## UFRGS – INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA Departamento de Matemática Pura e Aplicada **MAT01168**

_			TT 4
Prova	da	área	HA

Nome:	Cartão:	

Regras Gerais:

- Não é permitido o uso de calculadoras, telefones ou qualquer outro recurso computacional ou de comunicação.
- Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.

Regras para as questões abertas

- Seja sucinto, completo e claro.
- Justifique todo procedimento usado.
- Indique identidades matemáticas usadas, em especial, itens da tabela.
- Use notação matemática consistente.

## Tabela do operador $\vec{\nabla}$ :

fasca do sperador V: f = f(x,y,z) e g = g(x,y,z) são funções escalares;  $\vec{F} = \vec{F}(x,y,z)$  e  $\vec{G} = \vec{G}(x,y,z)$  são funções vetoriais.

_	
1.	$\vec{\nabla}\left(f+g\right) = \vec{\nabla}f + \vec{\nabla}g$
2.	$\vec{ abla} \cdot \left( \vec{F} + \vec{G} \right) = \vec{ abla} \cdot \vec{F} + \vec{ abla} \cdot \vec{G}$
3.	$\vec{\nabla}  imes \left( \vec{F} + \vec{G} \right) = \vec{\nabla}  imes \vec{F} + \vec{\nabla}  imes \vec{G}$
4.	$\vec{\nabla} \left( fg \right) = f \vec{\nabla} g + g \vec{\nabla} f$
5.	$\vec{\nabla} \cdot \left( f \vec{F} \right) = \left( \vec{\nabla} f \right) \cdot \vec{F} + f \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \right)$
6.	$\vec{ abla}  imes \left( f \vec{F}  ight) = \vec{ abla} f  imes \vec{F} + f \vec{ abla}  imes \vec{F}$
7.	$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} f = \vec{\nabla}^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2},$
	onde $\vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ é o operador laplaciano
8.	$ec{ abla}  imes \left( ec{ abla} f  ight) = 0$
9.	$\vec{\nabla} \cdot \left( \vec{\nabla} \times \vec{F} \right) = 0$
10.	$\vec{\nabla}  imes \left( \vec{\nabla}  imes \vec{F}  ight) = \vec{\nabla} \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{F}  ight) - \vec{\nabla}^2 \vec{F}$
11.	$\vec{\nabla} \cdot \left( \vec{F} \times \vec{G} \right) = \vec{G} \cdot \left( \vec{\nabla} \times \vec{F} \right) - \vec{F} \cdot \left( \vec{\nabla} \times \vec{G} \right)$
12.	$\vec{\nabla} \times \left( \vec{F} \times \vec{G} \right) = \left( \vec{G} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{F} - \vec{G} \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \right) - \left( \vec{F} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{G} + \vec{F} \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{G} \right)$
13.	$ \vec{\nabla} \left( \vec{F} \cdot \vec{G} \right) = \left( \vec{G} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{F} + \left( \vec{F} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{G} + \\ + \vec{F} \times \left( \vec{\nabla} \times \vec{G} \right) + \vec{G} \times \left( \vec{\nabla} \times \vec{F} \right) $
14.	$\vec{\nabla}\varphi(r) = \varphi'(r)\hat{r}$

Curvatura, torção e aceleração:			
Nome Fórmula			
Vetor normal	$\vec{N} = \frac{\vec{r}^{\prime}(t) \times \vec{r}^{\prime\prime}(t) \times \vec{r}^{\prime\prime}(t)}{\ \vec{r}^{\prime}(t) \times \vec{r}^{\prime\prime}(t) \times \vec{r}^{\prime\prime}(t)\ }$		
Vetor binormal	$ec{B} = rac{ec{r}^{\prime}(t) imesec{r}^{\prime\prime}(t)}{\ ec{r}^{\prime}(t) imesec{r}^{\prime\prime}(t)\ }$		
Curvatura	$\kappa = \left\  \frac{d\vec{T}}{ds} \right\  = \left\  \frac{d\vec{T}}{\frac{dt}{dt}} \right\  = \frac{\ \vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)\ }{\ \vec{r}'(t)\ ^3}$		
Torção	$\tau = -\frac{d\vec{B}}{ds} \cdot \vec{N} = \frac{(\vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)) \cdot \vec{r}'''(t)}{\ \vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)\ ^2}$		
Módulo da Torção	$  au  = \left\  rac{dec{B}}{ds}  ight\  = \left\  rac{dec{B}}{rac{ds}{dt}}  ight\ $		
Aceleração normal	$a_N = \frac{\ \vec{a} \times \vec{v}\ }{v} = \frac{v^2}{\rho} = \kappa v^2$		
Aceleração tangencial	$a_T = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{v} = \frac{dv}{dt}$		

Equações de Frenet-Serret:

$$\begin{array}{lll} \frac{d\vec{T}}{ds} & = & \kappa \vec{N} \\ \\ \frac{d\vec{N}}{ds} & = & -\kappa \vec{T} & +\tau \vec{B} \\ \\ \frac{d\vec{B}}{ds} & = & -\tau \vec{N} \end{array}$$