Concours ATS SI 2013
''Système de pendulation pour train''

4 – Etude de la fonction FT1 : détection de courbe

Q13 : 180 km/h → 50 m/s $\Delta t = \dfrac{60}{50} = 1{,}2\ \text{s}$

Q14 : $\dfrac{d\alpha}{dt} = \dfrac{6{,}3}{1{,}2} = 5{,}25\ °/\text{s} = 9{,}16.10^{-2}\ \text{rad/s}$

Q15 : $\Delta t_K = \dfrac{D_K}{V_{TGV}}$

Q16 : $\Delta t_{K+1} - \Delta t_K = \dfrac{18{,}7}{50} = 0{,}374\ \text{s}$

Q17 : R_{max} = 0,374 s

Q18 : $X_{out} \in [1{,}5 - 0{,}3 \times 3\ ;\ 1{,}5 + 0{,}3 \times 3]$ $X_{out} \in [0{,}6\ \text{V}\ ;\ 2{,}4\ \text{V}]$
Linéarité en m/s^2 : ± (3 × 9,81) soit ± 29,43 m/s^2
L'accéléromètre convient car γ_{ncmax} = 1,2 m/s^2

Q19 : P = 3 × 350.10^{-6} = 1,05 mV

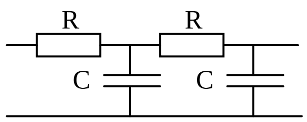
Q20 : Fonction de transfert : $\dfrac{1}{1 + R.C_X.p} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{p}{2.\pi.f_c}}$

$$C_X = \frac{1}{R.2.\pi.f_c} = \frac{1}{32.10^3 \times 2 \times \pi \times 1} = 4{,}97\ \mu\text{F}$$

Q21 : Constante de temps $\dfrac{1}{2\pi} = 0{,}16\ \text{s}$, inférieur à R_{max}.

Q22 : A 100 Hz, soit à 2 décades de 1 Hz, atténuation de 40 dB ou signal 100 fois plus faible.

Q23 :



Q24 : $\dfrac{U_{mes}}{\gamma_{nc}}(p) = \dfrac{0{,}3/9{,}81}{1 + \dfrac{p}{2.\pi}} = \dfrac{0{,}0306}{1 + \dfrac{p}{2.\pi}}$

6-3 – Caractérisation et modélisation de la motorisation

Q42 : $\lambda = \frac{p}{2.\pi} = \frac{10^{-2}}{2.\pi}$

Q43 : $C_m.\omega_m = F_V.\frac{dX_V}{dt} + f_v.\omega_v.\omega_v + f_m.\omega_m.\omega_m$

$\omega_v = \frac{\omega_m}{N}$ et $X_V = \lambda.\theta_v$ d'où $\frac{dX_V}{dt} = \lambda.\omega_v = \frac{\lambda}{N}.\omega_m$

$C_m.\omega_m = F_V.\frac{\lambda}{N}.\omega_m + f_v.\frac{\omega_m}{N^2}.\omega_m + f_m.\omega_m.\omega_m$ $\qquad C_m = F_V.\frac{\lambda}{N} + \left(\frac{f_v}{N^2} + f_m\right).\omega_m$

$\omega_m = \frac{N}{\lambda}.\frac{dX_V}{dt} = \frac{3{,}04 \times 2 \times \pi}{10^{-2}} \times 0{,}1 = 191\ \text{rad/s}$

$C_m = 80.10^3 \times \frac{10^{-2}}{2 \times \pi \times 3{,}04^2} + \left(\frac{0{,}182}{3{,}04^2} + 0{,}01\right).191 = 47{,}55\ \text{Nm}$

Q44 : $I_m = \frac{C_m}{K} = \frac{47{,}55}{1{,}9} = 25\ \text{A}$

Q45 : $f_t = \frac{f_v}{N^2} + f_m = \frac{0{,}182}{3{,}04^2} + 0{,}01 = 0{,}0297\ \text{Nms/rad}$

Q46 : $U_m = E + R.I_m$ $\qquad E = K.\omega$ $\qquad C_m = K.I_m$ $\qquad C_m = F_V.\frac{\lambda}{N} + f_t.\omega_m + J_{eq}.\frac{d\omega_m}{dt}$

Q47 : $C_m = F_V.\frac{\lambda}{N} + f_f.\omega_m = 80.10^3 \times \frac{10^{-2}}{2 \times \pi \times 3{,}04} + 0{,}029 \times 191 = 47{,}42\ \text{Nm}$

$U_m = K.\omega + R.I_m = 1{,}9 \times 191 + 0{,}8 \times 25 = 382{,}9\ \text{V}$

Q48 : $C_m = F_V.\frac{\lambda}{N} + f_f.\omega_m = 80.10^3 \times \frac{10^{-2}}{2 \times \pi \times 3{,}04} + 0{,}0297 \times (-191) = 36{,}21\ \text{Nm}$

$I_m = \frac{C_m}{K} = \frac{36{,}21}{1{,}9} = 19\ \text{A}$ $\qquad U_m = K.\omega + R.I_m = 1{,}9 \times (-191) + 0{,}8 \times 19 = -347{,}7\ \text{V}$

Q49 : $U_m.I_m = R.I_m{}^2 + C_m.\omega_m = R.I_m{}^2 + f_t.\omega_m{}^2 + C_v.\omega_v = R.I_m{}^2 + f_t.\omega_m{}^2 + F_V.\frac{dX_V}{dt}$

Q50 : $p_{JOULE} = R.I_m{}^2 = 0{,}8 \times 25^2 = 500\ \text{W}$ $\qquad P_{ABS} = U_m.I_m = 382{,}9 \times 25 = 9572{,}5\ \text{W}$

$\frac{p_{JOULE}}{P_{ABS}} = 5{,}2\ \%$

Q51 : Relevé A : U > 0 donc $\omega_m > 0$, I > 0 donc $C_m > 0$, d'où quadrant Q1
Relevé B : U < 0 donc $\omega_m < 0$, I > 0 donc $C_m > 0$, d'où quadrant Q4
Relevé C : U < 0 donc $\omega_m < 0$, I < 0 donc $C_m < 0$, d'où quadrant Q3

Q52 : Fonctionnement moteur dans les quadrants Q1 et Q3.

Q53 : Entrée en courbe : la caisse se lève

Vérin 1
ω_m = 191 rad/s
I_m = 25 A > 0
U_m = 382,9 V
Quadrant Q1, moteur
$P_m = 382{,}9 \times 25 = 9572$ W

Vérin 2
ω_m = -191 rad/s
I_m = -25 A < 0
U_m = -382,9 V
Quadrant Q3 : moteur
$P_m = -382{,}9 \times -25 = 9572$ W

Sortie de courbe : la caisse redescend

Vérin 1
ω_m = -191 rad/s
I_m = 19 A > 0
U_m = -347,7 V
Quadrant Q4, générateur
$P_m = -347{,}7 \times 19 = -6606$ W

Vérin 2
ω_m = 191 rad/s
I_m = -19 A < 0
U_m = 347,7 V
Quadrant Q2 : générateur
$P_m = 347{,}7 \times -19 = -6606$ W

6.4 – Modélisation de l'asservissement du système

Q54 : $A1 = \dfrac{1}{R}$; $A2 = K$; $A3(p) = \dfrac{1}{J_{eq}.p + f_t} = \dfrac{1}{f_t} \cdot \dfrac{1}{\tau_V.p + 1}$; $A4 = K$

Q55 : $\dfrac{dX_V}{dt} = \dfrac{\lambda}{N}.\omega_m$ d'où $p.X_V(p) = \dfrac{\lambda}{N}.\omega_m(p)$ donc $A5 = \dfrac{\lambda}{N}$

$N.C_v.\omega_v = F_V.\dfrac{dX_V}{dt} = F_V.\lambda.\omega_v$ d'où $N.C_v(p) = F_V(p).\lambda$ donc $A6 = \dfrac{\lambda}{N}$

Q56 : Résolution possible en utilisant le théorème de superposition :
$\dfrac{F_V}{I_m}(p)$ lorsque $X_T(p) = 0$ et $\dfrac{F_V}{X_T}(p)$ lorsque $F_V(p) = 0$
ou résolution directe.

$$F_V = K_{AV}.(X_V - X_T) = K_{AV}.\frac{1}{p}.A5.A3.(A2.I_m - A6.F_V) - K_{AV}.X_T$$

$$F_V = K_{AV}.\frac{1}{p}.A5.A3.A2.I_m - K_{AV}.\frac{1}{p}.A5.A3.A6.F_V - K_{AV}.X_T$$

$$F_V\left(1 + K_{AV}.\frac{1}{p}.A5.A3.A6\right) = K_{AV}.\frac{1}{p}.A5.A3.A2.I_m - K_{AV}.X_T$$

$$F_V(p + K_{AV}.A5.A3.A6) = K_{AV}.A5.A3.A2.I_m - p.K_{AV}.X_T$$

$$F_V = \frac{K_{AV}.A5.A3.A2}{p + K_{AV}.A5.A3.A6}.I_m - \frac{p.K_{AV}}{p + K_{AV}.A5.A3.A6}.X_T$$

donc $\dfrac{F_V}{I_m}(p) = \dfrac{K_{AV}.A5.A3.A2}{p + K_{AV}.A5.A3.A6}$ et $\dfrac{F_V}{X_T}(p) = -\dfrac{p.K_{AV}}{p + K_{AV}.A5.A3.A6}$

Q57 : $F_V = \dfrac{K_{AV}}{p + K_{AV}.A5.A3.A6}.(A5.A3.A2.I_m - p.X_T) = A8.(A7.I_m - A9.X_T)$

$A7 = A5.A3.A2 \qquad A8 = \dfrac{K_{AV}}{p + K_{AV}.A5.A3.A6} \qquad A9 = p$

Q58 : $\dfrac{F_V}{I_m}(p) = \dfrac{K_{AV}.\dfrac{\lambda}{N}\cdot\dfrac{1}{f_t}\cdot\dfrac{1}{\tau_V.p+1}.K}{p + K_{AV}.\dfrac{\lambda}{N}\cdot\dfrac{1}{f_t}\cdot\dfrac{1}{\tau_V.p+1}\cdot\dfrac{\lambda}{N}}$,

en statique ($p \to 0$), tend vers $\dfrac{K_{AV}.\dfrac{\lambda}{N}\cdot\dfrac{1}{f_t}.K}{K_{AV}.\dfrac{\lambda}{N}\cdot\dfrac{1}{f_t}\cdot\dfrac{\lambda}{N}} = \dfrac{K.N}{\lambda}$

On a vu (Q43) que $C_m = F_V.\dfrac{\lambda}{N} + \left(\dfrac{f_v}{N^2} + f_m\right).\omega_m$

En statique, $\omega_m = 0$, donc $C_m = F_V.\dfrac{\lambda}{N}$ or $C_m = K.I_m$ d'où $\dfrac{F_V}{I_m} = \dfrac{K.N}{\lambda}$

Q59 :

1. $\omega_m = A3.(A2.I_m - A6.F_V) = A3.A2.I_m - A3.A6.F_V$

2. $X_V = \dfrac{A5}{p}.\omega_m$

$$X_V = \frac{A5}{p}.A3.A2.I_m - \frac{A5}{p}.A3.A6.F_V = \frac{A5}{p}.A3.A2.A1(U_{com} - A4.\omega_m) - \frac{A5}{p}.A3.A6.K_{AV}.(X_V - X_T)$$

or $X_V = \dfrac{A5}{p}.\omega_m$ soit $\omega_m = \dfrac{p}{A5}.X_V$

$$X_V = \frac{A5}{p}.A3.A2.A1\left(U_{com} - A4.\frac{p}{A5}.X_V\right) - \frac{A5}{p}.A3.A6.K_{AV}.(X_V - X_T)$$

$$X_V = \frac{A5}{p}.A3.A2.A1.U_{com} - A3.A2.A1.A4.X_V - \frac{A5}{p}.A3.A6.K_{AV}.X_V + \frac{A5}{p}.A3.A6.K_{AV}.X_T$$

produit par $\dfrac{p}{A5.A3.A6.K_{AV}}$

$$X_V.\frac{p}{A5.A3.A6.K_{AV}} = \frac{A2.A1}{A6.K_{AV}}.U_{com} - \frac{A2.A1.A4.p}{A5.A6.K_{AV}}X_V - X_V + X_T$$

$$X_V.\left(\frac{p}{A5.A3.A6.K_{AV}} + \frac{A2.A1.A4.p}{A5.A6.K_{AV}} + 1\right) = \frac{A2.A1}{A6.K_{AV}}.U_{com} + X_T$$

$$X_V.\left(\frac{p}{\dfrac{\lambda}{N}\cdot\dfrac{1}{f_t}\cdot\dfrac{1}{\tau_V.p+1}\cdot\dfrac{\lambda}{N}.K_{AV}} + \frac{K.\dfrac{1}{R}.K.p}{\dfrac{\lambda}{N}\cdot\dfrac{\lambda}{N}\cdot.K_{AV}} + 1\right) = \frac{K.\dfrac{1}{R}}{\dfrac{\lambda}{N}.K_{AV}}.U_{com} + X_T$$

$$X_V \cdot \left(\frac{p.(\tau_V.p+1).N^2.f_t}{\lambda^2.K_{AV}} + \frac{K^2.N^2 p}{R.\lambda^2.K_{AV}} + 1 \right) = \frac{K.N}{R.\lambda.K_{AV}}.U_{com} + X_T$$

$$X_V = \left(\frac{K.N}{R.\lambda.K_{AV}}.U_{com} + X_T \right). \frac{1}{1 + \left(\frac{K^2.N^2}{R.\lambda^2.K_{AV}} + \frac{N^2.f_t}{\lambda^2.K_{AV}} \right).p + \frac{\tau_V.N^2.f_t}{\lambda^2.K_{AV}}.p^2}$$

Q60 : $X_V = (A10.U_{com} + X_T).\dfrac{1}{1 + a.p + b.p^2}$

$$A10 = \frac{K.N}{R.\lambda.K_{AV}} \qquad \left(A10 = \frac{1{,}9 \times 3{,}04}{0{,}8.\dfrac{0{,}01}{2\times\pi}.5.10^7} = 9{,}073.10^{-5} \right)$$

$$\omega_N = \sqrt{\frac{\lambda^2.K_{AV}}{\tau_V.N^2.f_t}} = \frac{\lambda}{N} \cdot \sqrt{\frac{K_{AV}}{\tau_V.f_t}}$$

$$z = \frac{a.\omega_N}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{K^2.N^2}{R.\lambda^2.K_{AV}} + \frac{N^2.f_t}{\lambda^2.K_{AV}} \right) \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot \sqrt{\frac{K_{AV}}{\tau_V.f_t}} = \frac{N.(K^2 + R.f_t)}{2.R.\lambda.\sqrt{K_{AV}.f_t}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau_V}}$$

Q61 : $z = \dfrac{N.(K^2 + R.f_t)}{2.R.\lambda.\sqrt{K_{AV}.f_t}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{\tau_V}} = \dfrac{3{,}04 \times (1{,}9^2 + 0{,}8 \times 0{,}0297)}{2 \times 0{,}8 \times \dfrac{0{,}01}{2\times\pi} \times \sqrt{5.10^7 \times 0{,}0297}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{\tau_V}} = \dfrac{3{,}56}{\sqrt{\tau_V}}$

Pour éviter un dépassement, il faut $z \geq 1$, soit $\tau_V \leq 3{,}56^2$, ce qui donne $\tau_V \leq 12{,}7\ \text{s}$.

7 – Vérification de la précision de positionnement

Q62 : p = 10 mm et course = 140 mm, la vis effectue donc 14 tours.
N = 3,04, le moteur effectue 14 × 3,04 = 42,56 tours
Le rapport de réduction entre le moteur et le résolveur est de 100,
le résolveur effectue donc 0,426 tours.

Q63 : Le résolveur effectue moins d'un tour, on aura donc la position absolue sans avoir à compter un nombre de tours éventuel.

Q64 : $X_V = \dfrac{p}{2.\pi}.\alpha_{vis} \pm \Delta_{vis} \pm \Delta_{art}$

$$\alpha_{vis} = \frac{\alpha_{moteur}}{N} \pm \Delta_{red} = \frac{\alpha_{résolveur}.100}{N} \pm \Delta_{red} = \frac{(\alpha_{rec} \pm \Delta_{calage}).100}{N} \pm \Delta_{red}$$

$$X_V = \frac{p}{2.\pi} \cdot \left(\frac{(\alpha_{rec} \pm \Delta_{calage}).100}{N} \pm \Delta_{red} \right) \pm \Delta_{vis} \pm \Delta_{art}$$

Q65 :

$$\Delta_{X_V} = X_{V\max} - X_{V\min} = \left[\frac{p}{2.\pi}\cdot\left(\frac{(\alpha_{rec}+\Delta_{calage}).100}{N}+\Delta_{red}\right)+\Delta_{vis}+\Delta_{art}\right] - \left[\frac{p}{2.\pi}\cdot\left(\frac{(\alpha_{rec}-\Delta_{calage}).100}{N}-\Delta_{red}\right)-\Delta_{vis}-\Delta_{art}\right]$$

$$\Delta_{X_V} = \frac{p}{2.\pi}\cdot\left(\frac{2.\Delta_{calage}.100}{N}+2.\Delta_{red}\right)+2.\Delta_{vis}+2.\Delta_{art}$$

$$\Delta_{X_V} = \frac{10}{2.\pi}\times\left(\frac{2\times\left(\frac{10}{60}\times\frac{\pi}{180}\right)\times 100}{3{,}04}+2\times\left(0{,}2\times\frac{\pi}{180}\right)\right)+2\times 0{,}02+2\times 0{,}12 = 0{,}596\ \text{mm}$$

L’erreur est bien inférieure aux 2 mm du cahier des charges.