

## DS 03 - CCB: Simulateur de vol

Avec Correction

PTSI

Jeudi 21 décembre 2017

### Table des matières

1	Contexte et étude préliminaire	2
2	Architecture et conception de la plateforme dynamique	5
3	Commande d'un mouvement de tangage du simulateur de vol	8
4	Modélisation du comportement d'un des servomoteurs du simulateur de vol	10
5	Synthèse	12
6	Conception	12
7	Documents réponse	15
8	Correction	25

# CCB: Simulateur de vol

## 1 Contexte et étude préliminaire

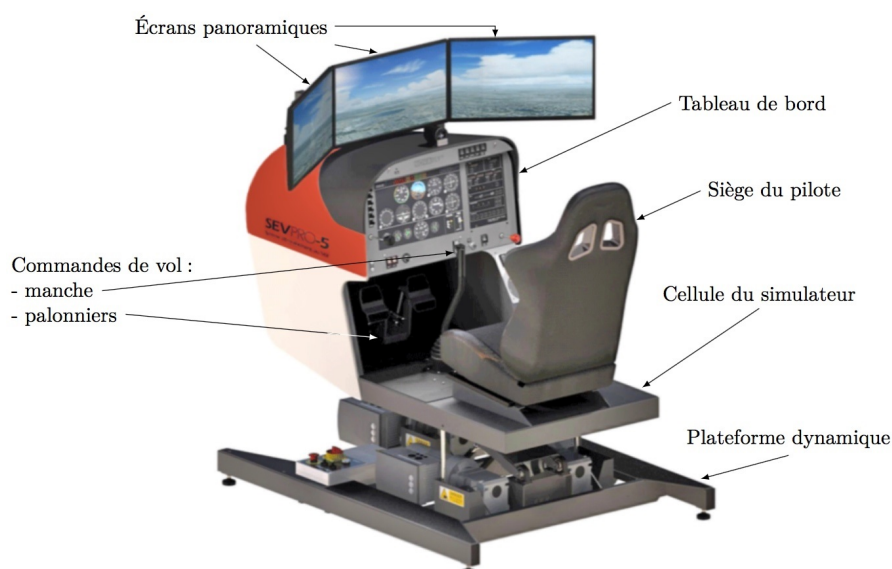


Figure 1 – Simulateur de vol à plateforme dynamique

**Objectif** Vérifier la pertinence économique de l'utilisation d'un simulateur de vol pour la formation des pilotes.

Selon les informations de la Fédération Française Aéronautique (FFA), il y a actuellement près de 47000 pilotes licenciés répartis dans 600 aéroclubs et environ 8000 pilotes nouvellement formés chaque année au plan national. Toutefois, la FFA cherche à augmenter le nombre de licenciés afin d'améliorer son développement et de continuer à promouvoir les activités aéronautiques.

Dans les aéroclubs français, chaque année, la formation des nouveaux pilotes est validée par deux certifications :

- le Brevet de Base (BB) qui permet de voler seul à bord d'un aéronef, au voisinage de l'aérodrome de départ ;
- la licence de pilote privé, PPL (Private Pilot Licence), titre européen qui autorise à voler dans des conditions météorologiques permettant le vol à vue. La licence PPL permet de voyager avec des passagers, sans limitation de distance et sous réserve que cela ne constitue pas une activité lucrative.

En complément d'une formation théorique spécifique, il faut avoir accompli 45 heures de vol, avec un minimum de 25 heures de vol en double commande (avec instructeur dans l'avion) et au moins 10 heures de vol en solo supervisé (avec instructeur au sol). Le reste est constitué d'heures de vol en solo (sans instructeur). Actuellement, sur les 45 heures de vol nécessaires pour la formation PPL, 5 heures de simulateur au maximum peuvent être officiellement validées comme des heures de vol en solo sur avion réel, sous réserve qu'elles soient effectuées en présence d'un instructeur et sur un simulateur de vol certifié comme celui de la figure 1.

La formation en vol traditionnelle se fait sur des avions fiables et économiques tels que le Robin DR400 (figure 2).

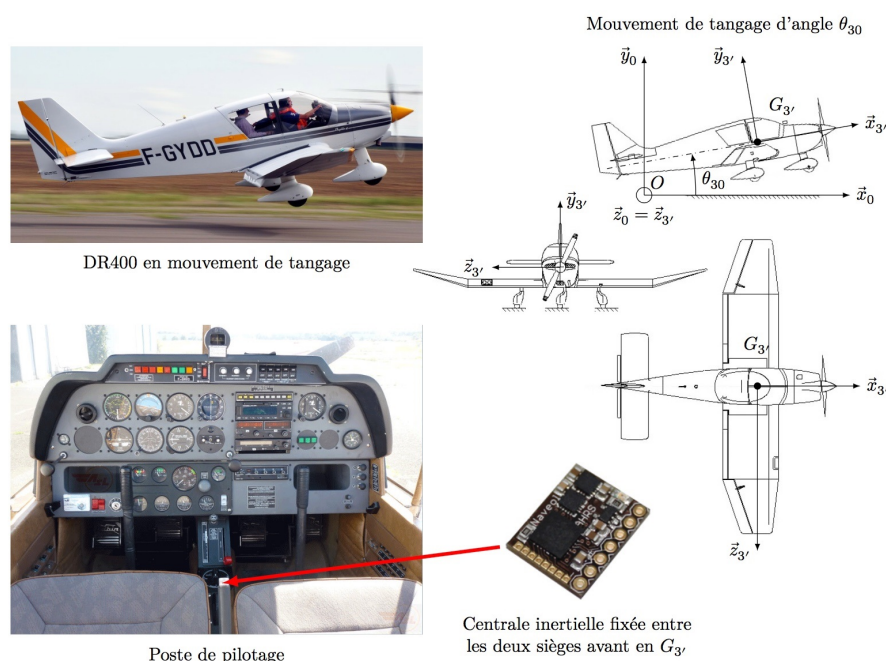


Figure 2 – Paramétrage du mouvement de tangage d'un DR400

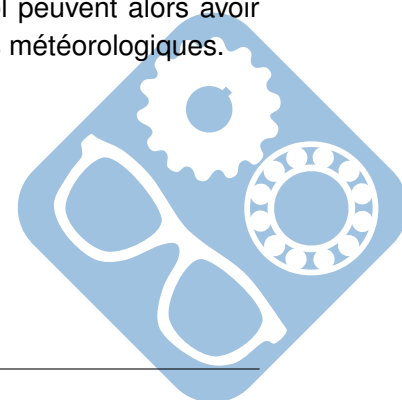
Les tarifs pratiqués pour un vol sur DR400 sont environ de 135 €/h en vol solo et de 160 €/h avec instructeur à bord ou au sol, carburant inclus.

Les simulateurs de vol disponibles sur le marché sont constitués de deux ensembles complémentaires :

- la cellule du simulateur de base, dotée d'un ordinateur équipé d'un logiciel de simulation de vol, de trois écrans panoramiques ainsi que des commandes de vol, de type manche et palonniers, avec ou sans retour d'efforts ;
- la plateforme dynamique qui met en mouvement la cellule du simulateur. Commandée par le logiciel de simulation de vol, la plateforme dynamique permet de faire ressentir au pilote des sensations proches de celles du vol à bord d'un avion réel.

Les aéroclubs souhaitent se doter de tels simulateurs afin de diminuer le coût de la formation et aussi d'inciter davantage de personnes à se lancer dans l'aventure aéronautique. Il faut prévoir environ 35 €/h pour une utilisation en solo du simulateur de vol et 60 €/h pour une utilisation avec instructeur.

Certaines phases de la formation telles que l'entraînement au vol sans visibilité ou la compréhension et l'utilisation des instruments de radionavigation sont plus efficaces sur un simulateur que dans un avion réel. En effet, il est plus aisé pour un instructeur de former le pilote sur un simulateur lors de ces phases car il n'y a pas la gêne du bruit de l'avion réel et il y a la possibilité de mettre la simulation en pause afin de donner des explications tant sur l'analyse de la situation de vol que sur le comportement à adopter. Le rôle du simulateur est ainsi de compléter la formation indépendamment des conditions météorologiques et en toute sécurité. Les aéroclubs dotés de simulateurs de vol peuvent alors avoir une activité de formation tout au long de l'année, quelles que soient les conditions météorologiques.



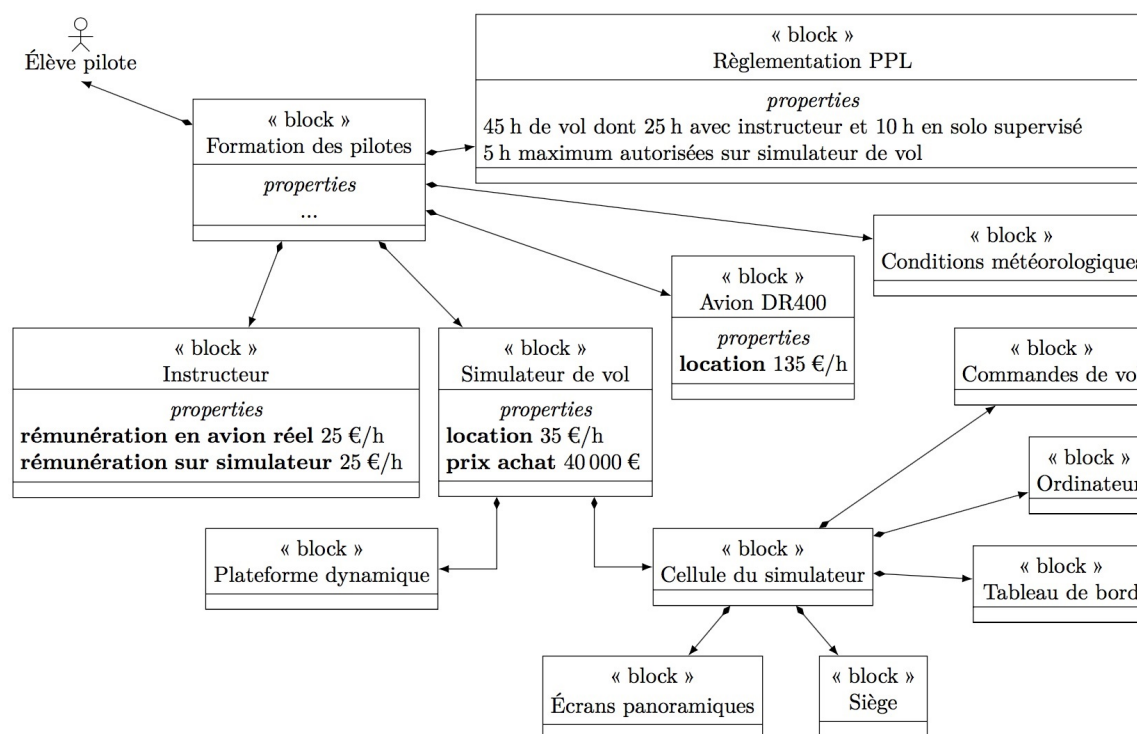


Figure 3 – Contexte économique de la formation des pilotes

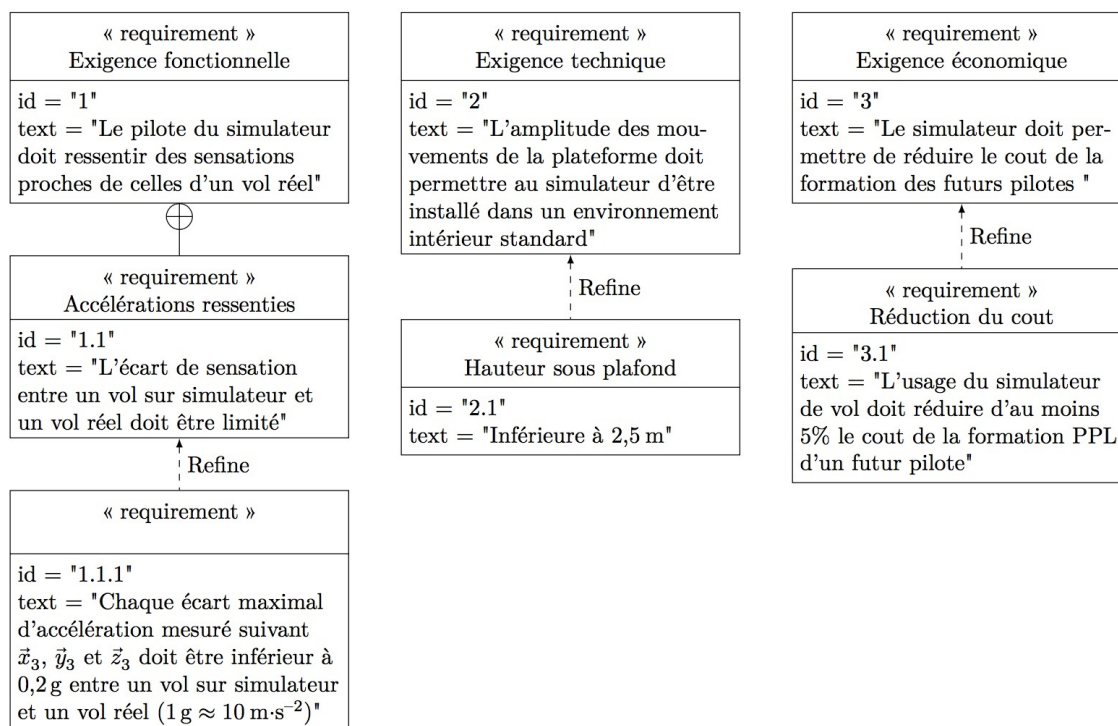
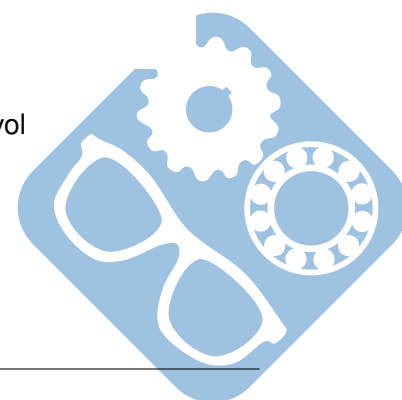


Figure 4 – Diagramme des exigences partiel du simulateur de vol



### Question 1 À l'aide des figures 3 et 4 :

- calculer le cout minimal de la formation en vol traditionnelle d'un élève pilote pour la licence PPL (c'est-à-dire uniquement à l'aide de vols en avion réel de type DR400) ;
- calculer le cout minimal de la formation multi-modale d'un élève pilote pour la licence PPL (c'est-à-dire à l'aide de vols en avion réel de type DR400 et sur simulateur de vol) ;
- en déduire l'économie substantielle faite par l'élève pilote, exprimée en pourcentage du cout d'une formation uniquement sur avion réel ;
- conclure quant à la pertinence de l'usage du simulateur de vol dans la formation PPL du point de vue de l'économie financière attendue par les futurs nouveaux pilotes et exprimée dans les exigences de la figure 4.

Le but du simulateur de vol étant d'assurer le ressenti du pilote au travers de la maîtrise des accélérations qu'il subit au cours d'un vol, l'objet de ce sujet est de comparer ces accélérations mesurées sur un ROBIN DR400 en vol et celles mesurées sur le simulateur de vol équipé de la plateforme dynamique. Il s'agira alors d'étudier la minimisation de l'écart entre ces accélérations mesurées entre un vol réel et un vol simulé, tout en respectant les exigences géométriques et économiques des aéroclubs qui sont partiellement exprimées sur la figure 4.

## 2 Architecture et conception de la plateforme dynamique

**Objectif** Déterminer les paramètres angulaires à imposer afin d'obtenir un mouvement de tangage seul du simulateur de vol, puis justifier l'utilisation de vérins à gaz et de réducteurs irréversibles au sein de la plateforme dynamique.

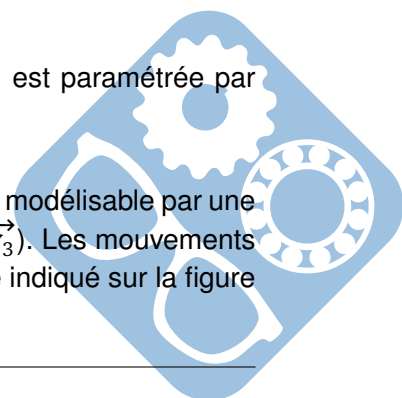
La plateforme dynamique (figure 6) permet de mouvoir la cellule du simulateur (3). Elle est composée de trois servomoteurs identiques qui sont constitués d'une machine électrique, d'un codeur incrémental et d'un variateur de vitesse intégré (figure 7). Chaque machine électrique entraîne un réducteur de type roue et vis sans fin irréversible, qui transmet l'énergie à un dispositif bielle-manivelle. Chacune des trois bielles est reliée à la cellule du simulateur (3) par un guidage sphérique.

La cellule du simulateur (3) est reliée à un bras oscillant (6) par l'intermédiaire d'un joint de Cardan. Le bras oscillant (6) est relié au bâti (0) à l'aide d'une liaison modélisable par une liaison pivot d'axe  $(E, \vec{z}_0)$ . Deux vérins à gaz corps (8) + tige (9) relient le bras oscillant (6) au bâti afin de compenser les effets de la gravité et faciliter l'action des motorisations.

Sur le modèle plan de la figure 8, les deux vérins à gaz sont modélisés par une seule liaison glissière de direction  $\vec{y}_{89}$  entre la tige (9) et le corps (8), ainsi qu'un ressort de compression (non représenté) entre ces deux mêmes solides, qui exerce un effort sur (8) et sur (9).

Les liaisons et paramètres géométriques sont les suivants (figures 6 et 8) :

- la liaison pivot d'axe  $(E, \vec{z}_0 = \vec{z}_6)$  entre le bras oscillant (6) et le bâti (0) est paramétrée par l'angle  $\theta_{60} = (\vec{x}_0, \vec{x}_6) = (\vec{y}_0, \vec{y}_6)$ ,
- $\vec{EC} = L \cdot \vec{x}_6$ ,
- le joint de Cardan entre la cellule du simulateur (3) et le bras oscillant (6) est modélisable par une liaison sphérique à doigt de centre C, interdisant la rotation autour de  $(C, \vec{y}_3)$ . Les mouvements de (3) par rapport à (6) sont paramétrés par les angles  $\theta_{x36}$  et  $\theta_{z36}$  comme indiqué sur la figure 5.



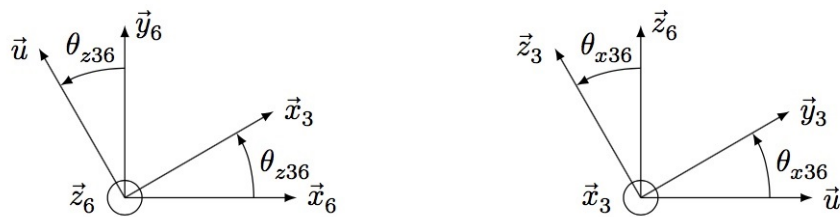


Figure 5 – Rotations de (3) par rapport à (6)

## 2.1 Analyse des paramètres à imposer pour obtenir un mouvement de tangage seul du simulateur

- Question 2** Exprimer, en projection dans la base  $R_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3)$ , le vecteur vitesse de rotation du mouvement de (3) par rapport à (0) en fonction de  $\dot{\theta}_{60}$ ,  $\dot{\theta}_{x36}$  et  $\dot{\theta}_{z36}$ .
- Question 3** Déterminer les paramètres angulaires à imposer afin d'obtenir un mouvement de tangage seul du simulateur de vol

Les deux vérins à gaz se comportent comme des ressorts de compression et ont pour fonction de positionner verticalement le point C de la cellule du simulateur (3) à une position d'équilibre moyenne définie par l'angle  $\theta_{60 moy}$ , lorsque les biellettes (2), (4) et (4bis) ne sont pas liées respectivement aux manivelles (1), (5) et (5bis).

Dans cette situation  $\theta_{30} = 0$  et  $\vec{G}_3\vec{C}$  est vertical.

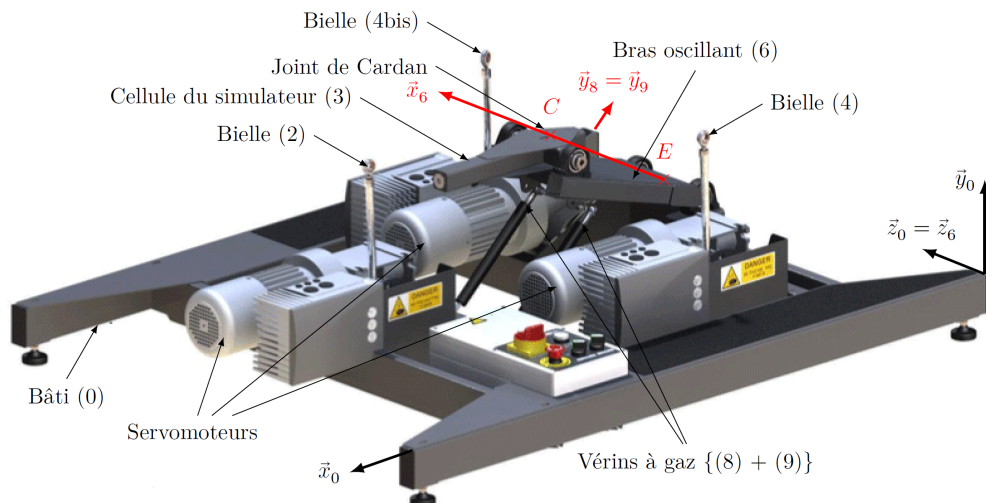
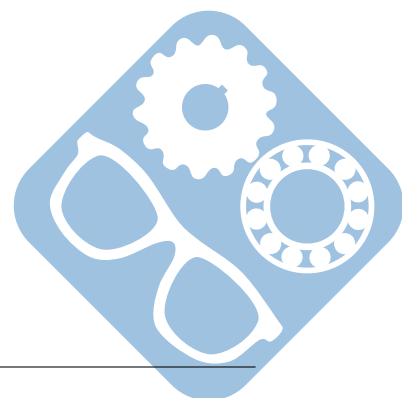


Figure 6 – Plateforme dynamique





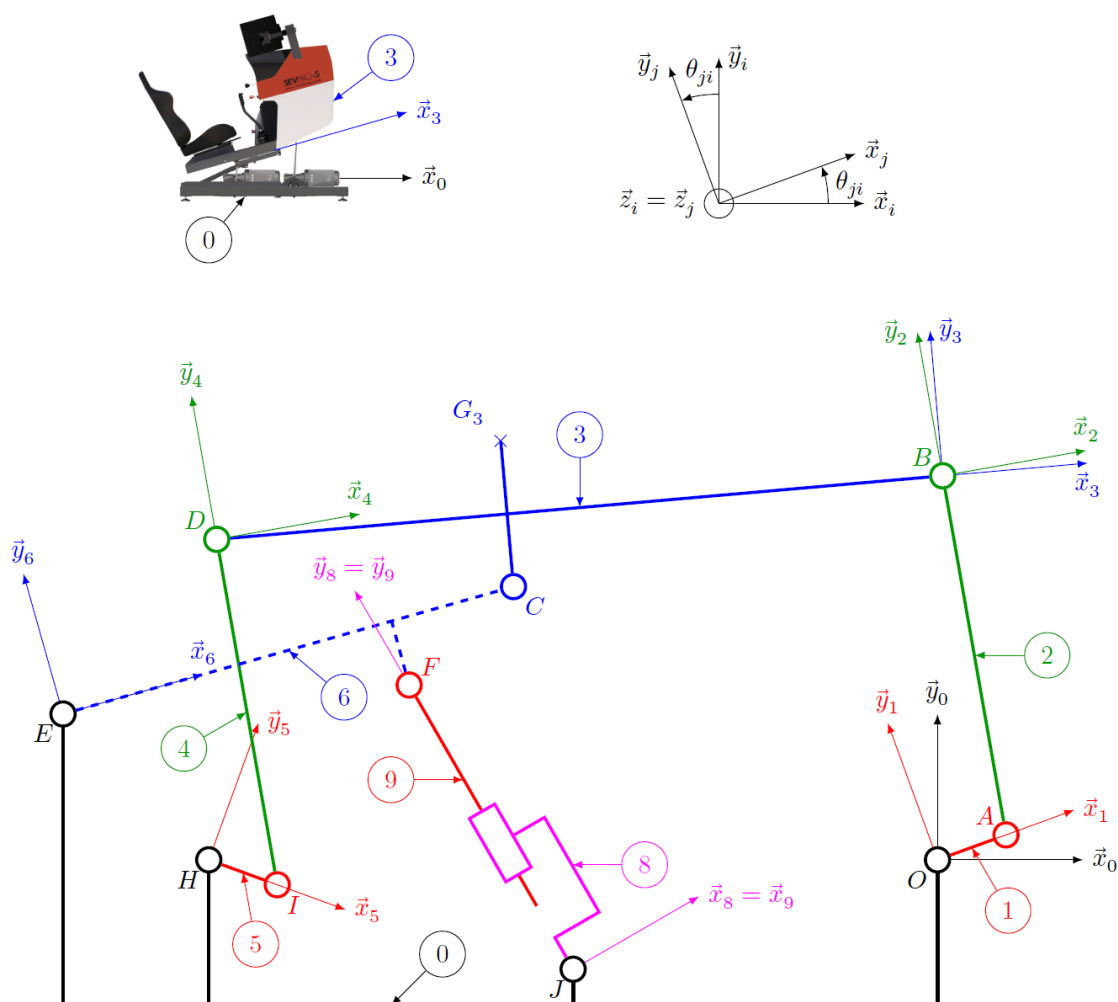
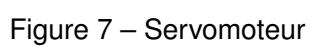
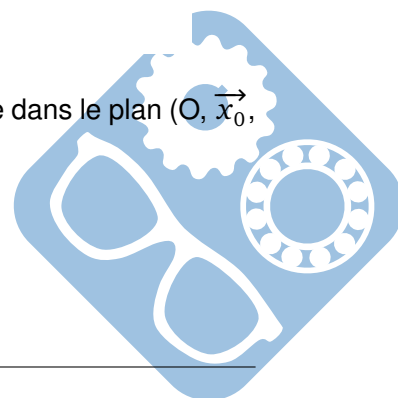


Figure 8 – Schéma cinématique de la plateforme dynamique en modélisation plane dans le plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$



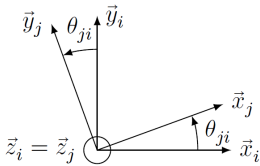
Définition des angles de rotation de j/i	Dimensions
	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <math>AB = ID = l</math></li> <li>– <math>\overrightarrow{EF} = d_{61}\vec{x}_6 - h_6\vec{y}_6</math> ; <math>\overrightarrow{EC} = L\vec{x}_6</math></li> <li>– <math>HI = OA = r</math></li> <li>– <math>\overrightarrow{JF} = \lambda\vec{y}_{89}</math></li> <li>– <math>\overrightarrow{DC} = d_{31}\vec{x}_3 - h_3\vec{y}_3</math> ; <math>\overrightarrow{CB} = d_{32}\vec{x}_3 + h_3\vec{y}_3</math></li> <li>– <math>\overrightarrow{EH} = d_{01}\vec{x}_0 - h_{01}\vec{y}_0</math> ; <math>\overrightarrow{EO} = d_{02}\vec{x}_0 - h_{01}\vec{y}_0</math></li> <li>– <math>\overrightarrow{EJ} = d_{03}\vec{x}_0 - h_{02}\vec{y}_0</math></li> <li>– <math>DB = HO = d = d_{32} + d_{31} = d_{02} - d_{01}</math></li> </ul>

Figure 9 – Repérage et paramétrage du mouvement de tangage

### 3 Commande d'un mouvement de tangage du simulateur de vol

#### 3.1 Modélisation du comportement de la chaîne cinématique

**Objectif** Déterminer la loi entrée/sortie de la chaîne cinématique de la plateforme dynamique.

**Question 4** Ecrire la fermeture géométrique (vectorielle) de la chaîne OABCEO.

**Question 5** Projeter cette équation sur  $\vec{x}_0$  et  $\vec{y}_0$  et écrire les 2 équations trouvées.

**Question 6** Ecrire la fermeture géométrique (vectorielle) de la chaîne HIDCEH.

**Question 7** Projeter cette équation sur  $\vec{x}_0$  et  $\vec{y}_0$  et écrire les 2 équations trouvées.

**Question 8** A partir des équations trouvées aux question 5 et 7, montrer qu'il est possible d'obtenir les deux équations suivantes :

$$\lambda_1.(\cos\theta_{50} - \cos\theta_{10}) - \lambda_2.(\sin\theta_{40} - \sin\theta_{20}) + \lambda_3.(-1 + \cos\theta_{30}) = 0 \quad (1)$$

$$\lambda_1.(\sin\theta_{50} - \sin\theta_{10}) + \lambda_2.(\cos\theta_{40} - \cos\theta_{20}) + \lambda_3.\sin\theta_{30} = 0 \quad (2)$$

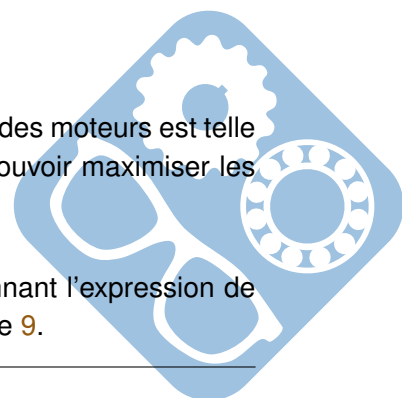
**Question 9** Exprimer les paramètres  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  en fonction des longueurs  $r$ ,  $l$ , et  $d = d_{31} + d_{32} = d_{02} - d_{01}$ .

#### Hypothèses relatives aux dispositifs bielle-manivelle

On prendra pour la suite  $r \ll l$  et  $\theta_{20} \approx \theta_{40}$ .

De plus, dans le cas d'un mouvement de tangage seul, la commande d'origine des moteurs est telle que  $\theta_{10} = -\theta_{50}$  (angles définis sur la figure 8, sur le document réponse) pour pouvoir maximiser les valeurs de l'angle de tangage dans les positions extrêmes des biellets (2) et (4).

**Question 10** En supposant que  $r \ll l$ , proposer une équation approchée donnant l'expression de  $\theta_{30}$  en fonction de  $\theta_{10}$  et de paramètres géométriques fournis figure 9.





### 3.2 Étude de la structure de la chaîne cinématique

**Question 11** Compléter le graphe des liaisons ébauché sur le document réponse.

**Question 12** Calculer le degré d'hyperstatisme de ce mécanisme. Vous noterez précisément la formule que vous utilisez (méthode cinématique ou méthode statique)

Le degré d'hyperstatisme de la boucle JFE est  $h_{JFE} = 3$

**Question 13** Ecrire les torseurs  $\{V_{8/0}\}$ ,  $\{V_{8/9}\}$ ,  $\{V_{9/6}\}$  et  $\{V_{6/0}\}$  en utilisant la notation en colonne suivante :

$$\{V_{i/j}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{xij} & V_{A,xij} \\ \omega_{yij} & V_{A,yij} \\ \omega_{zij} & V_{A,zij} \end{Bmatrix}_{(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

**Question 14** Ecrire la fermeture cinématique à l'aide des torseurs précédents. Après avoir écrit tous les torseurs au point E, en déduire les 6 équations en projection sur  $\vec{x}_0$ ,  $\vec{y}_0$  et  $\vec{z}_0$ .

**Question 15** Donner les équations qui permettent de retrouver le degré d'hyperstatisme  $h_{JFE} = 3$

**Question 16** Quelle(s) modification(s) peut-on apporter pour rendre isostatique cette boucle, sans modifier la liaison 8-9 ?

### 3.3 Modélisation du comportement d'un générateur de consigne en vitesse

**Objectif** Vérifier la pertinence de la commande en trapèze de vitesse des servomoteurs.

Afin d'éviter des sollicitations mécaniques brutales et dangereuses de la plateforme dynamique, le constructeur a choisi de piloter les moteurs à l'aide de consignes de vitesse de rotation  $\omega_{cons}(t)$  de forme trapézoïdale (figure 10).

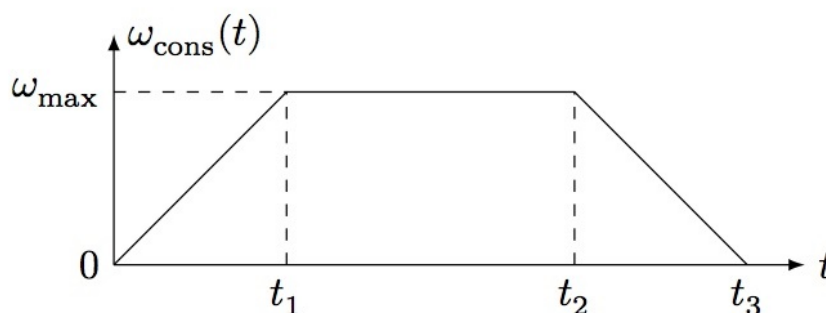


Figure 10 – Loi en trapèze de vitesse

**Question 17** En supposant que la vitesse angulaire du moteur  $\omega_{m/0}(t)$  (en  $\text{rad.s}^{-1}$ ) suive parfaitement l'évolution de la consigne  $\omega_{cons}(t)$ , déterminer l'expression de la valeur de la position angulaire de l'arbre moteur  $\theta_m = \theta_{m/0}$  (en rad) en fonction de  $\omega_{max}$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$  à partir de la figure 10.

## 4 Modélisation du comportement d'un des servomoteurs du simulateur de vol

**Objectif** Proposer un modèle du comportement des servomoteurs du simulateur de vol pour pouvoir ensuite optimiser leurs performances.

Un modèle linéarisé de l'ensemble (Machine synchrone autopilotée + chaîne de transmission d'énergie) a été obtenu, dans une étude non présentée ici, en identifiant son comportement à partir d'une simulation numérique de la zone en pointillés de la figure 11. La transformée de Laplace d'une fonction temporelle  $f(t)$  est notée  $F(p)$ .

Comme vu précédemment, la consigne, notée  $\omega_{cons}(t)$ , est générée sous la forme d'un trapèze de vitesse angulaire de l'arbre moteur analogue à celui de la figure 10. Cette consigne de vitesse est ensuite comparée à la vitesse réelle du moteur (machine synchrone)  $\omega_{m/0}(t)$ , notée à présent  $\omega_m(t)$  et mesurée par l'intermédiaire d'un codeur incrémental monté directement sur l'arbre moteur. La sortie du correcteur fournit alors une tension de commande  $u_0(t)$  à l'onduleur (pré-actionneur), dont le rôle est de générer trois tensions d'alimentation sinusoïdales déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$  et d'amplitude  $\sqrt{2}.u_0(t)$ , notées  $v_a(t)$ ,  $v_b(t)$  et  $v_c(t)$ . Ces tensions alternatives alimentent ensuite la machine synchrone (actionneur) qui convertit l'énergie électrique fournie en énergie mécanique (Remarque : les détails internes des modèles de l'onduleur et de la machine synchrone n'ont volontairement pas été donnés afin de ne pas compliquer inutilement le sujet). Dans le cas du simulateur de vol, les machines synchrones sont autopilotées, c'est-à-dire que la génération électrique des trois tensions alternatives par l'onduleur dépend directement de la position angulaire du rotor et du nombre de paires de pôles de la machine électrique, d'où la boucle d'autopilotage de la figure 11. Enfin,  $C_r(p)$  correspond au modèle d'un couple résistant rapporté sur l'arbre moteur.

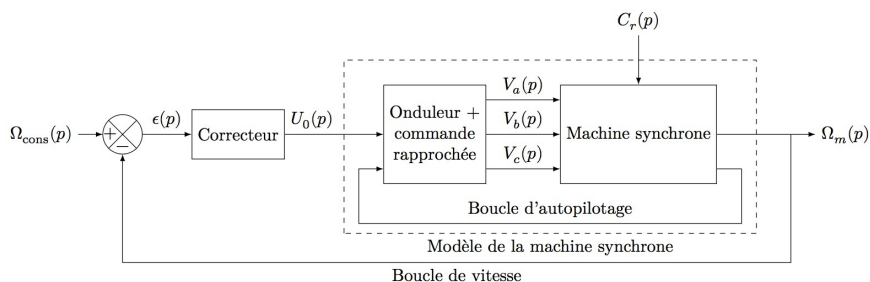


Figure 11 – Modèle de l'asservissement en vitesse de la machine synchrone autopilotée

Le problème principal du modèle numérique d'un servomoteur de la figure 11 est qu'il présente de fortes non-linéarités. En effet, le comportement du modèle dépend de la vitesse angulaire du moteur  $\omega_m(t) = \omega_{m/0}(t)$ . Pour mettre cela en avant, plusieurs simulations numériques ont été faites pour des vitesses angulaires du moteur  $\omega_m(t)$  différentes, un couple résistant  $C_r(p) = 0$  et la valeur de  $J_{eq}$  donnée ( $J_{eq} = 2,15 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ ). Pour chacune d'elles, le diagramme de Bode correspondant associé à la fonction de transfert  $\left. \frac{\Omega_m(p)}{U_0(p)} \right|_{C_r(p)=0}$  de la machine synchrone autopilotée a été tracé sur la figure 16 du document réponse.

Afin d'effectuer le réglage de la loi de commande permettant d'assurer les performances des servomoteurs de la plateforme dynamique, l'idée consiste à représenter la machine synchrone autopilotée par le modèle de la figure 12, en considérant le cas le plus défavorable possible du point de vue de la stabilité en boucle fermée et des conditions d'utilisation du système.

**Question 18** À partir de tracés effectués sur la figure 16 du document réponse, montrer qu'il est possible de mettre  $H_{m0}(p)$  sous la forme suivante :

$$H_{m0}(p) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$$

**Question 19** Déterminer  $H_{m0}(j \cdot \omega_0)$ , puis  $|H_{m0}(j \cdot \omega_0)|$

**Question 20** Montrer que  $G_{dB}(\omega_0) = 20 \cdot \log(K) - 20 \cdot \log(2 \cdot z)$

**Question 21** À partir de tracés effectués sur la figure 16 du document réponse et du résultat de la question 20, proposer un modèle pertinent pour  $H_{m0}(p)$ , sachant qu'il est souhaité que ce modèle corresponde au comportement de la machine synchrone autopilotée dans le cas le plus défavorable du point de vue de la stabilité en boucle fermée identifié comme celui pour lequel  $\omega_m = 120 \text{ rad.s}^{-1}$ . Écrire la fonction de transfert  $H_{m0}(p)$  sous forme canonique en précisant les valeurs numériques de ses paramètres caractéristiques. Les constructions devront apparaître sur les courbes.

## 4.1 Optimisation des performances des servomoteurs

**Objectif** Vérifier que les performances imposées par l'extrait du cahier des charges donné sur le tableau de la figure 12 sont vérifiées par le modèle d'asservissement de vitesse de la machine synchrone autopilotée et modifier le réglage d'un correcteur le cas échéant.

**Question 22** Déterminer numériquement la fonction de transfert, sous la forme canonique, en boucle fermée non corrigée de l'asservissement de vitesse modélisé sur la figure 12 avec  $H_{cor}(p) = 1$ , notée  $H_{bf \text{ nc}}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cons}(p)}$ . Faire l'application numérique.

**Question 23** Déterminer l'erreur statique et la comparer au cahier des charges.

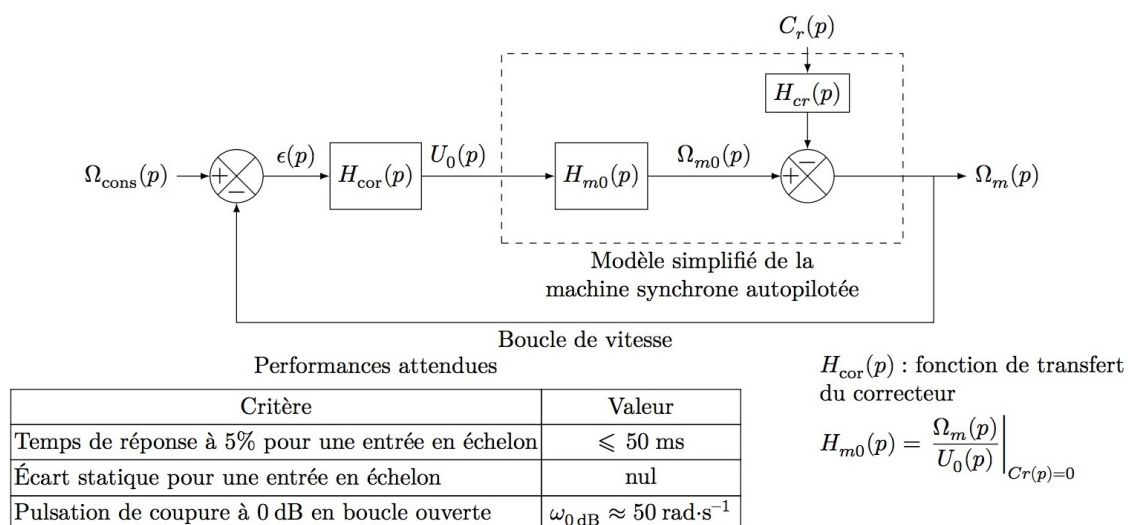


Figure 12 – Modèle linéarisé de l'asservissement en vitesse de la machine synchrone autopilotée

## 5 Synthèse

Le correcteur dimensionné précédemment a été implanté dans le modèle de la figure 11 ainsi qu'un modèle réaliste du couple de frottement  $C_0$ . Une simulation numérique de l'une des chaînes d'asservissement a permis d'obtenir l'évolution de la vitesse d'un des moteurs du simulateur de vol dans le cas d'une consigne de tangage analogue à celle mesurée sur la figure 11 et pour les paramètres du variateur de vitesse réglés par le constructeur. Les résultats de la simulation sont donnés sur la figure 13.

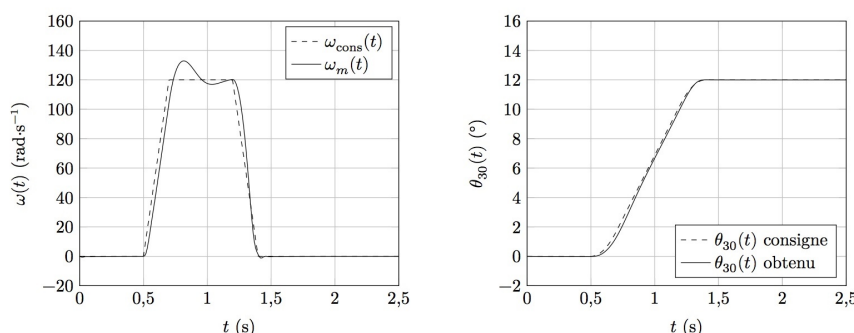


Figure 13 – Consigne en trapèze de vitesse et réponse du modèle de l'asservissement de vitesse optimisé des servomoteurs du simulateur de vol

**Question 24** En s'appuyant sur la figure 13, conclure quant à la qualité du réglage de l'asservissement de vitesse des moteurs, sachant que la consigne correspond à celle définie à la question 21 pour des conditions sévères de vol d'un DR400 (erreur autorisée de  $\pm 10 \text{ rad.s}^{-1}$ ).

## 6 Conception

Une vue en coupe du moto-réducteur de la figure 7 est donné sur la figure

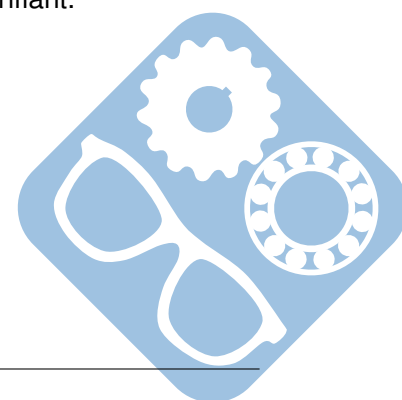
3 zones du mécanisme sont à compléter (à l'intérieur des cadres) sur les zoom du document réponse.

**Question 25** Zone A (figure 17) : Compléter les liaisons encastrement entre les pignons et les axes correspondants. Il faudra utiliser des clavettes pour bloquer la rotation.

**Question 26** Zone B (figure 18) : Dessiner un chapeau monté en centrage court et bloqué par 3 vis dont une seule sera représentée. Le chapeau servira à empêcher le roulement à bille (5) à se décaler vers la droite.

**Question 27** Zone C (figure 19) : Représenter la vis bouchon de l'arrivée du lubrifiant.

— FIN DU SUJET —









Nom: ..... Prénom: .....

## 7 Documents réponse

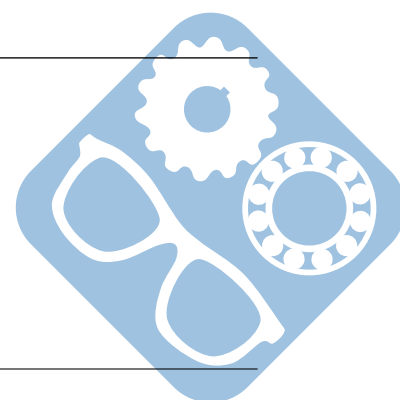
**Question 1:**

**Question 2:**

**Question 3:**

**Question 4:**

**Question 5:**



---

**Question 6:**

---

**Question 7:**

---

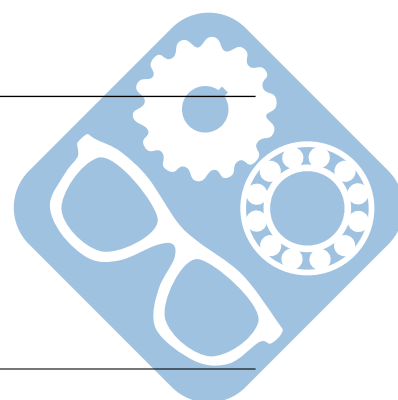
**Question 8:**

---

**Question 9:**

---

**Question 10:**



Nom: ..... Prénom: .....

**Question 11:**

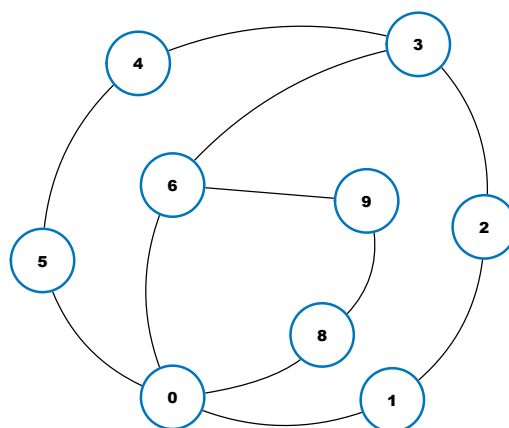
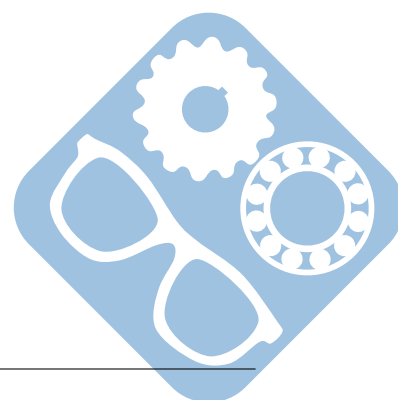


Figure 15 – Graphe des liaisons à compléter

**Question 12:**

**Question 13:**



---

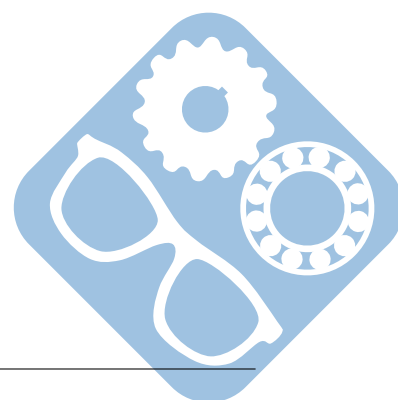
**Question 14:**

---

**Question 15:**

---

**Question 16:**



Nom: ..... Prénom: .....

---

---

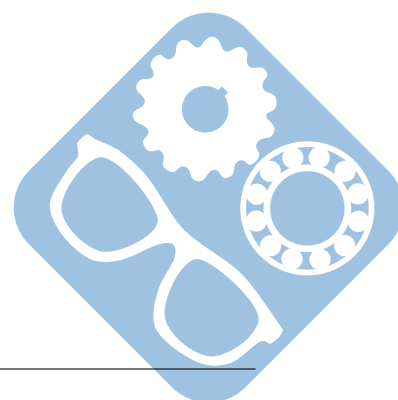
**Question 17:**

---

**Question 18:**

---

**Question 19:**



**Question 20:**

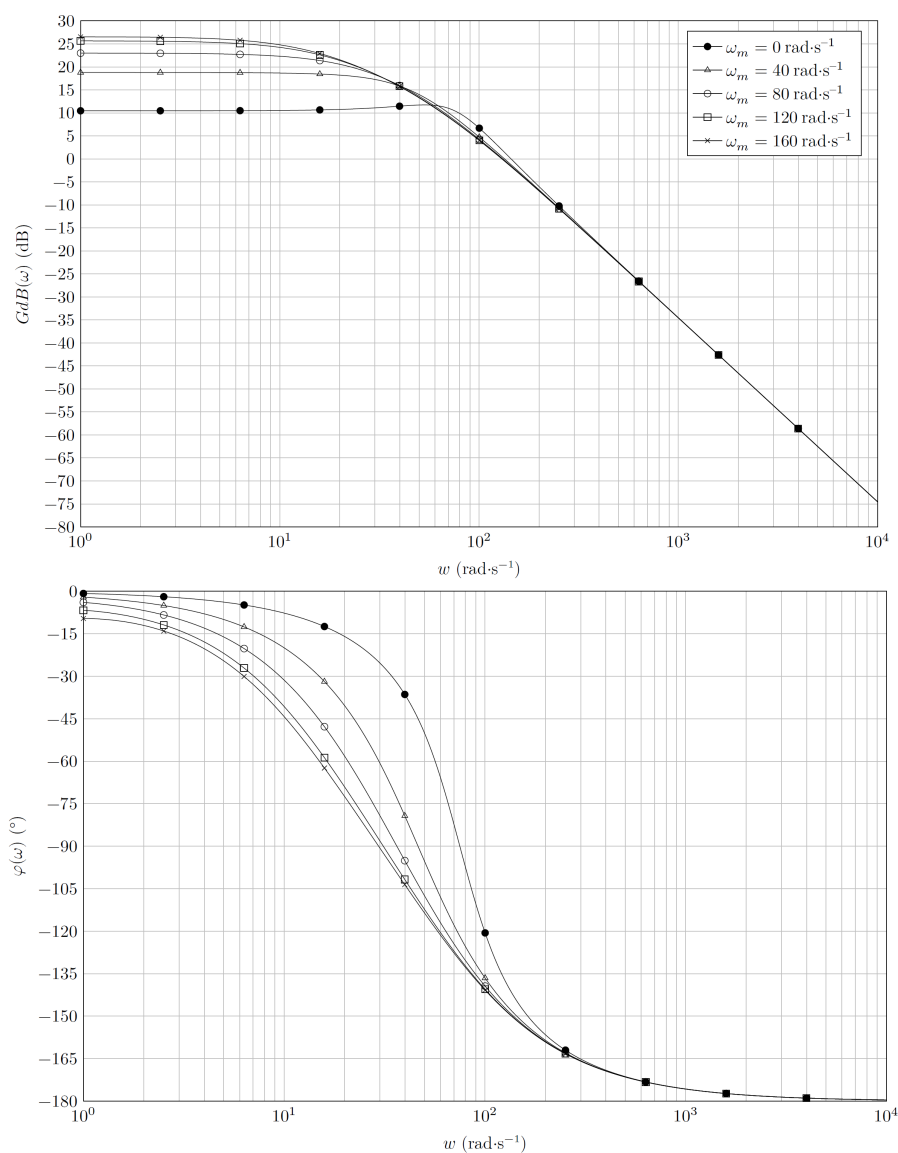
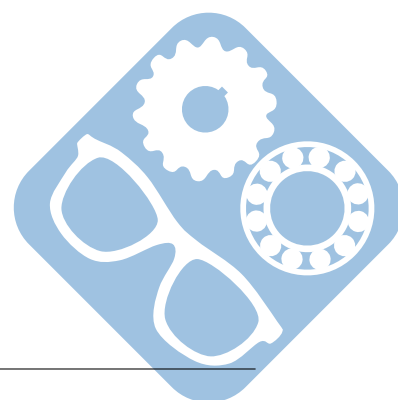


Figure 16 – Diagrammes de Bode du modèle de la machine synchrone autopilotée, caractérisée par la fonction de transfert complexe  $\left. \frac{\Omega_m(p)}{U_0(p)} \right|_{C_r(p)=0}$  pour différentes valeurs de vitesse moteur  $\omega_m$  et  $C_r(p) = 0$





Nom: ..... Prénom: .....

---

---

**Question 21:**

---

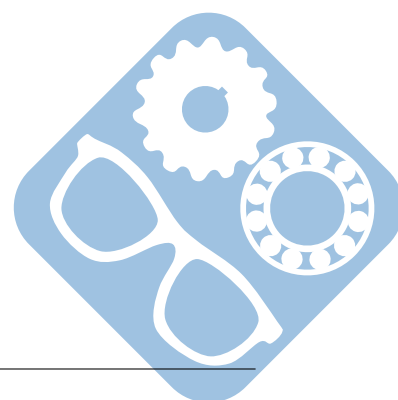
**Question 22:**

---

**Question 23:**

---

**Question 24:**



**Question 25:**

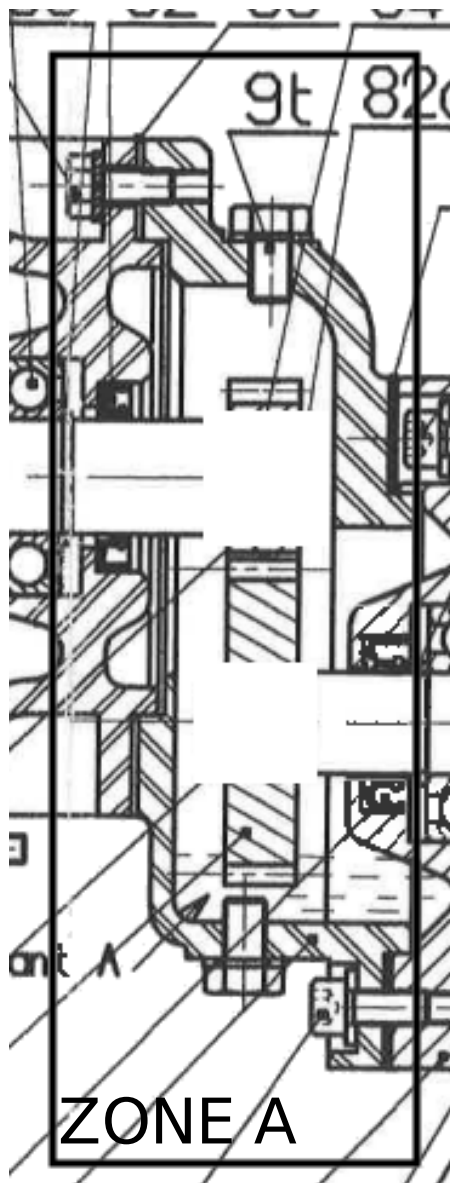
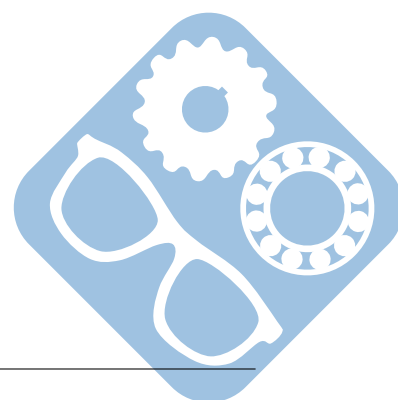


Figure 17 – Zone A



Nom: ..... Prénom: .....

Question 26:

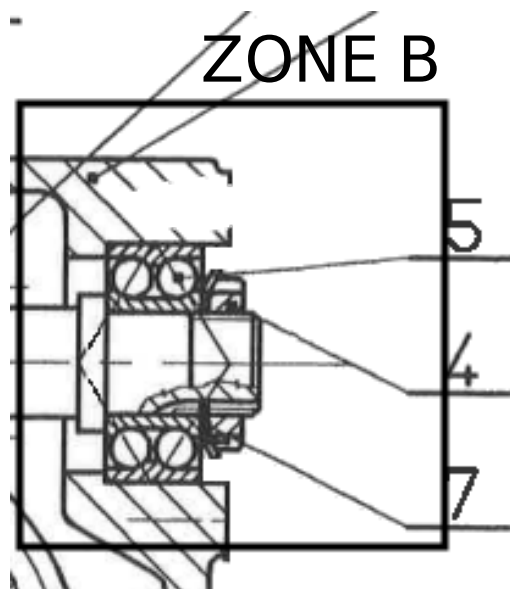


Figure 18 – Zone B

Question 27:

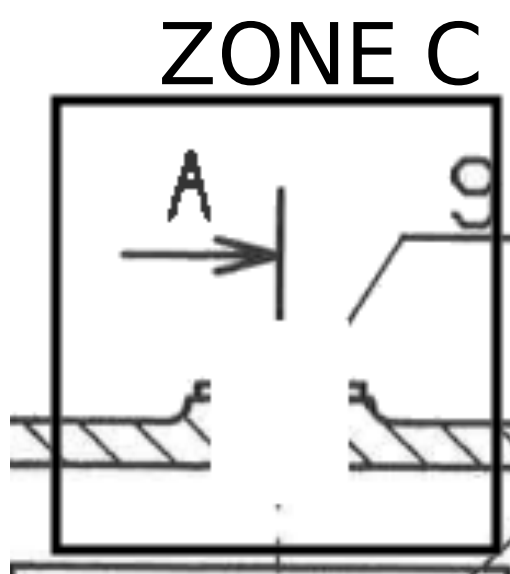
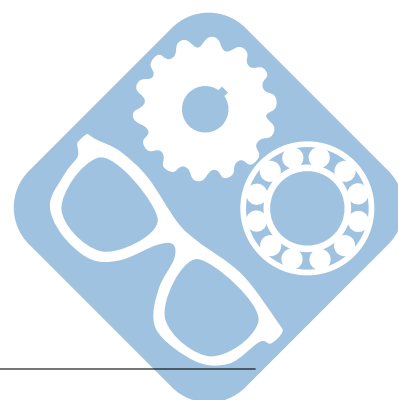


Figure 19 – Zone C





## 8 Correction

### Question 1:

— Coût minimal (vol tradi) :  $C_{vt} = 45.135 + 35.25 = 6950\text{€}$ ,

— Coût minimal (formule mutli-m) :  $C_{vt} = 40.135 + 5.35 + 40.25 = 6575\text{€}$ ,

Ce qui correspond à une économie de  $6950 - 6575 = 375\text{€}$ , soit un peu plus de 5%, en effet,  $0,05.6950 = 347,5\text{€}$ , l'exigence est respectée.

### Question 2:

$$\vec{\Omega}_{3/0} = \vec{\Omega}_{3/6} + \vec{\Omega}_{6/0}$$

$$\vec{\Omega}_{3/0} = \dot{\theta}_{z36} \cdot \vec{z}_6 + \dot{\theta}_{x36} \cdot \vec{x}_6 + \dot{\theta}_{60} \cdot \vec{z}_6$$

$$\text{Avec : } \vec{z}_6 = \cos\theta_{x36} \cdot \vec{z}_3 + \sin\theta_{x36} \cdot \vec{y}_3$$

$$\text{donc } \vec{\Omega}_{3/0} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{x36} \\ (\dot{\theta}_{z36} + \dot{\theta}_{60}) \cdot \sin\theta_{x36} \\ (\dot{\theta}_{z36} + \dot{\theta}_{60}) \cdot \cos\theta_{x36} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$$

### Question 3:

Pour un tangage seul, il faut que les composantes suivant  $\vec{x}_3$  et  $\vec{y}_3$  soient nulles, soit  $\dot{\theta}_{x36} = 0$ , donc  $\theta_{x36} = \text{cste}$  et  $(\dot{\theta}_{z36} + \dot{\theta}_{60}) \cdot \sin\theta_{x36} = 0$ , donc  $\theta_{x36} = 0$ .

### Question 4:

$$\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CE} + \vec{EO} = \vec{0}$$

$$r \cdot \vec{x}_1 + l \cdot \vec{y}_2 - d_{32} \cdot \vec{x}_3 - h_3 \cdot \vec{y}_3 - L \cdot \vec{x}_6 + d_{02} \cdot \vec{x}_0 - h_{01} \cdot \vec{y}_0 = \vec{0}$$

### Question 5:

Sur  $\vec{x}_0$  :

$$r \cdot \cos\theta_{10} - l \cdot \sin\theta_{20} - d_{32} \cdot \cos\theta_{30} + h_3 \cdot \sin\theta_{30} - L \cdot \cos\theta_{60} + d_{02} = 0$$

Sur  $\vec{y}_0$  :

$$r \cdot \sin\theta_{10} + l \cdot \cos\theta_{20} - d_{32} \cdot \sin\theta_{30} - h_3 \cdot \cos\theta_{30} - L \cdot \sin\theta_{60} - h_{01} = 0$$

### Question 6:

$$\vec{HI} + \vec{ID} + \vec{DC} + \vec{CE} + \vec{EH} = \vec{0}$$

$$r \cdot \vec{x}_5 + l \cdot \vec{y}_4 + d_{31} \cdot \vec{x}_3 - h_3 \cdot \vec{y}_3 - L \cdot \vec{x}_6 + d_{01} \cdot \vec{x}_0 - h_{01} \cdot \vec{y}_0 = \vec{0}$$

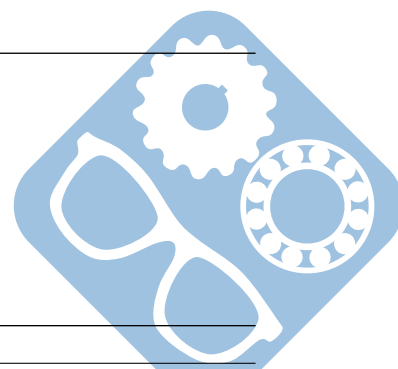
### Question 7:

Sur  $\vec{x}_0$  :

$$r \cdot \cos\theta_{50} - l \cdot \sin\theta_{40} + d_{31} \cdot \cos\theta_{30} + h_3 \cdot \sin\theta_{30} - L \cdot \cos\theta_{60} + d_{01} = 0$$

Sur  $\vec{y}_0$  :

$$r \cdot \sin\theta_{50} + l \cdot \cos\theta_{40} + d_{31} \cdot \sin\theta_{30} - h_3 \cdot \cos\theta_{30} - L \cdot \sin\theta_{60} - h_{01} = 0$$



**Question 8:**

$$r.(\cos\theta_{50} - \cos\theta_{10}) - l.(\sin\theta_{40} - \sin\theta_{20}) + \cos\theta_{30} \cdot (d_{31} + d_{32}) + d_{01} - d_{02} = 0$$

or  $d = d_{32} + d_{31} = d_{02} - d_{01}$

$$r.(\cos\theta_{50} - \cos\theta_{10}) - l.(\sin\theta_{40} - \sin\theta_{20}) + (d_{31} + d_{32}) \cdot (\cos\theta_{30} - 1) = 0$$

$$r.(\sin\theta_{50} - \sin\theta_{10}) + l.(\cos\theta_{40} - \cos\theta_{20}) + \sin\theta_{30} \cdot (d_{31} + d_{32}) = 0$$

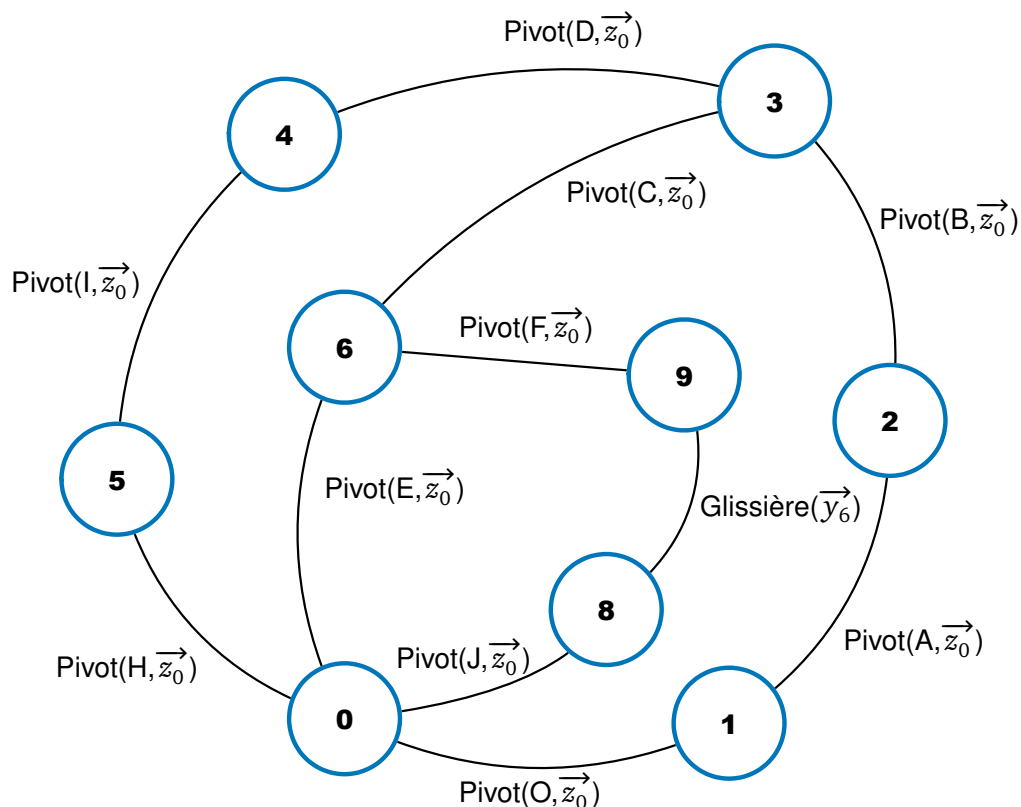
**Question 9:**

On a alors :  $\lambda_1 = r$ ,  $\lambda_2 = l$ ,  $\lambda_3 = d$ .

**Question 10:**

Avec la dernière équation de la question 8, si  $\theta_{50} \simeq \theta_{10}$  et  $\theta_{40} \simeq \theta_{20}$ , alors :  
 $-2.r.\sin\theta_{10} + d.\sin\theta_{30} = 0$ , donc  $\theta_{30} = \arcsin\left(\frac{2.r.\sin\theta_{10}}{d}\right)$

**Question 11:**



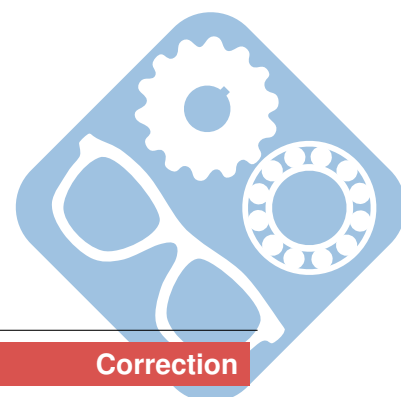
**Question 12:**

Méthode statique :

- $r_s = 6 \cdot (9 - 1) - 2 = 46$ ,
- $N_s = 10.5 + 5.1 = 55$ ,
- $h = 9$ .

Méthode cinématique :

- 3 cycles indépendants et  $m = 2$ ,





## Correction

- $N_c = 10.1 + 1.1 = 11$ ,
- $h = 6.3 - 11 + 2 = 9$ .

### Question 13:

$$\begin{aligned} \{V_{8/0}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z80} & 0 \end{Bmatrix}_{(J, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} = \begin{Bmatrix} 0 & -h_{02} \cdot \omega_{z80} \\ 0 & -d_{03} \cdot \omega_{z80} \\ \omega_{z80} & 0 \end{Bmatrix}_{(E, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}, \{V_{8/9}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & V_{J,y89} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(J/E, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} \\ \{V_{9/6}\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z96} & 0 \end{Bmatrix}_{(F, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} = \begin{Bmatrix} 0 & -h_6 \cdot \omega_{z96} \\ 0 & -d_{61} \cdot \omega_{z96} \\ \omega_{z96} & 0 \end{Bmatrix}_{(E, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}, \{V_{6/0}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z60} & 0 \end{Bmatrix}_{(B, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} \end{aligned}$$

### Question 14:

$$\begin{aligned} \{V_{8/0}\} &= \{V_{8/9}\} + \{V_{9/6}\} + \{V_{6/0}\} \\ \begin{cases} 0 = 0 + 0 + 0 \\ 0 = 0 + 0 + 0 \\ \omega_{z80} = 0 + \omega_{z96} + \omega_{z60} \\ -h_{02} \cdot \omega_{z80} = -\sin\theta_{80} \cdot V_{J,y89} + \omega_{z96} \cdot (-h_6 \cdot \cos\theta_{60} + d_{61} \cdot \sin\theta_{60}) \\ -d_{03} \cdot \omega_{z80} = \cos\theta_{80} \cdot V_{J,y89} + \omega_{z96} \cdot (-h_6 \cdot \sin\theta_{60} - d_{61} \cdot \cos\theta_{60}) \\ 0 = 0 + 0 + 0 \end{cases} \end{aligned}$$

### Question 15:

On a trois équations qui ne nous apportent aucune information ( $0 = 0$ ), on a donc  $h = 3$ .

### Question 16:

En remplaçant une pivot par une pivot glissant et une par une rotule (cela peut être la même auquel cas cela devient une linéaire annulaire), on obtient un système isostatique avec les mêmes mobilités.

### Question 17:

$$\begin{aligned} \text{pour } t \in [0, t_1], \omega_m &= \frac{\omega_{max}}{t_1} \cdot t, \text{ donc } \theta_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_{max}}{t_1} \cdot t^2 \\ \text{pour } t \in [t_1, t_2], \omega_m &= \omega_{max}, \text{ donc } \theta_m = \omega_{max} \cdot (t - \frac{1}{2} \cdot t_1) \\ \text{pour } t \in [t_2, t_3], \omega_m &= \frac{\omega_{max}}{t_2 - t_3} \cdot (t - t_3), \text{ donc } \theta_m = \frac{\omega_{max}}{t_2 - t_3} \cdot (\frac{1}{2} \cdot t^2 - t_3 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (t_2^2 - t_1 \cdot t_2 + t_1 \cdot t_3)) \end{aligned}$$

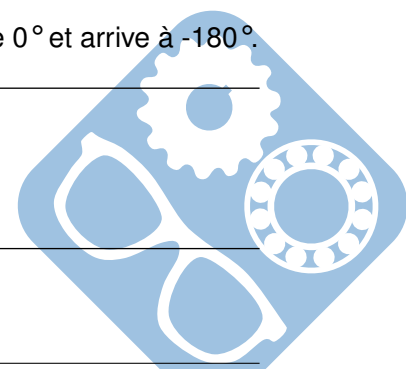
### Question 18:

Il s'agit d'un second ordre car il y a une tangente à l'origine et la phase part de  $0^\circ$  et arrive à  $-180^\circ$ .

### Question 19:

$$H_{M0}(j \cdot \omega_0) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0} \cdot j \cdot \omega_0 + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot (j \cdot \omega_0)^2} = \frac{K}{2 \cdot z \cdot j} = \frac{-K}{2 \cdot z} \cdot j, \text{ donc } |H_{M0}(j \cdot \omega_0)| = \frac{K}{2 \cdot z}$$

### Question 20:



$$G_{dB}(\omega_0) = 20 \log(|H_{M0}(j \cdot \omega_0)|) = 20 \log K - 20 \log(2 \cdot z)$$

**Question 21:**

$\omega_m = 120 \text{ rad.s}^{-1}$ , donc, d'après les tracés,

$$20 \log K = 25, \text{ donc } K = 10^{\frac{5}{4}} \simeq 10 \cdot \sqrt{\sqrt{9}} \simeq 10 \cdot \sqrt{3} \simeq 17.5$$

$$G_{dB}(\omega_0) = 20 \log K - 20 \log(2 \cdot z) = 18, \text{ donc } 20 \log(2 \cdot z) = 7, \text{ donc } z = \frac{10^{\frac{7}{20}}}{2} \simeq \frac{10^{\frac{1}{3}}}{2} \simeq 1$$

$$\omega_0 = 30 \text{ rad.s}^{-1}$$

**Question 22:**

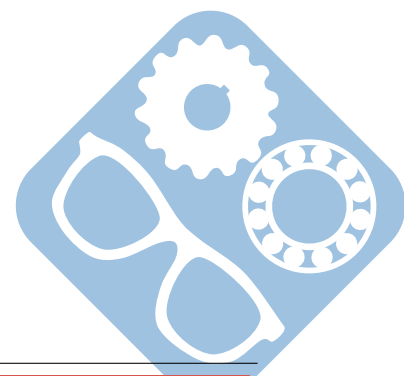
$$\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cons}(p)} = \frac{H_{m0}(p)}{1+H_{m0}(p)} = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2} + K} = \frac{\frac{K}{K+1}}{1 + \frac{2z}{(K+1) \cdot \omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{(K+1) \cdot \omega_0^2} + K} \simeq \frac{0.95}{1 + \frac{p}{177.5} + \frac{p^2}{16650}}$$

**Question 23:**

$e_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \epsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Omega_{cons} \cdot \left(1 - \frac{H_{m0}(p)}{1+H_{m0}(p)}\right) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{p} \cdot \left(1 - \frac{K}{1+K}\right) = \frac{1}{1+K}$ , donc l'écart statique n'est nul, cela ne répond pas au cahier des charges.

**Question 24:**

La figure 13 montre un dépassement de  $10 \text{ rad.s}^{-1}$  environ par rapport à la vitesse consigne (erreur autorisée). La figure 13 montre également une vitesse max de consigne de  $120 \text{ rad.s}^{-1}$  (définie à la question 21). Le réglage semble donc cohérent avec les attendus lors d'une phase de vol en conditions sévères.



Question 25:

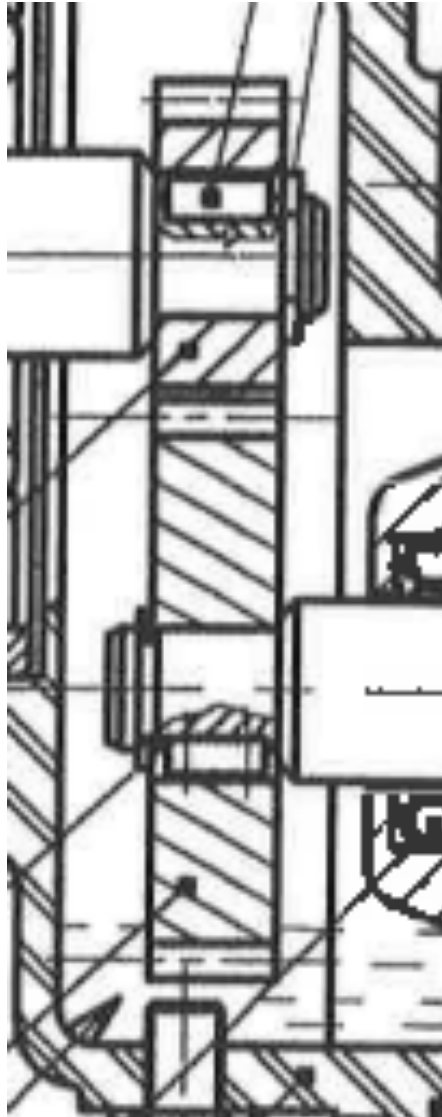
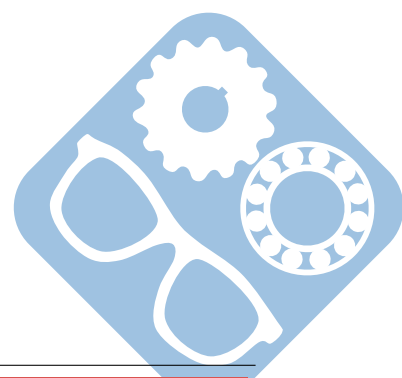


Figure 20 – Zone A



Question 26:

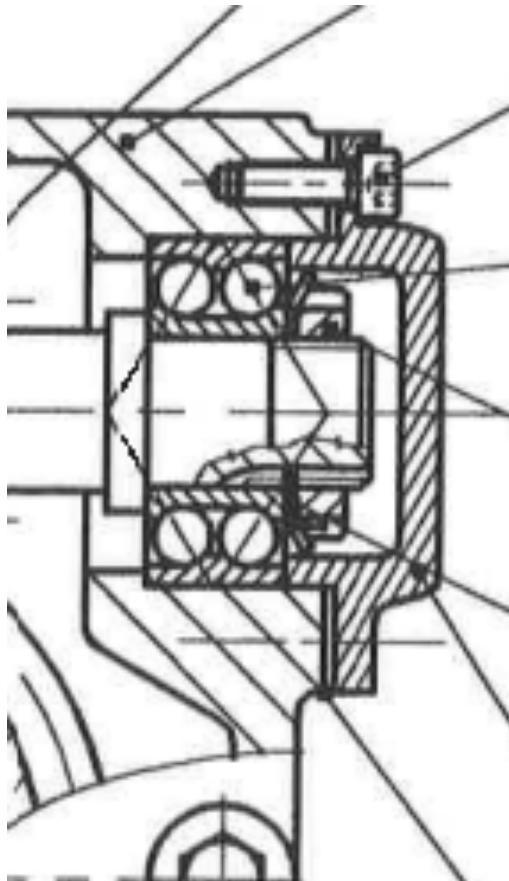


Figure 21 – Zone B

Question 27:

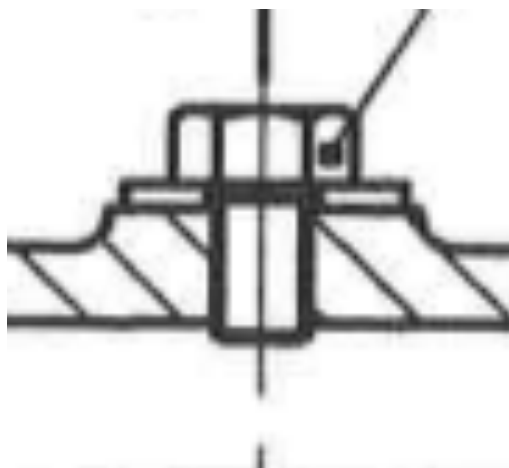


Figure 22 – Zone C

