

1	2	3	4	Total

Nome: _____ Cartão: _____

Regras a observar:

- Seja sucinto porém completo.
- Justifique todo procedimento usado.
- Use notação matemática consistente.
- Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Deixe claro o uso de itens tabelados.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.
- Não é permitido destacar folhas nem usar folhas adicionais.

Formulário:

1. $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

2. $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

3. $\cos(t) = \frac{e^{it} + e^{-it}}{2}$

4. $\sin(t) = \frac{e^{it} - e^{-it}}{2i}$

5. $\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t)$

6. $\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$

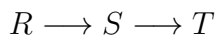
7. $(a + b)^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^{n-j} b^j$, $\binom{n}{j} = \frac{n!}{(n-j)!j!}$

- **Questão 1** (2.5 pontos): Encontre a função $f(t)$ cuja transformada de Laplace é dada por

$$F(s) = \frac{1}{(s + \ln(2))(1 - e^{-2s})}$$

e esboce o gráfico de $f(t)$ para t entre 0 e 5. Indique no gráfico todas os valores notáveis (pontos de máximo, mínimo e extremos de intervalo). Deixe claro como você obteve estes valores notáveis.

• **Questão 2** (2.5 pontos): Considere o mecanismo simplificado de reação química apresentado a seguir:



onde a concentração de R , S e T são dadas em mol/l por $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$, respectivamente, e são modeladas pelo seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\begin{cases} x'(t) &= -\alpha x(t), \\ y'(t) &= \alpha x(t) + \gamma y(t), \\ z'(t) &= \gamma y(t), \end{cases}$$

onde α e γ são constantes positivas. Sabendo que as concentrações iniciais são dadas por:

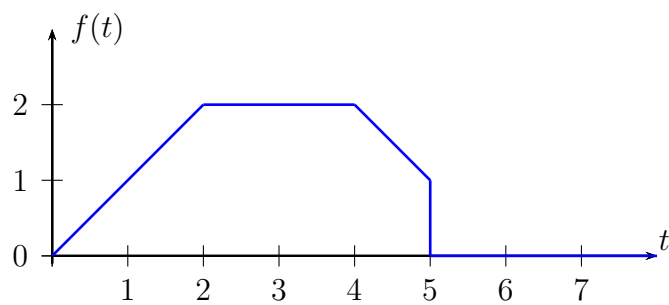
$$x(0) = 1, \quad y(0) = z(0) = 0.$$

Usando a teoria das Transformadas de Laplace, obtenha concentrações $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ para $t \geq 0$ quando $\alpha = 1$, e $\gamma = 2$.

Obs: Devido a um erro, esta questão foi impressa com γ no lugar de $-\gamma$ na segunda equação.

- **Questão 3** (3.0) Calcule as transformadas:
 - **Item a** (0.75) $\mathcal{L}\{t \ln t\}$
 - **Item b** (0.75) $\mathcal{L}\{(t-3)u(t-1) - (t-1)u(t-3)\}$
 - **Item c** (1.5) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2s^2+4s+4}{(s^2+2s+3)(s^2+2s+1)} + \frac{6e^{-s}}{(s+1)(s+2)(s+3)}\right\}$

- **Questão 4** (2.0) Considere a função $f(t)$ cujo gráfico é dado abaixo



Esboce o gráfico da derivada $g(t)$ desta função e calcule as Transformadas de Laplace $F(s)$ e $G(s)$.