

Coeficiente de Fricción Cinética

I. Objetivos

1. Analizar un sistema utilizando un enfoque de energía.
2. Determinar el coeficiente de fricción cinético entre un par de superficies.

II. Problema

Considere el sistema mostrado en la Figura 1, el cual está constituido por una bandeja que es halada a lo largo de una pista por un contrapeso que cae. De un extremo de la pista, un sensor de movimiento registra la distancia de la bandeja que se mueve a lo largo de la pista. Determine el valor del coeficiente de fricción cinético (μ_k) analizando la energía mecánica del sistema en diferentes instantes.

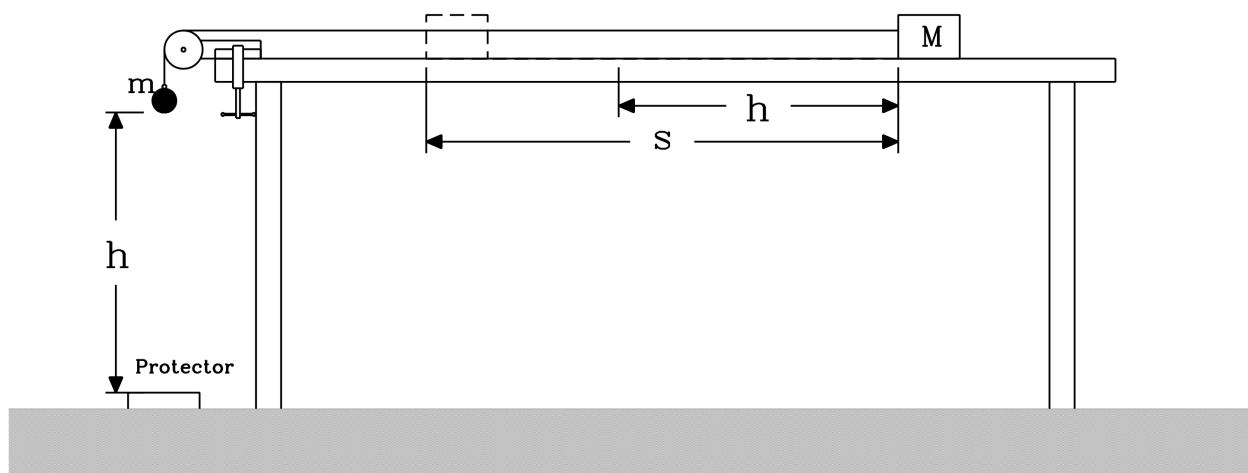


Figura 1: Bosquejo del montaje experimental.

III. Marco Teórico

La fuerza de fricción se da como resultado de la interacción entre un par de superficies que se encuentran en contacto, debido que al nivel microscópico las superficies tendrán irregularidades. La fuerza de fricción puede ser estudiada en dos escenarios: un primer escenario es cuando las superficies en contacto están en reposo (fricción estática) y un segundo escenario es cuando las superficies en contacto están en movimiento relativo entre ellas (fricción cinética).

Matemáticamente la magnitud de la fuerza de fricción se escribe como:

$$f = \mu n \quad (1)$$

La ecuación (1) nos dice que la magnitud de la fuerza de fricción es directamente proporcional a la fuerza normal, donde la constante μ es conocida como coeficiente de fricción. Dado que se distingue entre fricción estática y cinética, dependiendo del caso: se escribe μ_s para denotar al coeficiente de fricción estática y μ_k para denotar al coeficiente de fricción cinética.

Para el sistema mostrado en la Figura 1, se analiza la fuerza de fricción cinética producto del contacto entre la cara externa de la bandeja y la pista. Para ello se identifican 4 instantes diferentes:

1. Momento inicial en que la bandeja y el contrapeso se encuentran en reposo (ver Figura 2, figuras sólidas). En este punto el contrapeso m tiene una altura h sobre el suelo y la bandeja tiene una altura H .
2. Momento en que el contrapeso m está alcanzando el suelo (ver Figura 2, figuras con líneas punteadas). En este punto la altura h para el contrapeso m es cero y la bandeja mantiene la misma altura. Como es el momento justo antes que el contrapeso m alcance el suelo (protector), tanto el contrapeso m como la bandeja M tienen una velocidad v distinta de cero.
3. Momento inmediato posterior al instante en que el contrapeso m alcanza el suelo (ver Figura 3, figuras sólidas). En este punto el contrapeso m está en reposo y la altura h es cero. La bandeja M mantiene la altura H sobre el suelo y posee una velocidad v , velocidad que se asume es la misma que tenía en el punto 2 (tome en cuenta que es solo una aproximación).
4. Momento final (ver Figura 3, figuras con líneas punteadas). En este punto el sistema está completamente en reposo y la bandeja M mantiene la altura H .

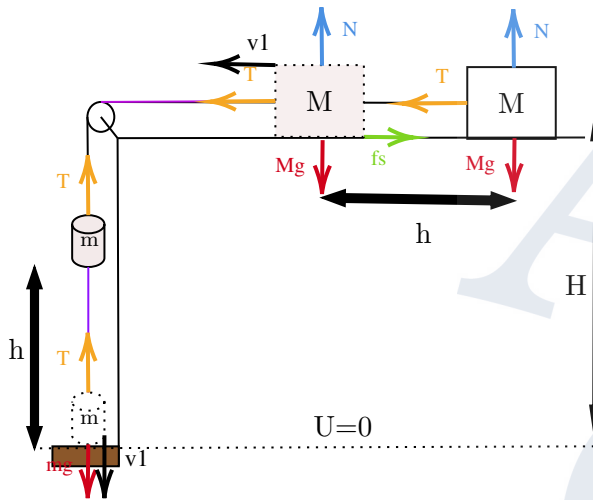


Figura 2: Momentos de las energías E_1 y E_2

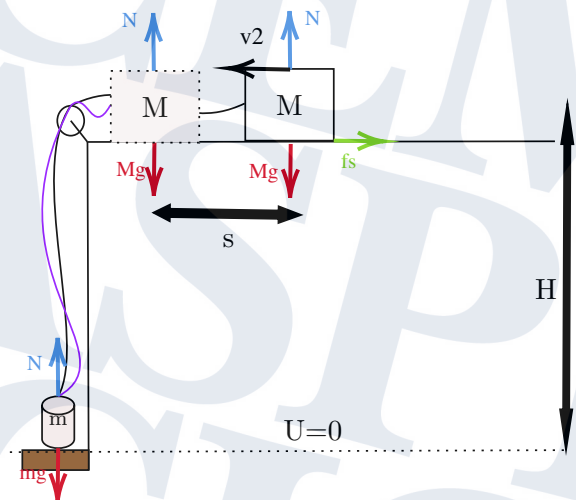


Figura 3: Momentos de las energías E_3 y E_4

Si se considera: la descripción de los momentos seleccionados y que el sistema está aislado (no hay interacción entre el sistema y el ambiente, donde la única fuerza no conservativa es la fuerza de fricción), el sistema puede ser analizado mediante:

$$\Delta E_{mec} = \sum W_{FuerzasNC} \quad (2)$$

La energía mecánica en el punto 1, está dado por:

$$E_1 = Mgh + mgh \quad (3)$$

Y la energía mecánica en el punto 2 está dado por:

$$E_2 = Mgh + \frac{1}{2}Mv + \frac{1}{2}mv^2 \quad (4)$$

El trabajo hecho por la fuerza no conservativa cuando el sistema pasa del punto 1 -¿punto 2, se expresa como:

$$-\mu_k Nh \quad (5)$$

Si se combina (3), (4) y (5), usando (2), se obtiene:

$$E_2 - E_1 = -\mu_k Nh \quad (6)$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 - mgh = -\mu_k Nh \quad (7)$$

$$\frac{1}{2}(M + m)v_1^2 - mgh = -\mu_k Nh \quad (8)$$

La energía mecánica en el punto 3, está dado por:

$$E_3 = \frac{1}{2}Mv^2 + Mgh \quad (9)$$

Y la energía mecánica en el punto 4 está dado por:

$$E_4 = Mgh \quad (10)$$

El trabajo hecho por la fuerza no conservativa cuando el sistema pasa del punto 3 al punto 4, se expresa como:

$$-\mu_k Ns \quad (11)$$

Finalmente, si se combina (9), (10) y (11), usando (2), se obtiene:

$$E_4 - E_3 = -\mu_k Ns \quad (12)$$

$$\frac{1}{2}Mv_2^2 = \mu_k Ns \quad (13)$$

Sustituyendo $N = Mg$ e igualando las velocidades en las ecuaciones (8) y (13) se llega a la expresión:

$$\mu_k = \frac{mh}{((m + M)s + Mh)} \quad (14)$$

La expresión (14) proporciona una forma indirecta para conocer el valor del coeficiente de fricción cinético entre las superficies en estudio.

IV. Montaje Experimental

Materiales y Equipo

- 1 Sistema Dinámico ME-6955
- 1 Balanza
- 1 Kit Discover de Fricción ME-8574
- 1 Set de Masa y Portamasa ME-8979
- 1 Cuerda Trenzada SE-8050

V. Procedimiento Experimental

Preparación del sensor de movimiento

Método Estadístico

1. Una la bandeja de fricción (proporcionada por el instructor) y el porta masas con la cuerda trenzada.
2. Anote la masa de la bandeja en el sitio correspondiente (debajo de la Tabla 1). *Nota: La bandeja con la base de plástico tiene una masa alrededor de de 94.1 g y la bandeja con base de corcho 94.0 g*
3. Coloque peso al porta-masa de tal manera que la bandeja no se mueva muy rápido. Anote la masa total (m) que constituye el contrapeso.
4. Asegúrese que la cuerda trenzada se observe paralelo a la pista. De lo contrario, suba o baje la polea hasta lograr que la cuerda se encuentre paralelo a la superficie de la pista.
5. Coloque la bandeja en una posición donde el porta-masas apenas toque el suelo y realice una marca sobre la pista.
6. Elija una altura h conveniente (recomendado 40 cm), moviendo la bandeja dicha distancia h sobre la pista. Anote el valor de h elegido en la Tabla 1.
7. Libere la bandeja y al finalizar su movimiento, anote en la Tabla 1 la distancia total del movimiento (d_s), medida desde el punto que fue la bandeja liberada hasta el punto en que se detuvo. Calcule y registre en la Tabla 1 la distancia s , como la resta de $(d_s - h)$.
8. Con la misma distancia h elegida, repita los pasos desde el inciso 5, hasta obtener 10 mediciones de: h , d_s y s .

Método de Regresión lineal

1. Una la bandeja de fricción (proporcionada por el instructor) y el porta masas con la cuerda trenzada.
2. Anote la masa de la bandeja en el sitio correspondiente (debajo de la Tabla 2). *Nota: La bandeja con la base de plástico tiene una masa alrededor de de 94.1 g y la bandeja con base de corcho 94.0 g*
3. Coloque peso al porta-masa de tal manera que la bandeja no se mueva muy rápido. Anote la masa total (m) que constituye el contrapeso.

4. Asegúrese que la cuerda trenzada se observe paralelo a la pista. De lo contrario, suba o baje la polea hasta lograr que la cuerda se encuentre paralelo a la superficie de la pista.
5. Coloque la bandeja en una posición donde el porta-masas apenas toque el suelo y realice una marca sobre la pista.
6. Mueva la bandeja una distancia h de 5 cm y libere la bandeja. Registre el dato de h en la Tabla 2.
7. Anote en la Tabla 2 la distancia (d_s), medida desde el punto que fue la bandeja liberada hasta el punto en que se detuvo. Calcule y registre en la Tabla 2 la distancia s , como la resta de ($d_s - h$).
8. Aumente la distancia h 5 cm más que la distancia h anterior y repita desde el inciso 5, hasta obtener 12 mediciones.

VI. Tabla de Datos

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h (cm)										
d_s (cm)										
s (cm)										

Tabla 1: Registro de los datos experimentales para el método estadístico.

$$M = \text{-----}g$$

$$m = \text{-----}g$$

$$\delta h = 0.1cm$$

$$\delta s = 0.3cm$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
h (cm)												
d_s (cm)												
s (cm)												

Tabla 2: Registro de los datos experimentales para el método de regresión lineal.

En el caso de la incertidumbre asociada al grupo de masas utilizado, el fabricante estipula las

siguientes incertidumbres

$$\begin{aligned}
 \text{Porta masas} & : 5 \text{ g} \pm 2 \%. \\
 \text{Masas pequeñas} & : 0.5 \text{ g}, 1 \text{ g y } 2 \text{ g} \pm 2 \%. \\
 \text{Masas grandes} & : 5 \text{ g}, 10 \text{ g}, 20 \text{ g}, 50 \text{ g y } 100 \text{ g} \pm 1 \%.
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

VII. Tratamiento de datos

Método estadístico

1. Con los datos de la Tabla 1 calcule los valores centrales, errores estadísticos y absolutos de h y s .

$$\begin{aligned}
 \text{Valor central} & : \bar{h} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} h_i \quad , \quad \bar{s} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} s_i \\
 \text{Error estadístico} & : \sigma_h = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{i=N} (\bar{h} - h_i)^2} \quad , \quad \sigma_s = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{i=N} (\bar{s} - s_i)^2} \\
 \text{Error absoluto} & : \Delta h = \sqrt{(\delta_h)^2 + (\sigma_h)^2} \quad , \quad \Delta s = \sqrt{(\delta_s)^2 + (\sigma_s)^2}
 \end{aligned}$$

2. Con los valores anteriores presentar sus resultados en la forma

$$h = (\bar{h} \pm \Delta h) \text{ unidades} \quad s = (\bar{s} \pm \Delta s) \text{ unidades.}$$

3. Con los resultados anteriores, determine el valor central del coeficiente de fricción cinética $\bar{\mu}_k$ asociado a la pareja de superficies utilizada en el laboratorio y su error absoluto $\Delta\mu_k$.

$$\text{Valor central : } \bar{\mu}_k = \frac{\bar{m}\bar{h}}{\bar{M}\bar{h} + (\bar{M} + \bar{m})\bar{s}}.$$

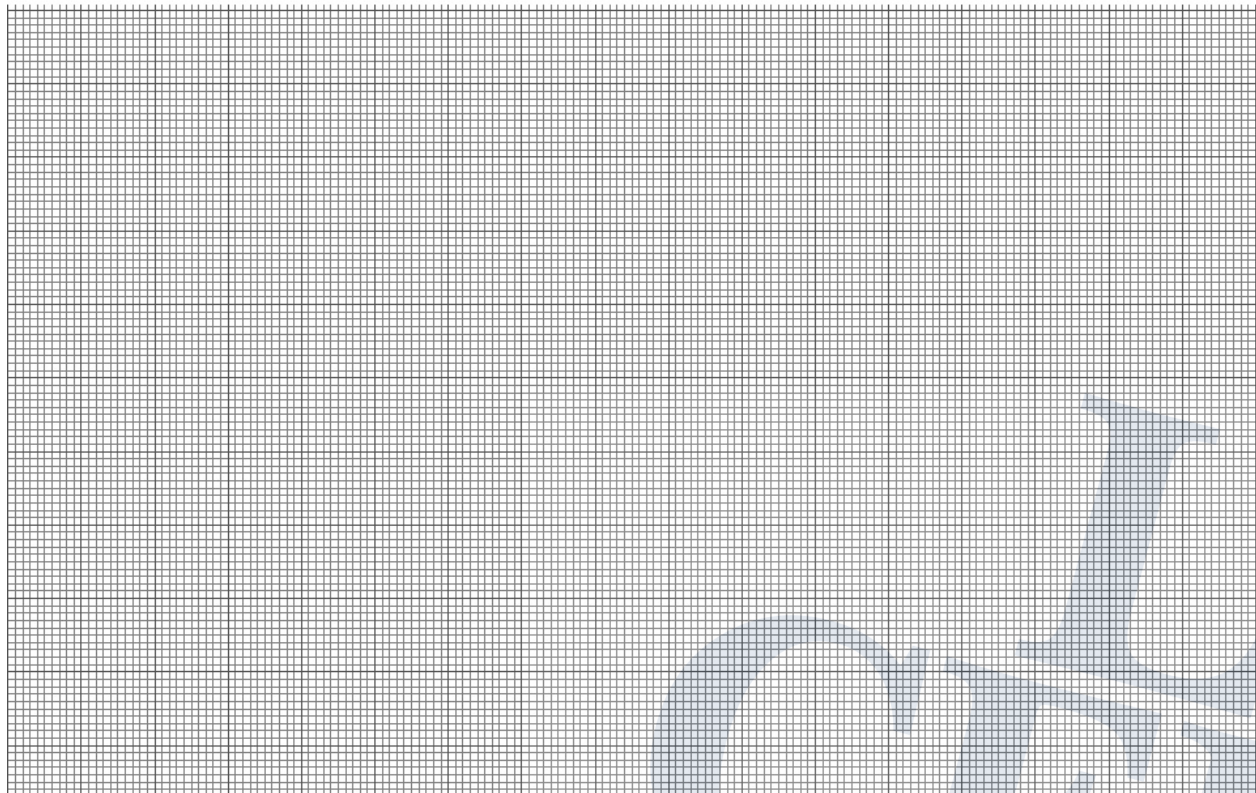
$$\text{Error absoluto : } \Delta\mu_k = \bar{\mu}_k^2 \left(1 + \frac{\bar{M}}{\bar{m}}\right) \frac{\bar{s}}{\bar{h}} \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{\bar{h}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta s}{\bar{s}}\right)^2}.$$

4. Con los valores anteriores presentar sus resultados en la forma

$$\mu_k = (\bar{\mu}_k \pm \Delta\mu_k) \text{ unidades.}$$

Método por Regresión lineal

1. En una hoja de papel milimetrado, realice un gráfico de s vs h



2. Tomando en cuenta los datos de la Tabla 2 y utilizando la siguiente linealización:

$$s = \underbrace{\left[\left(\frac{m}{m+M} \right) \left(\frac{1}{\mu_k} - \frac{M}{m} \right) \right]}_B h$$

Realice una regresión sin intercepto en Excel y reporte las cantidades: \bar{B} y ΔB .

3. Grafique en la misma hoja milimetrada la función de regresión encontrada en el inciso anterior ($s = Bh$).

4. Calcule el valor central del coeficiente de fricción cinética $\bar{\mu}_k$ a partir del valor de la pendiente B :

$$\bar{\mu}_k = \left[\frac{m}{(m + M)\bar{B} + M} \right]$$

5. Calcule el error absoluto del coeficiente de fricción cinética, utilizando la siguiente relación

$$\Delta\mu_k = \bar{\mu}_k^2 \left[\frac{\bar{M} + \bar{m}}{\bar{M} + (\bar{M} + \bar{m})\bar{B}} \right] \Delta B.$$

6. Presente su resultado de la forma:

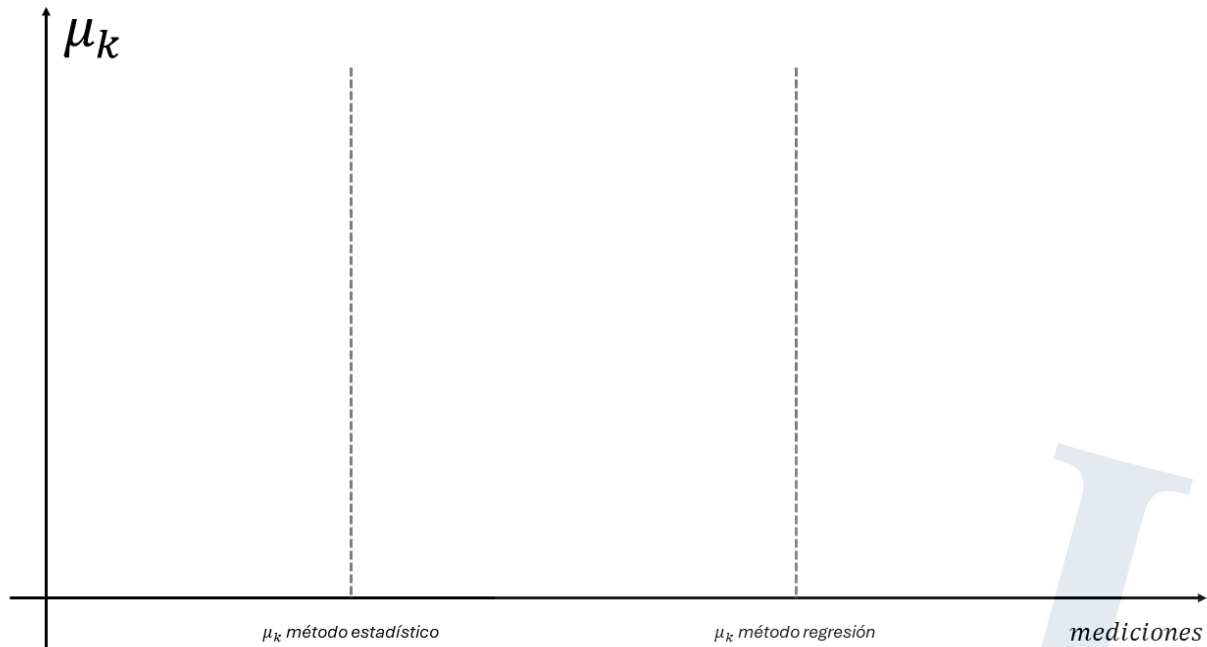
$$\mu_k = \bar{\mu}_k \pm \Delta\mu_k$$

Errores Porcentuales y Gráficos

1. Calcule el error relativo porcentual de cada una de las mediciones para el coeficiente de fricción cinético.

$$I\% = \frac{\Delta\mu_k}{\bar{\mu}_k} \cdot 100\%$$

2. Construya un gráfico de discrepancia, donde se comparen los valores obtenidos de μ_k .



VIII. Análisis de Resultados

- ¿Porque se utiliza un sensor de movimiento en lugar del metro en el riel o una cinta métrica?
- ¿Como se comparan los valores obtenidos para μ_k , tanto por el método estadístico y por regresión? Explique.
- Observe los errores relativos de cada medición y explique ¿Cúal método es el mas preciso? y ¿Porque?

- ¿Considera que se deben hacer cambios en el montaje experimental?. ¿Cuales fueron las dificultades que se presentaron durante la practica de laboratorio?

IX. Conclusiones

-

-

-

Referencias

- A. Serway, Raymond y Jr. John W. Jewett (2008). *Física para Ciencias e Ingeniería*. 7.^a ed. Vol. 1. Cengage Learning.
- Hanks, J. (s.f.). *Lab 24.A: Fricción y leyes de Newton*. PASCO.