

Correction UPSTI – CCP 2018 – TSI

Etude d'une machine de microfraisage par électro-érosion

Partie 1 : présentation et analyse du système

Partie 2 : Détermination des spécifications du système de débobinage/récupération pour le respect de l'exigence 1.1

Q1. A l'aide des caractéristiques indiquées, on a :

Conductibilité électrique 20% IACS

Résistance à la traction $> 500 \text{ N.mm}^{-2}$,

Pas de Nickel ni de Plomb

A l'aide du document 2, on peut sélectionner CuZn30 et CuZn36. Le moins cher étant le CuZn36, c'est celui qu'il faut choisir.

Q2. Vitesse de rotation de la bobine de débobinage : ω_{deb}

La vitesse du fil est constante : v_{fil} or le diamètre de la bobine de débobinage varie entre $D_{debvide}$ (bobine vide) et $D_{debpleine}$ (bobine pleine).

$$\omega_{deb} = \frac{2.v_{fil}}{D_{def}} \text{ donc } \frac{2.v_{fil}}{D_{defpleine}} \leq \omega_{deb} \leq \frac{2.v_{fil}}{D_{defvide}}$$

$$\text{A.N. } \omega_{deb \min} = \frac{2.5}{72} = 0,14 \text{ rd / s et } \omega_{deb \max} = \frac{2.5}{50} = 0,2 \text{ rd / s}$$

Q3. Vitesse de rotation du moteur

$$\omega_{deb} = \frac{Z_{mr}}{Z_{deb}} \cdot \omega_r = \frac{Z_{mr}}{Z_{deb}} \cdot k_r \cdot \omega_m \text{ d'où } \omega_m = \frac{Z_{deb}}{Z_{mr}} \cdot \frac{1}{k_r} \cdot \omega_{deb}$$

$$\text{A.N. } \omega_{m \min} = \frac{69}{40} \cdot 415 \cdot 0,14 = 100 \text{ rd / s et } \omega_{m \max} = \frac{69}{40} \cdot 415 \cdot 0,2 = 143 \text{ rd / s}$$

Remarque : Le signe du rapport de réduction a été ignoré, car les calculs sont faits en norme.

Q4. Couple moteur

$$P_m = C_m \cdot \omega_m \quad P_{deb} = C_{deb} \cdot \omega_{deb} = C_{deb} \cdot \frac{Z_{mr}}{Z_{deb}} \cdot k_r \cdot \omega_m \quad P_{bob} = C_{bob} \cdot \frac{Z_{mr}}{Z_{bob}} \cdot k_r \cdot \omega_m \quad \text{d'où}$$

$$\eta_r \cdot P_m = P_{deb} + P_{bob} \text{ soit } \eta_r \cdot C_m \cdot \omega_m = C_{deb} \cdot \frac{Z_{mr}}{Z_{deb}} \cdot k_r \cdot \omega_m + C_{bob} \cdot \frac{Z_{mr}}{Z_{bob}} \cdot k_r \cdot \omega_m$$

$$C_m = \frac{k_r}{\eta_r} \left(C_{deb} \cdot \frac{Z_{mr}}{Z_{deb}} + C_{bob} \cdot \frac{Z_{mr}}{Z_{bob}} \right)$$

Q5. Couple moteur minimum et maximum

$$C_{m \min} = \frac{k_r}{\eta_r} \left(C_{deb \min} \cdot \frac{Z_{mr}}{Z_{deb}} + C_{bob \min} \cdot \frac{Z_{mr}}{Z_{bob}} \right) \text{ et } C_{m \max} = \frac{k_r}{\eta_r} \left(C_{deb \max} \cdot \frac{Z_{mr}}{Z_{deb}} + C_{bob \max} \cdot \frac{Z_{mr}}{Z_{bob}} \right)$$

$$C_{m \min} = \frac{1}{415 \cdot 0,48} \left(2,1 \cdot \frac{40}{69} + 0,8 \cdot \frac{40}{25} \right) = 12,5 \text{ mN.m}$$

A.N.

$$\text{et } C_{m \max} = \frac{1}{415 \cdot 0,48} \left(2,7 \cdot \frac{40}{69} + 1,2 \cdot \frac{40}{25} \right) = 17,5 \text{ mN.m}$$

Q6. Moteur 2232 024 SR

Sa puissance utile est de 8,68 W et celle nécessaire est de

$$P_m = C_m \cdot \omega_m = 0,0175 \cdot 143 = 2,5 \text{ W}.$$

Cette dernière est largement inférieure à celle fournie par le moteur.

De plus sa vitesse nominale est $\omega_m = \frac{5430 \cdot 2 \cdot \pi}{60} = 568 \text{ rd/s}$ soit inférieure à celle nécessaire.

Le couple moteur nominal est inférieur au couple moteur déterminé à la question 5. Il aurait mieux valu augmenter le rapport du réducteur épicycloïdal puisque la vitesse de rotation nominale est très supérieure à la vitesse de rotation d'utilisation.

Q7. Température maximale de l'induit : 125 °C (Tableau 1)

Q8. Équation du moteur :

$$u_m(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \text{ soit en régime permanent } U_m = R \cdot I_m + E_m$$

Q9. $C_{em \max} = C_{m \max} + C_f$ en tenant compte du couple de frottement sec donné dans le tableau 1.

$$I_{\max} = \frac{C_{em \max}}{k_t} = \frac{18+1}{32} = 0,59 \text{ A} \text{ et ainsi les pertes Joule } P_{J \max} = R \cdot I_{\max}^2 = 16 \cdot 0,59^2 = 5,6 \text{ W}$$

Q10. Température du bobinage de l'induit, T_{bobinage}

Par l'application de la loi d'Ohm thermique, on a : $T_{\text{bobinage}} - T_{\text{amb}} = P_j (R_{th1} + R_{th2})$ soit :

$$T_{\text{bobinage}} = T_{\text{amb}} + P_{j \max} (R_{th1} + R_{th2})$$

$$\text{A.N. } T_{\text{bobinage}} = 40 + 5,6(3+11) = 118,4^\circ\text{C}$$

Q11. La température n'excède pas les 125°C max. Le moteur convient.

Q12. A partir des questions Q2 et Q3, on a besoin de faire varier la vitesse du moteur.

Cela est possible par l'emploi d'un hacheur 1 quadrant minimum.

Ce variateur SC 2402 propose 2 quadrants (donc compatible) :

$$U_{\text{mot}} = 0 \text{ à } 24 \text{ V}$$

$$U_n = 24 \text{ V}$$

$$I_n = 2 \text{ A}$$

$$\text{compatible avec les données du moteur } I_n = 0,33 \text{ A}$$

$$I_{\max} = 4 \text{ A}$$

$$I_{\max} = 0,56 \text{ A}$$

A partir des données calculées précédemment :

$$U_m = R \cdot I_m + E_m = 16 \cdot 0,56 + 0,032 \cdot 143 = 13,5 \text{ V} \text{ (valeur compatible avec le variateur).}$$

Q13. Le variateur décrit fonctionne dans les 4 quadrants. Il faut donc un hacheur en pont. Le fonctionnement est bipolaire.

Q14. Par lecture des chronogrammes (figure 9), on a :

$$\text{La période } T \text{ est de } 42 \mu\text{s}, \text{ ainsi } f = 23,8 \text{ kHz} \text{ et } \alpha = \frac{t_{\text{haut}}}{T} = \frac{31}{42} = 73,8\%$$

$$\text{Q15. Par } I_{m0} = \frac{0,76 + 0,24}{2} = 0,5 \text{ A et } U_{m0} = 24(2\alpha - 1) = 11,5 \text{ V}$$

$$E_m = U_m - R \cdot I_{m0} = 11,5 - 16 \cdot 0,5 = 3,5 \text{ V et donc } \Omega_{m0} = \frac{E_m}{k_e} = \frac{3,5}{0,032} = 109,4 \text{ rd / s}$$

Q16. Ondulation en courant $\Delta I = I_{\max} - I_{\min}$

$$\Delta I = 0,76 - 0,24 = 0,52 \text{ A et donc } \Delta C_m = k_t \cdot \Delta I = 32 \cdot 0,52 = 16,6 \text{ mN.m}.$$

Cette variation entraîne des variations de vitesse dans la commande (TMD).

Q17. Identification de la fonction de transfert :

On reconnaît une fonction du premier ordre de la forme : $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K}{1 + \tau p}$ où :

K est calculé à partir de la vitesse de rotation en régime permanent

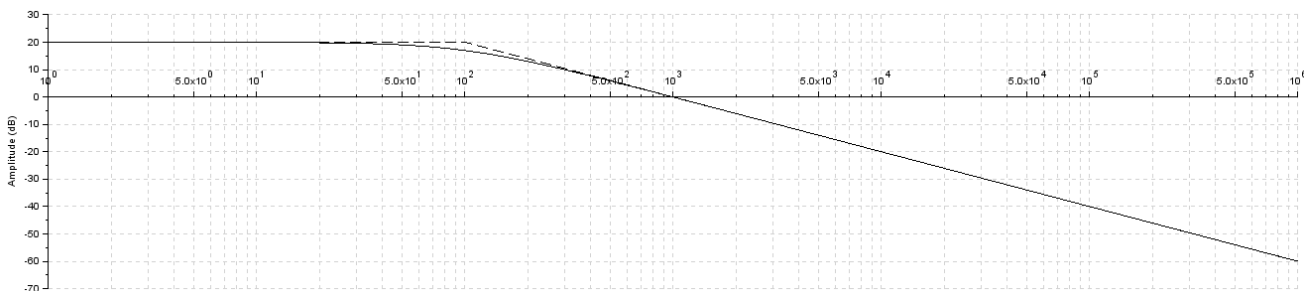
$$K = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Omega_m(t)}{12} = \frac{120}{12} = 10 \text{ rd / s / V}$$

Et τ est le temps nécessaire pour atteindre 63% de la Valeur finale de $\Omega_m(t)$, soit 75,6 rd/s

On obtient $\tau = 10 \text{ ms}$.

Q18. $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{10}{1 + 0,01p}$

Q19. Diagramme de Bode du gain



Q20. Pulsation des trois composantes (la fondamentale et les deux premières harmoniques)

Les trois composantes de tension ont pour fréquence celle du signal figure 9, soit 23,8 kHz. Donc :

$$\omega = 2\pi \cdot f = 149500 \text{ rd / s et } 2\omega = 4\pi \cdot f = 299000 \text{ rd / s}$$

$$3\omega = 6\pi \cdot f = 448500 \text{ rd / s}$$

Q21. Par lecture du diagramme de Bode de la question Q19

$$G = 20 \log \left(\frac{\Omega_m}{U_m} \right) \text{ donc } \Omega_m = U_m \cdot 10^{\frac{G}{20}} \text{ ainsi } \Omega_{m0} = 10 \cdot 11,5 = 115 \text{ rd / s}$$

Pulsation ω	$ H(j\omega) _{dB}$	$ H(j\omega) $	Vitesse de rotation en rad.s^{-1}
0	20 dB	10	$\Omega_{m0} = 115 \text{ rad.s}^{-1}$
$1,5 \cdot 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$	-43 dB	0,0067	$\Omega_{m1} = 0,15 \text{ rad.s}^{-1}$
$3 \cdot 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$	-50 dB	0,0033	$\Omega_{m2} = 0,05 \text{ rad.s}^{-1}$
$4,5 \cdot 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$	-53 dB	0,0022	$\Omega_{m3} = 0,01 \text{ rad.s}^{-1}$

Q22. Variation de vitesse

$$\Omega_{m\max} = 115 + 0,15 + 0,05 + 0,01 = 115,21 \text{ rd / s}$$

$$\Omega_{m\min} = 115 - 0,15 - 0,05 - 0,01 = 114,79 \text{ rd / s}$$

$$\Delta\Omega_m = \frac{115,21 - 114,79}{115} = 0,36\%$$

Conclusion : Valeur inférieure à celle indiquée (< 1%) p10. L'ondulation de vitesse maximale est respectée, il n'est pas nécessaire de mettre en place une boucle d'asservissement.

Partie 3 : Variation de l'exigence 1.1.1 – Contrôle de la vitesse et de la tension du fil

Q23. Ecriture des deux équations :

$$x_i(t) = R_c \cdot \theta_i(t) \text{ et } \frac{dx_i(t)}{dt} = R_c \cdot \frac{d\theta_i(t)}{dt} \text{ en utilisant ce résultat dans les équations (7) et (8) et}$$

par identification avec les équations (9) et (10), on trouve $\beta = \frac{1}{R_c}$.

Q24. Les fonctions de transfert :

On suppose que les conditions d'Heaviside sont nulles : $i_1(t=0) = i_2(t=0) = 0$;

$$T(t=0) = 0 ; \left. \frac{dT(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad x(t=0) = 0 \text{ et } \left. \frac{dx(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0.$$

A partir de l'équation (11) et en utilisant la transformée de Laplace :

$$pV(p) + \frac{f}{I_m} \cdot V(p) = \frac{K_m \cdot R_c}{2 \cdot I_m} \cdot I_s(p) \text{ soit } V(p) \left(1 + \frac{I_m}{f} p \right) = \frac{I_m \cdot K_m \cdot R_c}{2 \cdot f \cdot I_m} \cdot I_s(p)$$

$$\text{On retrouve } H_1(p) = \frac{V(p)}{I_s(p)} = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p} \text{ avec } K_1 = \frac{I_m \cdot K_m \cdot R_c}{2 \cdot f \cdot I_m} \text{ et } \tau_1 = \frac{I_m}{f}$$

De la même façon, à partir de l'équation (12) :

$$\frac{I_m \cdot}{2 \cdot R_c^2 \cdot k_f} p^2 \cdot T(p) + \frac{f + 2 \cdot c \cdot R_c^2}{2 \cdot R_c^2 \cdot k_f} \cdot p \cdot T(p) + T(p) = \frac{K_m}{2 \cdot R_c} \cdot \left(I_d(p) + \frac{c}{k_f} \cdot p \cdot I_d(p) \right)$$

$$\left(\frac{I_m \cdot}{2 \cdot R_c^2 \cdot k_f} p^2 + \frac{f + 2 \cdot c \cdot R_c^2}{2 \cdot R_c^2 \cdot k_f} \cdot p + 1 \right) \cdot T(p) = \frac{K_m}{2 \cdot R_c} \cdot \left(1 + \frac{c}{k_f} \cdot p \right) \cdot I_d(p)$$

$$H_2(p) = \frac{T(p)}{I_d(p)} = \frac{K_m}{2 \cdot R_c} \cdot \frac{1 + \frac{c}{k_f} \cdot p}{1 + \frac{f + 2 \cdot c \cdot R_c^2}{2 \cdot R_c^2 \cdot k_f} \cdot p + \frac{I_m \cdot}{2 \cdot R_c^2 \cdot k_f} p^2}$$

$$\text{Par identification on a : } K_2 = \frac{K_m}{2 \cdot R_c}, \tau_2 = \frac{c}{k_f}, \omega_0 = R_c \sqrt{\frac{2 \cdot k_f}{I_m}} \text{ et } \xi = \frac{f + 2 \cdot c \cdot R_c^2}{2 \cdot R_c \cdot \sqrt{2 \cdot k_f \cdot I_m}}$$

Q25. A l'aide du diagramme de Bode (p5/9) :

Le gain statique K_2 est lisible lorsque la fréquence est faible on peut lire 8 dB. Ainsi

$$K_2 = 10^{\frac{8}{20}} = 2,5 N / A$$

Q26. A l'aide des suppositions : $\omega_0 \ll \omega_2$, $H_2(j\omega_0) = \frac{K_2}{2 \cdot j \cdot \xi}$ et $\omega_r = \omega_0$

On a à la pulsation de résonance :

- $\omega_0 = 80 \text{ rd} / s$
- Un gain de 40dB, soit $\frac{K_2}{2 \cdot \xi} = 10^{\frac{40}{20}}$ soit $\xi = \frac{K_2}{2 \cdot 10^2} = \frac{2,5}{200} = 0,0125$

Q27. La seconde pulsation de cassure a lieu lorsque le déphasage est égal à -135° . En outre on sait que $\omega_0 \ll \omega_2$. Soit par lecture du diagramme de phase : $\omega_2 = 8000 \text{ rd} / s$ et $\tau_2 = 125 \mu s$.

Q28. Boucle d'asservissement : $H_c(p) = \frac{T(p)}{T_c(p)}$

Boucle interne $H_i(p) = \frac{T(p)}{E(p)} = \frac{H_2(p)}{1 + \alpha.p.H_2(p)}$ d'où

$$H_c(p) = \frac{T(p)}{E(p)} = \frac{\frac{K.H_2(p)}{1 + \alpha.p.H_2(p)}}{1 + \frac{K.H_2(p)}{1 + \alpha.p.H_2(p)}} = \frac{K.H_2(p)}{1 + \alpha.p.H_2(p) + K.H_2(p)}$$

$$H_{BO}(p) = \frac{T(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K.H_2(p)}{1 + \alpha.p.H_2(p)}$$

Q29. A l'aide du document 6, on lit :

- La valeur finale = 0,87N donc à -5% on a $t_r = 14\text{ms}$.
- $\varepsilon(+\infty) = 1 - 0,87 = 0,13N$ et donc $\varepsilon_{\%} = \frac{0,13}{1} 100 = 13\%$
- Le premier dépassement relatif $D_{1\%} = \frac{0,9 - 0,87}{0,87} 100 = 3,5\%$

Q30. Performance :

Le premier dépassement et le temps de réponse sont inférieurs aux valeurs limites.
Seule l'erreur statique est trop importante. L'ajout d'un correcteur proportionnel suffirait à réduire cette erreur dans la limite imposée. Une autre solution serait l'ajout d'un correcteur Proportionnel Intégral pour annuler cette erreur.

Q31. Marge de phase et de gain :

Par lecture du document 7, on a $M_{\varphi} = 75^\circ$ pour $\omega = 105\text{rd/s}$ et $M_G = \infty$

Ceci est conforme au cahier des charges.

Partie 4 : Détermination des caractéristiques de la motorisation afin de respecter l'exigence 1.1.2

Q32. Expression du couple résistant :

En isolant le système DBB + 1 + 2 : Seule la pesanteur agit donc la puissance des forces extérieures en phase de descente :

$$P_{F_{ext}} = M.g.v = C_r(t).w_m \text{ or } v = R_p.w_m$$

$$C_r(t) = M.g.R_p \text{ Le signe varie selon le sens du mouvement (- si phase de montée } (\vec{z}) \text{ et + sinon, } (-\vec{z}))$$

Remarque : En prenant en compte les rendements décrient dans le sujet :

$$\text{En phase de descente, } P_{F_{ext}} = M.g.v = \eta_{pc}\eta_{re}C_r(t)w_m \text{ or } v = R_p.k.w_m$$

$$\text{D'où } C_r(t) = M.g.R_p.k/\eta_{pc}\eta_{re}$$

Remarque 2 : On trouve déjà le résultat de la question 44 où lorsque le système n'est pas en fonctionnement, $C_m = C_r$. D'où $C_m = M.g.R_p.k/\eta_{pc}\eta_{re}$.

Q33. Expression du rapport de réduction d'un étage :

$$\text{Les étages sont en cascade donc } k_{etg} = \sqrt{k} = \frac{1}{5}$$

Q34. Expression les rapports de réduction d'un étage :

$$\frac{\omega_{2/4}}{\omega_{1/4}} = -\frac{Z_1}{Z_2} \text{ et } \frac{\omega_{3/4}}{\omega_{2/4}} = \frac{Z_2}{Z_3} \quad \frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = \frac{\omega_{3/4}}{\omega_{2/4}} \cdot \frac{\omega_{2/4}}{\omega_{1/4}} = -\frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_2}{Z_3} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

Q35. Expression les rapports de réduction du train épicycloïdal :

$$\omega_{4/0} = \omega_{4/3} = -\omega_{3/4} \quad (\text{car 3 est fixe par rapport à 0}) \text{ et } \omega_{1/4} = \omega_{1/0} - \omega_{4/0}$$

ainsi $\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = \frac{-\omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3} \quad \omega_{4/0} = \frac{Z_1}{Z_3} (\omega_{1/0} - \omega_{4/0}) \text{ soit } \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$

A.N. $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{18}{18+72} = \frac{1}{5}$

Q36. Energie cinétique de l'étage 1 :

$$\tau_{E_{\text{etg } 1/\mathfrak{R}_0}} = \frac{1}{2} I_1 \omega_{1/0}^2 + \frac{3}{2} I_2 \omega_{2/0}^2 + \frac{1}{2} I_4 \omega_{4/0}^2$$

Q37. Vitesse du point I :

$$\overrightarrow{V_{(I \in 1/0)}} = \overrightarrow{V_{(O \in 1/0)}} + \overrightarrow{IO} \wedge \omega_{1/0} \cdot \overrightarrow{x_0} = \frac{D_{p1}}{2} \cdot \omega_{1/0} \cdot \overrightarrow{z_0} \quad \text{donc } \overrightarrow{V_{(I \in 1/0)}} = \frac{m \cdot Z_1}{2} \cdot \omega_{1/0} \cdot \overrightarrow{z_0}$$

$$\overrightarrow{V_{(I \in 2/4)}} = \overrightarrow{V_{(A \in 2/4)}} + \overrightarrow{IA} \wedge \omega_{2/4} \cdot \overrightarrow{x_0} = -\frac{D_{p2}}{2} \cdot \omega_{2/4} \cdot \overrightarrow{z_0} \quad \text{donc } \overrightarrow{V_{(I \in 2/4)}} = -\frac{m \cdot Z_2}{2} \cdot \omega_{2/4} \cdot \overrightarrow{z_0}$$

$$\overrightarrow{V_{(I \in 4/0)}} = \overrightarrow{V_{(O_4 \in 4/0)}} + \overrightarrow{IO_4} \wedge \omega_{4/0} \cdot \overrightarrow{x_0} = \frac{D_{p1}}{2} \cdot \omega_{4/0} \cdot \overrightarrow{z_0} \quad \text{donc } \overrightarrow{V_{(I \in 4/0)}} = \frac{m \cdot Z_1}{2} \cdot \omega_{4/0} \cdot \overrightarrow{z_0}$$

$$\text{Relation de composition des vitesses } \overrightarrow{V_{(I \in 2/1)}} = \overrightarrow{V_{(I \in 2/0)}} - \overrightarrow{V_{(I \in 1/0)}}$$

Donc la condition de roulement sans glissement donne : $\overrightarrow{V_{(I \in 2/0)}} = \overrightarrow{V_{(I \in 1/0)}}$ soit

$$\overrightarrow{V_{(I \in 1/0)}} = \frac{m \cdot Z_1}{2} \cdot \omega_{1/0} \cdot \overrightarrow{z_0} \quad \text{ou en utilisant } R_1 = \frac{D_{p1}}{2} \quad \overrightarrow{V_{(I \in 1/0)}} = R_1 \cdot \omega_{1/0} \cdot \overrightarrow{z_0}$$

$$\overrightarrow{V_{(I \in 2/0)}} = \overrightarrow{V_{(I \in 2/4)}} + \overrightarrow{V_{(I \in 4/0)}} = -R_2 \cdot \omega_{2/4} \cdot \overrightarrow{z_0} + R_1 \cdot \omega_{4/0} \cdot \overrightarrow{z_0}$$

Sachant que $D_{p3} = D_{p1} + 2D_{p2}$, alors $R_3 = 2R_2 + R_1$ d'où

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} = \frac{R_1}{2(R_1 + R_2)}$$

$$\text{On obtient ainsi : } R_1 \cdot \omega_{1/0} = -R_2 \cdot \omega_{2/4} + R_1 \cdot \frac{R_1}{2(R_1 + R_2)} \omega_{1/0}$$

$$\frac{\omega_{2/4}}{\omega_{1/0}} = -\frac{R_1 \cdot (R_1 + 2R_2)}{2R_2 \cdot (R_1 + R_2)}$$

Q38. Energie cinétique de l'étage 1 :

$$\tau_{E_{\text{etg } 1/\mathfrak{R}_0}} = \frac{1}{2} I_1 \omega_{1/0}^2 + \frac{3}{2} I_2 \omega_{2/4}^2 + \frac{1}{2} I_4 \omega_{4/0}^2 = \frac{1}{2} I_1 \omega_{1/0}^2 + \frac{3}{2} I_2 \left(\frac{R_1 \cdot (R_1 + 2R_2)}{2R_2 \cdot (R_1 + R_2)} \omega_{1/0} \right)^2 + \frac{1}{2} I_4 \left(\frac{R_1}{2(R_1 + R_2)} \omega_{1/0} \right)^2$$

$$I_{E_{\text{etg } 1eq}} = I_1 + 3I_2 \left(\frac{R_1 \cdot (R_1 + 2R_2)}{2R_2 \cdot (R_1 + R_2)} \right)^2 + I_4 \left(\frac{R_1}{2(R_1 + R_2)} \right)^2$$

Q39. Application numérique :

$$I_{E_{\text{etg } 1eq}} = I_1 + I_2 \left(\frac{R_1 \cdot (R_1 + 2R_2)}{2R_2 \cdot (R_1 + R_2)} \right)^2 + I_4 \left(\frac{R_1}{2(R_1 + R_2)} \right)^2$$

$$I_{E_{tgleq}} = 8,03.10^{-9} \text{ kg.m}^2$$

Q40. Conclusion :

L'inertie du moteur indiquée est $J=3,8 \text{ g.cm}^2 = 380.10^{-9} \text{ kg.m}^2$.

L'inertie du réducteur est négligeable devant celle du moteur, d'où le choix de la société de ne pas la donner dans sa documentation technique.

Q41. Torseur équivalent des actions mécaniques du pignon sur l'ensemble DBB au point I_1 :

$$\left\{ \tau_{(mrp \rightarrow DBB)} \right\}_{I_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ T_{pc} & 0 \end{Bmatrix}_R$$

Q42. Expression de T_{pc} :

On isole le solide Moteur+Réducteur+Pignon (mrp) :

- couple exercé par le moteur sur le pignon vaut : $\overrightarrow{M_{O,m \rightarrow mrp}} = C_p \vec{x} = \eta_{re} C_{ms} / k \vec{x}$
- effort exercé par l'ensemble DBB : $\overrightarrow{F_{mrp \rightarrow DBB}} = -\eta_{pc} \overrightarrow{F_{DBB \rightarrow mrp}} = T_{pc} \vec{z}$

En déplaçant les moments : $\overrightarrow{M_{O,DBB \rightarrow mrp}} = \overrightarrow{OI_1} \wedge \overrightarrow{F_{DBB \rightarrow mrp}} = -R_p T_{pc} / \eta_{pc} \vec{x}$

Le TMS en O selon \vec{x} :

$$\frac{\eta_{re} C_{ms}}{k} \frac{R_p T_{pc}}{\eta_{pc}} = 0 \Rightarrow T_{pc} = \frac{\eta_{re} \eta_{pc} C_{ms}}{R_p k}$$

Autre solution (en puissance voir Q32) :

$$P_{sortie} = \eta_{pc} \eta_{re} P_{entrée}$$

$$T_{pc} V_{pc} = \eta_{pc} \eta_{re} C_{ms} w_m$$

Or $V_{pc} = R_p w_p = R_p k w_m$ où w_p est la vitesse de rotation de la poulie et w_m la vitesse de rotation du moteur.

$$\text{Donc } T_{pc} = \frac{\eta_{pc} \eta_{re} C_{ms}}{R_p k}$$

Q43. BAME sur le système DBB :

$$\text{La pesanteur en } G_1 : \left\{ \tau_{(ape \rightarrow DBB)} \right\}_{G_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -M.g & 0 \end{Bmatrix}_R$$

$$\text{La liaison glissière en } O_1 : \left\{ \tau_{(li_gli \rightarrow DBB)} \right\}_{O_1} = \begin{Bmatrix} X_{li} & L_{li} \\ Y_{li} & M_{li} \\ 0 & N_{li} \end{Bmatrix}_R$$

$$\text{Et } \left\{ \tau_{(mrp \rightarrow DBB)} \right\}_{I_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ T_{pc} & 0 \end{Bmatrix}_R$$

Q44. En appliquant le TRS selon \vec{z} :

$T_{pc} - Mg = 0$ soit $T_{pc} = Mg$ et donc $C_{ms} = \frac{R_p \cdot k \cdot M \cdot g}{\eta_{re} \eta_{pc}}$ (le pignon (de rayon R_p) est le pignon 7 sur la figure 15).

Q45. Application numérique :

$$T_{pc} = 2,1.9,81 = 20,60N \text{ et donc } C_{ms} = -\frac{10^{-3}.20}{25.0,88.0,7}.20,6 = 0,02N.m \text{ (ou } 13,38mN.m)$$

Q46. Type de sollicitation : flexion simple

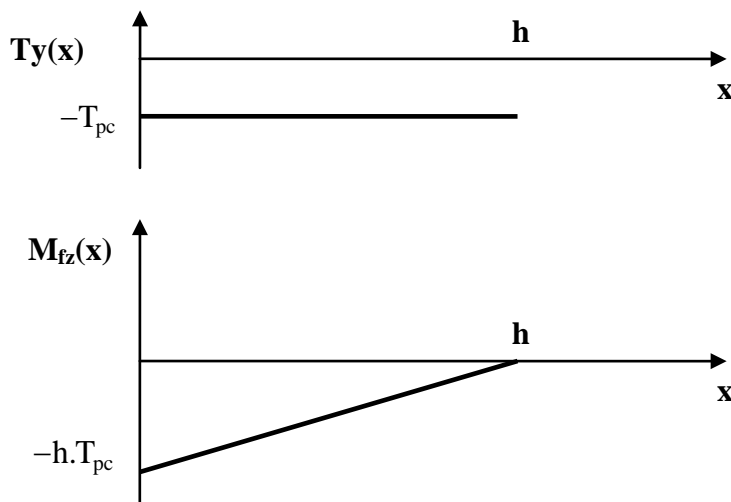
Q47. Les composantes non nulles sont l'effort tranchant selon \vec{y} et le moment de flexion autour de \vec{z} .

Q48. Torseur de cohésion

1 seul tronçon : on peut calculer le torseur de cohésion sur la partie avale (tête de la dent

$$\text{en A) : } \left\{ \tau_{(F_{ext} \rightarrow \text{aval})} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -T_{pc} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_R \text{ donc } \left\{ \tau_{(coh)} \right\}_p = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -T_{pc} & 0 \\ 0 & -(h-x)T_{pc} \end{Bmatrix}_R$$

Q49. Diagramme des efforts



Q50. Le moment de flexion est maximal pour $x=0$ et donc $M_{f \max} = h.T_{pc}$

Q51. Etant donné la répartition de la contrainte normale de flexion, celle-ci est maximale pour

$$y_{\max} = \frac{e}{2} \text{ et donc}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{M_{f \max}}{I_{Gz}} y_{\max} = \frac{12.h.T_{pc}.e}{b.e^3.2} = 24 \frac{2,25.m.T_{pc}}{k_1.m.(\pi.m)^2} = \frac{5,47.T_{pc}}{k_1.m^2}$$

Q52. Valeur minimale du module admissible :

$$\sigma_{xx} = \frac{R_{pe}}{s} \text{ donc } \frac{R_{pe}}{s} = \frac{5,47.T_{pc}}{k_1.m^2} \text{ soit } m = \sqrt{\frac{5,47.s.T_{pc}}{k_1.R_{pe}}}$$

$$\text{A.N. } m = \sqrt{\frac{5,47.3.20}{10.150.10^6}} = 0,47mm$$

Q53. Conclusion : le module choisi est supérieur à cette valeur. Il peut donc supporter une plus grande charge. Le pignon est correctement dimensionné.

Q54. L'équation du moteur est $H_m(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{10}{1+0,01p}$. Je suppose que $U_p(p) = U(p)$.

$$\text{Donc } \frac{\Omega_p(p)}{U(p)} = \frac{\Omega_p(p)}{\Omega(p)} \cdot \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{10.k}{1+0,01p}$$

$$\frac{X_{DBB}(p)}{U(p)} = \frac{X_{DBB}(p)}{\theta_p(p)} \cdot \frac{\theta_p(p)}{\Omega_p(p)} \cdot \frac{\Omega_p(p)}{U(p)} = \frac{D_p}{2} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{10.k}{1+0,01p} = \frac{5.D_p.k}{p.(1+0,01p)}$$

Q55. $U(p) = \frac{U_0}{p}$

$$X_{DBB}(p) = \frac{5.D_p.k}{p.(1+0,01p)} \cdot \frac{U_0}{p} = \frac{60.D_p.k}{p^2.(1+0,01p)}$$

Q56. $x_{DBB}(t) = A \left(\tau^2 \left(e^{\frac{-t}{\tau}} - 1 \right) + \tau.t \right) = A(-\tau^2 + \tau.t) = A.\tau^2 \left(\frac{t}{\tau} - 1 \right) = A.\tau.t$

Donc pour $x_{DBB}(t) = 6mm$ $t = \frac{x_{DBB}(t)}{A.\tau} = \frac{0,006}{6.0,01} = 0,1s$

Le cahier des charges est respecté.

Q57. Nombre de points du codeur

Lorsque le système DBB se déplace de 0,1mm, le pignon a tourné $\frac{0,1.10^{-3}}{\pi.D_p} = \frac{1}{240.\pi}$ et

le moteur de $\frac{1}{k.240.\pi} = \frac{25}{240.\pi} = 0,033 \text{ tour}$. Il faut donc être capable de mesurer $0,033^{\text{ième}}$ de tour. Le codeur devra donc disposer d'au moins 31 points / tour.

Q58. Le codeur à choisir : Ils conviennent tous, puisqu'ils fournissent au minimum 50 impulsions par tour. On choisit le IE2-50

Vérification de la fréquence : on a une vitesse de 2000 tr/min soit $\frac{200}{6}$ tr/s. Et comme chaque tour délivre N impulsions, la fréquence du signal sur les sorties A ou B est de : $\frac{100}{3} * 50 = 1,6 \text{ kHz}$. Cette valeur est en deçà de la fréquence maximale admissible par la carte contrôleur de mouvement.

Q59. Longueur d'une trame Bus CAN :

A l'aide du document 8, on a :

Champs	Nb de bits
SOF	1
Identificateur	11
RTR	1
Commande	6
Données	$8 * 8 = 64$
CRC	16
ACK	2
EOF	7
Total	108 bits

Q60. Durée d'une trame Bus CAN :

1 bit dure $8 \mu s$. Le débit binaire est $D_b = \frac{1}{8 \cdot 10^{-6}} = 125 \text{ kHz}$.

Et la trame nécessite $d_{trame} = 108.8 \cdot 10^{-6} = 0,864 \text{ ms}$

Cette trame peut donc être transmise en moins de 1ms.

Q61. Champs identificateur :

Le code de la fonction est 0001_2

L'adresse du nœud est : 0000110_2

Q62. Cela donne $(000 \ 1000 \ 0110)_2$ soit $(0 \ 85)_{16}$. Cet identificateur indique bien un message d'urgence.

Q63 et Q64.

Les deux propositions, pages suivantes, répondent au cahier des charges. La solution à base de clavette permet de transmettre un couple plus important que celle à base de vis de pression.

