

Informe Proyecto II – Análisis y Diseño De Algoritmos

Pedro Bernal Londoño – 2259548
Jota Emilio López Ramírez – 2259394
Esmeralda Rivas Guzmán – 2259580

pedro.bernal, esmeralda.rivas, jota.lopez @correounivalle.edu.co

Resumen—Este proyecto aborda el problema de optimización para la ubicación de nuevos programas de Ingeniería de Sistemas en diferentes sedes. Se desarrolló un sistema que utiliza programación con restricciones mediante MiniZinc y una interfaz gráfica en Python para determinar las ubicaciones óptimas considerando factores como el segmento poblacional, el entorno empresarial y las restricciones de distancia entre sedes. El sistema implementado permite maximizar el beneficio total mientras cumple con las restricciones especificadas del problema.

Abstract—This project addresses the optimization problem for the location of new Systems Engineering programs in different campuses. A system was developed that uses constraint programming with MiniZinc and a graphical interface in Python to determine optimal locations, considering factors such as the population segment, the business environment, and distance constraints between campuses. The implemented system allows for maximizing the total benefit while complying with the specified problem constraints.

I. INTRODUCCIÓN

La expansión de programas académicos requiere una planificación cuidadosa que considere múltiples factores. Este proyecto se centra en el desarrollo de una solución para optimizar la ubicación de nuevos programas de Ingeniería de Sistemas, considerando tres aspectos fundamentales:

1. La distancia entre las diferentes sedes que ofrecen el programa
2. El segmento poblacional que podría beneficiarse del programa
3. El entorno empresarial que podría apoyar y beneficiarse del programa

El problema se modela en un plano cartesiano bidimensional de tamaño $n \times n$, donde se deben ubicar nuevos programas cumpliendo con restricciones específicas de distancia y requisitos mínimos tanto de población como de entorno empresarial.

II. MODELAMIENTO MATEMÁTICO

A. Conjuntos y Parámetros

- I. $N = \{0, 1, \dots, n-1\} \times \{0, 1, \dots, n-1\}$: Conjunto de todas las posiciones en la cuadrícula
- II. $E = \{(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)\}$: Conjunto de ubicaciones existentes
- III. $P = [p_{ij}]_{n \times n}$: Matriz de segmento poblacional
- IV. $B = [b_{ij}]_{n \times n}$: Matriz de entorno empresarial
- V. k : Número de nuevos programas a ubicar

B. Variables de Decisión

- I. $X = [x_{ij}]_{n \times n}$ donde $x_{ij} \in \{0, 1\}$
 - a. $x_{ij} = 1$ si se ubica un nuevo programa en la posición (i, j)
 - b. $x_{ij} = 0$ en caso contrario

C. Funciones Auxiliares

1) Función de Contigüidad:

$C(i, j) = \{(i', j') \in N \mid |i - i'| \leq 1 \wedge |j - j'| \leq 1\} \setminus \{(i, j)\}$
Define el conjunto de posiciones contiguas a (i, j)

2) Función de Beneficio Local:

$B(i,j) = p_{\{ij\}} + b_{\{ij\}} + \sum_{\{(i',j') \in C(i,j)\}} (p_{\{i'j'\}} + b_{\{i'j'\}})$ Calcula el beneficio total considerando la posición y sus contiguas

3) Función de Población Local:

$P(i,j) = p_{\{ij\}} + \sum_{\{(i',j') \in C(i,j)\}} p_{\{i'j'\}}$ Suma el segmento poblacional de la posición y sus contiguas

4) Función de Entorno Empresarial Local:

$E(i,j) = b_{\{ij\}} + \sum_{\{(i',j') \in C(i,j)\}} b_{\{i'j'\}}$ Suma el entorno empresarial de la posición y sus contiguas

III. RESTRICCIONES

- I. No contigüidad con programas existentes:
 $\forall (i,j) \in N, \forall (i',j') \in E: x_{\{ij\}} = 1 \rightarrow \max(|i-i'|, |j-j'|) > 1$
- II. Restricción de segmento poblacional mínimo:
 $\forall (i,j) \in N: x_{\{ij\}} = 1 \rightarrow P(i,j) \geq 25$
- III. Restricción de entorno empresarial mínimo:
 $\forall (i,j) \in N: x_{\{ij\}} = 1 \rightarrow E(i,j) \geq 20$
- IV. Número exacto de nuevos programas:
 $\sum_{\{(i,j) \in N\}} x_{\{ij\}} = k$
- V. Exclusión mutua de ubicaciones: $\forall (i,j), (i',j') \in N, (i,j) \neq (i',j'): x_{\{ij\}} + x_{\{i'j'\}} \leq 1$ si $\max(|i-i'|, |j-j'|) \leq 1$

IV. FUNCIÓN OBJETIVO

Maximizar el beneficio total: $Z = \sum_{\{(i,j) \in N\}} B(i,j) \times x_{\{ij\}}$

V. PROPIEDADES DEL MODELO

A. Complejidad:

- I. El espacio de búsqueda es de tamaño $2^{(n^2)}$ en el peor caso.
- II. El problema es NP-difícil por reducción desde el problema de k-dispersión

B. Características:

- I. Modelo de programación con restricciones pura.
- II. Restricciones no lineales debido a la contigüidad.
- III. Función objetivo lineal sobre variables binarias.

VI. IMPLEMENTACIÓN

El proyecto se implementó utilizando una arquitectura modular que separa las diferentes funcionalidades:

A. Módulos MiniZinc:

- profit_function.mzn: Implementa las funciones de cálculo de beneficio
- contiguous_coordinates.mzn: Maneja la lógica de coordenadas contiguas
- model_variables.mzn: Define las variables del modelo
- final_models.mzn: Implementa el modelo principal de optimización
- initial_profit.mzn: Calcula el beneficio inicial

B. Módulos Python:

- input_handler.py: Maneja la lectura y procesamiento de archivos de entrada
- interface.py: Implementa la interfaz gráfica usando ttkbootstrap

VII. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El sistema implementado fue probado con diferentes conjuntos de datos, demostrando su capacidad para:

1. Optimización de Ubicaciones: El modelo encuentra exitosamente ubicaciones que maximizan el beneficio total mientras cumplen con todas las restricciones establecidas.
2. Rendimiento: Se probaron diferentes solvers (Gecode, Chuffed, CP-SAT) para comparar su rendimiento:
 - Gecode mostró un buen balance entre tiempo de ejecución y calidad de solución, sin embargo, para matrices grandes no tiende a responder en un

tiempo optimo, por ende para esos casos específicos se recomienda usar Chuffed, o CP-SAT.

- Chuffed fue más eficiente en instancias grandes
- CP-SAT demostró ser robusto en casos complejos

3. Restricciones: El sistema maneja efectivamente las restricciones de:

- No contigüidad entre programas
- Mínimo segmento poblacional (≥ 25)
- Mínimo entorno empresarial (≥ 20)

A. Ejemplo de Resultados

Para una matriz de 10x10 con tres ubicaciones existentes:

Ganancia inicial: 230

Ganancia final: 405

Ubicaciones existentes:

- 5 6
- 3 2
- 8 8

Nuevas ubicaciones:

- 8 2
- 2 7

VIII. PRUEBAS

A. Prueba 1:

Para esta prueba, vamos a tener una matriz 7x7, coordenadas establecidas (5,5),(2,1), y se desea establecer 2 nuevas coordenadas

Matriz de segmento de población:

2	3	8	1	6	5	0
9	4	7	3	2	1	8
5	0	1	9	4	7	3
8	3	2	5	7	0	4
1	6	9	4	3	8	2
4	7	0	8	1	6	9
3	2	5	0	9	4	7

Matriz de entorno empresarial:

6	2	9	3	0	7	5
1	5	8	2	4	6	3
4	9	1	0	7	3	6
2	7	6	8	9	1	4
3	4	0	5	8	9	2
9	1	2	4	6	0	8
5	3	7	9	2	4	1

Lo primero que haremos, será determinar la ganancia inicial para cada una de las coordenadas establecidas

Segmento de población:

$$(5,5) = 3 + 8 + 2 + 1 + 6 + 9 + 9 + 4 + 7 = 49$$

$$(2,1) = 2 + 3 + 8 + 9 + 4 + 7 + 5 + 0 + 1 = 39$$

Entorno empresarial:

$$(5,5) = 8 + 9 + 2 + 6 + 0 + 8 + 2 + 4 + 1 = 40$$

$$(2,1) = 1 + 5 + 8 + 4 + 9 + 1 + 2 + 7 + 6 = 43$$

$$\text{Ganancia inicial} = 49 + 39 + 40 + 43 = 171$$

Ahora, determinaremos cuales son las coordenadas que cumplen con las restricciones del modelo, teniendo en cuenta que las celdas en rojo, no pueden ser parte de estas, puesto que pertenecen a las ubicaciones ya establecidas

Matriz de segmento de población:

2	3	8	1	6	5	0
9	4	7	3	2	1	8
5	0	1	9	4	7	3
8	3	2	5	7	0	4
1	6	9	4	3	8	2
4	7	0	8	1	6	9
3	2	5	0	9	4	7

Matriz de entorno empresarial:

6	2	9	3	0	7	5
1	5	8	2	4	6	3
4	9	1	0	7	3	6
2	7	6	8	9	1	4
3	4	0	5	8	9	2
9	1	2	4	6	0	8
5	3	7	9	2	4	1

Coordenadas candidatas: Determinaremos el valor del segmento de población para cada coordenada, y almacenaremos solo las que cumplan con la condición **segmento de población ≥ 25 , entorno empresarial ≥ 20**

$$(1,3) = \text{población } (8 + 1 + 6 + 3 + 2 + 9 + 4) + \text{entorno } (9 + 3 + 0 + 2 + 4 + 0 + 7) = 33 + 25 = 58$$

$$(1,4) = \text{población } (1 + 6 + 5 + 3 + 2 + 1 + 9 + 4 + 7) + \text{entorno } (3 + 0 + 7 + 2 + 4 + 6 + 0 + 7 + 3) = 38 + 32 = 70$$

$$(1,5) = \text{población } (6 + 5 + 0 + 2 + 1 + 8 + 4 + 7 + 3) + \text{entorno } (0 + 7 + 5 + 4 + 6 + 3 + 7 + 3 + 6) = 36 + 41 = 77$$

$$(2,3) = \text{población } (3 + 2 + 9 + 4 + 5 + 7) + \text{entorno } (2 + 4 + 0 + 7 + 8 + 9) = 30 + 30 = 60$$

$$(2,4) = \text{población } (3 + 2 + 1 + 9 + 4 + 7 + 5 + 7 + 0) + \text{entorno } (2 + 4 + 6 + 0 + 7 + 3 + 8 + 9 + 1) = 38 + 40 = 78$$

$$(2,5) = \text{población } (2 + 1 + 8 + 4 + 7 + 3 + 7 + 0 + 4) + \text{entorno } (4 + 6 + 3 + 7 + 3 + 6 + 9 + 1 + 4) = 36 + 43 = 79$$

$$(3,3) = \text{población } (9 + 4 + 5 + 7 + 9 + 4) + \text{entorno } (0 + 7 + 8 + 9 + 0 + 5) = 38 + 29 = 67$$

$$(3,4) = \text{población } (9 + 4 + 7 + 5 + 7 + 0 + 4) + \text{entorno } (0 + 7 + 3 + 8 + 9 + 1 + 5) = 36 + 33 = 69$$

$$(3,5) = \text{población } (4 + 7 + 3 + 7 + 0 + 4) + \text{entorno } (7 + 3 + 6 + 9 + 1 + 4) = 25 + 30 = 55$$

$$(4,2) = \text{población } (5 + 6 + 9 + 4 + 7 + 0 + 8) + \text{entorno } (8 + 4 + 0 + 5 + 1 + 2 + 4) = 39 + 24 = 63$$

$$(4,3) = \text{población } (5 + 7 + 9 + 4 + 0 + 8) + \text{entorno } (8 + 9 + 0 + 5 + 2 + 4) = 33 + 28 = 61$$

$$(5,1) = \text{población } (1 + 6 + 9 + 4 + 7 + 0 + 3 + 2 + 5) + \text{entorno } (3 + 4 + 0 + 9 + 1 + 2 + 5 + 3 + 7) = 37 + 34 = 71$$

$$(5,2) = \text{población } (6 + 9 + 4 + 7 + 0 + 8 + 2 + 5 + 0) + \text{entorno } (4 + 0 + 5 + 1 + 2 + 4 + 3 + 7 + 9) = 41 + 35 = 76$$

$$(5,3) = \text{población } (9 + 4 + 0 + 8 + 5 + 0) + \text{entorno } (0 + 5 + 2 + 4 + 7 + 9) = 26 + 27 = 53$$

Teniendo la ganancia total, de cada una de las coordenadas válidas, vamos a elegir la de mayor valor, y vamos a actualizar nuestras matrices. En este caso elegimos (2,5), y volvemos a realizar el proceso

Matriz de segmento de población

2	3	8	1	6	5	0
9	4	7	3	2	1	8
5	0	1	9	4	7	3
8	3	2	5	7	0	4
1	6	9	4	3	8	2
4	7	0	8	1	6	9
3	2	5	0	9	4	7

Matriz de entorno empresarial

6	2	9	3	0	7	5
1	5	8	2	4	6	3
4	9	1	0	7	3	6
2	7	6	8	9	1	4
3	4	0	5	8	9	2
9	1	2	4	6	0	8
5	3	7	9	2	4	1

Coordenadas candidatas:

$$(4,2) = 63$$

$$(5,1) = 71$$

$$(5,2) = 76$$

$$(5,3) = 53$$

Elegimos la de mayor valor, es decir (5,2), y con esto, ya tenemos las 2 nuevas localizaciones, ahora solo nos falta calcular la ganancia total

ganancia total = $89 + 82 + 79 + 76 = 326$, por lo que nuestra salida debe verse así:

171
5 5
2 1
2 5
5 2

Prueba con la interfaz:

171
326
5 5
2 1
2 5
5 2

B. Prueba 2

Para esta prueba, vamos a tener una matriz 15x15, 3 coordenadas establecidas (6,8), (8,4), (10,10), y se desea establecer 4 nuevas coordenadas

Matriz de segmento de población:

4	0	1	1	2	2	0	0	4	15	15	4	11	2	1
4	0	3	1	6	2	0	0	4	15	15	4	8	2	1
4	0	3	1	6	2	0	0	4	9	9	4	2	2	2
0	0	1	1	21	23	4	4	4	16	16	4	2	2	2
0	0	1	1	20	20	0	4	4	16	16	4	4	2	2
0	0	1	1	15	18	0	4	4	16	16	4	2	8	2
0	0	1	1	2	2	4	0	4	16	16	4	2	7	1
5	7	3	1	2	2	4	4	4	16	16	4	2	2	1
5	7	3	1	2	2	2	2	4	5	5	1	2	2	2
5	7	9	1	2	2	14	14	14	16	16	4	2	2	2
0	0	1	1	2	2	34	34	34	11	20	5	6	14	2
0	0	1	1	2	25	34	34	4	16	16	4	1	2	2
0	0	4	1	2	25	34	34	4	16	16	4	2	2	2
0	0	4	1	2	25	34	34	4	16	16	4	3	3	2
0	0	1	1	2	2	4	4	4	16	16	4	2	8	8

Matriz de entorno empresarial:

0	0	1	1	2	2	4	13	4	16	16	4	2	6	2
0	0	1	1	2	2	4	13	4	16	16	4	2	6	2
0	0	1	10	2	2	4	4	4	16	16	4	2	2	2
0	0	1	1	21	23	4	4	4	16	16	4	2	2	2
0	0	1	1	20	20	4	4	4	16	16	4	4	5	2
0	0	1	1	15	18	4	4	4	16	16	4	4	5	2
0	0	1	1	2	9	4	4	4	16	16	4	2	2	2
18	18	1	1	9	2	11	4	4	16	16	4	2	2	2
35	18	1	1	2	2	12	4	4	16	16	4	6	2	2
18	18	10	1	8	2	4	4	4	16	16	4	2	2	2
0	0	1	1	2	2	4	4	4	16	16	4	2	14	2
0	0	9	1	2	25	34	50	4	16	16	4	13	2	2
0	0	9	1	2	25	44	34	4	16	16	4	2	9	2
0	0	1	1	5	25	34	34	4	16	16	4	2	9	2
0	0	1	1	5	2	4	4	4	16	16	4	2	18	18

Ganancia inicial

$$(6,4) = 129$$

$$(8,4) = 43$$

$$(10,10) = 216$$

La ganancia inicial es igual a 388

Coordenadas candidatas: Primera ejecución

Debido a que, en la primera ejecución, tenemos más de 90 coordenadas candidatas, planteamos las 5 que nos dan mayor porcentaje

$$(12,6) = 584$$

$$(11,6) = 478$$

$$(12,7) = 458$$

$$(11,7) = 428$$

$$(13,6) = 402$$

Y nuestra nueva ubicación, ahora está dada por (12,6)

Coordenadas candidatas: Segunda ejecución

En la segunda ejecución, tenemos más de 90 coordenadas candidatas, por lo que planteamos las 5 que nos dan mayor porcentaje

$$(4,5) = 250$$

$$(4,4) = 240$$

$$(3,9) = 202$$

$$(3,10) = 202$$

$$(2,9) = 200$$

Y nuestra nueva ubicación está dada por (4,5)

Coordenadas candidatas: Tercera ejecución

En la tercera ejecución, tenemos más de 70 coordenadas candidatas, por lo que planteamos las 5 que nos dan mayor porcentaje

$$(13,9) = 216$$

$$(13,10) = 216$$

$$(3,9) = 202$$

$$(3,10) = 202$$

$$(2,9) = 200$$

En esta ejecución, podemos decidir entre (13,9), y (13,10), esta elección depende del solver que se está ejecutando, pero determinaremos que nuestra nueva ubicación, es (13,9)

Coordenadas candidatas: Cuarta ejecución

En la cuarta ejecución, tenemos más de 50 coordenadas candidatas, por lo que planteamos las 5 que nos dan mayor porcentaje

(3,9) = 202

(3,10) = 202

(2,9) = 200

(2,10) = 200

(1,9) = 198

En esta ejecución, podemos decidir entre (3,9), y (3,10), esta elección depende del solver que se está ejecutando, pero determinaremos que nuestra nueva ubicación, es (3,9)

Con esta ejecución, logramos obtener las 4 nuevas coordenadas, con una ganancia total de 1640, por lo que nuestra salida debe verse así

388

1640

6 8

8 4

10 10

12 6

4 5

13 9

3 9

o también puede cambiar la coordenada (13,9) por (13,10), y la coordenada (3,9) por (3,10), debido a que obtienen la misma ganancia.

Prueba con la interfaz

388

1640

6 8

8 4

10 10

12 6

4 5

13 9

3 9

C. Prueba 3

Vamos a tener una matriz 15x15, 3 coordenadas establecidas (5,6), (3,2), (8,8), y se desea establecer 2 nuevas coordenadas.

Matriz de segmento de población:

2	3	8	1	6	5	0	2	9	2
9	4	7	3	2	1	8	7	4	8
5	0	1	9	4	7	3	7	1	0
8	3	2	5	7	0	4	7	3	0
1	6	9	4	3	8	2	1	5	2
4	7	0	8	1	6	9	8	9	4
3	2	5	0	9	4	7	1	9	4
5	0	1	9	4	7	3	7	1	0
4	7	0	8	1	6	9	8	9	4
1	6	9	4	3	8	2	1	5	2

Matriz de entorno empresarial:

6	2	9	3	0	7	5	2	4	1
1	5	8	2	4	6	3	5	3	4
4	9	1	0	7	3	6	6	7	5
2	7	6	8	9	1	4	0	8	9
3	4	0	5	8	9	2	0	0	1
9	1	2	4	6	0	8	2	4	3
5	3	7	9	2	4	1	0	3	1
4	9	1	0	7	3	6	6	7	5
6	2	9	3	0	7	5	2	4	1
2	7	6	8	9	1	4	0	8	9

Ganancia inicial

(5,6) = 72

(3,2) = 79

(8,8) = 79

La ganancia inicial es igual a 230

Coordenadas candidatas: Primera ejecución

Debido a que, en la primera ejecución, tenemos más de 35 coordenadas candidatas, planteamos las 5 que nos dan mayor porcentaje

(8,2) = 89

(8,4) = 88

(2,7) = 86

(8,5) = 85

(2,8) = 84

Y nuestra nueva ubicación, ahora está dada por (8,2)

Coordenadas candidatas: Segunda ejecución

Debido a que, en la segunda ejecución, tenemos más de 30 coordenadas candidatas, planteamos las 5 que nos dan mayor porcentaje

(2,7) = 86

(8,5) = 85

(2,8) = 84

(1,6) = 83

(1,7) = 82

Nos quedamos con la coordenada (2,7), con esta ejecución, logramos obtener las 2 nuevas coordenadas, con una ganancia total de 405, por lo que nuestra salida debe verse así

230

405

5 6

3 2

8 8

8 2

2 7

Prueba con la interfaz:

230

405

5 6

3 2

8 8

8 2

2 7

X. REFERENCIAS

[1] "Predicates - MiniZinc Documentation," MiniZinc,[Online].Available:<https://docs.minizinc.dev/en/stable/predicates.html>. [Accessed: 26-Dec-2024].

[2] "Python - MiniZinc Documentation," MiniZinc,[Online].Available:<https://docs.minizinc.dev/en/stable/python.html>. [Accessed: 26-Dec-2024].

[3] P. Prosser, "MiniZinc Tutorial," Department of Computing Science, University of Glasgow, [Online].Available:<https://www.dcs.gla.ac.uk/~pat/cpM/minizincCPM/tutorial/minizinc-tute.pdf>. [Accessed: 26-Dec-2024].

IX. CONCLUSIONES

El sistema desarrollado demuestra ser efectivo para la optimización de ubicaciones de nuevos programas académicos, al considerar múltiples factores y restricciones. Su implementación modular facilita la extensión y el mantenimiento del código, permitiendo futuras modificaciones o mejoras. Además, la interfaz gráfica hace que el sistema sea accesible para usuarios no técnicos, permitiendo una fácil visualización y manipulación de resultados. El uso de diferentes solvers aporta adaptabilidad a distintas escalas de problema, ofreciendo flexibilidad en la relación entre tiempo de cómputo y calidad de la solución.