

Elgtungen (vannglasset)

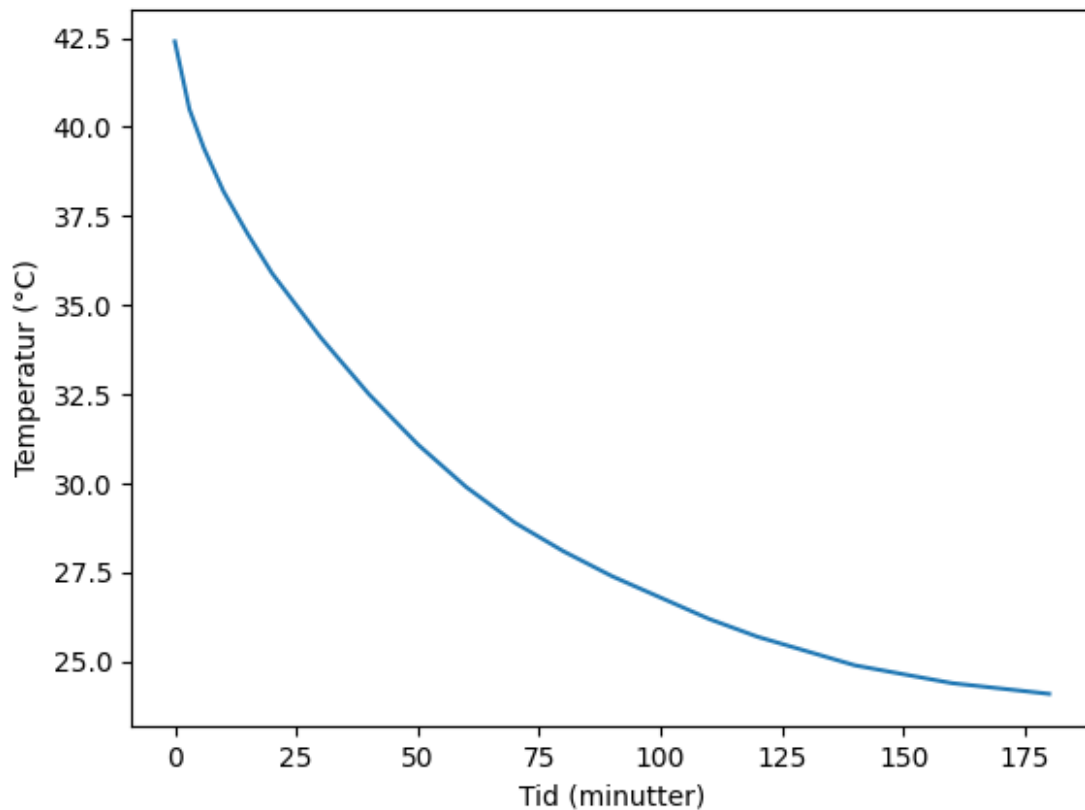
I dag har jeg brukt tre timer på å stirre på et glass vann med et steketermometer oppi. Målet er å finne α for Newtons avkjølingslov, og sammenlikne prediksjonen til Newtons avkjølingslov med de eksperimentelle dataene.

Her har jeg skrevet et lite program som plotter de eksperimentelle verdiene:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

tid = np.array([0, 3, 6, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 140, 160, 180])
temp = np.array([42.4, 40.5, 39.4, 38.2, 37.0, 35.9, 34.1, 32.5, 31.1, 29.9, 28.9, 28.1, 27.4, 26.8, 26.2, 25.7, 24.9, 24.4, 24.1])

plt.plot(tid, temp)
plt.xlabel("Tid (minutter)")
plt.ylabel("Temperatur (°C)")
plt.show()
```



Som forventet var temperaturnedgangen rask i starten, og den ble tregere etter hvert som temperaturen nærmet seg temperaturen til omgivelsene.

Newtons avkjølingslov sier dette:

$$\dot{T}(t) = \alpha(T_K - T(t)) \quad T(0) = T_0$$

Løser vi difflikningen, får vi

$$T(t) = (T_0 - T_K)e^{-\alpha t} + T_K$$

Videre kan vi flytte over T_K

$$T(t) - T_K = (T_0 - T_K)e^{-\alpha t}$$

og ta logaritmen på begge sider for å få en likning på formen $y = ax + b$:

$$\ln(T(t) - T_K) = \ln(T_0 - T_K) - \alpha t$$

Deretter kan jeg bruke regresjon i Python for å finne a , som fra likningen over er lik $-\alpha$

```
import numpy as np
from scipy.stats import linregress

T_K = 23.7
tid = np.array([0, 3, 6, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 140, 160, 180])
temp = np.array([42.4, 40.5, 39.4, 38.2, 37.0, 35.9, 34.1, 32.5, 31.1, 29.9, 28.9, 28.1, 27.4, 26.8, 26.2, 25.7, 24.9, 24.4, 24.1])
y = np.log(temp - T_K)

a, b, _, _, _ = linregress(tid, y)
alfa = -a
print(alfa)
```

Dette gir $\alpha = 0,01987348332185935$

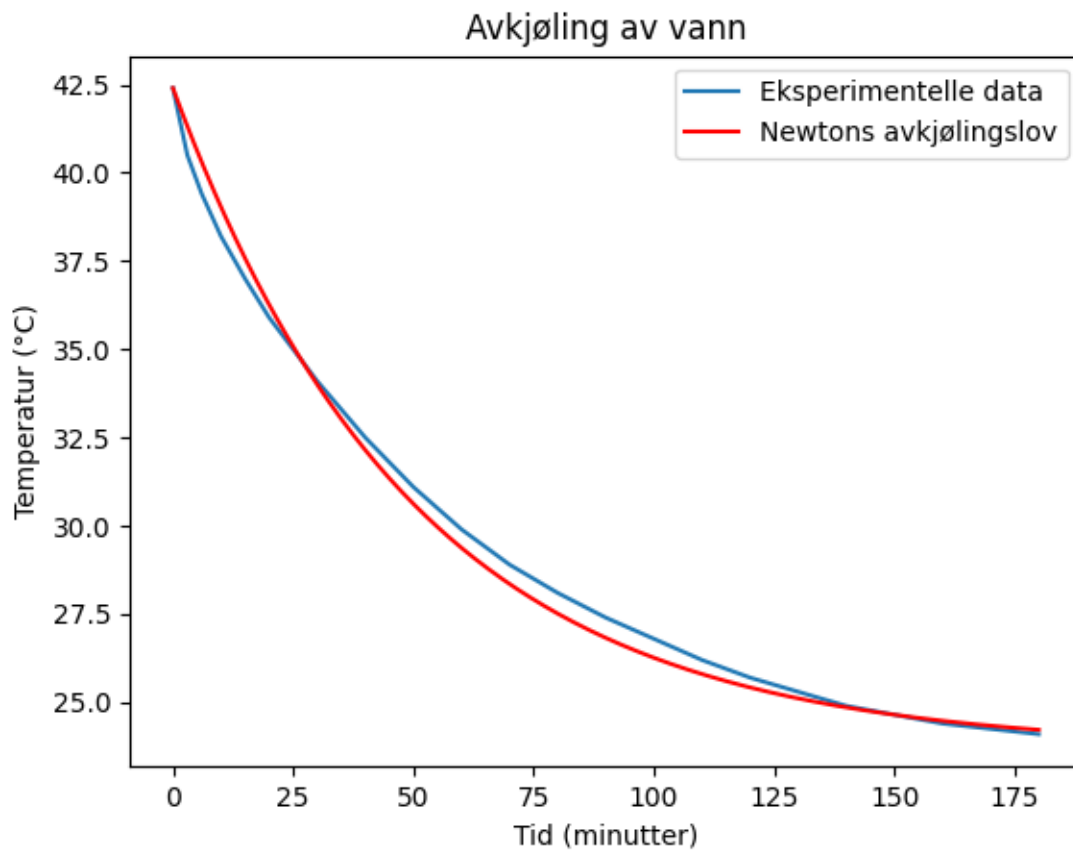
Nå kan jeg bruke α til å plote de teoretiske verdiene ut ifra Newtons avkjølingslov. Her kommer koden og det ferdige plottet med begge grafene:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

T_K = 23.7
T_0 = 42.4
tid = np.array([0, 3, 6, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 140, 160, 180])
temp = np.array([42.4, 40.5, 39.4, 38.2, 37.0, 35.9, 34.1, 32.5, 31.1, 29.9, 28.9, 28.1, 27.4, 26.8, 26.2, 25.7, 24.9, 24.4, 24.1])
alfa = 0.01987348332185935

t_verdier = np.linspace(0, 180, 500)
T_Newton = (T_0 - T_K) * np.exp(-alfa * t_verdier) + T_K

plt.plot(tid, temp, label="Eksperimentelle data")
plt.plot(t_verdier, T_Newton, label="Newtons avkjølingslov", color="red")
plt.xlabel("Tid (minutter)")
plt.ylabel("Temperatur (°C)")
plt.title("Avkjøling av vann")
plt.legend()
plt.show()
```



Her ser vi som forventet at Newtons avkjølingslov ikke passer helt perfekt. Samtidig er det ikke sikkert at min temperaturmåling er så perfekt heller.

For å konkludere kan man si at Newtons avkjølingslov gir en grei modell, men at det er ting som ikke blir tatt hensyn til. Hvis jeg skulle gjort prosjektet på nytt, hadde jeg nok prøvd å ha en høyere starttemperatur. Jeg ville nok også ha prøvd å sette opp noe for å holde termometeret oppe uten at det er i kontakt med glasset.