

JU MSŠ „HAZIM ŠABANOVIĆ“
Elektrotehnička škola
Visoko

ŠKOLSKA GODINA
2022.\2023.

MATURSKI RAD

Predmet: Električna kola

Tema: Četveropoli

MENTOR:

Adisa Mušinbegović

UČENIK:

Esma Špiodić

Razred: Ive

VISOKO, maj, 2023.god.

Sadržaj:

1. Uvod	1
2. Četveropoli	2
3. Jednačine i parametri četveropola.....	4
3.1.Z parametri	5
3.2.Y parametri.....	6
3.3.A parametri.....	7
3.4.B parametri.....	8
3.5.Hibridni parametri	9
3.6. Podjela primarnih parametara četveropola	11
4. Sekundarni parametri četveropola.....	12
4.1. Ulazne impedanse	13
4.2. Transmitanse	15
4.3. Konstante prenosa četveropola	16
5.Simetrični četveropoli.	18
6. T četveropol	19
7. π četveropol.....	21
8. Zaključak	23
9. Literatura	24

1.Uvod

Električne krugove, odnosno mreže možemo podijeliti po više osnova.

Prema broju krajeva, odnosno pristupa mreže možemo podijeliti na:

- mreže sa jednim pristupom
(svaki element R, L ili C može se posmatrati kao element sa jednim pristupom)

- mreže sa dva pristupa (npr. transformator)
preko kojih se mreža povezuje sa drugim mrežama
To su četveropoli.

- mreže sa n pristupa (n proizvoljan cijeli broj)
Svakom pristupu dodjeljuje se par veličina (napon i struja) sa referentno dodjeljenim smjerovima.

Pristup je svaki par priključaka (polova) elementata mreže sa svojstvom da je za svaki trenutak vremena t, struja koja ulazi u jedan priključak jednaka struji koja izlazi iz drugog priključka datog pristupa.

Analizirat će se mreže sa dva pristupa, njihovo djelovanje i namjena, kao i osobine, parametri, podjela i upotreba. U analizi ograničiti ćemo se na analizu linearnih vremenski nepromjenjivih četveropola u kojima nema nezavisnih izvora. Ovakvi četveropoli obično na jednom kraju mreže imaju priključen izvor električne energije (tj. pobude ili signala), a za drugi, neki prijemnik pa mreža služi da prenese energiju (signal) od izvora do prijemnika.

Ove mreže se mogu podijeliti na:

- aktivne
(sadrže izvore energije u sebi)

- pasivne
(u njima nema izvora energije, generator je priključen na jedan pristup)

2. Četveropoli

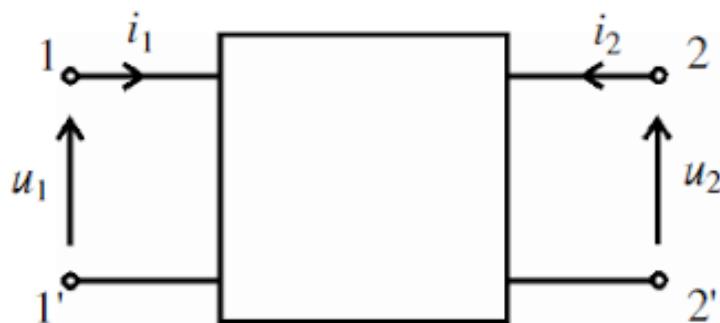
Temeljni dijelovi svakog električnog kruga su izvor i trošilo kao krajne odredište za prijam energije ili informacije. Izvor i trošilo jesu dvopoli koje može povezivati samo prekidač koji uključuje/isključuje struju u krugu. Međutim, često je potrebno na određeni način intervenirati između izvora i trošila, primjerice umetnuti transformator, pojačalo signala. Umetnuti element tada mora imati najmanje dva para stezaljka: ulazne za spajanje na izvor i izlazne za spajanje na trošilo (slika 2.1.). Takav element se naziva četveropol. Električni signal ili električna energija s nekog izvora prima se na ulazne stezaljke četveropola, obrađuje se unutar njega i usmjeruje preko izlaznih stezaljka na sljedeći blok sustava ili trošilo. Za svaki se četveropol matematičkim izrazima povezuju ulazne i izlazne električne veličine (naponi, struje, otpori, snage).

Naziv četveropol je uobičajan jer četveropol sadrži četiri stezaljke. Ispravnije bi bilo definirati ih kao mreže ili sklopove s dva para izvoda – ulaznim i izlaznim stezaljkama (engleski nazivi: two port network, four-terminal network).

S obzirom na svojstva, četveropoli mogu biti aktivni i pasivni, linearni i nelinearni, simetrični i nesimetrični, reverzibilni, s gubitcima i bez njih, sa šumom i bez njega i dr.

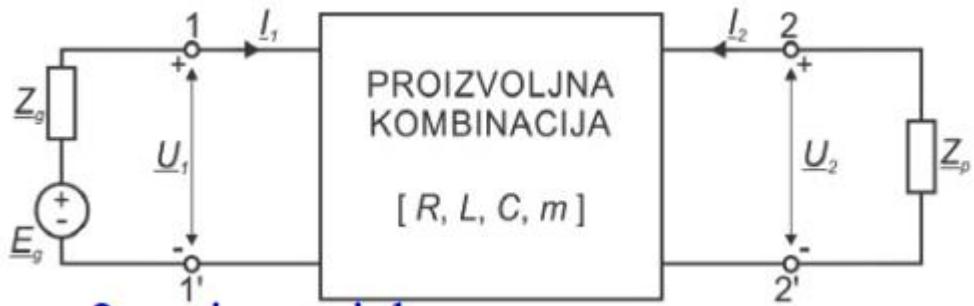
U pasivne četveropole spadaju telekomunikacione prenosne linije, energetski dalekovodi, transformatori, filtri...

U aktivne četveropole spadaju pojačivači sa elektrončikim cijevima ili poluprovodničkim elementima, ispravljači, emisioni uredaji...



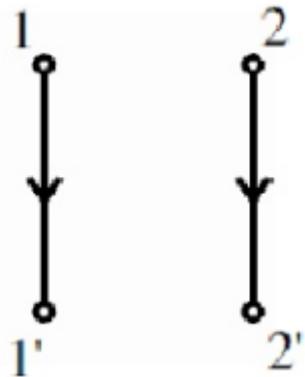
Slika 2.1. Šema četveropola

Mnogi elementi u savremenoj elektronici su mreže sa dva pristupa. Jedan pristup, obično označen sa 1 naziva se ulaz, a drugi pristup, obično označen sa 2 naziva se izlaz.



Slika 2.2. Šema kola sa četveropolom

Spoj između vanjskih mreža koje se priključuju na ulaz, odnosno izlaz je samo preko četveropola. Vidi se da su struje istog prilaza na priključcima jednake ali suprotnog predznaka.



Slika 2.3. Prikaz četveropola pomoću dvije odvojene grane

Ovo također znači da se svaki četveropol može prikazati pomoću dvije odvojene grane i svaka od njih je spojena sa granama koje pripadaju ili dijelu vanjske mreže priključenom na ulaz četveropola ili dijelu vanjske mreže priključenom na izlaz četveropola (slika 2.3.).

Četveropol je recipročan ako se sastoji od recipročnih elemenata mreže.

Četveropol je simetričan ako se izmjenom ulaznih priključaka sa izlaznim priključcima ne promjene naponi i struje vanjskih krugova.

3.Jednačine i parametri četveropola

Četveropol ima 4 veličine koje opisuje njegov rad, od toga dvije ulazne $\mathbf{U}_1, \mathbf{I}_1$ i 2 izlazne $\mathbf{U}_2, \mathbf{I}_2$.

Ako bilo koje dvije veličine predstavimo u zavisnosti od preostale dvije veličine, dobivamo parametre četveropola. Koje će se od ovih varijabli smatrati nezavisnim (poticajima) a koje zavisnim (odzivima), ovisit će o konkretnom problemu. U zavisnosti od toga na koji način ćemo izraziti napone i struje na pristupima, imamo dakle 6 vrsta jednačina, pa prema tome i 6 vrsta parametara. Za slučaj mreža koje posmatramo (u stacionarnom režimu) te jednačine biće linearne i kompleksne. Svih ovih 6 vrsta parametara se nazivaju primarni parametri mreža sa dva pristupa.

3.1.Z parametri

Z parametri predstavljaju zavisnost ulaznog i izlaznog napona od ulazne i izlazne struje. To su naponske jednačine četveropola. Parametri Z imaju prirodu otpornosti (impedanse).

$$U_1 = f(I_1, I_2)$$

$$U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2$$

$$U_2 = f(I_1, I_2)$$

$$U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2$$

Ako je zadata mreža i date vrijednosti elemenata (R, L, C, m) mreže tada se iz jednačina sistema mogu odrediti traženi parametri.

$$\underline{Z}_{11} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \Big|_{\underline{I}_2=0}$$

$$\underline{Z}_{21} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} \Big|_{\underline{I}_2=0}$$

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} \Big|_{\underline{I}_1=0}$$

$$\underline{Z}_{22} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} \Big|_{\underline{I}_1=0}$$

Na primjer parametar Z_{11} se određuje tako da se otvore stezaljke na drugom pristupu ($I_2=0$) pa se traženi parametar dobije mjeranjem napona i struje na prvom pristupu.
Parametar Z_{11} predstavlja ulaznu impedansu četveropola kada je izlaz četveropola otvoren.
Parametar Z_{12} predstavlja prenosnu impedansu.

3.2.Y parametri

Y parametri predstavljaju zavisnost ulazne i izlaze struje od ulaznog i izlaznog napona. To su strujne jednačine četveropola. Parametri Y imaju prirodu provodnosti (admitanse).

$$I_1 = f(U_1, U_2)$$

$$I_1 = Y_{11} \cdot U_1 + Y_{12} \cdot U_2$$

$$I_2 = f(U_1, U_2)$$

$$I_2 = Y_{21} \cdot U_1 + Y_{22} \cdot U_2$$

$$\underline{y}_{11} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} \Big|_{\underline{U}_2=0} \quad \underline{y}_{12} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \Big|_{\underline{U}_1=0}$$
$$\underline{y}_{22} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} \Big|_{\underline{U}_1=0} \quad \underline{y}_{21} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \Big|_{\underline{U}_2=0}$$

Na primjer parametar Y_{11} se određuje tako da se stezaljke na drugom pristupu kratko spoje ($U_2 = 0$) pa se traženi parametar dobije mjerenjem napona i struje na prvom pristupu. Parametar Y_{11} predstavlja ulaznu admitansu četveropola kada je izlaz četveropola kratko spojen.

3.3.A parametri

A parametri predstavljaju zavisnost ulaznog napona i ulazne struje od izlaznog napona i izlazne struje. To su prenosne ili ulazne jednačine četveropola.

$$U_1 = f(U_2, I_2)$$

$$U_1 = a_{11} \cdot U_2 + a_{12} \cdot I_2$$

$$I_1 = f(U_2, I_2)$$

$$I_1 = a_{21} \cdot U_2 + a_{22} \cdot I_2$$

$$a_{11} = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_2=0} \quad a_{12} = - \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{U_2=0}$$

$$a_{22} = - \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{U_2=0} \quad a_{21} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{I_2=0}$$

Na primjer parametar a_{11} se određuje tako da se stezaljke na drugom pristupu otvore ($I_2 = 0$) pa se traženi parametar dobije mjerenjem napona na oba pristupa.

Parametar a_{11} predstavlja odnos ulaznog i izlaznog napona četveropola kada je izlaz četveropola otvoren.

Parametri a imaju različitu prirodu:

a_{11}, a_{22} – bezdimenzionalni brojevi (kompleksni)

a_{12} – priroda otpornosti

a_{21} – priroda provodnosti

U elektroenergetici ovi parametri se najčešće označavaju sa velikim slovima A, B, C i D.

A – prenosni odnos napona

B – prenosna impedansa

C – prenosna admitansa

D – prenosni odnos struja

3.4.B parametri

B parametri predstavljaju zavisnost izlaznog napona i izlazne struje od ulaznog napona i ulazne struje. To su prenosne ili izlazne jednačine četveropola.

$$U_2 = f(U_1, I_1)$$

$$U_2 = b_{11} \cdot U_1 + b_{12} \cdot I_1$$

$$I_2 = f(U_1, I_1)$$

$$I_2 = b_{21} \cdot U_1 + b_{22} \cdot I_1$$

$$\underline{b}_{11} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \Big|_{\underline{I}_1=0} \quad \underline{b}_{12} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} \Big|_{\underline{U}_1=0}$$

$$\underline{b}_{22} = -\frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} \Big|_{\underline{U}_1=0} \quad \underline{b}_{21} = -\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \Big|_{\underline{I}_1=0}$$

Na primjer parametar b_{11} se određuje tako da se stezaljke na prvom pristupu otvore ($I_1 = 0$) pa se traženi parametar dobije mjerenjem napona na oba pristupa.
Parametar b_{11} predstavlja odnos izlaznog i ulaznog napona četveropola kada je izlaz četveropola otvoren.

Parametri b imaju različitu prirodu:

b_{11}, b_{22} – bezdimenzionalni brojevi (kompleksni)

b_{12} – priroda otpornosti

b_{21} – priroda provodnosti

3.5.Hibridni parametri

G parametri predstavljaju zavisnost ulazne struje i izlaznog napona od ulaznog napona i izlazne struje. To su hibridne jednačine četveropola.

$$I_1=f(U_1, I_2)$$

$$I_1=g_{11} \cdot U_1 + g_{12} \cdot I_2$$

$$U_2=f(U_1, I_2)$$

$$U_2=g_{21} \cdot U_1 + g_{22} \cdot I_2$$

Parametri g imaju različitu prirodu:

g_{11}, g_{22} – bezdimenzioni brojevi (kompleksni)

g_{12} – priroda otpornosti

g_{21} – priroda provodnosti

H parametri predstavljaju zavisnost ulaznog napona i izlazne struje od ulazne struje i izlaznog napona. To su hibridne jednačine četveropola.

$$U_1=f(I_1, U_2)$$

$$U_1=h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot U_2$$

$$I_2=f(I_1, U_2)$$

$$I_2=h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot U_2$$

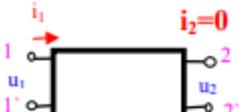
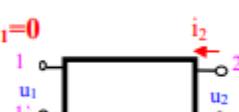
Parametri h imaju različitu prirodu:

h_{11}, h_{22} – bezdimenzioni brojevi (kompleksni)

h_{12} – priroda otpornosti

h_{21} – priroda provodnosti

Tablica 3.1. Tablica parametara četveropola

Definicijske jednadžbe parametara				
 i₂=0	$z_{11} = \frac{U_1}{I_1}$ $z_{21} = \frac{U_2}{I_1}$	$a_{11} = \frac{U_1}{U_2}$ $a_{21} = \frac{I_1}{U_2}$	$g_{11} = \frac{U_1}{I_1}$ $g_{21} = \frac{U_2}{I_1}$	uz I ₂ =0
 i₁=0	$z_{22} = \frac{U_2}{I_2}$ $z_{12} = \frac{U_1}{I_2}$	$b_{11} = \frac{U_2}{U_1}$ $b_{21} = \frac{I_2}{U_1}$	$h_{22} = \frac{I_2}{U_2}$ $h_{12} = \frac{U_1}{U_2}$	uz I ₁ =0
 u₂=0	$y_{11} = \frac{I_1}{U_1}$ $y_{21} = \frac{I_2}{U_1}$	$a_{22} = \frac{I_1}{-I_2}$ $a_{12} = \frac{U_1}{-I_2}$	$h_{11} = \frac{U_1}{I_1}$ $h_{21} = \frac{I_2}{I_1}$	uz U ₂ =0
 u₁=0	$y_{22} = \frac{I_2}{U_2}$ $y_{12} = \frac{I_1}{U_2}$	$b_{22} = \frac{I_2}{-I_1}$ $b_{12} = \frac{U_2}{-I_1}$	$g_{22} = \frac{U_2}{I_2}$ $g_{12} = \frac{I_1}{I_2}$	uz U ₁ =0

3.6.Podjela primarnih parametara četveropola

U pogledu fizičke dimenzionalnosti parametri četveropola se dijele na:

- homogene (u pogledu fizičke dimenzionalnosti svi jednaki ili homogeni)

U ovu grupu spadaju z – parametri i y – parametri.

- nehomogene (u pogledu fizičke dimenzionalnosti parametri različite prirode)

U ovu grupu spadaju a– parametri , b–parametri , g–parametri i h–parametri.

Napomena:

svi primarni parametri mreže zavise samo od konfiguracije odnosno topologije mreže (elemenata R,L,C,m) a ne zavise ni od jednog parametra spoljašnje mreže (nema veze šta je na krajevima priključeno).

Neke mreže mogu imati sve vrste parametara, a neke mreže ne moraju, odnosno mogu imati samo neke parametre.

4.Sekundarni parametri četveropola

Do sada opisani skupovi parametara poznati su i pod nazivom primarni parametri. Mrežu sa dva pristupa je moguće opisati i sekundarnim parametrima.

Sekundarni parametri četveropola su :

1.Ulazne impendanse četveropola

Ulazna impendansa na prvom pristupu

Ulazna impendansa na drugom pristupu

Karakteristična impedansa mreže

Karakteristična prenosna funkcija

2.Transmitanse četveropola

Transmitansa napona

Transmitansa struja

Transmitansa mreže

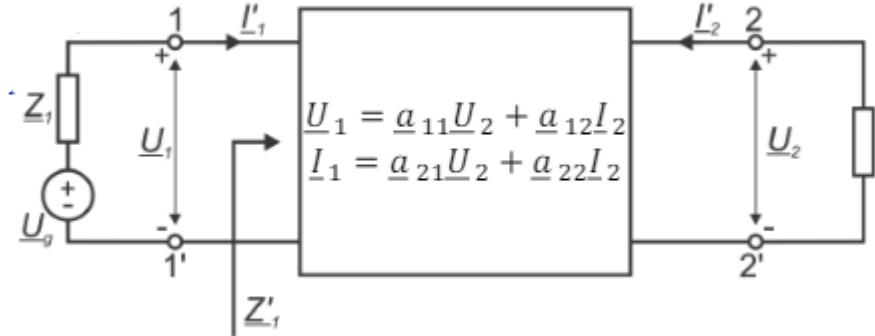
3.Konstante prenosa četveropola

Konstanta prenosa napona

Konstanta prenosa struja

Konstanta prenosa mreže

4.1.Ulazne impedanse



Slika 4.1. Mreža sa dva pristupa opisana a-parametrima i zatvorenom impedansom Z_2

Kada posmatramo mrežu sa dva pristupa opisanu a-parametrima i zatvorenu impedansom Z_2 (slika 4.1.) možemo odrediti ulaznu impedansu na prvom pristupu :

$$\underline{Z'}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}$$

Kako je mreža zatvorena sa Z_2 vrijedi da je $\underline{U}_2 = Z_2 * \underline{I}_2$ pa je sada:

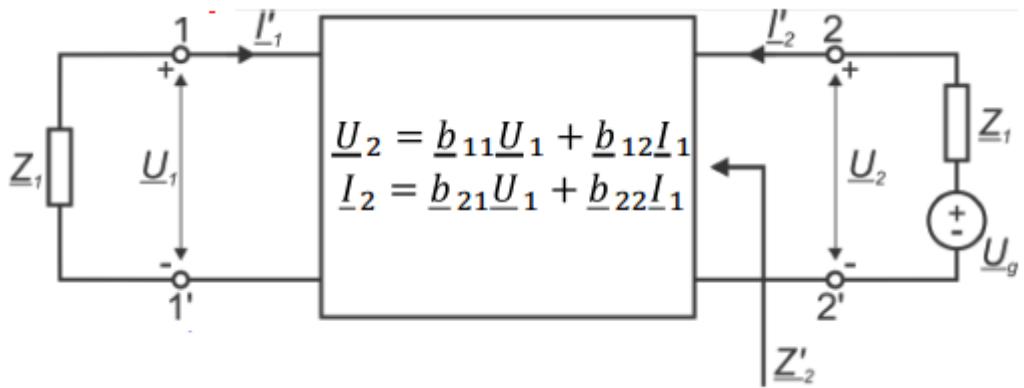
$$\underline{Z'}_1 = \frac{\underline{a}_{11} \cdot \underline{Z}_2 + \underline{a}_{12}}{\underline{a}_{21} \cdot \underline{Z}_2 + \underline{a}_{22}}$$

Kod simetrične mreže važi da je $a_{11}=a_{22}$ pa je ulazna impedansa simetrične mreže zatvorene njenom karakterističnom impedansom jednaka je karakterističnoj impedansi mreže.

$$\underline{Z}_c = \underline{Z}_{im1} = \underline{Z}_{im2} = \underline{Z}_{it1} = \underline{Z}_{it2} = \sqrt{\frac{\underline{a}_{12}}{\underline{a}_{21}}}.$$

Prenosna funkcija simetrične mreže sa dva pristupa zatvorene njenom karakterističnom impedansom je karakteristična prenosna funkcija.

$$\underline{\Gamma}_c = \ln \left(\underline{a}_{11} + \sqrt{\underline{a}_{12}\underline{a}_{21}} \right).$$



Slika 4.2. Mreža sa dva pristupa opisana a-parametrima i zatvorenom impedansom Z_1

Kada posmatramo mrežu sa dva pristupa opisanu a-parametrima i zatvorenou impedansom Z_1 (slika 4.2.) možemo odrediti ulaznu impedansu na drugom pristupu:

$$\underline{Z}'_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}$$

Kako je sad mreža zatvorena sa Z_1 vrijedi da je $\underline{U}_1 = -Z_1 \cdot \underline{I}_1$ pa je sada:

$$\underline{Z}'_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{b}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{b}_{12} \cdot \underline{I}_1}{\underline{b}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{b}_{22} \cdot \underline{I}_1} = \frac{-\underline{b}_{11} \cdot \underline{Z}_1 + \underline{b}_{12}}{-\underline{b}_{21} \cdot \underline{Z}_1 + \underline{b}_{22}}$$

4.2. Transmitanse

Odnos napona na pristupima – Transmitansa napona

$$\underline{M} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{a}_{11} \cdot \underline{U}_2 + \underline{a}_{12} \cdot \underline{I}_2}{\underline{U}_2} = \underline{a}_{11} + \underline{a}_{12} \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} = \underline{a}_{11} + \underline{a}_{12} \frac{\underline{I}_2}{\underline{Z}_2}$$

Odnos struja na pristupima – Transmitansa struja

$$\underline{N} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{a}_{21} \cdot \underline{U}_2 + \underline{a}_{22} \cdot \underline{I}_2}{\underline{I}_2} = \underline{a}_{21} \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} + \underline{a}_{22} = \underline{a}_{21} \underline{Z}_2 + \underline{a}_{22}$$

Transmitansa mreže se definiše kao:

$$\underline{T} = \sqrt{\underline{M} \cdot \underline{N}} = \sqrt{\left(\underline{a}_{11} + \frac{\underline{I}_2}{\underline{Z}_2} \right) \cdot \left(\underline{a}_{21} \underline{Z}_2 + \underline{a}_{22} \right)}$$

4.3. Konstante prenosa četveropola

Konstanta prenosa napona :

$$\underline{\Gamma}_u = \ln \underline{M} = \ln \left(\underline{a}_{11} + \frac{\underline{I}_2}{\underline{Z}_2} \right)$$

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = U_1 \cdot e^{j\theta_1} \\ \underline{U}_2 = U_2 \cdot e^{j\theta_2} \end{cases} \Rightarrow \underline{\Gamma}_u = \ln \underline{M} = \ln \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \ln \left(\frac{U_1}{U_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)} \right) = \ln \frac{U_1}{U_2} + j(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\underline{\Gamma}_u = A_u + jB_u \quad A_u = \ln \frac{U_1}{U_2} \quad B_u = \theta_1 - \theta_2$$

Au – konstanta slabljenja napona

Bu – konstanta faznog kašnjenja napona

Konstanta prenosa struja :

$$\underline{\Gamma}_i = \ln \underline{N} = \ln (\underline{a}_{21} \underline{Z}_2 + \underline{a}_{22})$$

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = I_1 \cdot e^{j\psi_1} \\ \underline{I}_2 = I_2 \cdot e^{j\psi_2} \end{cases} \Rightarrow \underline{\Gamma}_i = \ln \underline{N} = \ln \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \ln \left(\frac{I_1}{I_2} e^{j(\psi_1 - \psi_2)} \right) = \ln \frac{I_1}{I_2} + j(\psi_1 - \psi_2)$$

$$\underline{\Gamma}_i = A_i + jB_i \quad A_i = \ln \frac{I_1}{I_2} \quad B_i = \psi_1 - \psi_2$$

Au – konstanta slabljenja struja

Bu – konstanta faznog kašnjenja struja

Konstanta prenosa mreže je algebarska sredina konstanti prenosa napona i struje.

$$\underline{\Gamma} = \ln \underline{T} = \ln \sqrt{\left(\underline{a}_{11} + \frac{\underline{I}_2}{\underline{Z}_2} \right) \cdot (\underline{a}_{21} \underline{Z}_2 + \underline{a}_{22})}$$

$$\underline{\Gamma} = \ln \underline{T} = \ln \sqrt{\underline{M} \cdot \underline{N}} = \frac{1}{2} (\ln \underline{M} + \ln \underline{N}) = \frac{1}{2} (\underline{\Gamma}_u + \underline{\Gamma}_i)$$

$$\underline{\Gamma} = A + jB \quad A = \frac{1}{2} (A_u + A_i) \quad B = \frac{1}{2} (B_u + B_i)$$

Vrijednosti konstanti imaju dimenziju ugla i daju se u radijanima ili stepenima. Vrijednosti konstante slabljenja dobijene datim izrazima nemaju dimenziju jer se izračunavaju kao odnos veličina iste dimenzije, ali se tipično izražavaju u neperima (Np). U datim izrazima za konstantu slabljenja se prirodni logaritam može zamijeniti dekadnim i u tom slučaju se dobija vrijednost slabljenja izražena u decibelima (dB).

$$A = 10 \log \frac{S_1}{S_2} [\text{dB}].$$

Konstante slabljenja napona i struje su sada:

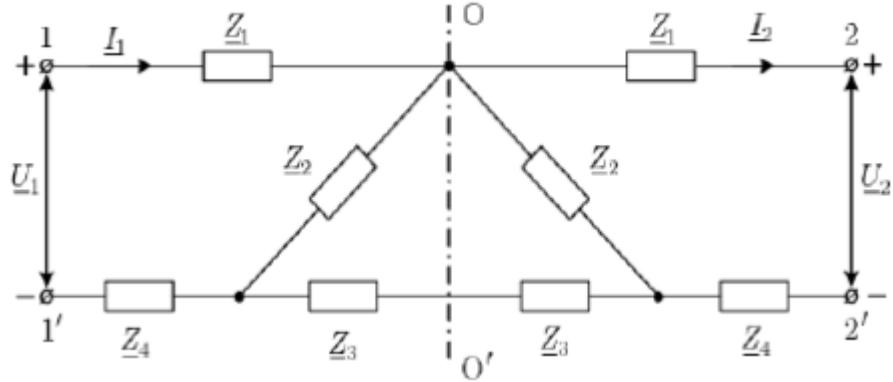
$$A_u = 20 \log \frac{U_1}{U_2} [\text{dB}],$$

$$A_i = 20 \log \frac{I_1}{I_2} [\text{dB}].$$

Pošto je $\ln x = \ln 10 \log x$, vrijednost slabljenja u decibelima jednaka je vrijednosti slabljenja u neperima pomnoženoj sa 8,686.

5.Simetrični četveropoli

Mreža je simetrična ako se izmjenom ulaznih priključaka sa izlaznim priključcima ne promjene naponi i struje vanjskih krugova.



Slika 5.1. Geometrijski simetrična mreža

Ako postoji osa OO' koja ne prolazi između istoimenih krajeva (tj. Ne prolazi između $1-1'$ i $2-2'$) u odnosu na koju je raspored impedansi simetričan, mreža se naziva geometrijski simetričnom. tj. ako je jedna polovina mreže slika u ogledalu druge polovine kao što to pokazuje slika 5.1. Geometrijski simetrična mreža je istovremeno i simetrična, dok obrnuto ne vrijedi.

Simetrična mreža u pogledu napona i struje na svojim pristupima potpuno je određena sa svoja dva nezavisna primarna parametra. Dakle, proizvoljna mreža sa tri, a simetrična sa dva nezavisna parametra, je potpuno određena.

Uslov simetrije za sve parametre je:

$$\underline{a}_{11} = \underline{a}_{22} \quad \underline{b}_{11} = \underline{b}_{22}$$

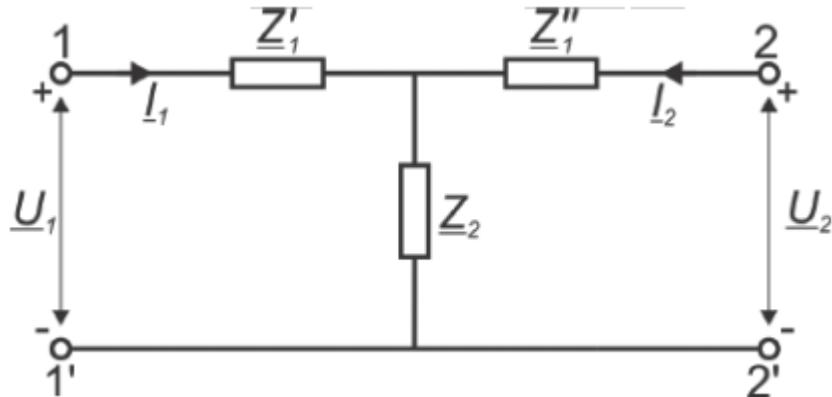
$$\underline{z}_{11} = \underline{z}_{22} \quad \underline{y}_{11} = \underline{y}_{22}$$

$$\det(\underline{g}) = 1 \quad \det(\underline{h}) = 1$$

6.T četveropol

Kada je raspored impedansi mreže sa dva pristupa u obliku slova "T" onda se ona naziva T-mreža. Ovo je jedan od osnovnih i najvažnijih oblika mreža sa dva pristupa (npr. celije električnih filtera obično su predstavljene T-šemom).

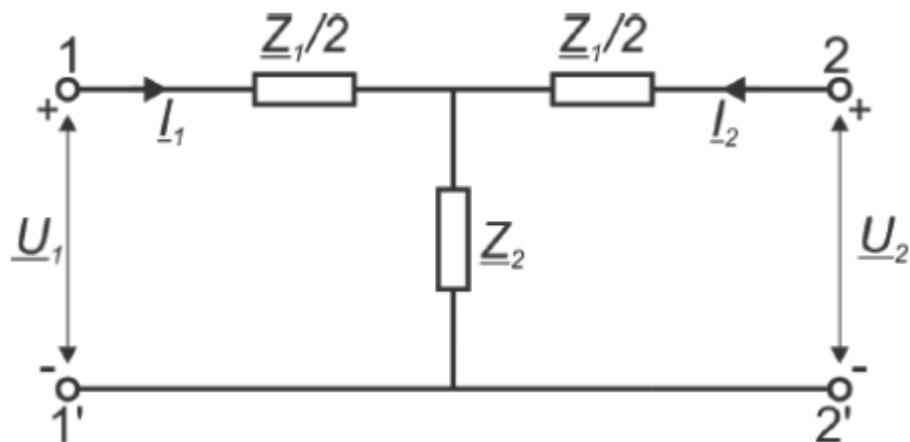
Pošto su 1' i 2' kratko spojeni može se ova mreža nazvati i mrežom sa tri kraja. Z_1' i Z_1'' su serijske impedanse T-mreže, Z_2 je paralelna impedansa T-mreže (slika 6.1.) .



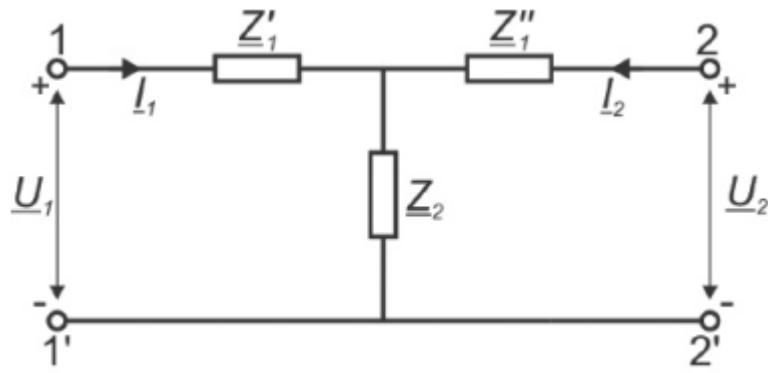
Slika 6.1. T-mreža

U mnogim elektronskim sklopovima upotrebljava se simetrična T-mreža (slika 6.2.) za koju vrijedi:

$$Z'_1 = Z''_1 = \frac{Z_1}{2}$$



Slika 6.2. Simetrična T-mreža



Slika 6.3. Šema T četveropola

Za spoj na slici 6.3. vrijede relacije:

$$\underline{Z}_{11} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \Big|_{\underline{I}_2=0} = Z'_1 + Z_2$$

$$\underline{Z}_{21} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} \Big|_{\underline{I}_2=0} = Z_2 = \underline{Z}_{12}$$

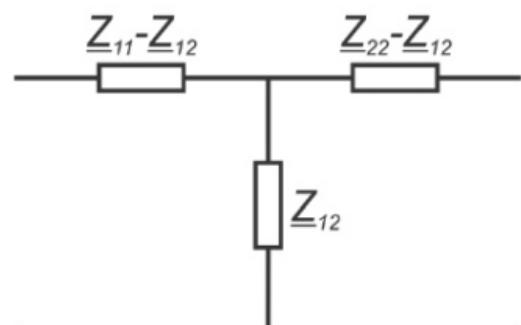
$$\underline{Z}_{22} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} \Big|_{\underline{I}_1=0} = Z_2 + Z''_1$$

Ako su poznati "z" parametri složenog četveropola (slika 6.4.), impedanse grana T-mreže ekvivalentnog četveropola su sada:

$$Z'_1 = \underline{z}_{11} - \underline{z}_{12}$$

$$Z_2 = \underline{z}_{12}$$

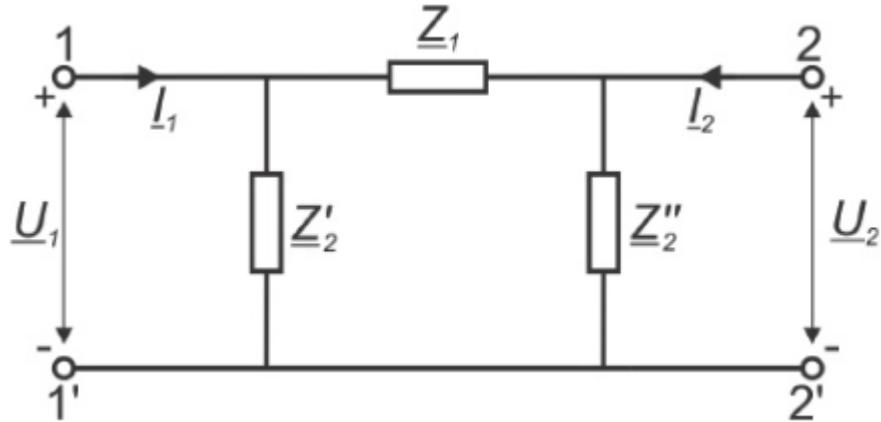
$$Z''_1 = \underline{z}_2 - \underline{z}_{12}$$



Slika 6.4. Složeni četveropol sa "z" parametrima

7. π četveropol

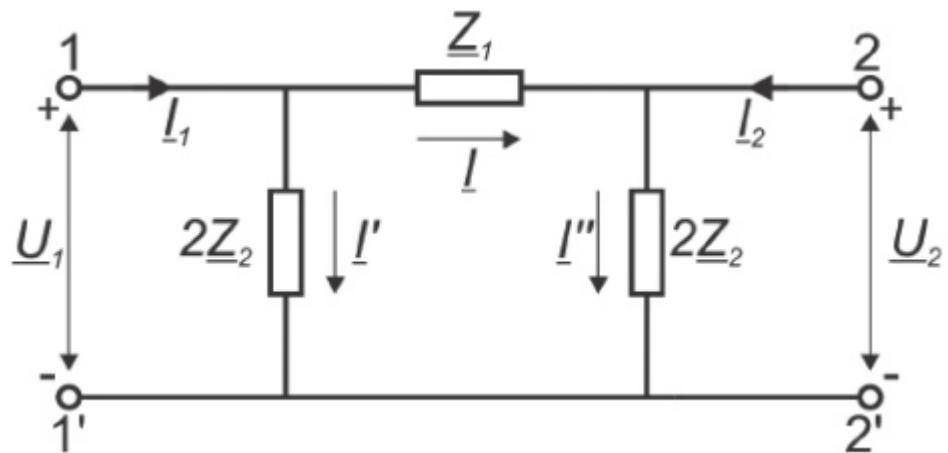
Kada je raspored impedansi mreže sa dva pristupa u obliku slova “ π ” onda se ona naziva π -mreža. Z'_2 i Z''_2 su paralelne impedanse, Z_1 je serijska impedansa (slika 7.1.).



Slika 7.1. π -mreža

Najviše se upotrebljava simetrična π -mreža (slika 7.2.) za koju vrijedi:

$$\underline{Z}'_2 = \underline{Z}''_2 = 2 \underline{Z}_2$$



Slika 7.2. Simetrična π -mreža

Y parametri π četveropola su :

$$\underline{y}_{11} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} \Big|_{\underline{U}_2=0} = Y_1 + Y'_2$$

$$\underline{y}_{12} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \Big|_{\underline{U}_1=0} = Y_1 = \underline{y}_{21}$$

$$\underline{y}_{22} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} \Big|_{\underline{U}_1=0} = Y_1 + Y''_2$$

8.Zaključak

Sklopovi sa četiri stezaljke, bilo da se radi o izoliranim elementima ili dijelovima neke veće mreže, nazivaju se četveropolima. Ako četveropol sadrži u sebi izvor energije naziva se aktivnim, a ako ne pasivnim. Bitna razlika između mreža koje su do sada razmatrane i četveropola je u tome što je kod četveropola bitan jedino odnos ulaznih i izlaznih veličina. Takvo razmatranje naziva se i načelom crne kutije, gdje nije bitno što je u kutiji, nego koje rezultate daje. U elektrotehnici se promatraju ulazne i izlazne struje i naponi. Najčešći četveropoli su transformatori, tranzistori, prijenosne linije, pojačala, filtri, pretvornici, mrežni blokovi, sprežni krugovi i sl.

Četveropoli su područje elektrotehnike koje razmatra pojmove i svojstva različitih električnih mreža i njihovih sastavnih dijelova, analizira promjene pri prolasku električne struje ili, općenito, električnog signala kroz vodove, električne filtere ili složenije električne mreže. Razmatra distribuciju napona i struja pokrenutih jednim ili od strane više električnih izvora, istosmjerne i izmjenične struje.

9.Literatura:

[1] Ime i prezime autora, *Naziv literature – knjige*, Izdavač, Godina izdavanja.

[2] Ime i prezime autora, *Naziv literature – knjige*, Izdavač, Godina izdavanja.

[3] <https://www.scribd.com/document/370254189/%C4%8CETVEROPOLI-SOWNLOAD-pdf>

(03.04.2023.)

[4] <https://www.fpz.unizg.hr/ztos/EE/Elektro4.pdf>

(03.04.2023.)

[5] <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=13345>

(03.04.2023.)

[6]https://www.oss.unist.hr/sites/default/files/file_attach/Osnove%20elektrotehnike%20I%20ud%C5%BEbenik%20-%20Ljubomir%20Male%C5%A1evi%C4%87.pdf

(03.04.2023.)

Datum predaje: _____. _____. _____.

Komentar:

Datum odbrane: _____.

Pitanja na odbrani maturskog rada:

Konačna ocjena: _____

Komisija:

Predsjednik: _____

Ispitivač: _____

Član: _____