UFRGS – INSTITUTO DE MATEMATICA E ESTATISTICA	
Departamento de Matemática Pura e Aplicada	
MAT01168	
Prova da área I	

Nome:	Cartão:	

Regras Gerais:

- $\bullet \ \ \text{N\~ao\'e} \ \text{permitido o uso de calculadoras, telefones ou qualquer outro recurso computacional ou de comunicaç\~ao.}$
- $\bullet\,$ Trabalhe individualmente e sem uso de material de consulta além do fornecido.
- Devolva o caderno de questões preenchido ao final da prova.

Regras para as questões abertas

- $\bullet~$ Seja sucinto, completo e claro.
- Justifique todo procedimento usado.
- Indique identidades matemáticas usadas, em especial, itens da tabela.
- Use notação matemática consistente.

Tabela do operador $\vec{\nabla}$:

f = f(x, y, z) e g = g(x, y, z) são funções escalares; $\vec{F} = \vec{F}(x, y, z)$ e $\vec{G} = \vec{G}(x, y, z)$ são funções vetoriais.

1.	$\vec{\nabla}\left(f+g\right) = \vec{\nabla}f + \vec{\nabla}g$
2.	$ec{ abla} \cdot \left(ec{F} + ec{G} ight) = ec{ abla} \cdot ec{F} + ec{ abla} \cdot ec{G}$
3.	$ec{ abla} imes\left(ec{F}+ec{G} ight)=ec{ abla} imesec{F}+ec{ abla} imesec{G}$
4.	$\vec{\nabla} \left(fg \right) = f \vec{\nabla} g + g \vec{\nabla} f$
5.	$\vec{ abla} \cdot \left(f \vec{F} \right) = \left(\vec{ abla} f \right) \cdot \vec{F} + f \left(\vec{ abla} \cdot \vec{F} \right)$
6.	$ec{ abla} imes\left(fec{F} ight)=ec{ abla}f imesec{F}+fec{ abla} imesec{F}$
7.	$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} f = \vec{\nabla}^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2},$
	onde $\vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ é o operador laplaciano
8.	$ec{ abla} imes \left(ec{ abla} f ight) = 0$
9.	$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} imes \vec{F} ight) = 0$
10.	$ec{ abla} imes\left(ec{ abla} imesec{F} ight)=ec{ abla}\left(ec{ abla}\cdotec{F} ight)-ec{ abla}^2ec{F}$
11.	$ec{ abla} \cdot \left(ec{F} imes ec{G} ight) = ec{G} \cdot \left(ec{ abla} imes ec{F} ight) - ec{F} \cdot \left(ec{ abla} imes ec{G} ight)$
12.	$\vec{\nabla} \times \left(\vec{F} \times \vec{G} \right) = \left(\vec{G} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{F} - \vec{G} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{F} \right) - \left(\vec{F} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{G} + \vec{F} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{G} \right)$
13.	$\vec{\nabla} \left(\vec{F} \cdot \vec{G} \right) = \left(\vec{G} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{F} + \left(\vec{F} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{G} + \\ + \vec{F} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{G} \right) + \vec{G} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{F} \right)$
14.	$\vec{\nabla} \varphi(r) = \varphi'(r)\hat{r}$

Curvatura, torção e aceleração:				
Nome	Fórmula			
Vetor normal	$\vec{N} = \frac{\vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t) \times \vec{r}'(t)}{\ \vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t) \times \vec{r}''(t)\ }$			
Vetor binormal	$ec{B} = rac{ec{r}'(t) imes ec{r}''(t)}{\ ec{r}'(t) imes ec{r}''(t)\ }$			
Curvatura	$\kappa = \left\ \frac{d\vec{T}}{ds} \right\ = \left\ \frac{d\vec{T}}{\frac{dt}{dt}} \right\ = \frac{\ \vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)\ }{\ \vec{r}'(t)\ ^3}$			
Torção	$\tau = -\frac{d\vec{B}}{ds} \cdot \vec{N} = \frac{(\vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)) \cdot \vec{r}'''(t)}{\ \vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)\ ^2}$			
Módulo da Torção	$ au = \left\ rac{dec{B}}{ds} ight\ = \left\ rac{dec{B}}{rac{ds}{dt}} ight\ $			
Aceleração normal	$a_N = \frac{\ \vec{a} \times \vec{v}\ }{v} = \frac{v^2}{\rho} = \kappa v^2$			
Aceleração tangencial	$a_T = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{v} = \frac{dv}{dt}$			

Equações de Frenet-Serret:

$$\frac{d\vec{T}}{ds} = \kappa \vec{N}$$

$$\frac{d\vec{N}}{ds} = -\kappa \vec{T} + \tau \vec{B}$$

$$\frac{d\vec{B}}{ds} = -\tau \vec{N}$$