

Séquence : 10

Document : TD01

Lycée Dorian

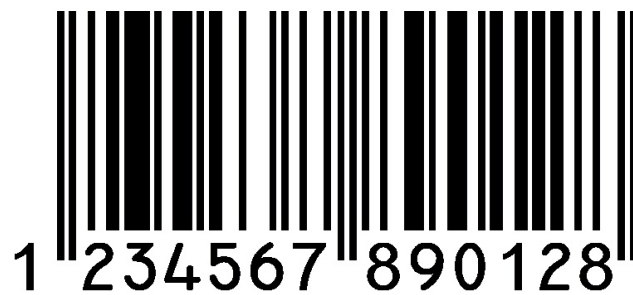
Renaud Costadoat

Françoise Puig



**Avec Correction**

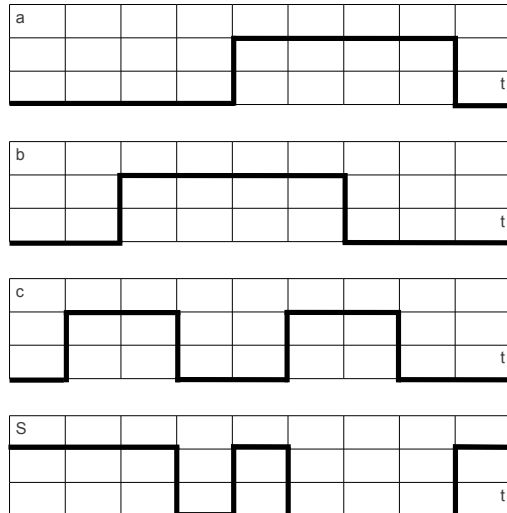
## Logique combinatoire



Référence	S10 - TD01
Compétences	A3-C9: Information Mod2-C5: Systèmes à événements discrets
Description	Manipulation de nombre et fonctions combinatoires
Système	Code-barres

## 1 Étude de chronogrammes

**Question 1 :** Dédurre du chronogramme la table de vérité de S



a	b	c	S

**Question 2 :** Compléter le tableau de Karnaugh suivant et en déduire une forme simplifiée de S.

a \ bc	00	01	11	10
0				
1				

## 2 Système de transmission avec correction d'erreur

Dans un système de transmission, il est souhaitable d'être capable de détecter et de corriger une erreur. Pour cela, il est possible d'utiliser un « Code de Hamming ».

Pour transmettre les 4 éléments binaires  $m_1, m_2, m_3, m_4$  correspondant à un chiffre du système décimal. 3 éléments binaires de contrôle  $k_1, k_2, k_3$  sont ajoutés.

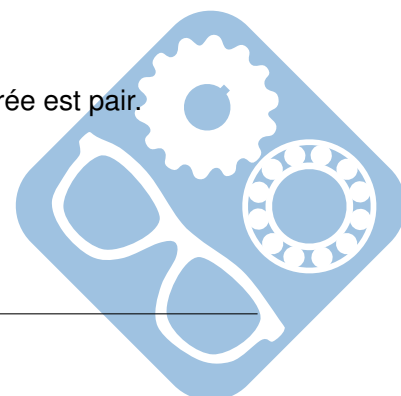
La position relative des éléments binaire est donnée dans le tableau suivant.

n	1	2	3	4	5	6	7
	$k_1$	$k_2$	$m_1$	$k_3$	$m_2$	$m_3$	$m_4$

3 tests de parité sont effectués pour détecter l'erreur :

- test  $T_1$  se fait sur les éléments binaires 1 3 5 7,
- test  $T_2$  se fait sur les éléments binaires 2 3 6 7,
- test  $T_3$  se fait sur les éléments binaires 4 5 6 7.

Le résultat d'un test de parité donne 0 si le nombre de 1 dans la zone considérée est pair.



N	$k_1$	$k_2$	$m_1$	$k_3$	$m_2$	$m_3$	$m_4$
0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	1
2	0	1	0	1	0	1	0
3	1	0	0	0	0	1	1
4	1	0	0	1	1	0	0
5	0	1	0	0	1	0	1
6	1	1	0	0	1	1	0
7	0	0	0	1	1	1	1
8	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	1	1	0	0	1

La disposition est choisie de telle façon que le nombre binaire  $(T_3 T_2 T_1)_2$  formé par les résultats des tests  $T_1$  à  $T_3$  donne la position de l'élément binaire  $(k_i, m_i)$  où se trouve l'erreur.

**Question 1 :** Effectuer les trois tests sur le résultat suivant.

$k_1$	$k_2$	$m_1$	$k_3$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$
1	0	0	1	0	0	0			

Où se trouve l'erreur, à quelle ligne du tableau initial cet envoi correspond-t-il ?

**Question 2 :** Déterminer les fonctions logiques permettant de produire  $k_1, k_2, k_3$ . Montrer qu'un seul type de porte logique est utilisable. En déduire le schéma du dispositif émetteur de  $k_1$ .

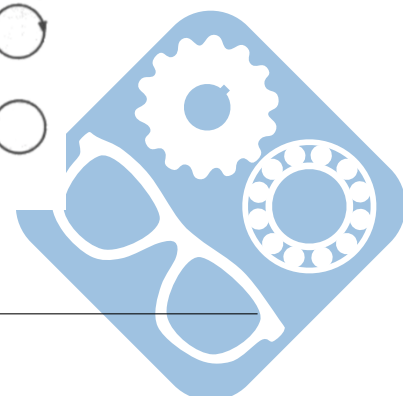
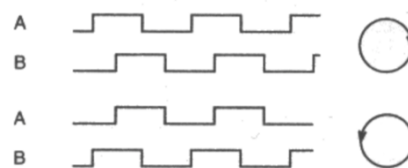
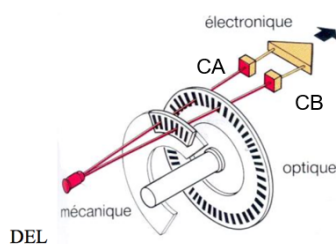
**Question 3 :** Proposer les pistes de la réalisation du schéma du dispositif récepteur.

### 3 Codeur incrémental

La mesure de déplacement en rotation d'une vis et de sa vitesse est réalisée grâce à un capteur incrémental 500 points par tour.

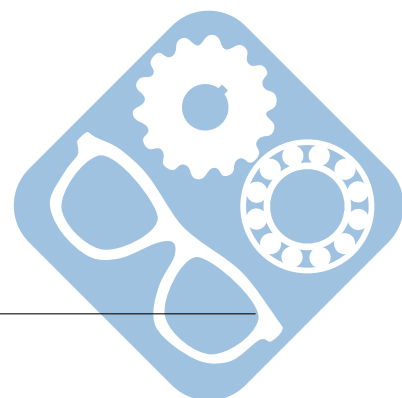
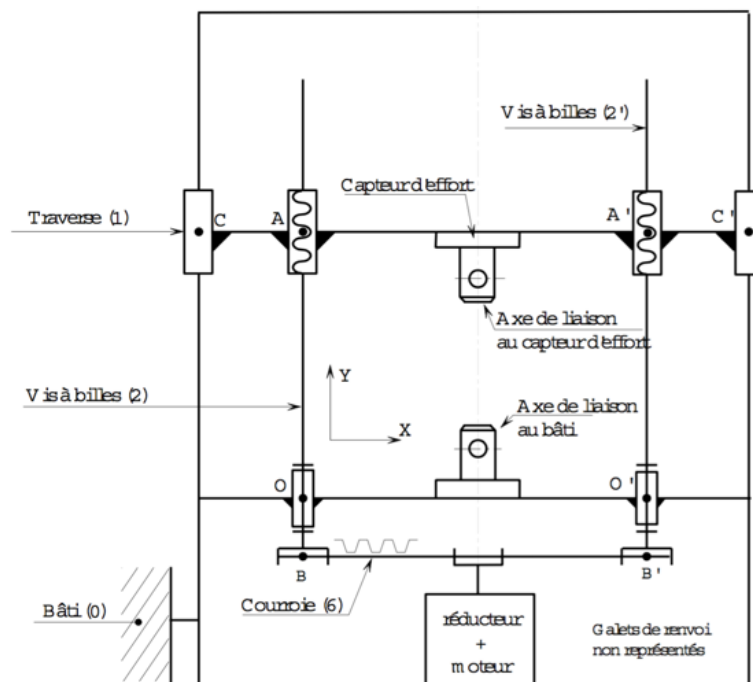
Le schéma ci-dessous représente partiellement le disque du capteur incrémental et les 2 cellules photoélectriques CA et CB.

Ce disque comporte une piste où alternent zones opaques (noires sur le schéma) et zones transparentes (blanches que le schéma). Les cellules CA et CB renvoient un signal 0 ou 1 selon qu'elles se trouvent respectivement en face d'une zone opaque ou d'une zone transparente. Les 2 cellules CA et CB sont placées de telle manière que les signaux A et B qu'elles délivrent sont décalés d'un quart de période.



The diagram shows the timing of signals for two cells, CA and CB, over a period of time. The horizontal axis is divided into segments labeled a, b, c, d, e, f, and g. The vertical axis represents the signal level, with 0 and 1 marked. Signal A (associated with cell CA) is a square wave that is 1 from b to c, e to f, and g to the end. Signal B (associated with cell CB) is a square wave that is 1 from c to d, f to g, and after g. The period T is indicated by a double-headed arrow from the start of segment a to the start of segment e. The duration T/4 is indicated by a double-headed arrow from the start of segment a to the start of segment b. To the right, a diagram of a cell cross-section shows the antenna array at the top, divided into segments CA and CB. Arrows 1 and 2 indicate the direction of signal propagation from the antenna array towards the center of the cell, which is marked with a plus sign (+).

**Question 4 :** Une période correspond à l'intervalle T sur le schéma. L'intérêt de décaler les deux signaux d'un quart de période est de pouvoir détecter le sens de rotation du disque. Compte tenu de la forme proposée des signaux et de la position des deux cellules C1 et C2, dans quel sens le disque tourne-t-il (sens 1 ou 2, voir schéma du capteur incrémental en haut de page) ? Justifier la réponse.



## 4 Code à barres

Le laboratoire utilisateur de la machine étudiée, réalise différents essais sur des éprouvettes de matériaux différents, provenant de fournisseurs différents. Pour un matériau, un fournisseur et un type d'essai donnés, on réalise 5 essais. Chaque éprouvette de l'essai est répertoriée par un code à barre composé de caractères alphanumériques propres à l'entreprise. Ce code renseigne sur le fournisseur (1 caractère), le matériau (1 caractère), l'essai (1 caractère) et le numéro de l'éprouvette (1 chiffre 1, 2, 3, 4, 5).





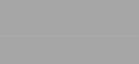
Le code à barres retenu est le code « 39 », voir annexe 2. Ce code est constitué pour chaque caractère alphanumérique de 5 barres étroites ou larges et de 4 espaces étroits ou larges. Une barre étroite correspond à la valeur binaire 0, une large à la valeur 1. De même un espace étroit correspond à 0 et un large à 1. On code donc un caractère alphanumérique sur 9 digits (5 barres et 4 espaces) dont 3 sont à 1 et les autres à 0.

Les digits sont regroupés en deux mots, l'un, B, de 5 bits (correspondant aux 5 barres), l'autre, E, de 4 bits (correspondant aux 4 espaces). On associe de plus à chaque caractère alphanumérique un nombre X. Voir annexe 2.

Chaque code est constitué d'un espace, d'un caractère de début, **des caractères du code proprement dit**, d'un caractère de contrôle et d'un caractère de fin.

Le caractère de contrôle est tel que son nombre X est égal à la somme modulo 43 des nombres X **des caractères du code proprement dit**.

Pour ce qui suit, on ne tient pas compte des espaces et caractères de début et de fin. Le lecteur de code à barres renvoie pour une éprouvette le code figurant sur la figure ci-dessous.

	Fournisseur		Matière		Essai		N° éprouvette		Caractère de contrôle	
										
B/E	10001	0010								
Car.	A									
X	10									

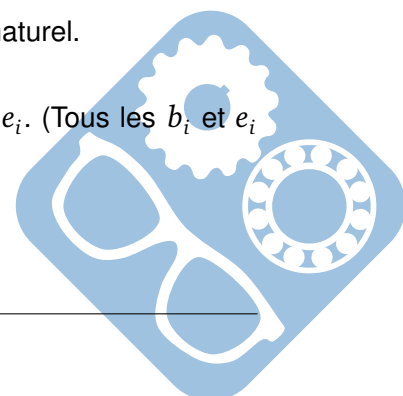
**Question 1 :** Compléter le tableau figurant sur la feuille réponse. Donner pour chaque code à barres et pour le caractère de contrôle les mots B et E. le caractère alphanumérique correspondant et la valeur de X.

On s'intéresse maintenant au transcodeur permettant de passer pour les numéros d'éprouvette du code "39" au code binaire naturel. Les seuls chiffres utilisés pour le numéro de l'éprouvette sont 1, 2, 3, 4 et 5.

**Question 2 :** Combien un mot, en binaire naturel, doit-il comporter de bits pour coder les chiffres de 1 à 5 ?

On note  $B = b_4b_3b_2b_1b_0$ ,  $E = e_3e_2e_1e_0$  et  $N = n_n n_{n-1} \dots n_1 n_0$  le mot binaire naturel.

**Question 3 :** Donner les équations de  $n_n, n_{n-1}, \dots, n_1, n_0$  en fonction des  $b_i$  et  $e_i$ . (Tous les  $b_i$  et  $e_i$  n'interviennent pas forcément).



	b <sub>4</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	e <sub>3</sub>	e <sub>2</sub>	e <sub>1</sub>	e <sub>0</sub>					
1														
2														
3														
4														
5														

Annexe 2

α	B	E	X	α	B	E	X
1	10001	0100	1	M	11000	0001	22
2	01001	0100	2	N	00101	0001	23
3	11000	0100	3	O	10100	0001	24
4	00101	0100	4	P	01100	0001	25
5	10100	0100	5	Q	00011	0001	26
6	01100	0100	6	R	10010	0001	27
7	00011	0100	7	S	01010	0001	28
8	10010	0100	8	T	00110	0001	29
9	01010	0100	9	U	10001	1000	30
0	00110	0100	0	V	01001	1000	31
A	10001	0010	10	W	11000	1000	32
B	01001	0010	11	X	00101	1000	33
C	11000	0010	12	Y	10100	1000	34
D	00101	0010	13	Z	01100	1000	35
E	10100	0010	14	-	00011	1000	36
F	01100	0010	15	.	10010	1000	37
G	00011	0010	16	Esp	01010	1000	38
H	10010	0010	17	*	00110	1000	
I	01010	0010	18	\$	00000	1110	39
J	00110	0010	19	/	00000	1101	40
K	10001	0001	20	+	00000	1011	41
L	01001	0001	21	%	00000	0111	42

## 5 Conversion de nombre

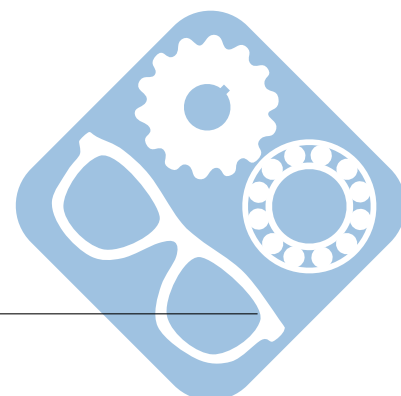
**Question 1 :** Convertir,  $(010011)_2$  :

- en décimal,
- en octal,
- en hexadécimal.

**Question 2 :** Convertir le nombre suivant  $(145)_{10}$  en binaire.

**Question 3 :** Convertir,  $(746)_8$  en binaire.

**Question 4 :** Convertir,  $(A35F)_{16}$  en binaire.



## 6 Opérations sur les nombres binaires

**Question 1 :** Calculer,  $(010110)_2 + (110100)_2$ .

**Question 2 :** Calculer,  $(110100)_2 - (001010)_2$ .

**Question 3 :** Calculer,  $(10010)_2 * (101)_2$ .

**Question 4 :** Calculer,  $\frac{(11110)_2}{(110)_2}$ .

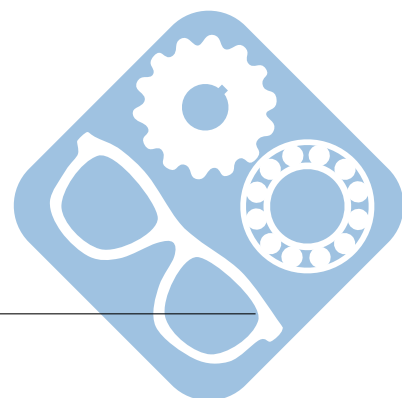
## 7 Opérateur OU Exclusif

**Question 1 :** Développer sous la forme canonique  $S = a \oplus b \oplus c$ .

**Question 2 :** Représenter sous la forme d'un tableau de Karnaugh

ab	00	01	11	10
0				
1				

**Question 3 :** Déterminer  $\overline{S}$ .



## 8 Correction

### 8.1 Étude de chronogramme

Question 1 :

a	b	c	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Question 2 :

a \ bc	00	01	11	10
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1

### 8.2 Système de transmission

Question 1 :  $(T_3 T_2 T_1)_2 = (101)_2 = 5$ , l'erreur est sur la colonne 5.

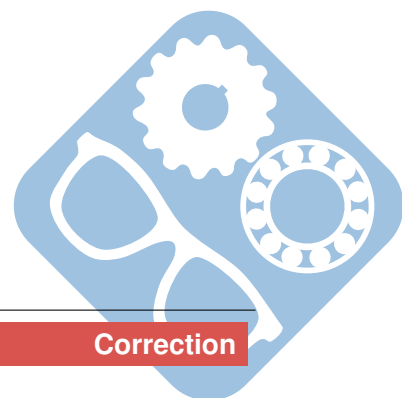
Question 2 :

$k_1$				
$m_1 m_2 \setminus m_3 m_4$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11				
10	1	0		
$k_2$				
$m_1 m_2 \setminus m_3 m_4$	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11				
10	1	0		
$k_2$				
$m_1 m_2 \setminus m_3 m_4$	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11				
10	1	0		

$$k_1 = m_2 \cdot \overline{m_4} + m_1 \cdot \overline{m_4} + \overline{m_1} \cdot \overline{m_2} \cdot m_4$$

$$k_2 = m_3 \cdot \overline{m_4} + m_1 \cdot \overline{m_4} + \overline{m_1} \cdot \overline{m_3} \cdot m_4$$

$$k_2 = (m_1 \oplus m_3) \oplus m_4$$



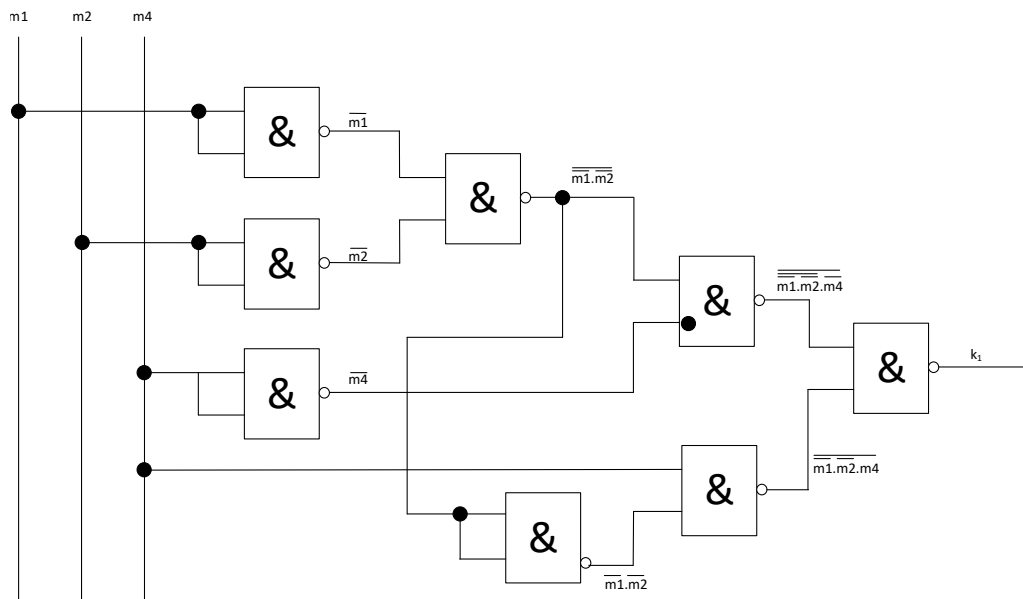


		$k_3$			
$m_1$	$m_2 \setminus m_3 \ m_4$	00	01	11	10
00		0	1	0	1
01		1	0	1	0
11		1			
10		0	1		

$$k_3 = m_2.\overline{m_3}.\overline{m_4} + \overline{m_2}.\overline{m_3}.m_4 + m_2.m_3.m_4 + \overline{m_2}.m_3.\overline{m_4} = (m_2 \oplus m_3) \oplus m_4$$

**Question 3 :**  $k_1 = m_2.\overline{m_4} + m_1.\overline{m_4} + \overline{m_1}.\overline{m_2}.m_4$

$$\text{Donc, } \overline{k_1} = \overline{(m_1 + m_2).\overline{m_4}.\overline{m_1}.\overline{m_2}.m_4} = \overline{\overline{m_1}.\overline{m_2}.\overline{m_4}.\overline{m_1}.\overline{m_2}.m_4}$$



### 8.3 Codeur incrémental

**Question 1 :** Donner l'état des signaux binaires A et B respectivement associés à CA et CB pour les zones a, b, c, d, e, f, g.

	a	b	c	d	e	f	g
A	0	1	1	0	0	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1

**Question 2 :** Le capteur incrémental utilisé sur la machine délivre 500 points par tour. Combien doit-il y avoir de couples de zones sur la piste du disque ?

Deux informations par couple blanc/noir par cellule, cela signifie  $\frac{500}{4} = 125 \text{ couples}$ .

**Question 3 :** Le capteur incrémental est monté directement en bout de l'une des vis de déplacement de la traverse dont le pas est de 5 mm. Avec quelle précision peut-on connaître la position de la traverse ?

$$\frac{5}{500} = 0.01 \text{ mm}$$

**Question 4 :** Une période correspond à l'intervalle  $T$  sur le schéma. L'intérêt de décaler les deux signaux d'un quart de période est de pouvoir détecter le sens de rotation du disque. Compte tenu de la forme proposée des signaux et de la position des deux cellules C1 et C2, dans quel sens le disque tourne-t-il (sens 1 ou 2, voir schéma du capteur incrémental en haut de page) ? Justifier la réponse.

Il s'agit du sens horaire, sens 2.

## 8.4 Code à barres

**Question 1 :** Compléter le tableau figurant sur la feuille réponse. Donner pour chaque code à barres, et pour le caractère de contrôle les mots B et E, le caractère alphanumérique correspondant et la valeur de X.

B/E	10001	0010	00101	0010	01001	0010	00101	0100	01010	1000
Car	A		D		B		4		ESP	
X	10		13		11		4		38	

**Question 2 :** Combien un mot, en binaire naturel, doit-il comporter de bits pour coder les chiffres de 1 à 5 ?

Il faut 3 bits.

**Question 3 :** Donner les équations de  $n_n, n_{n-1}, \dots, n_1, n_0$  en fonction des  $b_i$  et  $e_i$ . (Tous les  $b_i$  et  $e_i$  n'interviennent pas forcément).

	$b_4$	$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$	$e_3$	$e_2$	$e_1$	$e_0$	$n_2$	$n_1$	$n_0$
1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
2	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
3	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
5	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1

$$n_0 = b_4, n_1 = b_3, n_2 = b_2.$$

## 8.5 Conversion de nombre

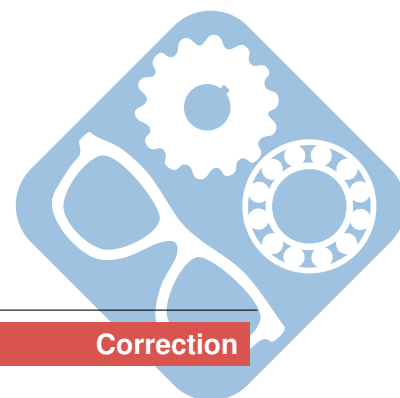
**Question 1 :** Convertir,  $(010011)_2$  :

- en décimal :  $19_{10}$ ,
- en octal :  $23_8$ ,
- en hexadécimal :  $13_{16}$ .

**Question 2 :** Convertir le nombre suivant  $(145)_{10}$  en binaire.  
 $(10010001)_2$

**Question 3 :** Convertir,  $(746)_8$  en binaire.  
 $(111100110)_2$

**Question 4 :** Convertir,  $(A35F)_{16}$  en binaire.  
 $101000110101111$



## 8.6 Opérations sur les nombres binaires

**Question 1 :** Calculer,  $(010110)_2 + (110100)_2$ .  
 $1001010$

**Question 2 :** Calculer,  $(110100)_2 - (001010)_2$ .  
 $(101010)_2$

**Question 3 :** Calculer,  $(10010)_2 * (101)_2$ .  
 $(1011010)_2$

**Question 4 :** Calculer,  $\frac{(11110)_2}{(110)_2}$ .  
 $(101)_2$

## 8.7 Opérateur OU Exclusif

**Question 1 :** Développer sous la forme canonique  $S = a \oplus b \oplus c$ .

$$S = a \oplus b \oplus c = (\overline{a}.b + a.\overline{b}) \oplus c$$

$$S = (a.\overline{b} + \overline{a}.b).\overline{c} + (a.\overline{b} + \overline{a}.b).c$$

$$S = a.\overline{b}.\overline{c} + \overline{a}.b.\overline{c} + \overline{a}.\overline{b}.c + a.b.c$$

**Question 2 :** Représenter sous la forme d'un tableau de Karnaugh

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

**Question 3 :** Déterminer  $\overline{S} = \overline{a} \oplus \overline{b} \oplus \overline{c}$

