

*Thème :*  
Modéliser le comportement statique de systèmes avec frottement

*Objectifs :*  
Découverte de l'arc-boutement  
Mise en évidence de l'influence des efforts répartis

*Support :*

Winch



Nom : .....	Prénom : .....
Nom : .....	Prénom : .....
Nom : .....	Prénom : .....

# 1 Le Winch

## 1.1 Etude expérimentale

**Question 1 :** Remplissez un tableau de mesure suivant le modèle suivant.

Nombre de tours	t(N) 1er essai	t(N) 2ème essai	t(N) moyen
1			
2			
3			

**Question 2 :** Placez les points expérimentaux de  $t$  en fonction de l'angle d'enroulement  $\theta$  sur un graphique.

.....  
 .....  
 .....

## 1.2 Modélisation de l'action mécanique de contact entre la corde et le tambour

**Question 3 :** Précisez la normale extérieure matière à la Corde au point M.

.....  
 .....

**Question 4 :** Donnez l'expression de l'aire élémentaire  $dS$  de la surface cylindrique de la Corde au point M en fonction de  $R$ , de  $d\theta$  et de la largeur  $l$  de la Corde C.

.....  
 .....

**Question 5 :** Ecrire l'action mécanique locale du Tambour sur la Corde ( $T \rightarrow C$ ) au point M en fonction du facteur d'adhérence  $f_0$  entre le Tambour et la Corde, des vecteurs de la base locale, de la pression de contact  $p(\theta)$ . (On utilisera la loi de Coulomb relative à l'adhérence à la limite du glissement).

.....  
 .....  
 .....

### 1.3 Equilibre statique de la corde

L'équation de résultante du Principe Fondamental de la Statique appliqué à l'élément de corde se traduit par :

$$\overrightarrow{df_{T \rightarrow C}(M)}_M + \overrightarrow{T_{T \rightarrow C}(\theta)}_M + \overrightarrow{T_{T \rightarrow C}(\theta + d\theta)}_M = \vec{0}$$

Par projection de l'équation précédente sur la base locale, on en déduit les équations suivantes :

$$- \text{sur } \overrightarrow{n(M)} : \overrightarrow{df_{T \rightarrow C}(M)}_M \cdot \overrightarrow{n(M)} - (T_{T \rightarrow C}(\theta) + T_{T \rightarrow C}(\theta + d\theta)) \cdot \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) = 0$$

$$- \text{sur } \overrightarrow{t(M)} : \overrightarrow{df_{T \rightarrow C}(M)}_M \cdot \overrightarrow{t(M)} + (-T_{T \rightarrow C}(\theta) + T_{T \rightarrow C}(\theta + d\theta)) \cdot \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) = 0$$

**Question 6 :** Linéarisez les expressions précédentes pour  $\frac{d\theta}{2} \rightarrow 0$ .

.....

.....

.....

**Question 7 :** Montrez que si l'on pose :

$$dT_{T \rightarrow C}(\theta) = T_{T \rightarrow C}(\theta + d\theta) - T_{T \rightarrow C}(\theta) \text{ et } T_{T \rightarrow C}(\theta) = \frac{T_{T \rightarrow C}(\theta + d\theta) + T_{T \rightarrow C}(\theta)}{2}, \text{ on obtient :}$$

$$- \text{sur } \overrightarrow{n(M)} : \overrightarrow{df_{T \rightarrow C}(M)}_M \cdot \overrightarrow{n(M)} = T_{T \rightarrow C}(\theta) \cdot d\theta$$

$$- \text{sur } \overrightarrow{t(M)} : \overrightarrow{df_{T \rightarrow C}(M)}_M \cdot \overrightarrow{t(M)} = -dT_{T \rightarrow C}(\theta)$$

.....

.....

.....

.....

**Question 8 :** En remplaçant  $\overrightarrow{df_{T \rightarrow C}(M)}_M$  par son expression (question 5), montrez que :

$$- \text{sur } \overrightarrow{n(M)} : T_{T \rightarrow C}(\theta) = p(\theta) \cdot Rl,$$

$$- \text{sur } \overrightarrow{t(M)} : dT_{T \rightarrow C}(\theta) = -p(\theta) \cdot f_0 \cdot Rl d\theta$$

.....

.....

.....

**Question 9 :** Ecrivez le rapport  $\frac{dT_{T \rightarrow C}}{T_{T \rightarrow C}}(\theta)$  et simplifiez son expression.

.....

.....  
 .....

**Question 10 :** Intégrez le rapport  $\frac{dT_{T \rightarrow C}}{T_{T \rightarrow C}}(\theta)$  entre  $\theta = 0$  et  $\theta = \theta_f$ .

.....  
 .....  
 .....

**Question 11 :** En remplaçant  $T_{T \rightarrow C}(0) = T$  et  $T_{T \rightarrow C}(\theta_f) = t$ , donnez l'expression de  $t$  en fonction de  $T$ .

.....  
 .....  
 .....

**Question 12 :** En déduire, à l'aide des résultats de l'étude expérimentale la valeur moyenne du facteur d'adhérence entre la corde et le tambour.

.....  
 .....  
 .....

**Question 13 :** Tracez, avec cette valeur du facteur d'adhérence, la courbe théorique sur le graphique issu de l'expérimentation du Q2.

.....  
 .....  
 .....

On souhaite maintenant déterminer le couple transmis par le Tambour 5 à la Corde.

**Question 14 :** Déterminez le moment élémentaire  $\overrightarrow{dM_{O,T \rightarrow C}}(\theta)$  au point O du Tambour sur la Corde en fonction de  $T_{T \rightarrow C}(\theta)$  et R, à l'aide des questions 5 et 8.

.....  
 .....

.....

**Question 15 :** Intégrez le moment élémentaire  $\overrightarrow{dM_{O,T \rightarrow C}}(\theta)$  entre  $\theta = 0$  et  $\theta = \theta_f$ . En déduire le moment en O :  $\overrightarrow{M_{O,T \rightarrow C}}$ .

.....

.....

.....

**Question 16 :** Calculez la valeur de la norme de ce moment pour 1, 2 et 3 tours d'enroulement de la corde.

.....

.....

.....

**Question 16 :** Estimez l'intensité de la force exercée par l'utilisateur.

.....

.....

.....