DORIAN

DS 01 - Laveuse autoportée

Avec Correction

PTSI

Samedi 06 octobre 2019

Table des matières

Laveuse autoportée

1 Présentation

1.1 Présentation de la laveuse

La société Nilfisk propose une large gamme d'engins de nettoyage des sols. Celle des laveuses autoportées répond aux besoins de lavage pour des surfaces de plusieurs milliers de km carrés. C'est par exemple le cas des sols de super et hyper-marché. Les qualités de ces machines résident dans leur sécurité d'usage, leur faible nuisance sur l'environnement, leur autonomie et leur maniabilité. Cette maniabilité impose des encombrements minimisés en largeur et des rayons de giration très faibles.

Figure 1 – Laveuse autoportée

Figure 2 – Technicien sur une laveuse autoportée

Le modèle étudié dans ce sujet est la laveuse BR 752 dont la structure du châssis à trois roues est privilégiée pour autoriser des rayons de giration très petits. Sur la gamme actuelle, la motorisation est assurée par la roue avant avec une machine à courant continu. Une évolution est envisagée qui conduirait à remplacer la motorisation avant par deux moteurs à l'arrière non orientables mais commandés en vitesse. Cette modification doit a minima maintenir les performances de la solution existante.

Ce sujet a pour but d'analyser les différentes performances de la nouvelle laveuse.

1.2 Diagrammes fonctionnels

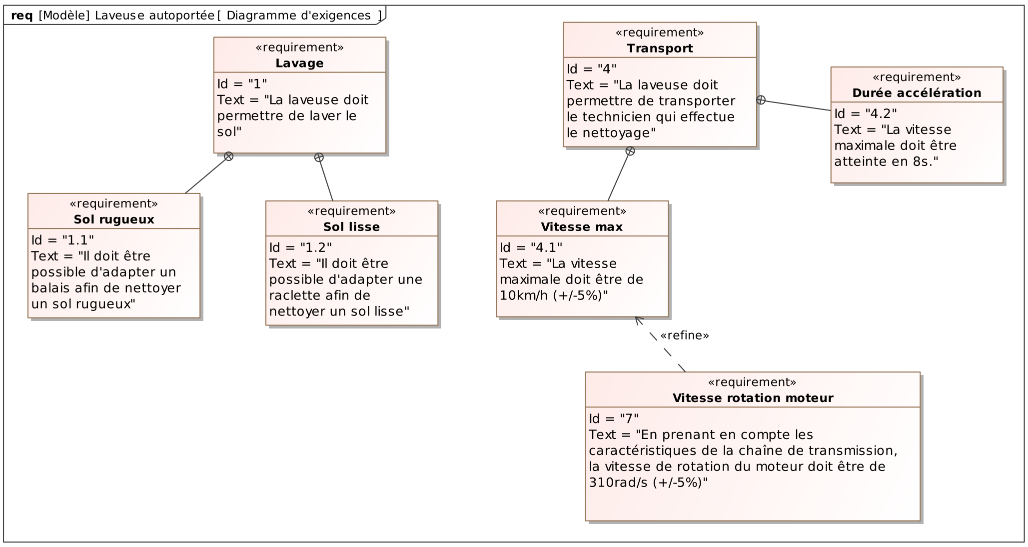


Figure 3 – Diagramme d'exigences du système

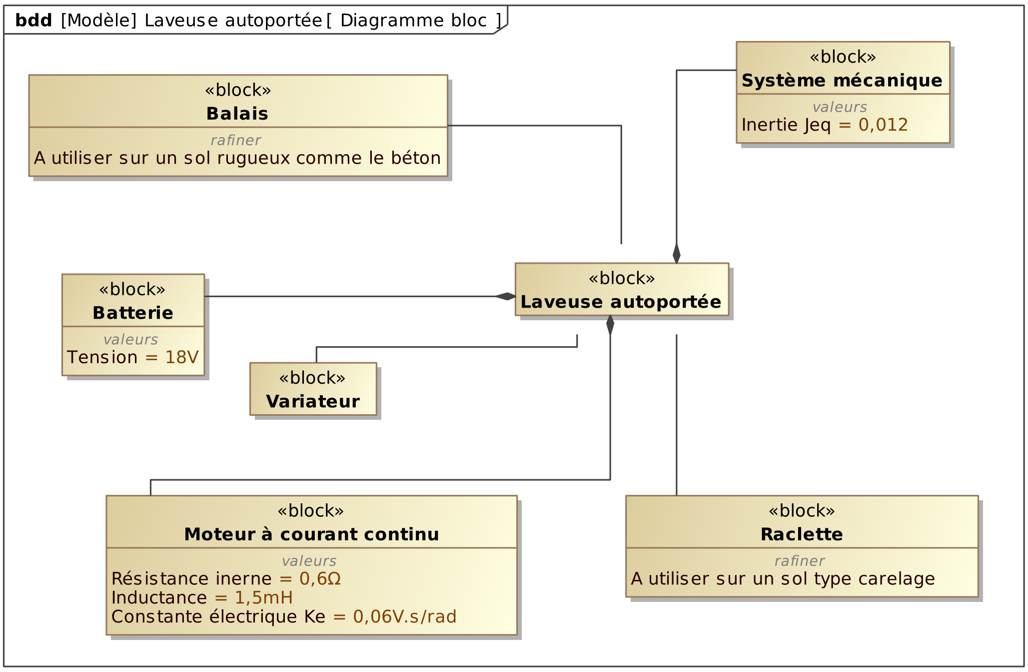


Figure 4 – Diagramme bloc du système

Question 1 Sur le diagramme bloc de la figure 4, les losanges au bout des blocs « Balais », « Raclette »et « Variateur »ont été effacés. Donner pour chacun sa couleur et donner le nom de l'association qui correspond.

Question 2 Compléter la chaîne d'énergie du document réponse en mettant le nom de la fonction dans le bloc et l'élément du système qui répond à cette fonction sur les pointillés.

2 Pilotage des moteurs

Pour répondre à l'exigence « Id=4 », il a été décidé de ne pas asservir en vitesse les moteurs. Mais d'envoyer le profil de tension de la figure 5 lorsque le technicien appuie sur la pédale d'accélération.

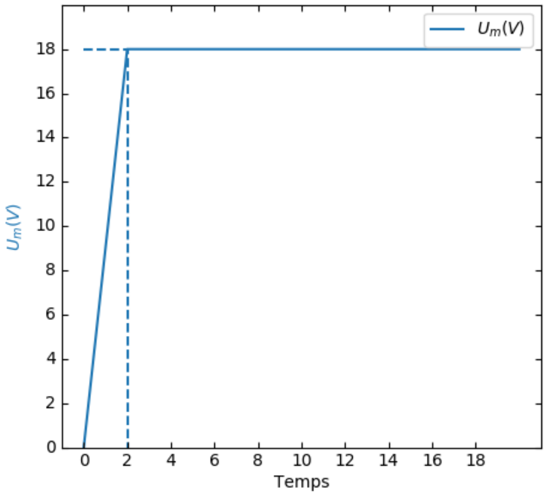


Figure 5 – Tension d'alimentation du système

Question 3 Justifier qu'il est techniquement possible d'atteindre ce profil de tension à partir des caractéristiques des composants du système.

Dans un premier temps, il est nécessaire d'étudier le moteur à courant continu utilisé sur ce système.

Question 4 Donner les 4 équations qui régissent le comportement du moteur à courant continu (on négligera les frottements pour cette question). Doivent apparaître dans ces équations : $u_m(t)$, $\omega_m(t)$, $c_m(t)$, $i(t)$, $e(t)$, K_e, K_t, R, J_{eq} et L.

Question 5 Les conditions initiales sont nulles, écrire ces équations dans le domaine de Laplace, en citant le ou les théorèmes utilisés.

Question 6 Écrire la fonction de transfert $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ et la mettre sous la forme canonique.

Question 7 Donner l'ordre, la classe et le gain de cette fonction de transfert.

On s'appuiera sur la forme canonique suivante pour la suite : $H_m(p) = \frac{K}{1+\frac{2.\xi}{\omega_0}.p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}$.

Question 8 Déterminer les formes littérales de K, ξ et de ω_0. Faire l'application numérique.

Question 9 Montrer que l'on peut écrire cette fonction de transfert sous la forme $H_m(p) = \frac{K}{(1+\tau_1.p)(1+\tau_2.p)}$.

Question 10 Déterminer les valeurs numériques de τ_1 et τ_2. (Il est conseillé d'effectuer tous les calculs en numérique le plus rapidement possible (notamment Δ)). Pour cela, on donne $\sqrt{3,98} = 1,995$.

Question 11 Montrer que l'on peut alors mettre la fonction de transfert sous la forme suivante $H_m(p) = \frac{K}{1+\tau_m \cdot p}$ et déterminer τ_m.

Dans la suite, nous allons considérer la partie du profil de tension telle que $t \in [0, 2s]$.

Question 12 Déterminer la pente de la tension entre 0 et 2s. Mettre alors cette tension sous la forme $u_m(t) = \alpha.t$. Quelle est l'unité de α ?

Question 13 Écrire $\Omega_m(p)$ la sortie de la fonction de transfert $H_m(p)$ lorsque l'entrée est $U_m(p)$.

Question 14 En déduire $\omega_m(t)$ la sortie dans le domaine temporel lorsque l'entrée est $u_m(t)$.

Question 15 Trouver la valeur de $\omega_m(t)$ pour $t = 2s$. On donne $e^{-1} = 0.37$.

3 Identification d'une réponse temporelle

On donne la réponse suivante $s(t)$ pour un échelon unitaire $e(t) = 1$.

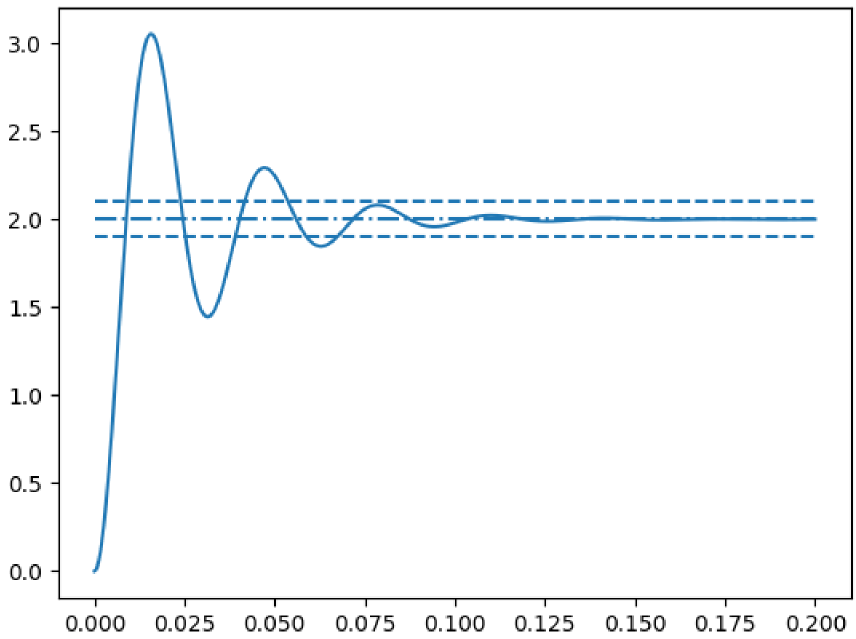


Figure 6 – Tracé de la réponse temporelle s(t)

Question 16 Déterminer le K de la fonction de transfert correspondante.

Question 17 Déterminer le ξ (à 0,1 près) de la fonction de transfert correspondante. On donne $\left(\frac{ln(2)}{\pi}\right)^2 = 0,05$.

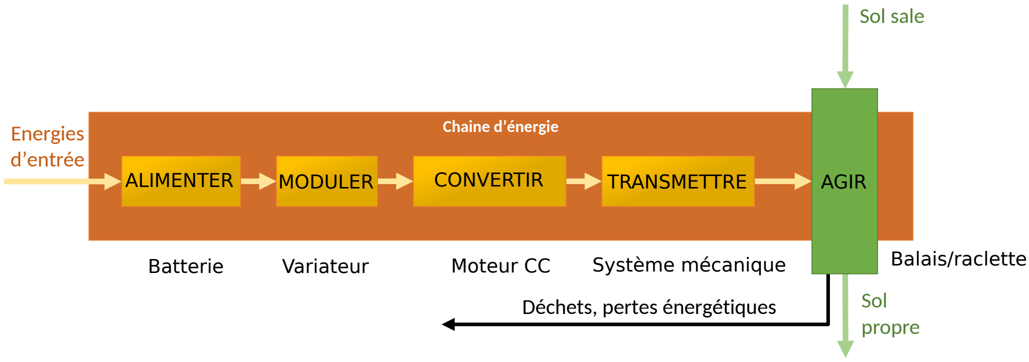
Question 18 Déterminer le ω_0 de la fonction de transfert correspondante.

4 Documents réponse

Question 1:
Pour le « Balais »et la « Raclette »le losange est blanc (agrégation) car ces éléments ne sont pas obligatoires (leur installation dépend du contexte).

Pour le « Variateur »il est noir (composition) car sans le variateur le système ne fonctionne pas.

Question 2:



Question 3:
La tension maximale est de 18V, ce qui correspond à la tension de la batterie, ainsi, il est tout à fait possible de demander au variateur de fournir ce profil de tension.

Question 4:

$$u_m(t) = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

$$\omega_m(t) = K_e.e(t)$$

$$c_m(t) = K_t.i(t)$$

$$c_m(t) = J_{eq}.\frac{d\omega_m(t)}{dt}$$

Question 5:

$U_m(t) = R.I(p) + L.p.I(p) + E(p)$

$\Omega_m(p) = K_e.E(p)$

$C_m(t) = K_t.I(p)$

$C_m(t) = J_{eq}.p.\Omega_m(p)$

Question 6:

$H_m(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{1+\frac{R.J_{eq}}{K_e.K_t}.p+\frac{L.J_{eq}}{K_e.K_t}.p^2}$

Question 7:

Fonction de transfert d'ordre 2, de classe 0 et de gain $\frac{1}{K_e}$.

Question 8:

$K = \frac{1}{0.06} = \frac{100}{6} \approx 16$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_e.K_t}{L.J_{eq}}} = \sqrt{\frac{0{,}06^2}{1{,}5.10^{-3}.0{,}012}} = \sqrt{\frac{6.6.10^{-4}}{1{,}5.12.10^{-6}}} = \sqrt{200} \approx 14 rad.s^{-1}$

$\xi = \frac{1}{2}.\frac{R.J_{eq}}{K_e.K_t}.\sqrt{\frac{K_e.K_t}{L.J_{eq}}} = \frac{0{,}6.0{,}012.\sqrt{200}}{2.6.6.10^{-4}} = \frac{6.12.10^{-4}.\sqrt{200}}{2.6.6.10^{-4}} = \sqrt{200} \approx 14$

Question 9:
ξ est plus grand que 1 (le discriminant du dénominateur est positif) donc les pôles de la fonction de transfert sont réels négatifs, donc il est possible de décomposer le polynôme du second ordre en un produit de deux polynômes du premier ordre.

Question 10:
Pour trouver τ_1 et τ_2, on cherche p_1 et p_2.

$\Delta = \left(\frac{R.J}{K_e.K_t}\right)^2 - 4.\frac{L.J}{K_e.K_t} = \left(\frac{0,6.0,012}{0,06.0,06}\right)^2 - 4\frac{1,5.10^{-3}.0,012}{0,06.0,06} = \left(\frac{6.12.10^{-4}}{6.6.10^{-4}}\right)^2 - \frac{6.12.10^{-6}}{6.6.10^{-4}} = 2^2 - 0,02 = 3,98$

On a $b = \frac{R.J}{K_e.K_t} = 2$ et $a = 0,005$, donc $p_1 = \frac{-2-1,995}{0,01} = \frac{-3,995}{0,01} \approx -400$

$p_2 = \frac{-2+1,995}{0,01} = \frac{-0,005}{0,01} \approx -0.5$

On a donc $\tau_1 = \frac{1}{400} = 0,0025$ et $\tau_2 = 2$.

Question 11:
τ_1 est négligeable devant τ_2, donc on peut assimiler ce second ordre à un premier ordre avec $\tau_m = \tau_2 = 2$.

Question 12:
$\alpha = 9V.s^{-1}$

Question 13:
$\Omega_m(p) = H_m(p).U_m(p) = \frac{K}{1+\tau_m.p}.\frac{\alpha}{p^2}$

Question 14:

$\Omega_m(p) = \frac{K}{1+\tau_m.p}.\frac{\alpha}{p^2} = \frac{A}{1+\tau_m.p} + \frac{B.p+C}{p^2} = \frac{A.p^2+B.p+C+B.\tau_m.p^2+C.\tau_m.p}{(1+\tau_m.p).p^2}$

Donc,

$C = K.\alpha$, $B + C.\tau_m = 0$, donc $B = -\tau_m.K.\alpha$ et $A + B\tau_m = 0$, donc $A = \tau_m^2.K.\alpha$.

Ainsi, $\Omega_m(p) = \frac{\tau_m^2.K.\alpha}{1+\tau_m.p} + \frac{-\tau_m.K.\alpha.p+K.\alpha}{p^2}$

Et donc, $\omega_m(t) = \tau_m.K.\alpha.e^{-\frac{t}{\tau_m}} + K.\alpha.t - \tau_m.K.\alpha.$

$\omega_m(t) = K.\alpha.\left(t - \tau_m.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}}\right)\right)$

Question 15:

$\omega_m(2) = \frac{9}{0{,}06}.\left(2-2.\left(1-e^{-1}\right)\right) = 150.(2-2.0,63) = 150.(2-1,26) = 150.(0,74) = 74+37 = 111rad.s^{-1}$

Question 16:

$K = \frac{s(+\infty)}{1} = 2$

Question 17:

D'après la figure, $0,5 = e^{-\frac{\xi.\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$, donc $-ln(2) = -\frac{\xi.\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}$, donc $\xi^2 = \frac{\left(\frac{ln(2)}{\pi}\right)^2}{1+\left(\frac{ln(2)}{\pi}\right)^2}$, donc $\xi \approx \sqrt{\frac{0{,}05}{1{,}05}} \approx \sqrt{\frac{1}{21}} \approx 0,2.$

Question 18:

D'après la figure, $Tp \approx 0,03$, or $\omega_0 = \frac{2.\pi}{Tp.\sqrt{1-\xi^2}}$, donc $\omega_0 \approx \frac{2.\pi}{Tp} \approx \frac{2.3}{0{,}03} \approx 200rad.s^{-1}$.