Estadística para Ciencia de los Datos. Tarea 1 – Parte 1

Presentado por Esteban García Solís

Si A es el evento de vender una casa en más de 90 días, estime la probabilidad de A (5 puntos)

$$P(A) = \frac{220}{800} = 0.275$$

Si B es el evento de vender una casa en menos de 50,000, estime la probabilidad de B (5 puntos)

$$P(B) = \frac{100}{800} = 0.125$$

¿Cuál es la probabilidad de que A y B ocurran juntos? (5 puntos)

$$P(A, B) = \frac{10}{800} = 0.0125$$

Si una casa se define que tiene un precio de menos de $50,000, ¿cuál es la probabilidad que tarde 90 o menos días en venderse? (5 puntos)

Definimos el evento C como vender una casa en 90 días o menos.

$$P(C|B) = \frac{50 + 40}{100} = \frac{90}{100} = 0.9$$

¿Se puede considerar que los eventos A y B son independientes? (Demuestrelo matemáticamente) (10 puntos)

Son independientes si $P(B|A) = P(B)$, en este caso $P(B|A) = \frac{10}{220} = 0.0454$ y $P(B) = 0.125$

$P(A) \neq P(A|B)$ por tanto los eventos no son independientes

Suponga que se desea analizar la relación entre tres variables aleatorias X1, X2 y X3, para las cuales se han recabado los siguientes arreglos de N=3 observaciones:

$$h1 = [3,15,21]$$
$$h2 = [1,5,6]$$
$$h3 = [13,7,3]$$

Calcule la varianza de cada variable aleatoria (muestre todos los pasos) (10 puntos)

$$\widehat{\mu_{x1}} = \frac{3 + 15 + 21}{3} = 13$$

$$\widehat{\mu_{x2}} = \frac{1 + 5 + 6}{3} = 4$$

$$\widehat{\mu_{x3}} = \frac{13+7+3}{3} = 7\frac{2}{3}$$

$$\sigma_{x1}^2 = \frac{1}{3-1}((3-13)^2 + (15-13)^2 + (21-13)^2) = 84$$

$$\sigma_{x2}^2 = \frac{1}{3-1}((1-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2) = 7$$

$$\sigma_{x3}^2 = \frac{1}{3-1}\left(\left(13-7\frac{2}{3}\right)^2 + \left(7-7\frac{2}{3}\right)^2 + \left(3-7\frac{2}{3}\right)^2\right) = 25\frac{1}{3}$$

Calcule la matriz de correlación de Pearson (muestre todos los pasos) (10 puntos)

$$\Sigma_{X1,X1} = \sigma_{x1}^2 = 84$$

$$\Sigma_{X2,X2} = \sigma_{x2}^2 = 7$$

$$\Sigma_{X3,X3} = \sigma_{x3}^2 = 25\frac{1}{3}$$

$$\Sigma_{X1,X2} = \frac{1}{3-1}\big((3-13)(1-4) + (15-13)(5-4) + (21-13)(6-4)\big) = 24$$

$$\Sigma_{X1,X3} = \frac{1}{3-1}\left((3-13)\left(13-7\frac{2}{3}\right) + (15-13)\left(7-7\frac{2}{3}\right) + (21-13)\left(3-7\frac{2}{3}\right)\right) = -46$$

$$\Sigma_{X2,X3} = \frac{1}{3-1}\left((1-4)\left(13-7\frac{2}{3}\right) + (5-4)\left(7-7\frac{2}{3}\right) + (6-4)\left(3-7\frac{2}{3}\right)\right) = -13$$

$$\rho_{x1,x2} = \frac{\Sigma_{X1,X2}}{\sigma_{x1}\sigma_{x2}} = \frac{24}{\sqrt{84}\times\sqrt{7}} = 0.9897$$

$$\rho_{x1,x3} = \frac{\Sigma_{X1,X3}}{\sigma_{x1}\sigma_{x3}} = \frac{-46}{\sqrt{84}\times\sqrt{25\frac{1}{3}}} = -0.9972$$

$$\rho_{x2,x3} = \frac{\Sigma_{X2,X3}}{\sigma_{x2}\sigma_{x3}} = \frac{-13}{\sqrt{7}\times\sqrt{25\frac{1}{3}}} = -0.9762$$

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & 0.9897 & -0.9971 \\ 0.9897 & 1 & -0.9762 \\ -0.9971 & -0.9762 & 1 \end{bmatrix}$$