DS 02 - Téléchirurgie robotisée

Avec Correction

PTSI

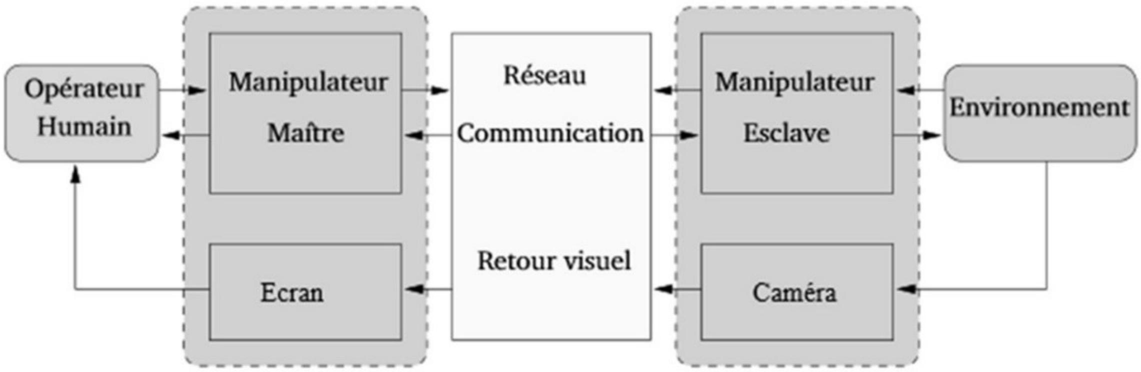
Samedi 28 octobre

Table des matières

Téléchirurgie robotisée

1 Présentation (20 min)

1.1 Mise en situation



Le cas d'utilisation étudié dans ce sujet est la téléopération sur organe mobile. Lors d'une opération, les organes sont soumis à des mouvements induits notamment par la respiration et les battements cardiaques. Lorsque le champ visuel est réduit, ces mouvements apportent une gêne au praticien qui doit les compenser manuellement.

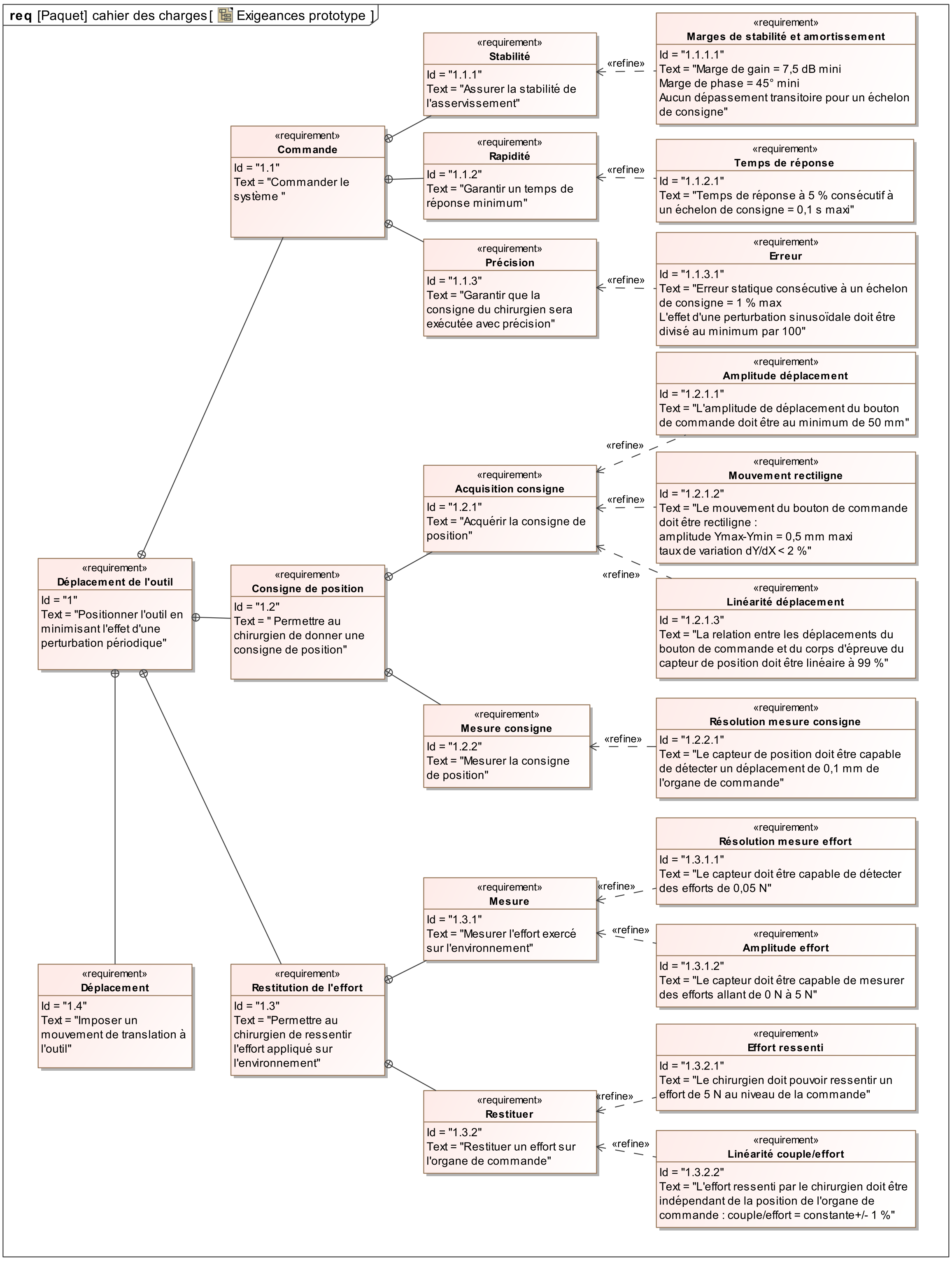
1.2 Nécessité d'un retour haptique

Les dispositifs présentés et utilisés jusqu'à ce jour dans les hôpitaux sont des systèmes de téléopération unilatéraux : c'est-à-dire que l'information (généralement une position) ne circule que du maître vers l'esclave.

Dans ce cas, le manipulateur maître est généralement passif car il ne dispose d'aucune information sur l'environnement manipulé. De ce fait, il est très difficile d'évaluer l'effort appliqué aux organes. Le chirurgien ne peut s'appuyer que sur le retour visuel, sa connaissance anatomique et son expérience pour opérer.

Différentes études ont démontré qu'il était beaucoup plus facile de réaliser certaines tâches quand l'utilisateur dispose d'informations haptiques. Le terme haptique est utilisé pour désigner le retour d'effort au sens kinesthésique mais également au sens tactile. Certains gestes de chirurgie, comme la dissection des tissus (25% à 35% du temps d'opération), ont été particulièrement analysés. Les résultats ont montré que le retour de force permet de limiter l'intensité et la durée des pics d'effort sur l'organe opéré.

Contrairement aux systèmes de téléopération unilatéraux qui peuvent être vus comme une succession de systèmes en boucle ouverte, les différents éléments des systèmes bilatéraux sont reliés par des boucles de contre-réaction et nécessitent une attention particulière (stabilité, précision, temps de réponse...).



1.3 Problème posé

Les effets du mouvement cardiaque sont négligeables lorsque la zone d'intérêt ne se situe pas dans le voisinage du cœur. En revanche, les effets du mouvement respiratoire se propagent sur une grande partie des organes tels que les poumons, le diaphragme, le foie, les reins et le pancréas. Ils occasionnent une gêne importante en chirurgie abdominale.

Le dispositif expérimental étudié dans le sujet est réalisé à partir de 2 interfaces haptiques à 1 degré de liberté.

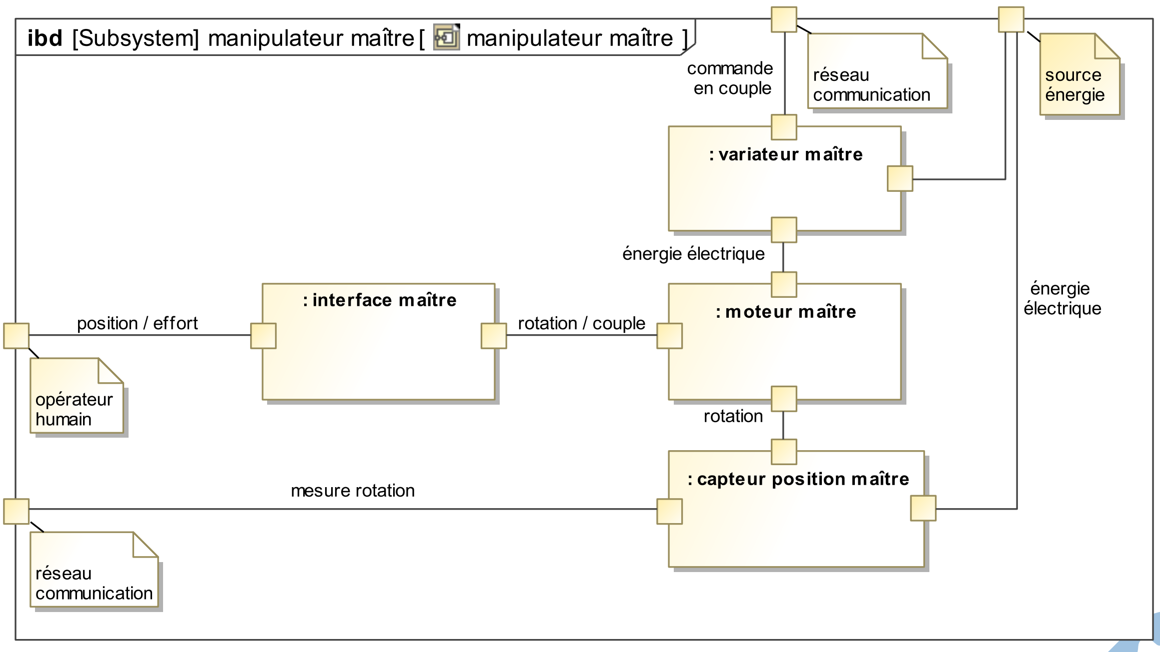
Objectif : L'objectif de cette étude est de concevoir et valider une commande permettant de rejeter une perturbation périodique.

1.3.1 Démarche de résolution

1. Modélisation cinématique du manipulateur maître afin d'évaluer l'écart entre le déplace- ment simulé et le déplacement souhaité du levier de commande,
2. Modélisation statique du manipulateur maître afin d'évaluer l'écart entre l'effort simulé et l'effort souhaité sur le levier de commande,
3. Modélisation du comportement dynamique de l'esclave afin de choisir une commande adaptée,
4. Modélisation de l'environnement et mesure de l'écart généré par la conversion analogique numérique,
5. Modélisation de la commande permettant d'annuler l'effet d'une perturbation sinusoïdale,
6. Évaluation des écarts de performance entre le système modélisé, le système réel et le système souhaité.

2 Modélisation du manipulateur maître (50 min)

2.1 Diagramme de blocs internes

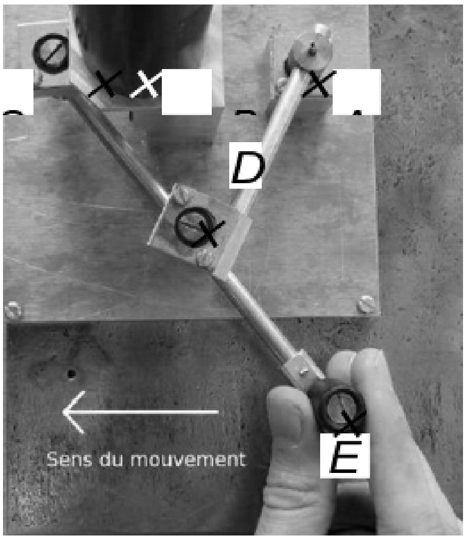


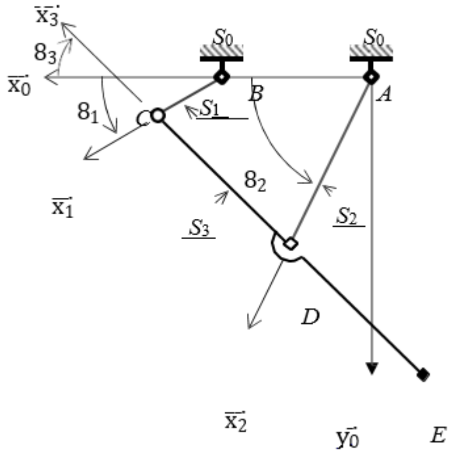
Le manipulateur maître est constitué de :

— une interface (mécanisme de HOEKEN) permettant de transformer le mouvement de translation imposé par l'opérateur en mouvement de rotation,
— un variateur analogique asservi en courant permettant au moteur de restituer un couple précis,
— un moteur rotatif pour générer un retour d'effort sur l'opérateur humain,
— un capteur de position (codeur incrémental) pour mesurer la consigne de position.

2.2 Modélisation de l'interface maître

Ce mécanisme est constitué de 4 barres reliées par des liaisons pivots.





Solide	Repère associé	Paramètres géométriques
S_0 (bâti AB)	$R_0(A,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$	$\overrightarrow{AB}=L_0.\overrightarrow{x_0}$ avec $L_0=50mm$
S_1 (barre BC)	$R_0(B,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0})$	$\overrightarrow{BC}=L_1.\overrightarrow{x_1}$ avec $L_1=25mm$ $\theta_1=(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1})=(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1})$
S_2 (barre AD)	$R_0(B,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_0})$	$\overrightarrow{AD}=L_2.\overrightarrow{x_2}$ avec $L_2=62,5mm$ $\theta_2=(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_2})=(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_2})$
S_3 (barre CDE)	$R_0(B,\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_0})$	$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{DC}=L_2.\overrightarrow{x_3}$ $\theta_3=(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_3})=(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_3})$

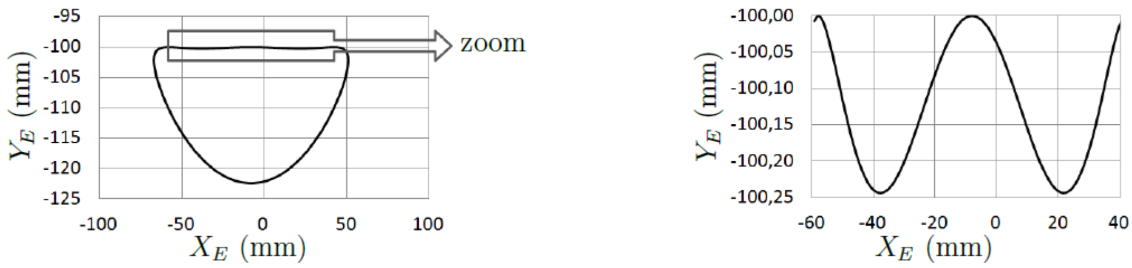
2.2.1 Mesure de l'écart entre les performances géométriques souhaitées et simulées

Objectif : Vérifier que les exigences « Amplitude déplacement »(Id 1.2.1.1), « Mouvement rectiligne »(Id 1.2.1.2), « Linéarité déplacement »(Id 1.2.1.3) peuvent être satisfaites par le mécanisme de HOEKEN.

Question 1 : En développant une fermeture géométrique en projection dans la base du repère R_0, donner une relation algébrique reliant les paramètres L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3.

Question 2 : De même, exprimer le vecteur position du point E ($\overrightarrow{AE}$) dans la base du repère R_0 en fonction de L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3.

La résolution analytique du système d'équations permettant d'obtenir le déplacement du point E en fonction de l'angle de rotation θ_1 du moteur et des différentes longueurs du mécanisme n'étant pas triviale, seuls les résultats d'une simulation numérique seront analysés.



(a) Trajectoire du point E (b) $X_E \in [-60\,\mathrm{mm}, 40\,\mathrm{mm}]$

Trajectoire du point E dans le repère $\mathcal{R}_0$

(a) Taux de variation (b) $X_E \in [-60\,\mathrm{mm}, 40\,\mathrm{mm}]$

Taux de variation $\dfrac{dY_E}{dX_E}$ en fonction de l'abscisse du point E

(a) Abscisse du point E (b) $X_E \in [-60\,\mathrm{mm}, 40\,\mathrm{mm}]$

Abscisse du point E en fonction de la rotation θ_1

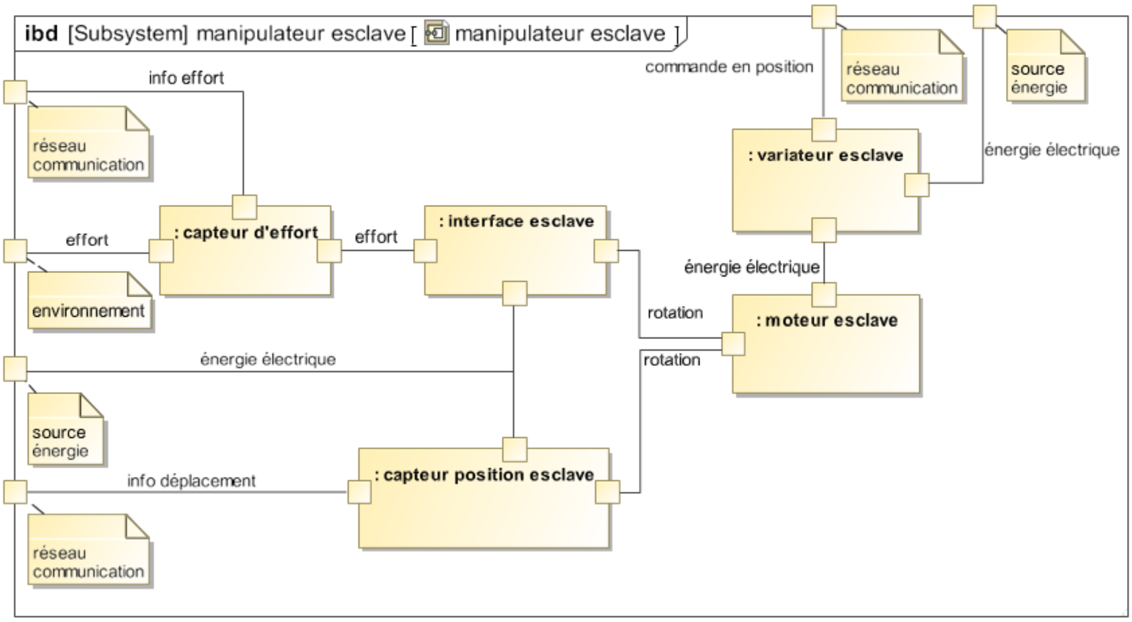
Question 3 : Vérifier que le déplacement du point E est compatible avec les exigences « Amplitude déplacement »(Id 1.2.1.1) et « Mouvement rectiligne »(Id 1.2.1.2) sur l'intervalle $X_E \in [-60mm, 40mm]$.

Question 4 : Proposer une démarche permettant de vérifier l'exigence « Linéarité déplacement »(Id 1.2.1.3) sur l'intervalle $X_E \in [-60mm, 40mm]$.

3 Modélisation du manipulateur esclave (60 min)

3.1 Diagramme de blocs internes

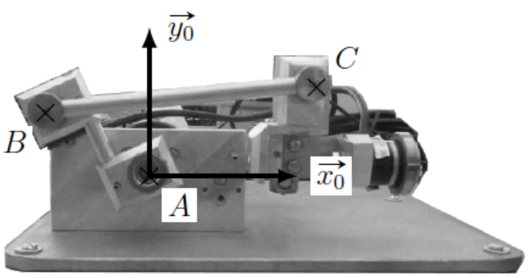
Le mécanisme de HOEKEN choisi pour l'interface maître réalise une bonne approximation de la trajectoire rectiligne mais ne permet pas une orientation constante du solide en mouvement. Cette solution n'est donc pas la plus appropriée pour mesurer (à l'aide d'un capteur) l'effort exercé par l'organe terminal.

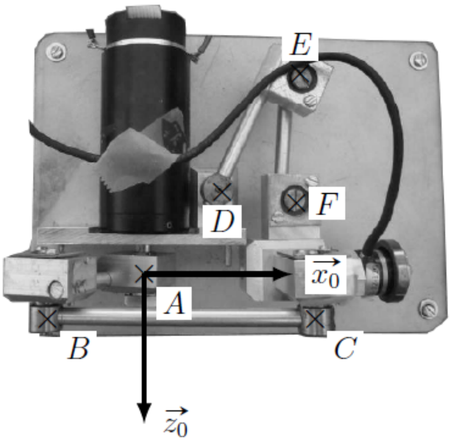


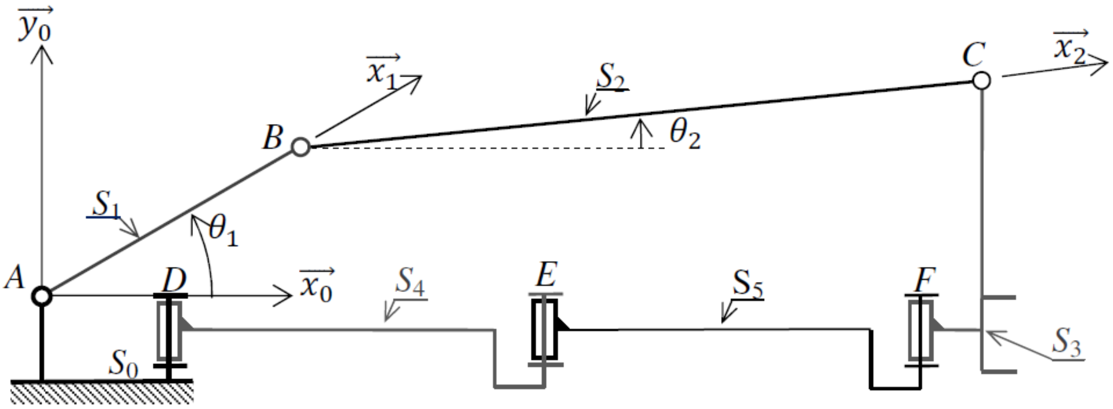
Le manipulateur esclave est constitué de :

— une interface permettant de transformer le mouvement de rotation imposé par le moteur en mouvement de translation rectiligne,
— un moteur rotatif pour générer le mouvement,
— un variateur analogique permettant de commander le moteur,
— un capteur de position (codeur incrémental) pour mesurer le déplacement de l'organe terminal,
— un capteur d'effort pour mesurer l'effort exercé par l'organe terminal sur l'environnement.

3.2 Modélisation de l'interface esclave (50 min)







Données :

- Inertie équivalente ramenée à l'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$: $I_1 = 5,7 \times 10^5 kg.m^2$,
- Frottement fluide entre rotor et stator : $f_v = 1,6 \times 10^{-3} N.m.s$,
- Masse du solide 3 : $M_3 = 0,1 kg$,
- Toutes les autres masses sont négligées.

Objectif : Modéliser le comportement de l'interface esclave de façon à évaluer son comportement au sein d'une boucle d'asservissement.

Question 5 : Tracer le graphe des liaisons du dispositif esclave. Donner le degré d'hyperstatisme de la modélisation de ce mécanisme.

Question 6 : Proposer une modification simple pour le rendre isostatique.

Question 7 : Montrer que le mouvement de S_3/S_0 ne peut être qu'une translation de direction $\overrightarrow{x_0}$.

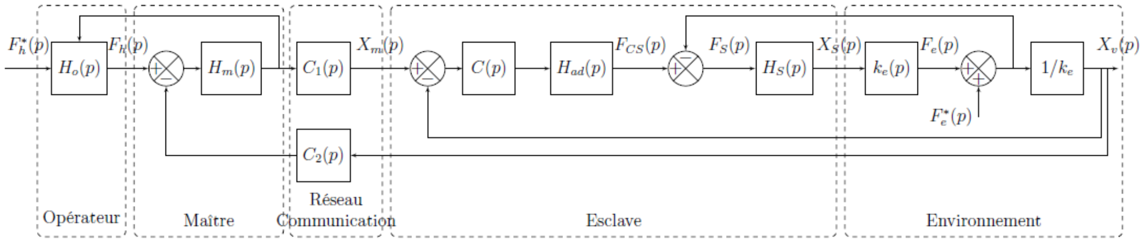
Question 8 : Déterminer $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}}$ en fonction de $\dot{\theta}_1$, θ_1 et θ_2.

Les paramètres dynamiques sont liés par l'équation différentielle suivante :
$(M_3 + I_1.\alpha^2).\ddot{x}_s + f_v.\alpha^2.\dot{x}_s = C_m.\alpha$, avec $\alpha = -30m^{-1}$.

Question 9 : Donner, sous forme canonique, la fonction de transfert modélisant le comportement dynamique du manipulateur esclave : $H(p) = \dfrac{X_s(p)}{C_m(p)}$ sachant que $X_s(p) = L[x_s(t)]$ et $C_m(p) = L[C_m(t)]$. Faire l'application numérique.

4 Réalisation de la commande de l'esclave (60min)

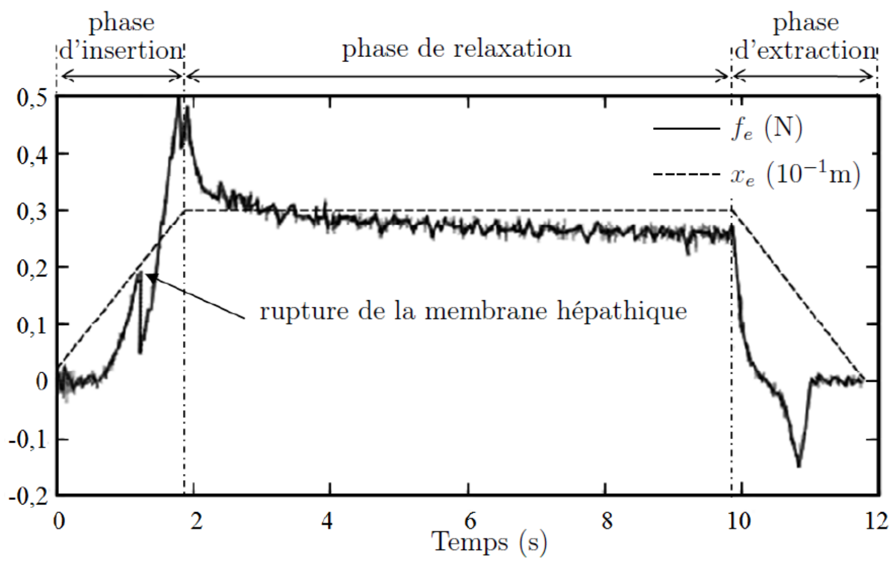
Objectif : Concevoir la commande du dispositif esclave de façon à satisfaire l'ensemble des exigences incluses dans l'exigence « Commande »(Id 1.1).



4.1 Modélisation de l'environnement

Objectif : Modéliser la perturbation liée à l'environnement.

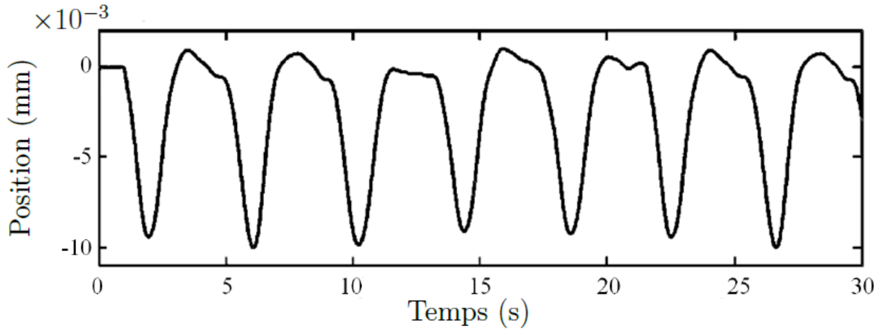
Afin de modéliser la pénétration de l'aiguille dans les tissus, un essai a été réalisé sur l'organe d'un porc. La figure suivante montre le profil d'effort lors d'une insertion d'aiguille robotisée sur le foie d'un porc vivant anesthésié. Le déplacement du robot est représenté en pointillé et la force mesurée selon l'axe de l'aiguille en trait plein.



Question 10 : En considérant uniquement la fin de la phase d'insertion, justifier le choix de modéliser (en première approche) l'effort de pénétration d'une aiguille dans un tissus par une fonction linéaire : $f_e(t) = k_e.x_e(t)$. Évaluer la valeur de k_e.

Dans la suite du sujet, nous prendrons : $f_e(t) = k_e.x_e(t)$ avec $k_e = 200N.m^{-1}$ qui correspond à une moyenne sur plusieurs organes.

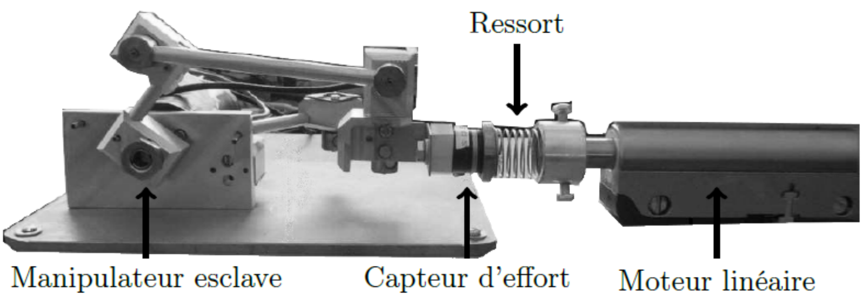
Afin de modéliser les mouvements dûs à la respiration d'un patient, des mesures ont été effectuées. Elles représentent la position $x_e(t)$ de la partie supérieure de l'organe à opérer en fonction du temps.



Mouvement respiratoire

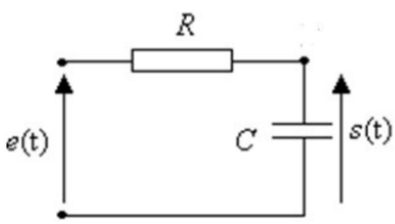
Question 11 : Justifier la modélisation du déplacement par la fonction : $x_e(t) = A[-1 + sin(2.\pi.f.t + \phi)]$ et donner les valeurs de A et f. En déduire l'expression de $f_e(t)$.

Pour simuler ce mouvement respiratoire, un dispositif composé d'un moteur linéaire, d'un ressort et d'un capteur d'effort est ajouté en sortie du manipulateur esclave (figure suivante).



Les performances de l'asservissement dépendent (entre autres) de la qualité de la chaîne d'acquisition. Cela passe notamment par le réglage de la fréquence d'échantillonnage et la quantification du convertisseur analogique numérique.

Il est nécessaire d'ajouter un filtre avant la Conversion Analogique Numérique.



Ce filtre « anti-repliement »est généralement réglé à la fréquence $f_0 = \dfrac{f_{ech}}{2}$ où f_{ech} est la fréquence d'échantillonnage qui est ici de 50 Hz.

Question 12 : Déterminer la fonction de transfert $H_2(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)}$ du filtre RC.

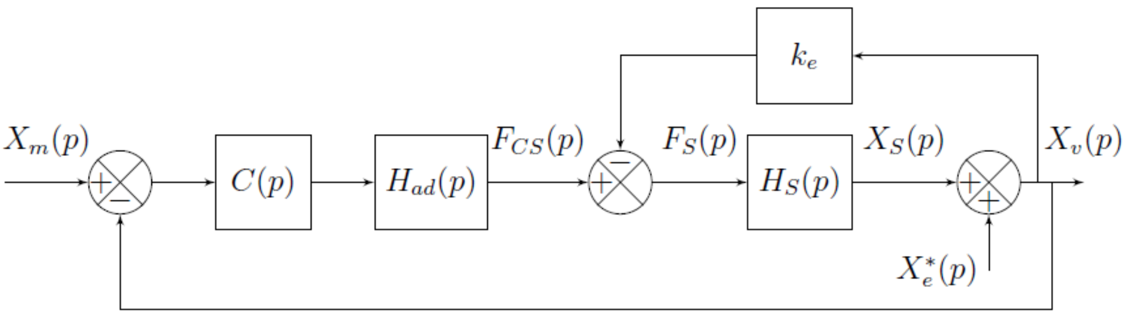
Question 13 : Tracer l'allure du diagramme de Bode de la fonction de transfert ainsi déterminée et calculer la pulsation de cassure ω_c en fonction de R et C. Le tracé est à effectuer sur la copie. Les valeurs numériques n'étant pas fournies, indiquer sur le tracé le maximum d'informations disponibles. En déduire la fréquence propre f_0 en fonction de R et C.

Question 14 : En déduire la valeur du produit $R.C$ afin de valider le réglage du filtre.

4.2 Modélisation et étude des performances du système sans correction

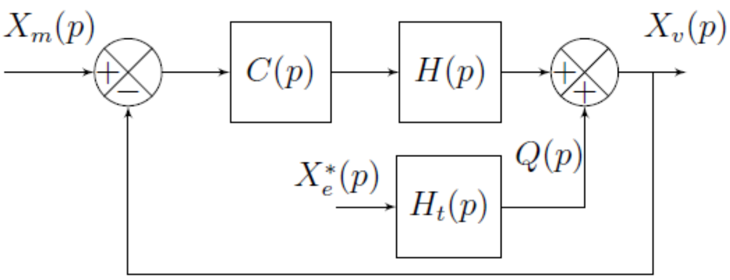
Objectif : Identifier les performances non satisfaites afin de choisir un correcteur adapté.

La modélisation permettant de relier la consigne $x_m(t)$ issue du dispositif maître au déplacement $x_v(t)$ de l'organe terminal est représentée par le schéma bloc suivant.



— $H_{ad}(p) = k_a = 1N.m^{-1}$ permet d'adapter la consigne position en consigne force,
— $H_s(p) = \dfrac{X_s(p)}{F_s(p)} = \dfrac{k_s}{p.(m_s.p + b_s)}$, avec $k_s = 1m.N^{-1}$, $m_s = 0,152kg$ et $b_S = 1,426N.s.m^{-1}$,
— $k_e = 200N.m^{-1}$.

Question 15 : Simplifier le schéma bloc précédant pour lui donner la forme illustrée par la figure suivante. Exprimer $H_t(p)$ et $H(p)$ en fonction de k_e, k_a et $H_s(p)$.



Pour la suite du problème, on prendra : $H(p) = \dfrac{1}{m_s.p^2 + b_s.p + k_e}$.

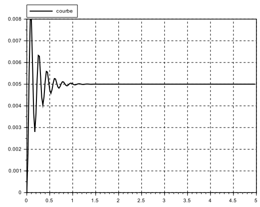
4.3 Vérification des exigences sans correction : C(p) = 1

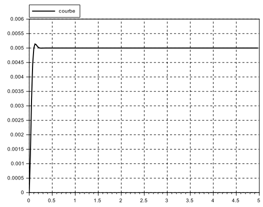
Question 16 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée (avec une perturbation nulle : $X_e^*(p) = 0$) : $F_{BF1}(p) = \dfrac{X_v(p)}{X_m(p)}$, puis la mettre sous forme canonique de façon à identifier les paramètres caractéristiques :

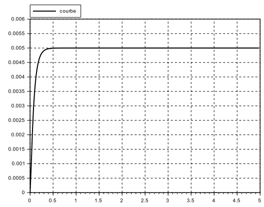
— gain statique (K),
— pulsation propre (ω_0),
— coefficient d'amortissement (z).

Faire l'application numérique.

Trois réponses ont été tracées, et l'une d'entre elles correspond à la fonction calculée précédemment.

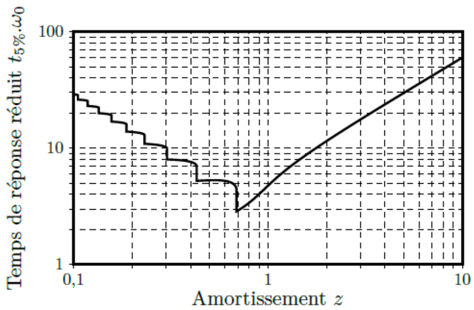




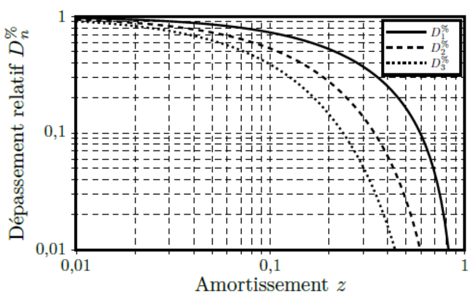


Question 17 : Déterminer à quel tracé correspond la fonction de transfert de la question 16 et déterminer la valeur de l'échelon qui lui a été appliqué en entrée.

Question 18 : En vous aidant des abaques des figures suivantes, vérifier les exigences « stabilité »(uniquement l'amortissement), « rapidité »et « précision »(uniquement l'erreur statique).



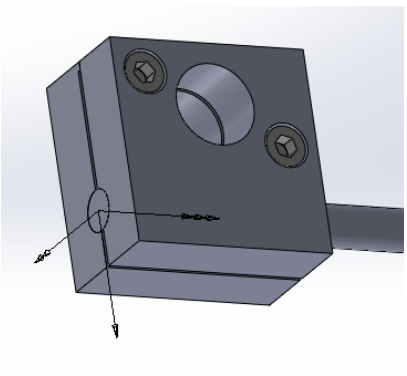
(a) Abaque du temps de réponse réduit

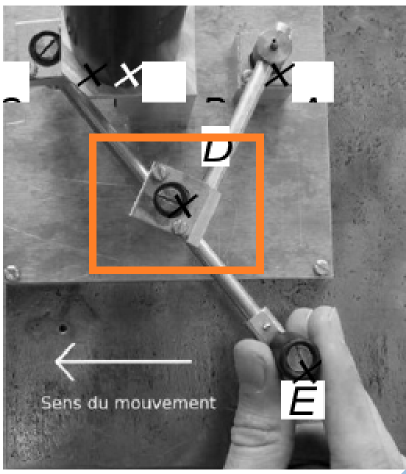


(b) Abaque des dépassements relatifs

5 Conception du Mécanisme de HOEKEN (50 min)

L'assemblage du mécanisme de HOEKEN doit être démontable. Pour cela on demande de réaliser la liaison encastrement par vis du montage suivant.





Question 19 : Proposer une solution d'assemblage par vis du système suivant. Une des deux pièces doit être taraudée, il n'est pas permis d'utiliser d'écrou. Représenter la réponse sur la vue en coup du document réponse « Mécanisme de HOEKEN ».

FIN DU SUJET

Question 1 : $L_2 = \sqrt{(L_0 + L_1.cos(\theta_1) - L_2.cos(\theta_3))^2 + L_1.sin(\theta_1) - L_2.sin(\theta_3))^2}$.

Question 2 : $\overrightarrow{AE} = L_0.\overrightarrow{x_0} + L_1.\overrightarrow{x_1} - 2.L_2.\overrightarrow{x_3} = \begin{pmatrix} L_0 + L_1.cos(\theta_1) - 2.L_2.cos(\theta_3) \\ L_1.sin(\theta_1) - 2.L_2.sin(\theta_3) \\ 0 \end{pmatrix}$

Question 3 : Sur l'intervalle considéré :

— Sur la figure 6.(a) on relève que XE varie de 100 mm, ce qui est supérieur à 50 mm la valeur exigée pour l'amplitude de déplacement (Id 1.2.1.1),

— Sur la figure 6.(b) on relève que l'amplitude en Y est $Y_E max - Y_E min = -100 + 100.25 = 0.25mm$ ce qui est inférieur à 0,5 mm la valeur maximale admissible par l'exigence de mouvement rectiligne (Id 1.2.1.2),

— Sur la figure 6.(b) on relève le taux de variation $-2\% < \frac{dY_E}{dX_E} \leq 2\%$ ce qui vérifie l'exigence de mouvement rectiligne (Id 1.2.1.2).

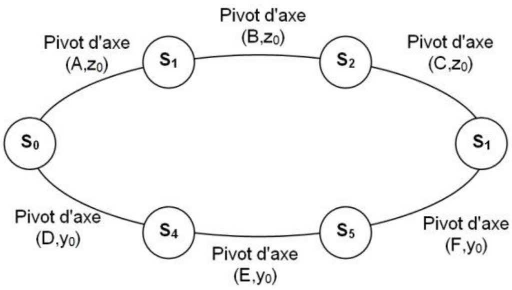
Ainsi le déplacement du point E est compatibles avec les exigences (Id 1.2.1.1) et (Id 1.2.1.2) sur l'intervalle $[-60mm, 40mm]$.

Question 4 : L'exigence considérée spécifie que la relation entre des déplacements doit être linéaire à 99%.

Si la grandeur associée au déplacement du bouton de commande est clairement identifiable (c'est XE), celle associée au capteur de position est plus floue. En supposant que le capteur de position soit un capteur angulaire intercalé entre le bâti (0) et la barre (1), il s'agit alors de θ_1. Ce choix est conforté par la figure donnant les évolutions de XE en fonction de θ_1.

Pour vérifier l'exigence sur l'intervalle $[-60mm, 40mm]$, on propose d'exploiter les valeurs visibles sur le zoom donné figure 8(b) pour tracer une courbe avec un tableur. Le coefficient de corrélation de la régression linéaire devra être supérieur à $0,99$ pour vérifier l'exigence.

Question 5 :



— Formule de mobilité : $h = N_s - r_s$,

— $N_s = 6 \times 5 = 30$ (6 pivots),

— $r_s = 6 \times (6-1) - 1 = 29$,

— $h = 1$

Question 6 : Pour obtenir $h = 0$ à partir de $h = 1$, il faut ajouter un degré de liberté sans augmenter la mobilité.

La solution la plus naturelle est de remplacer un pivot par un pivot glissant. Seulement ce n'est pas la bonne car cela rajoute une mobilité.

Ceci fait on s'aperçoit qu'il faut alors modifier une liaison en ajoutant une rotation ne modifiant pas la mobilité globale. Par exemple on peut ajouter à L_{12} pivot d'axe $(B, \overrightarrow{z_0})$ la rotation d'axe $(B, \overrightarrow{x_0})$, ce qui la transforme en une sphérique à doigt.

Question 7 : En considérant la chaîne de solides (0-1-2-3), on a :

$\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \omega_{30}.\overrightarrow{z_0}$, et par suite, $\overrightarrow{V(C,3/0)} \in$ plan $(A, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$.

En considérant la chaîne de solides (0-4-5-3), on a :
$\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \omega_{30}.\overrightarrow{y_0}$, et par suite, $\overrightarrow{V(C,3/0)} \in$ plan $(A,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{z_0})$.
Pour le mécanisme dans son ensemble, les mobilités doivent être compatibles :
$\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \omega_{30}.\overrightarrow{z_0} = \omega_{30}.\overrightarrow{y_0}$, donc $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \overrightarrow{0}$
$\overrightarrow{V(C,3/0)} \in$ plan $(A,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0})$ et $\overrightarrow{V(C,3/0)} \in$ plan $(A,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{z_0})$, donc $\overrightarrow{V(C,3/0)}$ // $\overrightarrow{x_0}$.
Finalement $\{V(3/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(3/0)} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{V(C,3/0)} = V(C,3/0).\overrightarrow{x_0} \end{array} \right\}$ donc M(3/0) est une translation selon $\overrightarrow{x_0}$.

Question 8 : $\overrightarrow{V(C,3/0)} = \overrightarrow{V(C,3/2)} + \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)}$
$\overrightarrow{V(C,3/0)} = -L_2.(cos(\theta_2).\overrightarrow{x_0}+sin(\theta_2).\overrightarrow{y_0}) \wedge \dot{\theta}_1.\overrightarrow{z_2} - (L_2.(cos(\theta_2).\overrightarrow{x_0}+sin(\theta_2).\overrightarrow{y_0})+L_1.(cos(\theta_1).\overrightarrow{x_0}+sin(\theta_1).\overrightarrow{y_0})) \wedge \dot{\theta}_1.\overrightarrow{z_1}$

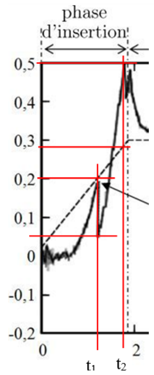
$$\left\{ \begin{array}{l} L_2.\dot{\theta}_2.cos(\theta_2) + L_2.\dot{\theta}_1.sin(\theta_2) - L_1.\dot{\theta}_1.sin(\theta_1) = 0 \\ V_c = -L_2.\dot{\theta}_2.sin(\theta_2) - L_2.\dot{\theta}_1.cos(\theta_2) + L_1.\dot{\theta}_1.cos(\theta_1) \end{array} \right.$$

Question 9 : Transformée de Laplace
$\left[\left(M_3 + I_1.\alpha^2\right).p^2 + f.\alpha^2.p\right] X_s(p) = C_m(p).\alpha$, d'où

$$H(p) = \frac{\frac{1}{f.\alpha}}{p.\left(\frac{(M_3 + I_1\alpha^2)}{f.\alpha^2}.p + 1\right)}$$

A.N : $H(p) = \dfrac{20,8}{p.(0,1.p+1)}$

Question 10 :



Il faut considérer la figure, et la fin de la phase d'insertion. Compte-tenu de ce qui est demandé (relation linéaire), on va retenir la phase entre les instants t_1 et t_2 sur l'extrait de la figure ci-contre.
Durant cette phase, les grandeurs f_e et x_e ont toutes deux une évolution linéaire. De plus $x_e = 0$ quand $f_e = 0$.

$$k_e = \frac{0,5 - 0,05}{0,028 - 0,02} = 56N.m^{-1}$$

Question 11 : L'évolution de $x_e(t)$ est périodique et apparemment sans discontinuité de tangente. On peut donc la modéliser par une sinusoïde. On relève sa période $T = 4,25s$ environ.
Son amplitude est $\Delta x_e = 0mm - (-10)mm = +10mm$.
Sa valeur moyenne est non nulle et on relève $x_{e0} = -5mm$.
Enfin $x_e(0) \neq x_{e0}$ donc la fonction sinus possède une phase non nulle à l'origine.
D'où l'expression de la fonction $x_e(t) = x_{e0} + \dfrac{\Delta x_e}{2}.sin(\omega.t + \phi)$

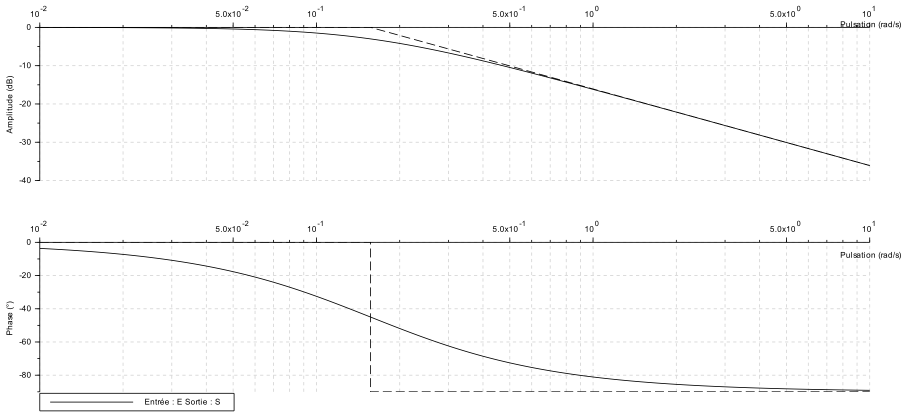
En remplaçant par les valeurs numériques de déplacement, et $\omega = 2.\pi.f = \dfrac{2.\pi}{T}$ il vient : $x_e(t) = -5.10^{-3} + 5.10^{-3}.sin(2.\pi.f.t + \phi) = 5.10^{-3}.[-1 + sin(2.\pi.f.t + \phi)]$. CQFD.

On identifie $A = 5mm$ et $f = \dfrac{1}{T} = 0.24Hz$.

Finalement, $f_e(t) = k_e \times x_e(t) = 0.28.\left[-1 + sin\left(2.\pi.\dfrac{t}{4,25} + \phi\right)\right]$

Question 12 : La fonction de transfert est $H_2(p) = \dfrac{1}{1 + R.C.p}$

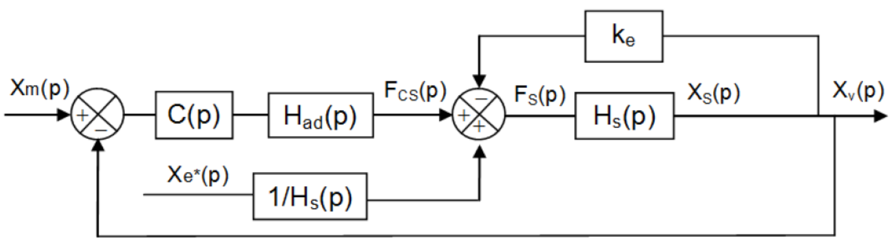
Question 13 :

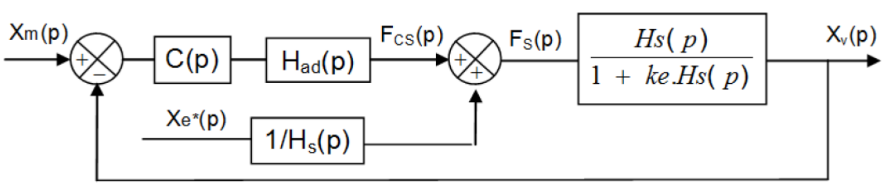


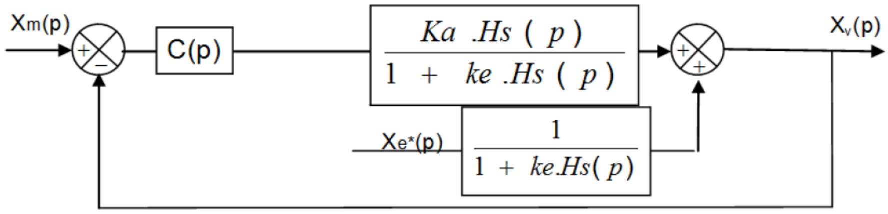
Sa pulsation propre est égale à sa pulsation de cassure $\omega_0 = \omega_c = \dfrac{1}{\tau} = \dfrac{1}{R.C}$, d'où la fréquence propre $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2.\pi} = \dfrac{1}{2.\pi.R.C}$.

Question 14 : On impose $f_0 = \dfrac{f_{ech}}{2}$ d'où finalement $\dfrac{f_{ech}}{2} = \dfrac{1}{2.\pi.R.C}$, donc $RC = \dfrac{1}{\pi.f_{ech}}$, A.N : $RC = \dfrac{1}{50.\pi} = 6,37ms$

Question 15 :







On identifie finalement : $H(p) = \dfrac{K_a.H_s(p)}{1+k_e.H_s(p)}$ et $Ht(p) = \dfrac{1}{1+k_e.H_s(p)}$.

Question 16 : $F_{BF1}(p) = \dfrac{\dfrac{1}{1+k_e}}{\dfrac{m_s}{1+k_e}.p^2+\dfrac{b_s}{1+k_e}.p+1}$

— Gain statique : $K = \dfrac{1}{1+k_e} = 0,005$,

— Pulsation propre : $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1+k_e}{m_s}} = 36,4 rad.s^{-1}$,

— Coefficient d'amortissement : $z = \dfrac{b_s}{2.\sqrt{m_s.(1+k_e)}} = 0,13$.

Question 17 : Le tracé de la question 16 est le premier et l'échelon était unitaire.

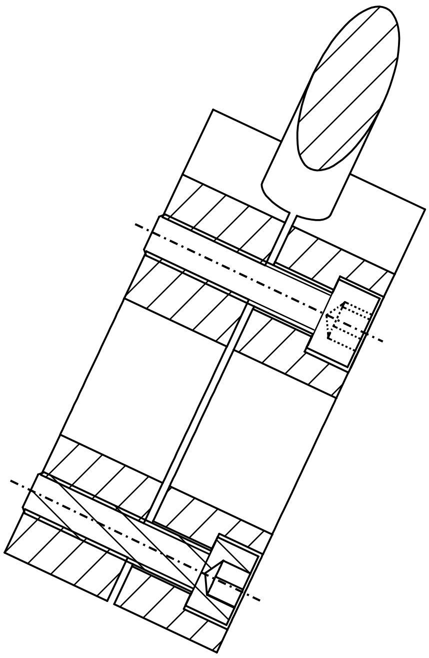
Question 18 :

— La FT a un coefficient d'amortissement $z = 0,13 < 1$, donc la réponse indicielle présentera un dépassement transitoire. L'exigence de stabilité (amortissement) n'est donc pas vérifiée,

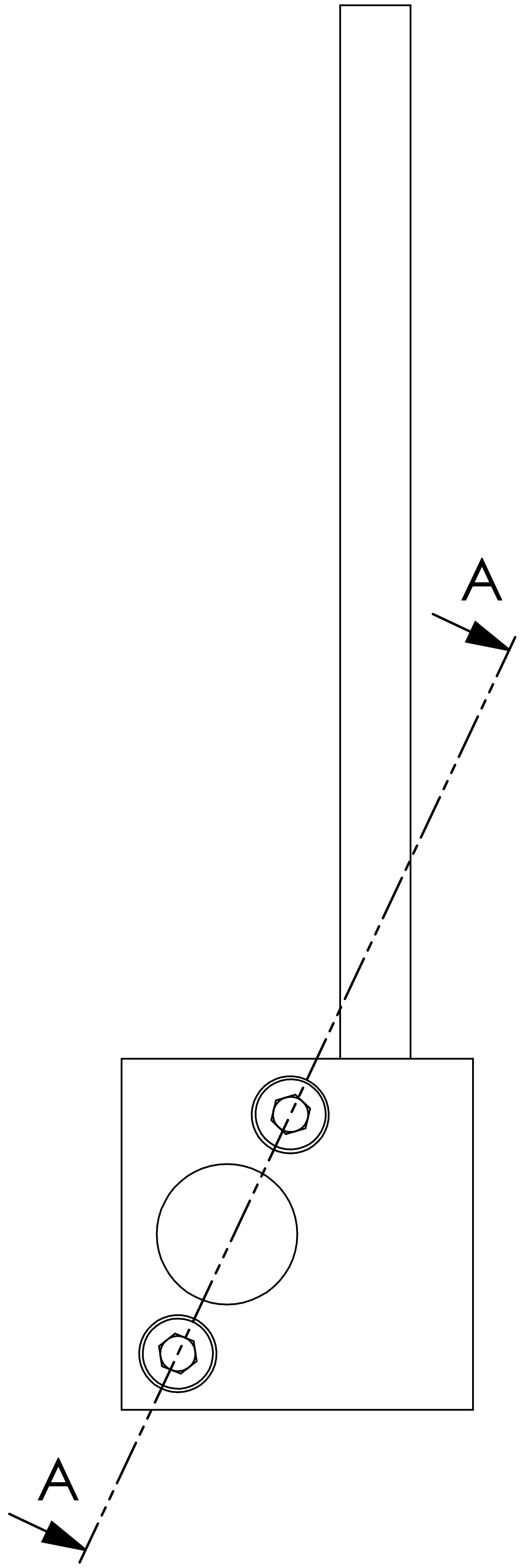
— L'exigence rapidité impose un temps de réponse à 5% max pour un échelon de 0,1s. Pour $z = 0,13$ l'abaque du temps de réponse réduit donne $tr_{5\%}.\omega_0 > 20$. Ainsi $tr_{5\%} > \dfrac{20}{\omega_0}$, or $\omega_0 = 36,4 rad.s^{-1}$ d'où $tr_{5\%} > 0,55s$. L'exigence de rapidité n'est donc pas vérifiée.

— L'exigence de précision impose une erreur statique max relative à un échelon de 1%. La FT ayant un gain statique K on aura en régime permanent (statique) : $\Delta_s = K.\Delta_e$, d'où une erreur statique relative : $\dfrac{\Delta_e - \Delta_s}{\Delta_e} = 1 - \dfrac{\Delta_s}{\Delta_e} = 1 - K$. Avec $K = 0,005$ on obtient une erreur de $0,995$ bien supérieur à $1\% = 0,01$. L'exigence de précision n'est donc pas vérifiée.

Question 19 :



COUPE A-A
ECHELLE 1 : 1



SAUF INDICATION CONTRAIRE:
LES COTES SONT EN MILLIMETRES
ETAT DE SURFACE:
TOLERANCES:
LINEAIRES:
ANGULAIRES:

FINITION:

CASSER LES
ANGLES VIFS

NE PAS CHANGER L'ECHELLE

REVISION

	NOM	SIGNATURE	DATE
AUTEUR			
VERIF.			
APPR.			
FAB.			
QUAL.			

TITRE:

MATERIAU:

No. DE PLAN

Mécanisme de HOEKEN

A4

MASSE:

ECHELLE:1:5

FEUILLE 1 SUR 1