



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
HONDURAS

FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE FÍSICA

FS-415

Electricidad y Magnetismo II



## Guía Complementaria de la Primera Unidad:

**Estimado Estudiante:** Los siguientes ejercicios son complementarios a los que se presentan en clase y en el libro de texto. Debes intentar resolverlos hasta que hayas terminado de estudiar los temas relacionados a la primera unidad.

1. Un tramo recto de alambre conductor con masa  $M$  y longitud  $L$  se coloca en un plano inclinado sin fricción con un ángulo  $\theta$  a partir de la horizontal (Figura 1). En todos los puntos hay un campo magnético uniforme y vertical  $\vec{B}$ . Para evitar que el alambre se deslice por el plano inclinado, se acopla una fuente de voltaje en los extremos del alambre, de modo que el alambre permanece en reposo justo cuando fluye por el la cantidad correcta de corriente. Determine la magnitud y dirección de la corriente en el alambre que hará que este en reposo. Haga una copia de la figura y dibuje en ella la dirección de la corriente. Además, muestre en un diagrama de cuerpo libre todas las fuerzas que actúen sobre el alambre.

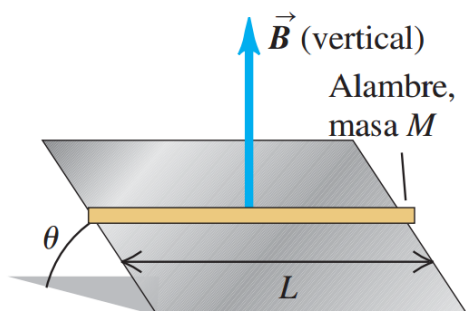


Figura 1

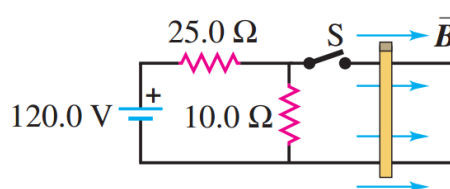


Figura 2

2. Una barra metálica de  $3.00N$  y  $1.50m$  de longitud tiene una resistencia de  $10.0\Omega$  y descansa horizontal sobre alambres conductores que la conectan al circuito de la figura 2. La barra está en un campo magnético uniforme horizontal de  $1.60T$ , y no está sujeta a los alambres del circuito. ¿Cuál es la aceleración de la barra justo después de que se cierra el interruptor S?
3. Dos cargas puntuales positivas,  $q = +8.00\mu C$  y  $q' = +3.00\mu C$ , se desplazan en relación con un observador en el punto P, como se ilustra en la figura 3. La distancia  $d$  es  $0.120m$ ,  $v = 4.50 \times 10^6 m/s$ , y  $v' = 9.00 \times 10^6 m/s$ .

- Cuando las dos cargas están en las ubicaciones que se indican en la figura, ¿cuáles son la magnitud y dirección del campo magnético neto que producen en el punto?
- ¿Cuáles son la magnitud y dirección de las fuerzas eléctricas y magnéticas que cada carga ejerce sobre la otra? y ¿cuál es la razón entre la magnitud de la fuerza eléctrica y la magnitud de la fuerza magnética?
- Si la dirección de  $v'$  se invierte, de manera que las dos cargas se desplacen en la misma dirección, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de las fuerzas magnéticas que cada carga ejerce sobre la otra?

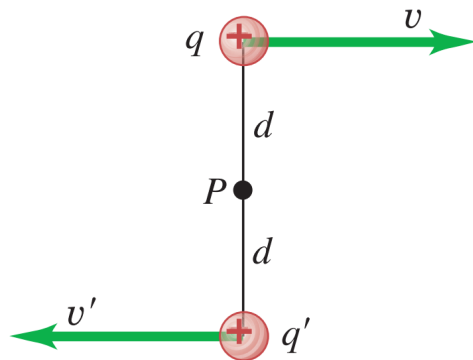


Figura 3

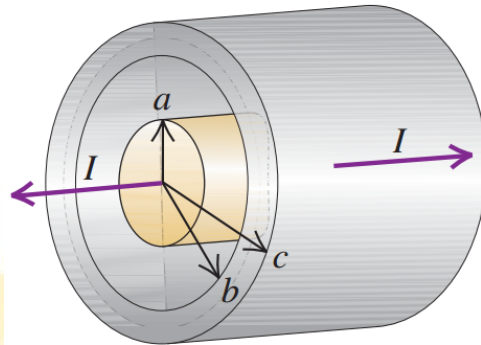


Figura 4

- Una bobina con devanado compacto tiene un radio de  $6.0\text{cm}$  y conduce una corriente de  $10.0\text{A}$ . ¿Cuántas espiras debe tener si en un punto sobre el eje de la bobina que está a  $6.00\text{cm}$  de su centro, el campo magnético es de  $6.39 \times 10^{-4}\text{T}$ ?
- Cable coaxial.** Un conductor sólido muy largo de radio  $a$  está sostenido por discos aislantes sobre el eje de un tubo conductor muy largo de radio interior  $b$  y radio exterior  $c$  figura 4. El conductor y el tubo central conducen corrientes iguales  $I$  en sentidos opuestos. Las corrientes están distribuidas de manera uniforme sobre las secciones transversales de cada conductor. Obtenga una expresión para la magnitud del campo magnético en todos los puntos del espacio.
- Dos alambres largos y paralelos cuelgan de cordeles de  $4.00\text{cm}$  de largo de un eje común (figura 5). Los alambres tienen una masa por unidad de longitud de  $0.0125\text{kg/m}$  y transportan la misma corriente en sentidos opuestos. ¿Cuál es la corriente en cada alambre si los cordeles cuelgan a un ángulo de  $6.00^\circ$  con respecto a la vertical?
- Una espira conductora triangular portadora de una corriente de  $2\text{A}$  se sitúa cerca de un conductor recto de longitud infinita con una corriente de  $5\text{A}$ , como se ilustra en la figura 6. Calcule:
  - La fuerza sobre el lado 1 de la espira triangular.
  - La fuerza total sobre la espira.

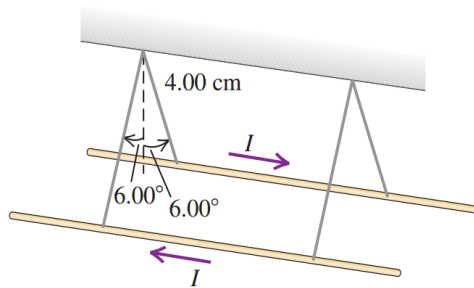


Figura 5

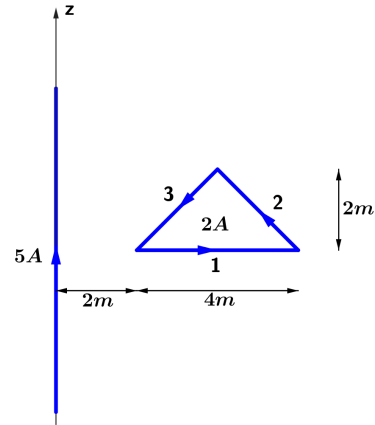


Figura 6

8. Una línea de transmisión trifásica se compone de tres conductores sostenidos en los puntos A, B y C para formar un triángulo equilátero como el que aparece en la figura 7. En cierto instante, tanto el conductor A como el conductor B portan una corriente de 75A. Mientras que el conductor C porta una corriente de retorno de 150A. Halle la fuerza por metro sobre el conductor C en ese instante.

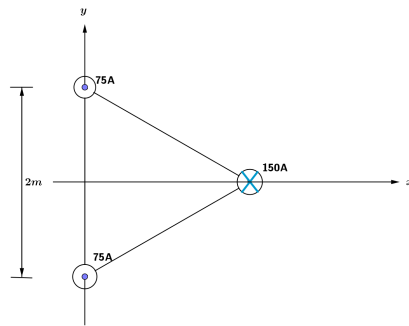


Figura 7

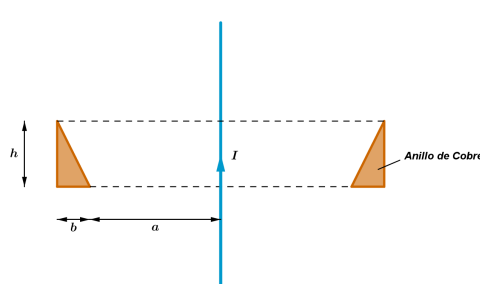


Figura 8

9. Una espira filamentosa portadora de corriente  $I$  se dobla en forma de un polígono regular de  $n$  lados. Demuestre que en el centro del polígono:

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r} \text{Sen}\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

donde  $r$  es el radio del círculo circunscrito por el polígono.

10. Un anillo de cobre de sección transversal triangular circunda a un cable recto muy largo, como se observa en la figura 8. Si el cable porta una corriente  $I$ , demuestre que el número total de líneas de flujo magnético en el anillo es de:

$$\Phi = \frac{\mu_0 I h}{2\pi b} \left[ b - a \text{Ln}\left(\frac{a+b}{b}\right) \right]$$

## Guía Complementaria de la Segunda Unidad:

**Estimado Estudiante:** Los siguientes ejercicios son complementarios a los que se presentan en clase y en el libro de texto. Debes intentar resolverlos hasta que hayas terminado de estudiar los temas relacionados a la segunda unidad.

1. Determine la inductancia mutua entre un alambre recto muy largo y una espira conductora con forma de triángulo equilátero, como se ilustra en la **figura 1**.

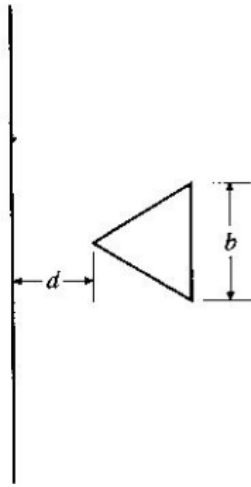


Figura 1

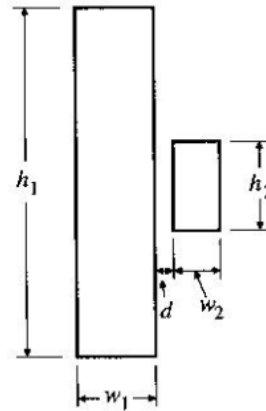


Figura 2

2. Determine la inductancia mutua entre dos espiras rectangulares coplanarias con lados paralelos, como se muestra en la **figura 2**. Suponga que  $h_1 \gg h_2$  y  $(h_2 > w_2 > d)$ .
3. Una espira conductora rectangular estacionaria de anchura  $w$  y altura  $h$  esta situada cerca de un alambre muy largo por el que circula una corriente  $i_1$ , como se ilustra en la **figura 3**. Suponga que  $i_1 = I_1 \text{Sen}(\omega t)$  y que la autoinductancia de la espira rectangular es  $L$ . Calcule la corriente inducida  $i_2$  en la espira.

**Sugerencia:** Use fasores

4. Suponga que en la **figura 3** hay una corriente constante  $i_1 = I_0$ , pero que la espira rectangular se aleja a velocidad constante  $u = u_0 \hat{y}$ . Determine  $i_2$  cuando la espira está en la posición indicada en la figura.

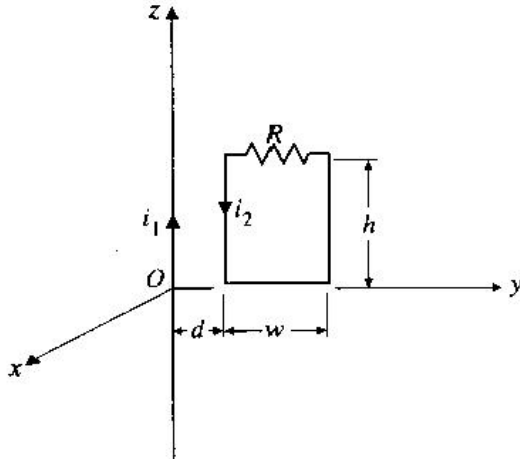


Figura 3

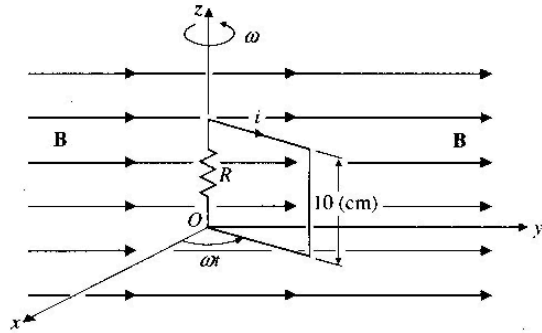


Figura 4

5. La espira conductora cuadrada de  $10\text{cm}$  por  $10\text{cm}$  y resistencia  $R = 0.5\Omega$  gira sobre uno de sus lados en un campo magnético constante  $\mathbf{B} = 0.04T\hat{y}$  con frecuencia angular  $\omega = 100\pi\text{rad/s}$ , como se ilustra en la **figura 4**. Suponga que la espira está inicialmente en el plano  $xz$  y calcule la corriente inducida  $i$  si:
  - a) si se ignora la autoinductancia de la espira, y
  - b) si la autoinductancia de la espira es  $3.5\text{mH}$ .
6. Dos espiras circulares paralelas, cada una de las cuales transporta una corriente  $I$ , están dispuestas como se muestra en la **figura 5**. La primera espira está situada en el plano  $xy$  con su centro en el origen y el centro de la segunda está en  $z = d$ . Si las dos espiras tienen el mismo radio  $a$ , Determine:
  - a) la inductancia mutua entre las espiras.
  - b) La autoinductancia de cualquiera de las espiras.

*Sugerencia: En caso de no poder resolver la integral dejarla expresada*
7. Repita el ejercicio anterior sustituyendo las espiras circulares por espiras cuadradas de lado  $2a$ .

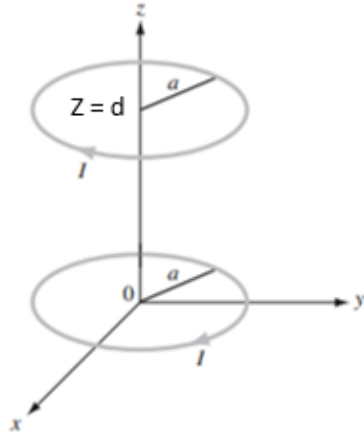


Figura 5

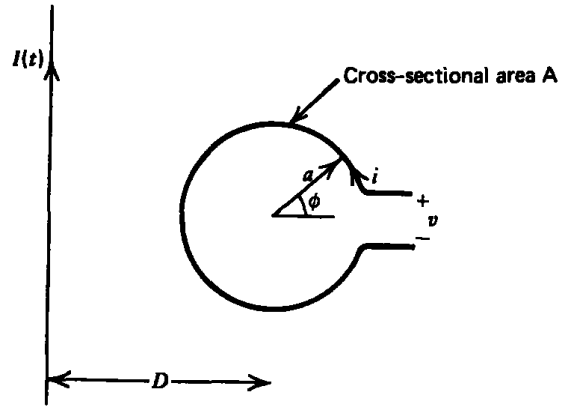


Figura 6

8. Una espira circular de radio  $a$  con conductividad Óhmica  $\sigma$  y sección transversal  $A$  tiene su centro a una pequeña distancia  $D$  de una corriente variable infinitamente larga.

- a) Encontrar la inductancia mutua  $M$  y la resistencia  $R$  de la espira.

**Sugerencia:**

$$\int \frac{dx}{a + b \cos(x)} = \frac{2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \tan(x/2)}{a + b} \right]$$

$$\int \frac{r dr}{\sqrt{D^2 - r^2}} = -\sqrt{D^2 - r^2}$$

- b) La espira esta estacionaria y tiene una autoinductancia  $L$ . Determine la corriente de inducida en la espira cuando la corriente de la línea cambia instantáneamente de cero a  $I$  en  $t = 0$ .
- c) Repita (b) cuando la corriente de la línea se ha mantenido constante mucho tiempo y se apaga repentinamente en  $t = T$ .
- d) Si la espira no tiene resistencia y se mueve con velocidad radial  $v, = \frac{dr}{dt}$ , ¿Cuál es la corriente de la espira en cortocircuito y el voltaje de circuito abierto para una corriente de constante  $I$ ?
- e) ¿Cuál es la fuerza en la espira cuando lleva una corriente  $i$ ?

**Sugerencia:**

$$\int \frac{\cos(\phi) d\phi}{D + a \cos(\phi)} = \frac{1}{a} \sin^{-1}[\cos(\phi)] + \frac{D}{a \sqrt{D^2 - a^2}} \sin^{-1} \left( \frac{a + D \cos(\phi)}{D + a \cos(\phi)} \right)$$

9. Una espira circular de radio  $a$  esta una distancia  $D$  por encima de un dipolo magnético muy pequeño, de área  $dS$  que lleva una corriente  $I_1$ .
- a) ¿Cuál es el potencial vectorial debido al dipolo en todos los puntos en la espira circular?
  - b) ¿Cuánto flujo del dipolo pasa a través de la espira circular?
  - c) ¿Cuál es la inductancia mutua entre el dipolo y la espira?
  - d) Si la espira lleva una corriente  $I_2$ , ¿cuál es la campo magnético debido a  $I_2$  en la posición del dipolo?
  - e) ¿Cuánto flujo debido a  $I_2$  pasa a través del dipolo magnético?

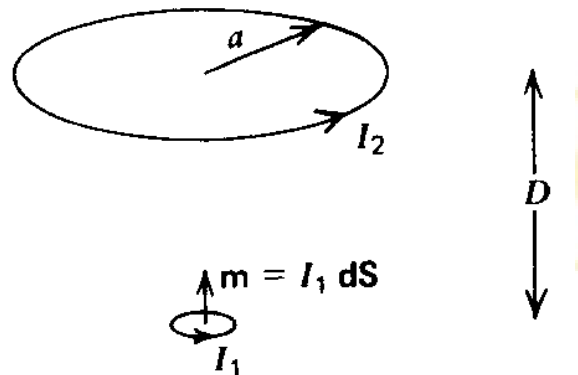
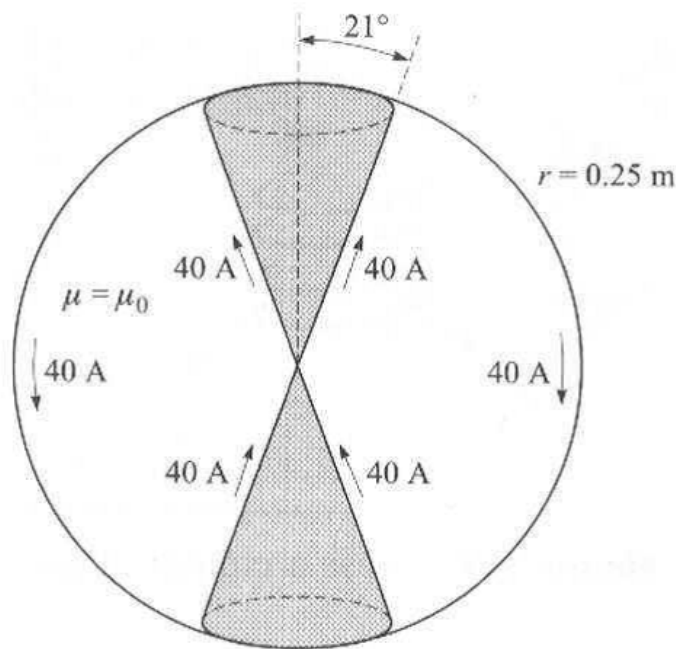


Figura 7

## Guía Complementaria de la Tercera Unidad:

**Estimado Estudiante:** Los siguientes ejercicios son complementarios a los que se presentan en clase y en el libro de texto. Debes intentar resolverlos hasta que hayas terminado de estudiar los temas relacionados a la tercera unidad.

1. Los conos  $\theta = 21^\circ$  y  $\theta = 159^\circ$  son superficies conductoras y llevan corrientes totales de  $40\text{ A}$ , como muestra la figura 1. Las corrientes regresan sobre una superficie esférica conductora de  $0.25\text{ m}$  de radio.
  - a) Encontrar  $\mathbf{H}$  en la región  $0 < r < 0.25$ ,  $21^\circ < \theta < 159^\circ$ ,  $0 < \phi < 2\pi$
  - b) ¿Cuanta energía está almacenada en esta región?



**Figura 9.18** Véase el problema 9.35.

Figura 1



2. Determinar la energía total almacenada en una región esférica de  $1\text{cm}$  de radio, centrada en el origen en el espacio libre en un campo uniforme:
    - a)  $\mathbf{H}_1 = -600\mathbf{a}_y\text{A/m}$
    - b)  $\mathbf{H}_2 = 600\mathbf{a}_x + 1200\mathbf{a}_y\text{A/m}$
    - c)  $\mathbf{H}_3 = -600\mathbf{a}_x + 1200\mathbf{a}_y\text{A/m}$
    - d)  $\mathbf{H}_4 = \mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_3$
  3. Un toroide está construido de un material magnético que tiene una sección transversal de  $2.5\text{cm}^2$  y una longitud efectiva de  $8\text{cm}$ . También existe una pequeña banda de aire de  $0.25\text{mm}$  de longitud y un área efectiva de  $2.8\text{cm}^2$ . Una FMM de  $200\text{A} \cdot \text{t}$  se aplica al circuito magnético. Calcular el flujo total en el toroide si el material magnético:
    - a) se supone tiene una permeabilidad infinita;
    - b) se supone que es lineal con  $\mu = 1000$ ;
    - c) es acero al silicio.
  4. Sea  $\mu_{r1} = 2$  en la región 1, definida por  $2x + 3y - 4z > 1$ , y  $\mu_{r2}$  en la región donde  $2x + 3y - 4y < 1$ . En la región 1,  $\mathbf{H}_1 = 50\mathbf{a}_x - 30\mathbf{a}_y + 20\mathbf{a}_z\text{A/m}$ . Encontrar:
    - a)  $\mathbf{H}_{N1}$
    - b)  $\mathbf{H}_{t1}$
    - c)  $\mathbf{H}_{t2}$
    - d)  $\mathbf{H}_{N2}$
    - e)  $\theta$  el ángulo entre la región  $\mathbf{H}_{N1}$  y  $\mathbf{a}_{N21}$
    - f)  $\theta$  el ángulo entre la región  $\mathbf{H}_{N2}$  y  $\mathbf{a}_{N21}$
  5. Dado  $\mathbf{H} = (3r^2/\text{sen}(\theta))\mathbf{a}_\theta + 54r\cos(\theta)\mathbf{a}_\phi\text{A/m}$  en el espacio libre.
    - a) Encontrar la corriente total en la dirección  $\mathbf{a}_\theta$  a través de la superficie cónica  $\theta = 20^\circ$ ,  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ,  $0 \leq r \leq 5$  por cualquiera lado del teorema de Stokes que desee.
    - b) Verificar el resultado utilizando el otro lado del teorema de Stokes.
  6. Sea  $\mathbf{J} = 400\text{sen}(\theta)/(r^2 + 4)\mathbf{a}_r\text{A/m}^2$ :
    - a) Encontrar la corriente total que fluye a través de la porción de la superficie esférica  $r = 0.8$ , limitada por  $0.1\pi < \theta < \pi$  y  $0 < \phi < 2\pi$ .
    - b) Encontrar el valor promedio de  $\mathbf{J}$  en el área en cuestión.
  7. ¿Que quiere decir "densidades de corriente equivalentes de magnetización"? ¿Cuales son las unidades en el SI de  $\nabla \times \mathbf{M}$  y  $\mathbf{M} \times \mathbf{a}_N$ ?
  8. ¿La intensidad de campo magnético debido a una distribución de corriente depende de las propiedades del medio? ¿Y la densidad de flujo magnético?
-

9. Explique las diferencias entre los materiales *diamagnéticos*, *paramagnéticos* y *ferromagnéticos*
10. ¿Que representa la curva de histeresis de un material magnético?
11. Analice las diferencias entre los materiales ferromagnéticos duros y suaves.
12. ¿Que es la temperatura de Curie?
13. ¿Cuales son las condiciones en la frontera de los campos magnetostáticos en la superficie de separación entre dos medios magnéticos diferentes?

LU  
CEM  
ASPI  
CIO

## Ejercicios de la Tercera Unidad:

**Estimado Estudiante:** Los siguientes ejercicios son complementarios a los que se presentan en clase y en el libro de texto. Debes intentar resolverlos hasta que hayas terminado de estudiar los temas relacionados a la tercera unidad.

1. Si  $\mu_1 = 2\mu_0$  región 1 ( $0 < \phi < \pi$ ),  $\mu_2 = 5\mu_0$  en la región 2 ( $\pi < \phi < 2\pi$ ), y  $\mathbf{B}_2 = 10\hat{\rho} + 15\hat{\phi} - 20\hat{z}$  mWb/m<sup>2</sup>, calcule:
  - a)  $\mathbf{B}_1$
  - b) La densidad de energía en los dos medios.
2. La interfaz  $2x + y = 8$  entre dos medios no porta corriente. Si el medio 1 ( $2x + y \geq 8$ ) es no magnético con  $\mathbf{H}_1 = -4\hat{x} + 3\hat{y} - \hat{z}$  A/m. Halle:
  - a) La densidad de energía magnética en el medio 1.
  - b)  $\mathbf{M}_2$  y  $\mathbf{B}_2$  en el medio 2 ( $2x + y \leq 8$ ) con  $\mu_2 = 10\mu_0$
  - c) Los ángulos que  $\mathbf{M}_2$  y  $\mathbf{B}_2$  forman con la normal a la interfaz.
3. Considere el circuito magnético que se presenta en la **Figura 1** suponiendo que el núcleo ( $\mu = 1000\mu_0$ ) posee un sección transversal uniforme de 4cm<sup>2</sup>, determine la densidad de flujo del entrehierro.

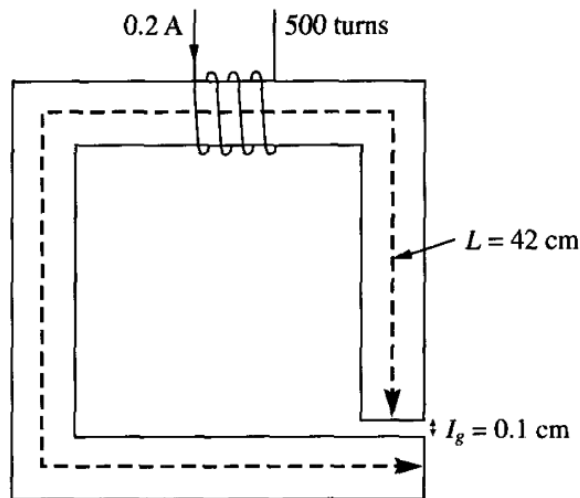


Figura 1

4. Considere el revelador electromagnético que se muestra en la **Figura 2**. ¿Qué fuerza actúa sobre su armadura (parte móvil) si el flujo en el entrehierro es de 2 mWb? El área de éste es de 0.3cm<sup>2</sup> y su longitud es de 1.5 mm.

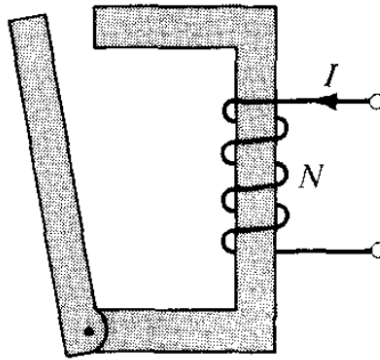


Figura 2

5. Un toroide con entrehierro como el que aparece en la **Figura 3** posee una sección transversal cuadrada. Un conductor largo portador de corriente  $I_2$  está insertado en el entrehierro  $I_1 = 200\text{mA}$ ,  $N = 750$ ,  $\rho_0 = 10\text{cm}$ ,  $a = 5\text{mm}$ ,  $l_a = 1\text{mm}$  calcule:

- La fuerza sobre el entrehierro cuando  $I_2 = 0$  y la permeabilidad relativa del toroide es de 300.
- La fuerza sobre el conductor cuando  $I_2 = 2\text{mA}$  y la permeabilidad del toroide es infinita. Ignore en ambos casos el efecto del borde en el entrehierro.

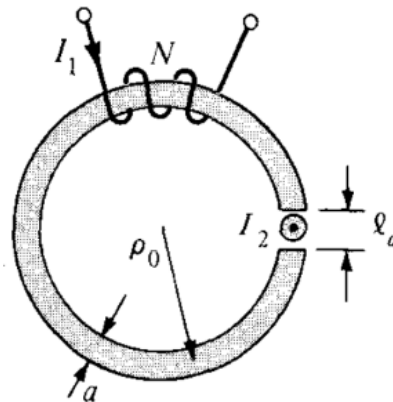


Figura 3

6. En la **Figura 4** se muestra de una sección de un electroimán bajo el cual se halla una placa que soporta una carga. El electroimán que posee un área de contacto de  $200\text{cm}^2$  por polo, en tanto que el polo intermedio cuenta con una bobina con 1000 vueltas e  $I = 3\text{mA}$ . Calcule la masa máxima que el electroimán podría levantar. Suponga que la reluctancia del electroimán y la placa es despreciable.

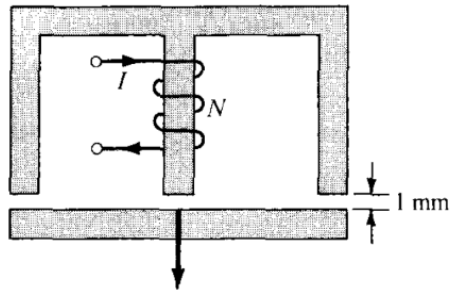


Figura 4

7. En la **Figura 5** se presenta la sección transversal de un sistema electromecánico cuyo embolo se mueve libremente entre dos casquillos no magnéticos. Suponiendo que todos los tramos comparten la misma área de sección transversal  $S$ , demuestre que

$$\mathbf{F} = -\frac{2N^2 I^2 \mu_0 S}{(a + 2x)^2} \hat{\mathbf{x}}$$

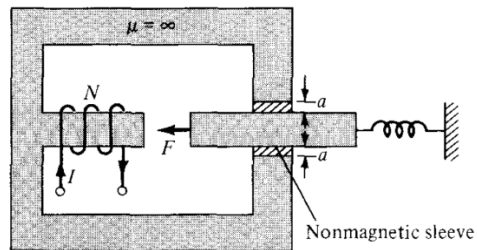


Figura 5