

* Random variables:— way to map outcomes of random processes to numbers
تحويل ال outcomes إلى أرقام بناءً على التجربة.

→ Flipping a coin:-

$$X = \begin{cases} 1 & \text{if Heads} \\ 0 & \text{if Tails} \end{cases}$$

← مش لازم 1 و 0 ممكن 0 و 100 أو 51 و 700 كن يفصل تبسيطها
لمثالاً 1 و 0

→ Y = sum of upward face after flipping a coin 7 times

→ $P(Y \leq 5) = P(\text{sum of } \text{---} \text{ 7 times is } \leq 5)$

* Poisson process:-

$X = \text{no. of cars in an hour}$

$E(X) = \lambda = n \cdot p \rightarrow$ نسبة النجاح
عدد التجارب
average مثلاً 9.3

$P(X=k) = \binom{n}{k} F^k (1-F)^{n-k}$ Prob.

$P(X=k) = \binom{n}{k} (\lambda/n)^k (1-\lambda/n)^{n-k} \rightarrow$ احتمال مرور سيارة في ساعة

$P(X=k) = \binom{60}{k} \left(\frac{\lambda}{60}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{60}\right)^{60-k} \Rightarrow$ احتمال مرور سيارة واحدة

في دقيقة ولهذا فهو غير دقيق والحل أخذ احتمال مرور سيارة في
 مدة أقل مثل الثانية (sec) لكن يوجد احتمال مرور سيارتين في ثانية

\Rightarrow الحل: $P(X=k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$

مثال احتمال الحصول على 100 \$ كجائزة عند الحصول على 3 Heads وإذا فشل سيدفع 20 \$

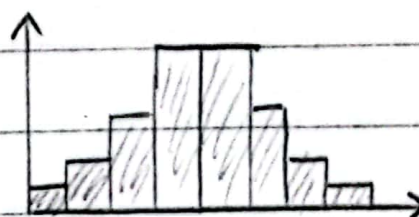
$E(X) = P(\text{3 Heads in 10 Flips})(100) + (1 - P(\text{3 Heads in 10 Flips}))(-20)$

$\rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{8}(100) + \left(1 - \frac{1}{8}\right)(-20) = -5 \Rightarrow$ نتيجة الاحتمال خسارة 5 \$

مثال عدد ال Heads في 10 رميات $E(X) = 10 \cdot 0.5 = 5 \text{ Heads}$

الحصول على رسم بياني يوضح احتمال الحصول على أي عدد من ال Heads في 10 رميات في binomial distribution فقم

$E(X) = np \sum_{q=0}^b \binom{b}{q} \cdot p^q \cdot (1-p)^{b-q}$



* Probability density functions:-

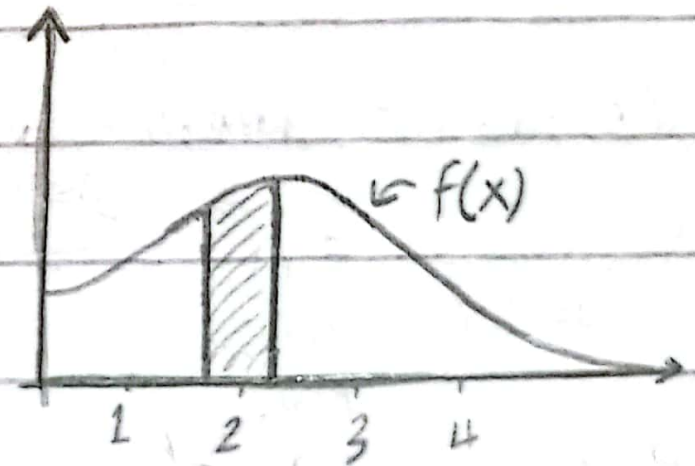
$Y =$ احتمال حدوث شيء معين

$$P(Y=2) = 0$$

$$P(|Y-2| < 0.1) = P(1.9 < Y < 2.1):$$

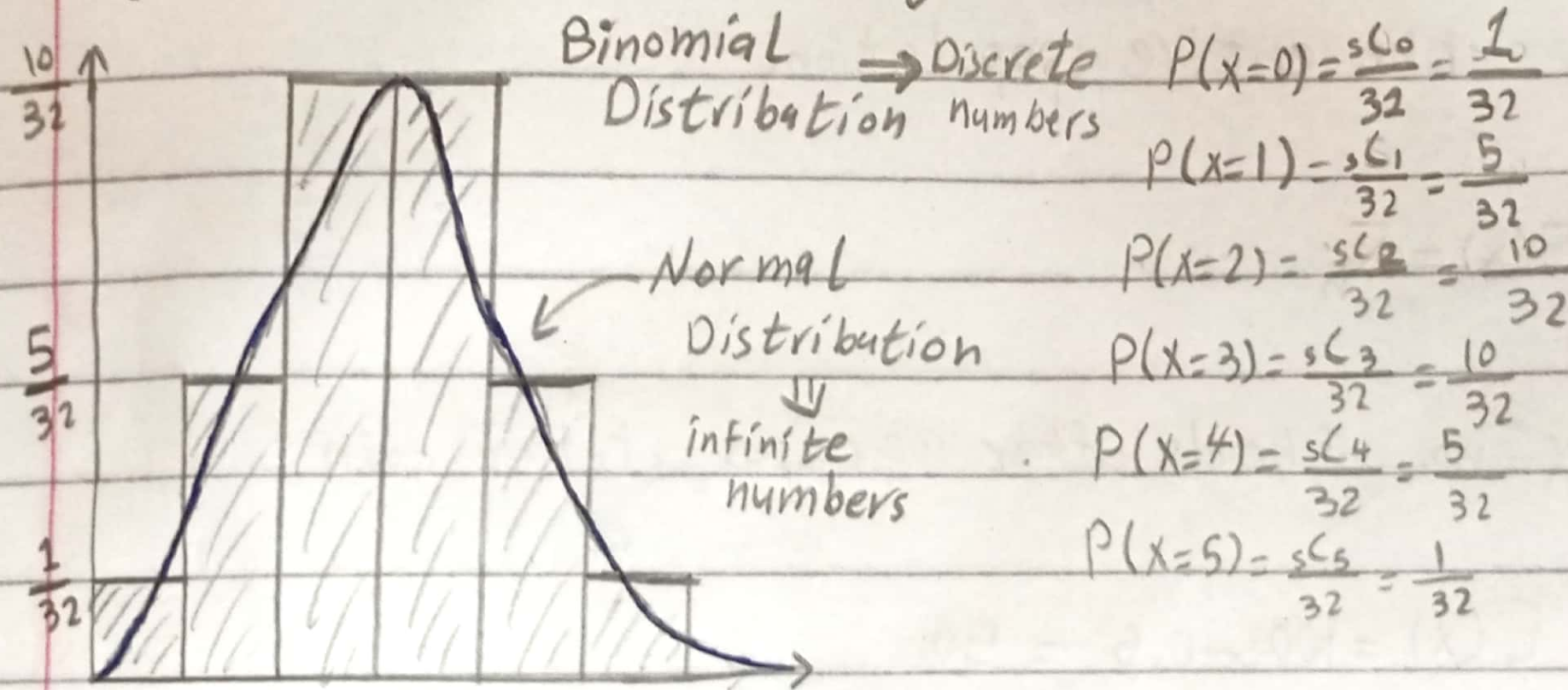
$$= \int_{1.9}^{2.1} f(x) dx = \text{المساحة تحت المنحنى}$$

داخل الحدود 1.9 و 2.1



* Visualizing a binomial distribution :-

X = no. of Heads from Flipping a coin 5 times



* Law of Large numbers:- states that as a random experiment or dataset increases, the observed average or mean of the values approaches the expected average or mean of the entire population.

$$\rightarrow E(x) = \bar{X}_n$$

مثال X = no. of heads after 100 tosses of a fair coin

$$E(x) = 100 * 0.5 = 50$$

$$\bar{X}_n = \frac{55 + 65 + 45 + \dots + X_n}{n} \approx 50 \text{ as } n \rightarrow \infty$$

↖ average of samples