SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

Calculatrices autorisées.

Système d'ouverture et de fermeture de portes de tramway Partie I - Présentation de l'étude

Les grandes métropoles répondent au problème du déplacement des populations par le développement des transports en commun. Dans ce contexte, il est possible d'augmenter le débit des passagers en augmentant la vitesse de déplacement et en diminuant les temps d'arrêt aux gares. Ce dernier point implique que les dispositifs d'accès des passagers aux voitures soient optimisés.

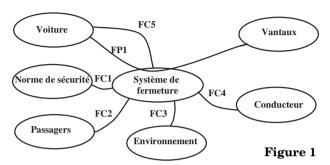
Le support de cette étude est le système d'ouverture et de fermeture des portes de voitures développé par la société FAIVELEY qui équipe des tramways, des métropolitains ou des trains express régionaux. L'étude est limitée à la phase de fermeture d'une porte. Le cahier des



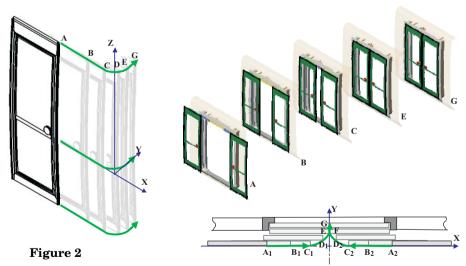
charges partiel lors de cette phase est donné sur le tableau suivant et la figure 1.

-		
Fonction	Critères	Niveaux
FP1: permettre aux vantaux d'isoler la voiture	Temps de fermeture t_f	≤ 3 s
FC1 : respecter les normes de sécurité	Effort de pincement	≤ 150 N
FC2 : ne pas pouvoir être actionné par un passager	Maintien de la porte fermée	Oui
FC3 : respecter les contraintes de l'environnement	Isolement des passagers	Total
	Dépassement des vantaux fermés par rapport à la voiture	0 mm
FC4 : être commandé par le conducteur de train	Ordre de fermeture	Oui
	Ordre de réouverture	Oui
FC5 : être implanté sur la voiture	Immobilisation	Complète

Filière PSI



Chacune des portes est constituée de deux vantaux qui, ouverts, sont immobilisés le long de la voiture pour dégager la totalité de l'ouverture de la voiture.



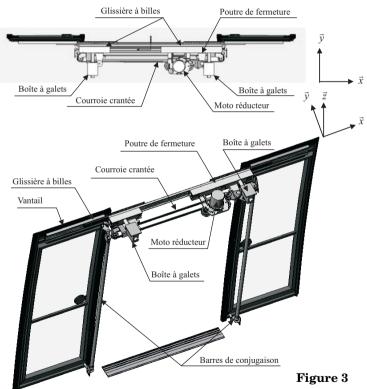
La phase de fermeture peut être décomposée en trois étapes dont quelques positions d'un point, appartenant au vantail le long de sa trajectoire par rapport à la voiture, sont données sur la figure 2 :

• de A à C : étape de coulissement ; les vantaux coulissent parallèlement à la voiture et l'écartement passe de 1300 mm à 200 mm .

- De *C* à *E* : étape de louvoiement ; les vantaux continuent de se rapprocher jusqu'au contact et rentrent dans l'ouverture de la porte pour ne plus dépasser à l'extérieur.
- De *E* à *G* : étape de verrouillage ; les vantaux se déplacent légèrement pour comprimer les joints d'étanchéité et se verrouillent.

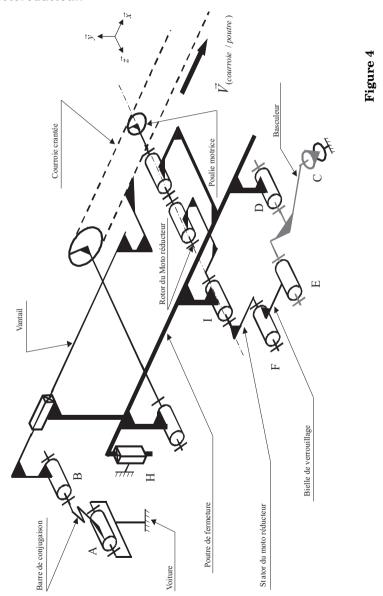
Le système est principalement constitué des composants identifiés sur la figure 3. La poutre de fermeture est guidée dans son mouvement de translation suivant \vec{y} par les deux boîtes à galets implantées sur la voiture.

Elle supporte le mécanisme d'entraînement constitué d'un actionneur unique, le moto réducteur, d'éléments de transmission et de la courroie crantée. Elle supporte également les glissières à billes qui assurent le guidage en translation des vantaux lorsqu'ils sont entraînés par la courroie.



Question 1 - Compléter le diagramme FAST donné sur le document réponse 1 en précisant les fonctions techniques réalisées par les composants. Pour la suite de l'étude, la modélisation du système retenue est donnée sur le schéma de la figure 4.

Cette modélisation permet d'appréhender la fonction des éléments de transmission tels que la barre de conjugaison, la bielle de verrouillage ou le basculeur. La modélisation fait apparaître également les différentes liaisons du rotor et du stator du motoréducteur.



Pendant **l'étape de coulissement** (figure $5^{(1)}$), la poutre de fermeture est immobile par rapport à la voiture. Le motoréducteur entraı̂ne la courroie crantée qui elle-même entraı̂ne les vantaux.

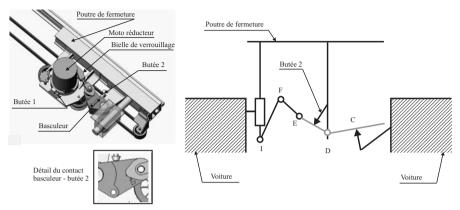
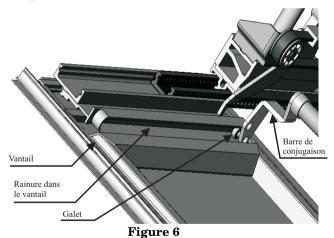


Figure 5. Système en étape de coulissement

Pendant cette étape, le galet installé à l'extrémité supérieure de la barre de conjugaison (figure 6) roule dans la rainure du vantail.



^{1.} Un agrandissement partiel de cette figure est donné en annexe 1.

L'étape de louvoiement (figure 7) commence lorsque le galet arrive en butée à l'extrémité de la rainure. Pendant cette étape, les vantaux continuent de se rapprocher et le galet entraîne en rotation la barre de conjugaison qui elle-même entraîne la translation de la poutre de fermeture.

La translation de la poutre de fermeture suivant la direction \vec{y} provoque la rotation du basculeur EDC (en liaison pivot d'axe (D, \vec{z}) avec la poutre de fermeture), par l'intermédiaire d'une liaison ponctuelle (ou sphère-plan) entre la voiture et le basculeur

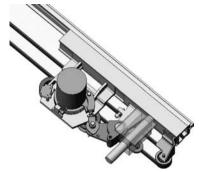


Figure 7. Système en phase de louvoiement

au point C. Le basculeur, par l'intermédiaire de la bielle de verrouillage EF va libérer le « stator » du moto réducteur en liaison pivot d'axe $(I, \overset{?}{z})$ avec la poutre de fermeture. Ainsi, pendant cette étape, la poulie motrice et le « stator » IF du moto réducteur tournent par rapport à la poutre de fermeture.

Pendant **l'étape de verrouillage** (de E à G), le mouvement de rotation du « stator » va permettre le verrouillage de la porte. La figure 8 ⁽¹⁾ montre le système pendant cette étape et le schéma du système verrouillé.

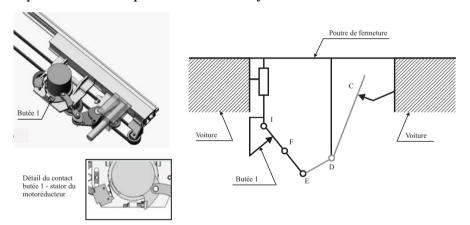


Figure 8. Système en étape verrouillée

Dans les transports en commun, la sécurité des personnes transportées constitue un souci prioritaire, préalable à celui de la rapidité et du confort. L'objet de

^{1.} Un agrandissement partiel de cette figure est donnée en annexe 1.

ce sujet est de valider la conformité aux normes de sécurité, pour le temps de fermeture des vantaux attendu.

Partie II - Étude partielle de la phase de fermeture

II.A - Étude de l'étape de coulissement des vantaux

La figure 9 est une photo du dispositif d'entraînement de la courroie crantée sur laquelle les vantaux sont fixés pour être entraînés.

Question 2 - Compléter le schéma du document réponse 2, que vous rendrez avec votre copie, en proposant des modèles de liaisons entre les vantaux 1 et 2 et la courroie crantée; et dans les zones Z_1 et Z_2 entre les vantaux 1 et 2 et la poutre de fermeture.

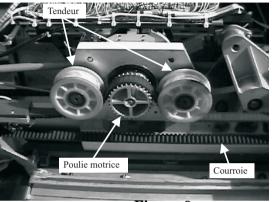
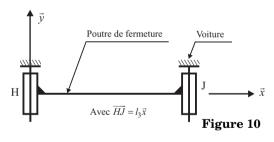


Figure 9

II.B - Étude de la poutre de fermeture

II.B.1) Étude du guidage de la poutre de fermeture

Pour réaliser la fonction FC3, les vantaux doivent avoir un mouvement de translation de direction \vec{y} par rapport à la voiture (figure 2). Ce mouvement est assuré par le guidage de la poutre de fermeture grâce à



deux boîtes à galets placées aux points H et J de la figure 10 qui donne le modèle retenu pour chacune d'elles.

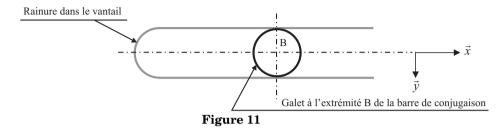
L'objet de cette partie est de trouver la liaison équivalente à l'association de ces deux liaisons.

Question 3 -

- a) Déterminer le degré d'hyperstatisme de ce modèle. En déduire les contraintes géométriques à satisfaire lors de la réalisation.
- b) Proposer une liaison élémentaire cinématiquement équivalente à ces deux liaisons et exprimer son torseur cinématique caractéristique.

c) Proposer et justifier un modèle pour la liaison élémentaire au point J qui rende la liaison résultante isostatique.

II.B.2) Étude du système de mise en mouvement de la poutre de fermeture Le document réponse 3 représente les schémas cinématiques du mécanisme pour les trois étapes de fonctionnement.



Question 4 - Compléter les schémas du document réponse 3 qui sera rendu avec la copie, en représentant la barre de conjugaison AB et en indiquant pour chaque étape la liaison équivalente en B entre la barre de conjugaison et le vantail.

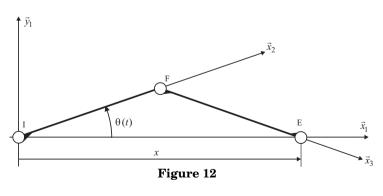
Remarques:

- Pour la phase coulissement, la barre de conjugaison est parallèle à l'axe \vec{y} .
- Le galet de forme cylindrique est en liaison rotule (ou sphérique) avec la barre de conjugaison.

II.C - Étude de la phase de verrouillage

Objectif: Valider la satisfaction de la fonction FC2.

Le système de verrouillage doit maintenir la porte fermée sous l'action des passagers et des actions dues aux différences de pressions induites par le système de climatisation.



Un calcul préalable a établi que ces actions peuvent être modélisées par une force $\vec{F}_{(\text{basculeur/bielle})} = F_0 \vec{x}_1$ appliquée au point E, **en position porte verrouillée**. Le modèle du dispositif retenu est donné sur la figure 12.

Soit le repère $R_1(I,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$ tel que \vec{x}_1 soit colinéaire à \overrightarrow{IE} dans toutes les configurations de la bielle de verrouillage FE et du bras IF lié au « stator » du motoréducteur. Les notations retenues sont celles définies sur la figure 4, les liaisons entre la bielle de verrouillage et le basculeur et entre le stator et la poutre de fermeture sont respectivement une liaison pivot d'axe (E,\vec{z}_1) et une liaison pivot d'axe (I,\vec{z}_1) .

 (I, \vec{x}_2) est lié au stator et tel que $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \theta(t)$,

 (F,\vec{x}_3) est lié à la bielle de verrouillage et tel que \vec{x}_3 soit colinéaire à \overrightarrow{FE} .

Pendant la phase de verrouillage, $\theta(t)$ varie quand le stator du moto réducteur tourne par rapport à la poutre de fermeture. La vitesse angulaire sera notée $\dot{\theta}(t)$, $\overrightarrow{IF} = l_1 \dot{\vec{x}}_2$ et $\overrightarrow{FE} = l_2 \dot{\vec{x}}_3$; par construction $l_1 \neq l_2$.

Question 5 -

- a) Exprimer x(t) en fonction de l_1 , l_2 et $\theta(t)$ sous la forme $x(t) = \lambda_1(t) \cdot l_1 + \lambda_2(t) \cdot l_2 \,.$
- b) Exprimer la vitesse \dot{x} du point E appartenant au basculeur dans son mouvement par rapport à R_1 en fonction de l_1 , l_2 , $\theta(t)$ et $\dot{\theta}(t)$ sous la forme $A(\theta)\dot{x}=B(\theta)\dot{\theta}$.
- c) Montrer qu'il existe une valeur de θ pour laquelle le basculeur ne pourra fournir aucune puissance au système. Expliquer pourquoi cette position est instable.
- d) Un tel mécanisme est appelé mécanisme à genouillère. Existe-t-il dans le système de fermeture d'autres cas d'utilisation de ce principe ? Dans l'affirmative, indiquer pour chacun, les trois points considérés et le mouvement qui est bloqué.
- e) Expliquer quelle est la fonction des butées 1 et 2 (figures 5 et 8) et préciser en la justifiant, leur position de réglage ?
- f) Expliquer la pertinence de cette solution à empêcher l'ouverture des vantaux quelle que soit la poussée des passagers. Conclure quand à la satisfaction de la fonction FC2.

II.D - Étude de la vitesse de rotation du moteur pendant les différentes étapes de fonctionnement

Objectif : déterminer les relations entrée/sortie du réducteur qui seront utilisées pour établir les modèles nécessaires aux études portant sur la chaîne d'asservissement.

La commande de la chaîne de motorisation est organisée autour de l'asservissement de la vitesse du moteur dont la consigne est une fonction de la position de la porte (cet asservissement sera étudié par la suite). Aussi, afin d'élaborer la

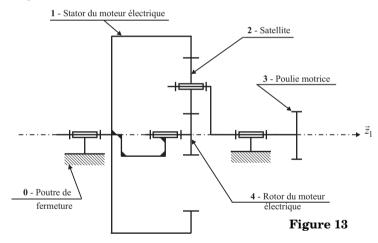
consigne de vitesse du moteur, il est nécessaire de connaître sa vitesse de rotation, comparativement à la vitesse du vantail, pendant les différentes phases de fonctionnement.

La figure 13 donne le schéma cinématique du moto réducteur du système étudié. Il comporte :

- un « stator » noté 1, en rotation par rapport à la poutre de fermeture à la vitesse $\Omega_{1/0} \dot{\vec{z}}_1$, et lié à une couronne dentée de Z_1 dents.
- un satellite noté 2 en rotation à la vitesse $\Omega_{2/3} \vec{z}_1$ et comportant Z_2 dents,
- une poulie motrice notée 3 en rotation à la vitesse $\Omega_{3/0} \dot{\vec{z}}_1$, de diamètre Φ_p et entraı̂nant la courroie,
- un rotor noté 4 en rotation à la vitesse $\Omega_{4/0} \dot{\vec{z}}_1$ et comportant Z_4 dents.

On notera la vitesse du moteur (vitesse angulaire du rotor par rapport au stator) $\Omega_m = \Omega_{4/1}$.

Pour des raisons de clarté, on ne considérera que la vitesse d'un seul vantail par rapport à la poutre de fermeture.



Question 6 - Étude de la vitesse du moteur pour les différentes étapes

a) Étape de louvoiement

Pendant la phase de louvoiement, pour une vitesse du vantail par rapport à la poutre de fermeture de $\|\vec{V}_{\text{vantail/poutre}}\| = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, la vitesse de rotation du moteur passe par un maximum. À cet instant, la vitesse de translation de la poutre de fermeture par rapport à la voiture suivant \vec{y} est de $0,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; ce qui donne une vitesse de rotation du stator $\|\Omega_{1/0}\vec{z}_1\| = 7,3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

- i) Déterminer l'expression de la vitesse du moteur Ω_m en fonction de $\Omega_{1/0}$, $\Omega_{3/0}$, Z_1 et Z_4 .
- ii) Effectuer l'application numérique et vérifier la conformité au cahier des charges du moteur donné annexe 2.

Application numérique : $\Phi_n = 80 \text{ mm}$; $Z_1 = 60 \text{ dents}$; $Z_4 = 10 \text{ dents}$.

b) Étape de verrouillage

Déterminer l'expression de la vitesse du moteur Ω_m en fonction de $\Omega_{1/0}$, Z_1 , Z_4 .

c) Étape de coulissement

Pendant la phase de coulissement, la vitesse des vantaux par rapport à la poutre de fermeture est égale à $\vec{V}_{\text{vantail/poutre}} = v \cdot \vec{x}$.

- Donner l'expression de la vitesse du moteur Ω_m en fonction de v , Φ_p , Z_1 , Z_4 .
- En supposant que les phases de louvoiement et de verrouillage ont une durée totale de 1,5 s, vérifier que la vitesse maximale du moteur, dont les caractéristiques sont données en annexe 2, permet d'assurer le temps de fermeture exigé par le cahier des charges (fonction *FP*1).

On rappelle que pendant l'étape de coulissement l'écartement des vantaux passe de $1300~\mathrm{mm}$ à $200~\mathrm{mm}$.

Par la suite, seules les relations des phases de verrouillage et de coulissement seront exploitées.

Partie III - Étude de la commande de la chaîne de motorisation

La figure 14 représente l'organisation fonctionnelle de la structure d'asservissement. La consigne de vitesse dépend de la position de la porte mais pour des raisons pratiques la réalisation de ces deux boucles est effectuée à partir des mesures de la position et de la vitesse angulaire de l'arbre moteur.

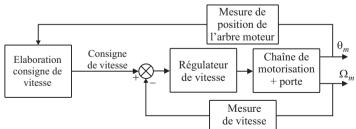


Figure 14. Structure de commande de la chaîne de motorisation

Cette partie a comme objectif d'une part l'étude de la chaîne d'asservissement de vitesse, d'autre part la vérification du cahier des charges pour la structure et la loi de commande retenues. L'élaboration de la consigne de vitesse à partir de la boucle de position est hors du cadre de ce sujet.

III.A - Modèle de commande

Objectif : définir le modèle de commande qui sera utilisé pour l'étude et l'analyse du régulateur de la chaîne d'asservissement.

Pour des raisons de simplicité, l'étude du modèle sera faite uniquement pendant la phase de verrouillage. Bien que pendant cette phase, les déplacements de la porte se fassent suivant les deux directions \vec{x} et \vec{y} , dans un souci d'obtenir des modèles de comportement simples, on supposera, au regard du dimensionnement adopté, que le déplacement suivant \vec{x} est négligeable dans la phase considérée. La validation de cette hypothèse ne rentrera pas dans le cadre de cette étude.

Notations:

 I_s : moment d'inertie du stator du motoréducteur suivant l'axe $(I,\grave{\vec{z}}_1)$.

 I_r : moment d'inertie du rotor suivant $(I, \overset{\Rightarrow}{z}_1)$.

 M_{v} : ensemble des masses en déplacement suivant la direction \overrightarrow{y} .

N: rapport, supposé constant, entre les vitesses angulaires du rotor et du stator $\Omega_{4/1}=N\Omega_{1/0}$: on utilisera par la suite les notations suivantes $\Omega_s=\Omega_{1/0}$ et $\Omega_m=\Omega_{4/1}$.

 $N_1(\theta_m)$: rapport entre la vitesse d'un vantail par rapport à la voiture suivant \vec{y} et la vitesse du stator Ω_s , soit $V_y = N_1(\theta_m)\Omega_s$ où θ_m désigne l'angle de rotation du rotor par rapport au stator.

 C_m : couple moteur.

 \vec{F} : force exercée par le(s) passager(s) suivant l'axe \vec{y} avec $\vec{F} = F(t)\vec{y}$ (force due par exemple, à une « pression » exercée par les passagers en cas de surcharge).

On suppose que pendant les opérations d'ouverture/fermeture la voiture est immobile par rapport au sol dont tout repère R_g qui lui est attaché est considéré comme galiléen.

Question 7 - Montrer que l'évolution de la vitesse de rotation du stator est régie par l'équation différentielle suivante :

$$I_{eq}(\boldsymbol{\theta}_m)\dot{\boldsymbol{\Omega}}_s = AC_m - B(\boldsymbol{\theta}_m)\boldsymbol{\Omega}_m^2 - C(\boldsymbol{\theta}_m)F$$

Exprimer $I_{eq}(\theta_m)$, A, $B(\theta_m)$ et $C(\theta_m)$ en fonction de I_s , I_r , M_y , N, $N_1(\theta_m)$ et $N_1^{'}(\theta_m)$ où $N_1^{'}(\theta_m) = \partial N_1(\theta_m)/\partial \theta_m$. On suppose que toutes les liaisons sont parfaites et que l'action de la pesanteur est négligée pour toutes les pièces.

Question 8 - L'objectif de cette question est de définir un modèle de comportement linéaire permettant de synthétiser un régulateur pour la chaîne d'asservissement du moteur. On note :

- Ω_{m0} la vitesse de rotation du moteur, **supposée constante**,
- $\theta_{m0}(t)$ la position angulaire de l'arbre moteur.

La linéarisation sera effectuée en utilisant l'équation différentielle obtenue à la question 7 et les équations de comportement, données en annexe 2, d'une machine à courant continu. L'inductance d'induit sera négligée, soit L=0. L'ensemble des relations nécessaire à la mise en place du modèle est :

$$\begin{split} I_{eq}(\theta_m)\dot{\Omega}_s &= AC_m - B(\theta_m)\Omega_m^2 - C(\theta_m)F \\ u(t) &= Ri_m(t) + K_e\Omega_m(t) \,. \\ C_m(t) &= K_ei_m(t) \end{split}$$

Remarque : la linéarisation sera abordée uniquement en littéral, l'objectif étant de définir un modèle paramétrique, sous forme analytique, du procédé.

- a) Préciser les relations liant :
- le couple moteur $C_{m0}(\theta_{m0})$, la vitesse de rotation Ω_{m0} et la force due à la poussée des passagers $F(t)=F_0$ supposée constante en fonction de A, B et C;
- le couple moteur $C_{m0}(\theta_{m0})$ à la tension $U_0(\theta_{m0})$ aux bornes de l'induit en fonction de la vitesse du moteur Ω_{m0} et des paramètres du moteur.
- b) Soient les variations $c_{m1}(t)$, $\Omega_1(t)$, $f_1(t)$ et $u_1(t)$ autour du régime d'équilibre déterminé à la question 8-a) :

$$\begin{split} &C_m(t) = \, C_{m0}(\theta_{m0}) + c_{m1}(t) \,,\, \Omega_m(t) = \Omega_{m0} + \Omega_1(t) \,,\, F(t) = F_0 + f_1(t) \text{ et} \\ &u(t) = \, U_0(\theta_{m0}) + u_1(t) \,. \end{split}$$

Déterminer une équation différentielle, à paramètres variant dans le temps, décrivant l'évolution de la variation de vitesse du moteur Ω_1 autour du point de fonctionnement décrit par $(\theta_{m0},\Omega_{m0},F_0,U_{m0})$. Exprimer cette équation sous la forme :

$$\tau(\theta_{m0})\dot{\Omega}_{1}(t) + \Omega_{1}(t) = K(\theta_{m0})u_{1}(t) - D(\theta_{m0})f_{1}(t).$$

Exprimer les paramètres τ , K et D en fonction de I_{eq} , A, B, C, N, Ω_{m0} et les paramètres du moteur.

c) La position θ_{m0} de l'arbre moteur variant dans le temps, les coefficients de l'équation différentielle précédente peuvent être modélisés comme des paramè-

tres incertains qu'il est possible d'écrire sous la forme d'une partie connue constante et d'une variation, soit :

$$\tau(\theta_{m0}) = \tau_0(1+\delta\tau), K(\theta_{m0}) = K_0(1+\delta K) \text{ et } D(\theta_{m0}) = D_0(1+\delta d).$$

En supposant en première approximation que les variations sont nulles, déterminer les fonctions de transfert $\Omega_1(p)/U_1(p)$ et $\Omega_1(p)/F_1(p)$ en les écrivant sous une forme canonique en fonction de τ_0 , K_0 et D_0 .

Remarque : l'analyse du comportement dû aux variations des paramètres ne fait pas partie de cette étude.

d) Montrer que la fonction de transfert $\Omega_1(p)/U_1(p)$ peut être approchée sous la forme K_1/p . Préciser le domaine de validité et exprimer K_1 en fonction de τ_0 et K_0 .

III.B - Étude du régulateur de la boucle de vitesse

Objectif : déterminer un régulateur de vitesse permettant d'atteindre les exigences suivantes :

- écart nul en régime permanent pour une consigne de vitesse constante et un effort perturbateur, dû à la poussée des passagers, constant,
- marge de phase $\Delta \phi \ge 45^\circ$ pour un modèle nominal qui sera précisé par la suite,
- bande passante la plus grande possible compte tenu de la contrainte de marge de phase,
- temps de réponse inférieur à 0,2 s en réponse à une **variation en échelon** de l'effort perturbateur.

La chaîne de régulation de vitesse est décrite par le schéma bloc de la figure 15 où la fonction de transfert représente $H_3(p)$ la de chaîne mesure de vitesse comportant un filtre du 1er ordre, de constante de temps $\tau_f = 10 \text{ ms}$, permettant de limiter l'impact des bruits de mesure et G est le gain de l'amplificateur de puissance alimentant le moteur.

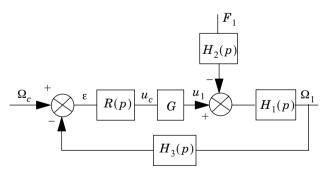


Figure 15. Schéma bloc de la boucle de régulation de vitesse

On choisit d'adopter pour cette chaîne un régulateur de type proportionnel-intégral $(P \cdot I)$ dont la fonction de transfert est :

$$R(p) = K_r \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right).$$

Question 9 - Au regard des exigences du cahier des charges, justifier le choix de ce type de régulateur.

Question 10 - Évaluation du temps de réponse vis-à-vis des perturbations :

a) Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $T(p) = \Omega_1(p)/F_1(p)$ entre les perturbations dues à la poussée des passagers et la vitesse du moteur, en fonction des différentes fonctions de transfert de la figure 15. Montrer que la réponse fréquentielle peut être approchée par la relation :

$$\|T(j\omega)\| \ = \ \left\|H_2(j\omega)\right\| \cdot \min\left(\left\|H_1(j\omega)\right\| \ ; \left\|\frac{1}{R(j\omega)GH_3(j\omega)}\right\| \ \right) \ = \ \left\|H_2(j\omega)\right\| \cdot \|M(j\omega)\| \ .$$

Pour la suite, on adopte les modèles de commande simplifiés suivants :

$$H_1(p) = \frac{10}{p}$$
; $H_2(p) = 0.05$; $H_3(p) = \frac{0.1}{1 + 0.01p}$; $G = 10$.

- b) Afin de limiter le périmètre de l'étude, on adopte sans justification les hypothèses suivantes :
 - i) $1/T_i < 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
 - ii) la situation considérée est celle du document réponse 4 représentant le diagramme asymptotique de la fonction $\|1/(R(j\omega)GH_3(j\omega))\|_{dB}$ où $20\log G_0 < 0$.

Exprimer G_0 en fonction de K_r . En utilisant le document réponse 4, à rendre avec la copie, tracer le diagramme asymptotique de la fonction $\|H_1(j\omega)\|$ (veiller au respect des pentes) et celui de $\|M(j\omega)\|$ en adoptant l'approximation de la question précédente.

- c) En déduire alors une approximation de la fonction de transfert $T(p) = \Omega_1(p)/F_1(p)$ en exprimant toutes les brisures en fonction de K_r et T_i .
- d) Proposer une nouvelle expression approchée de T(p) sous la forme :

$$T_a(p) = \frac{N(p)}{1 + \tau p}$$

où N(p) est le numérateur de T(p). En utilisant la forme approchée $T_a(p)$, déterminer l'évolution de la vitesse $\Omega_1(t)$ en réponse à un échelon de la force de perturbation et tracer son allure.

- e) En se référant à des fonctions types connues donner, en fonction de T_i , un ordre de grandeur du temps de réponse vis-à-vis de la force perturbatrice.
- f) Justifier alors l'intérêt d'adopter pour T_i la valeur la plus petite possible.

Question 11 - Calcul des paramètres du régulateur

- a) En vous aidant, pour illustrer votre réponse, de tracés succincts de diagrammes de Bode effectués directement sur votre copie, analyser la stabilité du système bouclé dans les deux cas : $1/T_i > 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $1/T_i < 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
- b) En prenant $K_r=1$, tracer directement sur la feuille de copie les diagrammes de Bode asymptotiques (module et phase) de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée et l'allure de la courbe réelle du diagramme de phase. Veiller à effectuer ce tracé de façon à respecter une situation stable du système en boucle fermée
- c) En utilisant la représentation dans le plan de Bode donnée en annexe 2, déterminer quelle est la valeur $T_{i \, \mathrm{min}}$ la plus petite possible que l'on peut conférer à T_i compatible avec la marge de phase minimale exigée par le cahier des charges (cette fonction servira uniquement à calculer T_i en plaçant judicieusement ω_m pour obtenir la marge de phase souhaitée).
- d) En conservant la valeur $T_{i \min}$ calculée précédemment, en déduire alors la valeur du gain K_r du régulateur permettant d'assurer la marge de phase souhaitée.

Question 12 - Vérifier si le cahier des charges est validé, et conclure sur l'adéquation du régulateur calculé vis-à-vis du problème posé.

III.C - Évaluation de la force dans le cas d'un obstacle à la fermeture (pincement)

Objectif : vérifier si la chaîne de commande permet de limiter l'effort subi par un passager en cas de blocage de la porte (fonction FC1).

Afin d'assurer la sécurité vis-à-vis des passagers, les réglementations imposent en général qu'en cas d'obstacle (un passager par exemple) la force générée par la chaîne de motorisation sur l'obstacle soit inférieure à une valeur limite. Dans le cadre de ce projet, la valeur limite est de 150 N . L'effort lors de la rencontre d'un obstacle est lié d'une part à la chaîne de motorisation, aux conditions initiales du choc, aux caractéristiques de l'obstacle et d'autre part à la chaîne de commande du moteur. Généralement, la qualification du système vis-à-vis de cette contrainte est effectuée en utilisant un modèle normalisé de type masseressort.

Dans cette partie, le cas type étudié est limité :

- uniquement au cas d'un choc au cours de la phase de **coulissement** lors de la fermeture,
- au calcul de l'effort généré par la chaîne de motorisation en régime permanent lorsque le vantail est bloqué.

L'analyse des efforts en régime transitoire ne fait pas partie de l'étude.

Pour la chaîne de transmission, on adopte les éléments suivants :

- le moteur à courant continu dont les caractéristiques sont données en annexe 2,
- la tension d'alimentation du moteur est matériellement saturée à 110 volts,
- on suppose que la vitesse de consigne est positive non nulle,
- le réducteur, (étudié à la question 6), a un facteur de réduction 7 entre les vitesses de rotation d'entrée et de sortie,
- le rayon de la poulie motrice est de 40 mm,
- le régulateur proportionnel-intégral de la chaîne d'asservissement est celui déterminé dans la partie III.B (question 11).

Question 13 - Au regard du régulateur adopté, écrire la relation temporelle liant la grandeur de commande issue du régulateur $u_c(t)$ au signal d'écart $\varepsilon(t)$. Justifier, qu'en cas de blocage du vantail par un obstacle, la tension aux bornes du moteur atteint la tension d'alimentation maximale.

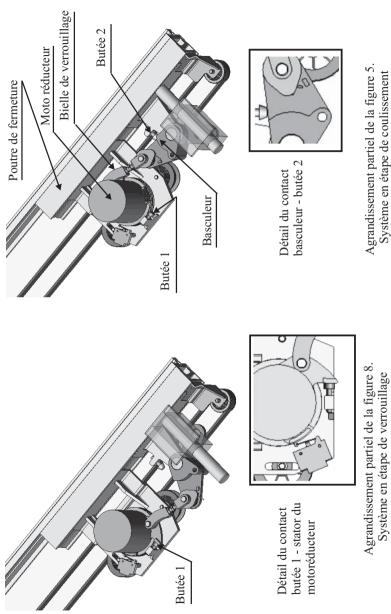
Question 14 - On suppose que le vantail est bloqué par un obstacle (passager) :

- a) Exprimer en fonction du courant du moteur, des caractéristiques du moteur et de la chaîne de transmission, la force maximale subie par un passager (on pourra utiliser sans aucune justification les équations de la machine à courant continu données en annexe 2).
- b) En supposant que la tension d'alimentation maximale est atteinte pendant le blocage, évaluer la valeur numérique de la force (régime **statique**) subie par le passager et vérifier si la contrainte exigée est assurée.

Question 15 - Proposer un moyen permettant de satisfaire cette contrainte.

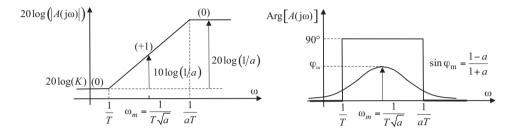
Question 16 - Proposer alors, en illustrant la solution retenue par un schéma bloc, une nouvelle structure de commande ou une modification de la structure de commande représentée sur la figure 14 permettant de mettre en oeuvre la solution envisagée à la question 15.

Annexe 1 - Agrandissement partiel des figures 5 et 8



Annexe 2

Diagrammes de Bode de la fonction $A(p) = K \frac{1 + Tp}{1 + aTp}$; a < 1



Rappel des équations d'une machine à courant continu

$$u(t) = Ri_m(t) + L\frac{di_m}{dt} + K_e \Omega_m(t) ; C_m(t) = K_c i_m(t)$$

Caractéristiques de la machine à courant continu utilisée dans le cadre de ce projet

$$\begin{split} R &= 20\Omega \; ; \; L = 0,1 \; \text{H} \; ; \; K_e = 1,2 \; \text{V} \cdot \left(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}\right)^{-1} \; ; \; K_c = 1,2 \; \text{Nm} \cdot \text{A}^{-1} \; ; \\ I_r &= 0,001 \; \text{kg} \cdot \text{m}^2 \; ; \; I_s = 0,01 \; \text{kg} \cdot \text{m}^2 \; ; \; U_{\text{max}} = 120 \; \text{V} \; ; \; \omega_{\text{max}} = 1000 \; \text{tr} \cdot \text{min}^{-1} \; . \end{split}$$

••• FIN •••