anote en los valores respectivos en las tablas: 2, 4 y 6 respectivamente)

$$\text{valor central} \quad : \quad \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i, \tag{8}$$

$$\text{error estadístico} \quad : \quad \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - x_i)^2}, \tag{9}$$

$$\text{error absoluto} \quad : \quad \Delta x = \sqrt{\delta x_{\text{sys}}^2 + \sigma_{\bar{x}}^2}, \tag{10}$$

presentando al final los resultados de la siguiente forma

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x) \text{ unidades.} \tag{11}$$

2. Para el cilindro sólido, con lo datos registrados en la tabla 2, determine la densidad ρ_1 (en mg/m^3)

$$\bar{\rho} = \frac{4\bar{m}}{\pi\bar{h}\bar{D}^2} \tag{12}$$

$$\Delta\rho = \bar{\rho}\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\bar{h}}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{\bar{D}}\right)^2} \tag{13}$$

$$\rho = (\bar{\rho} + \Delta\rho)\ \mathrm{kg/m^3} \tag{14}$$

3. Demuestre que la incertidumbre absoluta para la densidad ρ_2 del cilindro hueco es:

$$\Delta\rho = \bar{\rho}\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\bar{h}}\right)^2 + 4\left(\frac{\bar{D}_{ex}\Delta D_{ex}}{\bar{D}_{ex}^2 - \bar{D}_{in}^2}\right)^2 + 4\left(\frac{\bar{D}_{in}\Delta D_{in}}{\bar{D}_{ex}^2 - \bar{D}_{in}^2}\right)^2}$$

4. Para el cilindro hueco, con lo datos registrados en la tabla 4, determine la densidad ρ_2 (en kg/m^3)

$$\bar{\rho} = \frac{4\bar{m}}{\pi\bar{h}\left(\bar{D}_{ex}^2 - \bar{D}_{in}^2\right)} \tag{15}$$

$$\Delta\rho = \bar{\rho}\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\bar{h}}\right)^2 + 4\left(\frac{\bar{D}_{ex}\Delta D_{ex}}{\bar{D}_{ex}^2 - \bar{D}_{in}^2}\right)^2 + 4\left(\frac{\bar{D}_{in}\Delta D_{in}}{\bar{D}_{ex}^2 - \bar{D}_{in}^2}\right)^2} \tag{16}$$

$$\rho = (\bar{\rho} + \Delta\rho)\ \mathrm{kg/m^3}. \tag{17}$$

5. Para el cubo, con lo datos registrados en la tabla 6, determine la densidad ρ_3 (en kg/m^3)

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{m}}{\bar{L}^3} \tag{18}$$

$$\Delta\rho = \bar{\rho}\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\bar{m}}\right)^2 + 9\left(\frac{\Delta L}{\bar{L}}\right)^2} \tag{19}$$

$$\rho = (\bar{\rho} + \Delta\rho)\ \mathrm{kg/m^3}. \tag{20}$$

6. Con los valores centrales y errores absolutos de cada densidad en (14), (17) y (20), calcular la precisión de las medidas mediante su error (o incertidumbre) porcentual

$$I_1\,\% = \frac{\Delta\rho_1}{\bar{\rho_1}} \times 100\,\%, \qquad I_2\,\% = \frac{\Delta\rho_2}{\bar{\rho_2}} \times 100\,\%, \qquad I_3\,\% = \frac{\Delta\rho_3}{\bar{\rho_3}} \times 100\,\%.$$

7. Con los valores referencia sugeridos por el instructor, determinar la exactitud de las mediciones mediante el nivel de dispersión de la exactitud

$$\%\epsilon_1 = \left|\frac{\bar{\rho}_1 - \rho_{\text{referencia 1}}}{\rho_{\text{referencia 1}}}\right| \times 100\,\%,\ \%\epsilon_2 = \left|\frac{\bar{\rho}_2 - \rho_{\text{referencia 2}}}{\rho_{\text{referencia 2}}}\right| \times 100\,\%,\ \%\epsilon_3 = \left|\frac{\bar{\rho}_3 - \rho_{\text{referencia 3}}}{\rho_{\text{referencia 3}}}\right| \times 100\,\%.$$

VIII. Análisis de Resultados

1. ¿Cuál de las cantidades medidas introdujo más error en el cálculo de la magnitud de la propiedad seleccionada? Considerando las tres muestras explique para cada una de ellas.

2. Suponiendo que usted tiene acceso a una muestra mayor de la sustancia que escogió y condiciones para transformarla en un objeto con la forma que usted desee ¿Cómo mejoraría el experimento a fin de obtener la magnitud de esta propiedad con una incertidumbre porcentual menor a la obtenida en esta práctica?

3. Si se establece una cota superior del error absoluto calculado para las densidades 13, 16 y 19, ¿cómo cambiarían sus respuestas de las incertidumbres porcentuales? Explique.

4. Se requiere medir el espesor de una hoja de papel bond con una incertidumbre porcentual no mayor al uno por ciento. Proponga un procedimiento experimental para llevarlo a cabo utilizando los instrumentos disponibles en esta práctica de laboratorio.

IX. Conclusiones

1. ¿Cuál es el valor de la densidad de cada material que le proporcionaron y con qué precisión se efectuó la medida?

2. ¿De qué material se trata según la información que aparece en las tablas de densidades publicadas en los libros de referencia?

3. Se resolvió satisfactoriamente el problema planteado en la introducción de esta práctica de laboratorio? Explique.

4. De manera general, ¿basta con medir una sola propiedad para identificar completamente a una sustancia?

Anexo A

En esta práctica de laboratorio, se mide la densidad de la sustancia del cual están hechos los objetos, dicha medida es indirecta y se hace aplicando la conocida ecuación para la densidad (1) y se particulariza para cada objeto que está analizando en el laboratorio: (3), (4),(7).

Como es conocido, una medición es un conjunto de valores (intervalo) en el cual se espera se encuentre el valor correcto de la magnitud que se desea medir. Es decir, para expresar correctamente una medición es necesario establecer el valor más cercano posible al correcto (valor central) y una medida que establece (a partir del valor anterior) el intervalo (incertidumbre absoluta).

La manera de establecer el valor central y la incertidumbre absoluta varía, dependiendo del caso que se está tratando. Cuando se hacen mediciones indirectas, primeramente se debe establecer el valor central e incertidumbre absoluta de las mediciones directas, del cual depende la medida indirecta. En el caso de la densidad y cuando se analiza la ecuación (1), de inmediato puede percatarse que la densidad depende de la masa y volumen. Sin embargo, las versiones finales de las ecuaciones que se usan la densidad depende de diferentes magnitudes

- Cilindro: la ecuación (3) muestra que la densidad depende de: la masa (m), el diámetro (D) y la altura (h).
- Cilindro Hueco: la ecuación (4) muestra que la densidad depende de: la masa (m), la altura (h), el diámetro externo (D_{ex}) y el diámetro interno (D_{in})
- Cubo: la ecuación (7) muestra que la densidad depende de: la masa (m) y el lado (L)

Para cada una de las medidas directas mecionadas, se realizaron varias mediciones. Lo que significa que se usan las ecuaciones: (8), (9), (10) y (11), para establecer el valor central e incertidumbre absoluta.

Para la densidad cuando se usan las ecuaciones: (3), (4),(7), el valor central se establece, sustituyendo en las ecuaciones respectivas los valores centrales de las medidas directas (ecuaciones: (12), (15) y (18)). La incertidumbre absoluta, se establece propagando el error absoluto de las medidas directas, obteniendo de ello las ecuaciones: (13), (16) y (19).

Para aclarar cómo se obtienen las expresiones: (13), (16) y (19), es necesario recordar cómo se propagan las medidas directas en las medidas indirectas. Hablando en términos generales una medida q puede depender de n medidas directas, cuyo valor central puede simbolizarce mediante: $x, y, ..., z$ y valor absoluto mediante: $\delta x, \delta y, ..., \delta z$. De este modo la medida indirecta q puede pensarse como una función de varias variables:

$$q = q(x, y, ..., z) \tag{21}$$

Al considerar el error asociado a las variables de las cuales depende q, tenemos la siguiente expresión:

$$q(x \pm \delta x, y \pm \delta y, ..., z \pm \delta z) = q(x, y, ..., z) \pm \left(\frac{\partial q}{\partial x}\delta x + \frac{\partial q}{\partial y}\delta y + ... + \frac{\partial q}{\partial z}\delta z \right) \tag{22}$$

Lo anterior puede expresarse como:

$$q(x \pm \delta x, y \pm \delta y, ..., z \pm \delta z) - q(x, y, ..., z) = \left(\left| \frac{\partial q}{\partial x} \right| \delta x + \left| \frac{\partial q}{\partial y} \right| \delta y + ... + \left| \frac{\partial q}{\partial z} \right| \delta z \right) \tag{23}$$

Lo que finalmente da:

$$\delta q = \left| \frac{\partial q}{\partial x} \right| \delta x + \left| \frac{\partial q}{\partial y} \right| \delta y + ... + \left| \frac{\partial q}{\partial z} \right| \delta z \tag{24}$$

Puede percatarse que la ecuación anterior es justamente la derivada total, asociada a una función de varias variables. Aunque la expresión anterior puede usarse, bajo ciertas condiciones (las medidas directas son independientes y aleatorias), es preferible usar la siguiente expresión (que no sobreestima el error propagado):

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x} \delta x \right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial y} \delta y \right)^2 + ... + \left(\frac{\partial q}{\partial z} \delta z \right)^2} \tag{25}$$

Siguiendo lo mencionado en los párrafos anteriores es que se llega a las expresiones: (13), (16) y (19). Para ejemplificar, se demostrará la expresión (13). Para ello, primero se encuentran las derivadas parciales respectivas de la expresión (12):

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial \rho}{\partial m} \Delta m \right)^2 &= \left(\frac{4}{\pi D^2 h} \Delta m \right)^2 && (26)\\
&= \left(\frac{4}{\pi D^2 h} \Delta m \frac{m}{m} \right)^2 && (27)\\
&= \left(\frac{4m}{\pi D^2 h} \frac{\Delta m}{m} \right)^2 && (28)\\
&= \left(\frac{4m}{\pi D^2 h} \right)^2 \left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2 && (29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial \rho}{\partial D} \Delta D \right)^2 &= \left(-\frac{8m}{\pi D^3 h} \Delta D \right)^2 && (30)\\
&= \left(\frac{4m}{\pi D^2 h} \frac{2\Delta D}{D} \right)^2 && (31)\\
&= \left(\frac{4m}{\pi D^2 h} \right)^2 \left(\frac{2\Delta D}{D} \right)^2 && (32)\\
&= \left(\frac{4m}{\pi D^2 h} \right)^2 \left(4\frac{\Delta D}{D} \right)^2 && (33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial \rho}{\partial h} \Delta h \right)^2 &= \left(-\frac{4m}{\pi D^2 h^2} \Delta h \right)^2 && (34)\\
&= \left(\frac{4m}{\pi D^2 h} \frac{\Delta h}{h} \right)^2 && (35)\\
&= \left(\frac{4m}{\pi D^2 h} \right)^2 \left(\frac{\Delta h}{h} \right)^2 && (36)
\end{aligned}$$

Al recordar (25), y tomando los resultados obtenidos en (29), (33) y (36), obtenemos:

$$\sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial D}\Delta D\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial h}\Delta h\right)^2} \tag{37}$$

$$\sqrt{\left(\frac{4m}{\pi D^2 h}\right)^2\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{4m}{\pi D^2 h}\right)^2\left(4\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{4m}{\pi D^2 h}\right)^2\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2} \tag{38}$$

$$\sqrt{\left(\frac{4m}{\pi D^2 h}\right)^2\left[\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2\right]} \tag{39}$$

$$\sqrt{\left(\frac{4m}{\pi D^2 h}\right)^2}\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2} \tag{40}$$

$$\left(\frac{4m}{\pi D^2 h}\right)\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2} \tag{41}$$

Si compara la ecuación (41) con la ecuación (13), se podrá percatar que son las mismas. El proceso explicado es válido para la obtención de las expresiones (16) y (19) y aclara el origen de las expresiones usadas en el tratamiento de datos experimentales.

Referencias

A. Serway, Raymond y Jr. John W. Jewett (1993). *Física para Ciencias e Ingeniería.* 3.ª ed. Mc Graw-Hill. Cap. 3. Movimiento en una dimensión.

F.W. Zemansky, Young M.W Sears y Freedman R.A. (1999). *Física Universitaria.* 9na. Pearson Education. Cap. 5.4 Fuerzas de fricción:Resistencia de fluidos y rapidez terminal.

Suazo, Maximino (s.f.). *Introducción a las mediciones e incertidumbres.* Cap. 1.7 Valor central e incertidumbres en medidas aleatorias; 3. Ajuste de datos experimentales.