1 Le manège à sensations XXL

Le système étudié ici est un manège appelé « Manège à sensations XXL ». L'étude consiste à déterminer l'accélération subite par une personne, et de vérifier que la limite supportable (sans déconfort) par l'homme d'une valeur de 2g n'est pas dépassée...

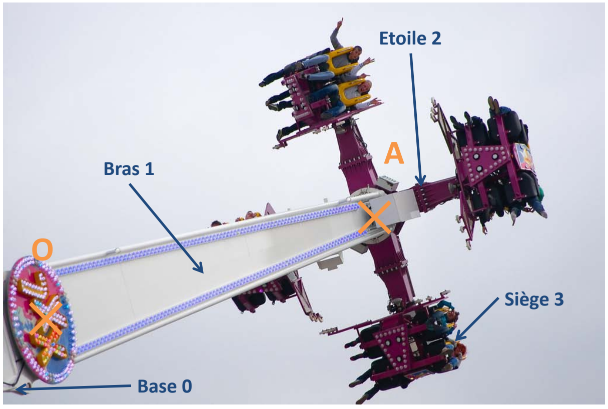

Figure 1 – Vue du bras du ménège

Figure 2 – Vue de l'étoile

Ce système est constitué de quatre solides :

— La Base 0, de repère associé $R_O(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$, fixe par rapport à la terre telle que l'axe $(O, \overrightarrow{z_0})$, soit dirigé suivant la verticale ascendante,

— Le Bras 1, de repère associé $R_1(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$, en mouvement de rotation, d'axe $(O, \overrightarrow{x_0})$ par rapport à l base et tel que $\alpha = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1}) = (\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_1})$,

— L'étoile 2, de repère associé $R_2(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$, en mouvement de rotation d'axe $(A, \overrightarrow{z_1})$ par rapport au plateau 1 tel que $\overrightarrow{OA} = a.\overrightarrow{z_1}$ (avec a constant), et $\beta = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2})$,

— Le siège 3 (lié à la personne, de repère associé $R_3(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$, en mouvement de rotation d'axe $(A, \overrightarrow{x_2})$, avec $\gamma = (\overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{y_3}) = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z_3})$

— La position de la personne est définie par son centre de gravité G, qui appartient au siège 3 et avec $\overrightarrow{AG} = b.\overrightarrow{x_2} + c.\overrightarrow{z_3}$ (avec b et c constants).

Seul le mouvement de rotation du bras 1 par rapport à la base 0 sera considéré.

Question 1 : Dans un premier temps, l'étude portera sur un mouvement dont l'accélération sera de la forme :

— Pour $0 \leq t \leq t_0$: $\ddot{\theta(t)} = \ddot{\theta}_0.sin(\frac{\pi.t}{t_0})$,

— Pour $t_0 \leq t \leq t_0 + T$: $\ddot{\theta(t)} = 0$,

— Pour $t_0 + T \leq t \leq 2.t_0 + T$: $\ddot{\theta(t)} = -\ddot{\theta}_0.sin(\frac{\pi}{t_0}(t - (t_0 + T)))$,

— Les conditions initiales étant : $\dot{\theta(0)} = 0$ et $\theta(0) = 0$. $\ddot{\theta}_0$ est une constante.

Tracer :

— l'accélération $\ddot{\theta(t)}$ en fonction du temps (t),

— la vitesse $\dot{\theta(t)}$ en fonction du temps (t),

— la position $\theta(t)$ en fonction du temps (t).

Question 2 : Dans un second temps, la valeur pilotée sera la vitesse, elle sera de la forme :

— Pour $0 \leq t \leq t_0$: $\dot{\theta(t)} = \frac{\dot{\theta}_0}{t_0}.t$,

— Pour $t_0 \leq t \leq t_0 + T$: $\dot{\theta(t)} = \dot{\theta}_0$,

— Pour $t_0 + T \leq t \leq 3.t_0 + T$: $\dot{\theta(t)} = -\frac{\dot{\theta}_0}{2.t_0}.t + \frac{\dot{\theta}_0}{2.t_0}.(T + 3.t_0)$,

— Les conditions initiales étant : $\dot{\theta(0)} = 0$ et $\theta(0) = 0$. $\dot{\theta}_0$ est une constante.

Tracer :

— la vitesse $\dot{\theta(t)}$ en fonction du temps (t),

— l'accélération $\ddot{\theta(t)}$ en fonction du temps (t),

— la position $\theta(t)$ en fonction du temps (t).

2 Camion benne

Un camion à benne basculante ou camion benne est un type de camion utilisé généralement pour le transport de matériaux en vrac tel que du sable, du gravier, de terre ou de gravats.

Un camion à benne basculante est ordinairement équipé d'un vérin hydraulique qui soulève l'avant de la benne à la demande, permettant ainsi de la vider par gravité, en partie ou totalité, que le camion soit immobile ou en déplacement.

Figure 3 – Camion benne en extension

Soit $R_O(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ un repère lié au châssis 0 d'un camion benne. Soient $R_1(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ un repère lié à la benne 1 et $R_2(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ un repère lié à la tige 2 et au corp 3 du vérin hydraulique.
Le mécanisme étudié est considéré dans le plan $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$. Le corps 1 a un mouvement de rotation d'axe $(O, \overrightarrow{z_0})$ par rapport au châssis 0 avec $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$. La tige 2 à un mouvement de rotation d'axe $(B, \overrightarrow{z_0})$ par rapport à la benne 1 et le corp 3 du vérin un mouvement de rotation d'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$ par rapport au châssis 0 du camion benne.
La tige 2 a un mouvement de translation rectiligne de direction $\overrightarrow{y_2}$ par rapport au corps 3 du vérin. On pose $\overrightarrow{AB} = \lambda.\overrightarrow{y_2}$ (λ varie).

Seul le mouvement de rotation de la benne 1 par rapport au chassis 0 sera considéré.

Question 1 : Dans un premier temps, l'étude portera sur un mouvement dont l'accélération sera de la forme :

— Pour $0 \leq t \leq t_0/2$: $\ddot{\theta}(t) = \ddot{\theta}_0.t$,
— Pour $t_0/2 \leq t \leq t_0$: $\ddot{\theta}(t) = \ddot{\theta}_0.(t_0 - t)$,
— Pour $t_0 \leq t \leq T - t_0$: $\ddot{\theta}(t) = 0$,
— Pour $T - t_0 \leq t \leq T - t_0/2$: $\ddot{\theta}(t) = \ddot{\theta}_0.(T - t_0 - t)$,
— Pour $T - t_0/2 \leq t \leq T$: $\ddot{\theta}(t) = \ddot{\theta}_0.(t - T)$.
— Les conditions initiales étant : $\dot{\theta}(0) = 0$ et $\theta(0) = 0$. $\ddot{\theta}_0$ est une constante.

Tracer :
— l'accélération $\ddot{\theta}(t)$ en fonction du temps (t),
— la vitesse $\dot{\theta}(t)$ en fonction du temps (t),
— la position $\theta(t)$ en fonction du temps (t).

Question 2 : Dans un second temps, la valeur pilotée sera la vitesse, elle sera de la forme :
- Pour $0 \leq t \leq t_0$: $\dot{\theta(t)} = \frac{\dot{\theta}_0}{t_0}.t$,
- Pour $t_0 \leq t \leq T - 2.t_0$: $\dot{\theta(t)} = \dot{\theta}_0$,
- Pour $T - 2.t_0 \leq t \leq T$: $\dot{\theta(t)} = -\frac{\dot{\theta}_0}{2.t_0}.t + \frac{\dot{\theta}_0}{2.t_0}.T$,
- Les conditions initiales étant : $\dot{\theta(0)} = 0$ et $\theta(0) = 0$. $\dot{\theta}_0$ est une constante.

Tracer :
- la vitesse $\dot{\theta(t)}$ en fonction du temps (t),
- l'accélération $\ddot{\theta(t)}$ en fonction du temps (t),
- la position $\theta(t)$ en fonction du temps (t).

3 Bras manipulateur

Un bras manipulateur est le bras d'un robot généralement programmable, avec des fonctions similaires à un bras humain. Les liens de ce manipulateur sont reliés par des axes permettant, soit du mouvement de rotation (comme dans un robot articulé) ou de translation (linéaire) de déplacement.

Figure 4 – Exemple de bras manipulateur

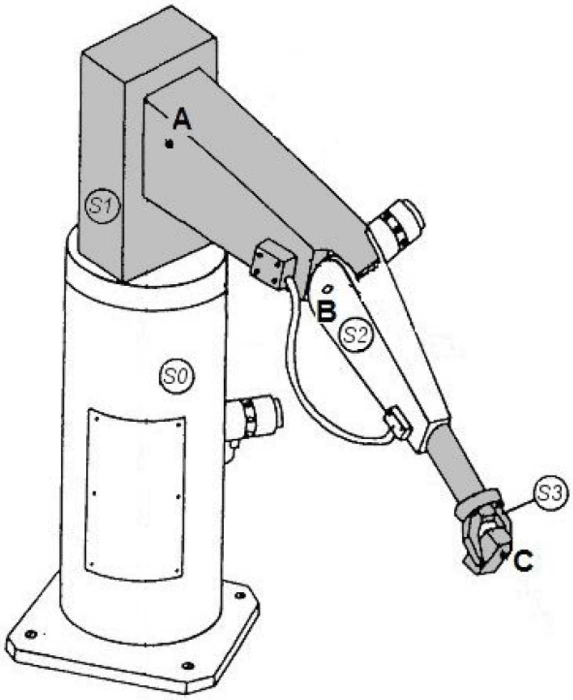

Figure 5 – Bras étudié

Le schéma de droite ci-dessus représente un bras manipulateur permettant de déplacer des objets. Ce mécanisme est constitué de :

— Un bâti S0,
— Un solide S1 entraîné en rotation par un moteur M1,
— Un solide S2 entraîné en rotation par un moteur M2,
— Un solide S3 entraîné en translation par un vérin V1,
— Une pince située à l'extrémité du vérin permettant de saisir l'objet.
— Le mouvement de S1 par rapport à S0 est une rotation d'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$,
— Le mouvement de S2 par rapport à S1 est une rotation d'axe $(B, \overrightarrow{x_1})$,
— Le mouvement de S3 par rapport à S2 est une translation rectiligne de direction $\overrightarrow{z_2}$.

On pose $\overrightarrow{AB} = a.\overrightarrow{y_1}$ (a étant une constante).
Seul le mouvement de translation de S3 par rapport à S2 sera considéré.

Question 1 : Dans un premier temps, l'étude portera sur un mouvement dont l'accélération sera de la forme :

- Pour $0 \leq t \leq t_0 : \ddot{x(t)} = \ddot{x_0}.sin(\frac{\pi.t}{t_0})$,
- Pour $t_0 \leq t \leq t_0 + t_1 : \ddot{x(t)} = 0$,
- Pour $t_0 + t_1 \leq t \leq 2.t_0 + t_1 : \ddot{x(t)} = -\ddot{x_0}.sin(\frac{\pi}{t_0}(t - (t_0 + t_1)))$,
- Les conditions initiales étant : $\dot{x(0)} = 0$ et $x(0) = 0$. $\ddot{x_0}$ est une constante.

Tracer :

- l'accélération $\ddot{x(t)}$ en fonction du temps (t),
- la vitesse $\dot{x(t)}$ en fonction du temps (t),
- la position $x(t)$ en fonction du temps (t).

Question 2 : Dans un second temps, la valeur pilotée sera la vitesse, elle sera de la forme :

- Pour $0 \leq t \leq t_0 : \dot{x(t)} = \frac{\dot{x_0}}{t_0}.t$,
- Pour $t_0 \leq t \leq t_0 + T : \dot{x(t)} = \dot{x_0}$,
- Pour $t_0 + T \leq t \leq t_0 + T + t_1 : \dot{x(t)} = -\frac{\dot{x_0}}{t_1}.t + \frac{\dot{x_0}}{t_1}.(T + t_0 + t_1)$,
- Les conditions initiales étant : $\dot{x(0)} = 0$ et $x(0) = 0$. $\dot{x_0}$ est une constante.

Tracer :

- la vitesse $\dot{x(t)}$ en fonction du temps (t),
- l'accélération $\ddot{x(t)}$ en fonction du temps (t),
- la position $x(t)$ en fonction du temps (t).