

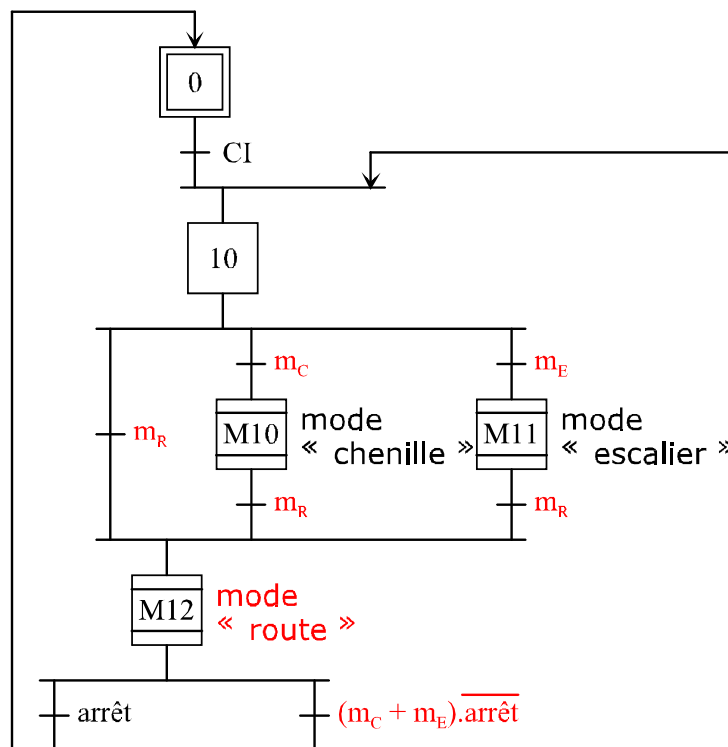
## ÉLÉMENTS DE CORRECTION CONCOURS COMMUN POLYTECHNIQUE TSI 2013

### Question 1

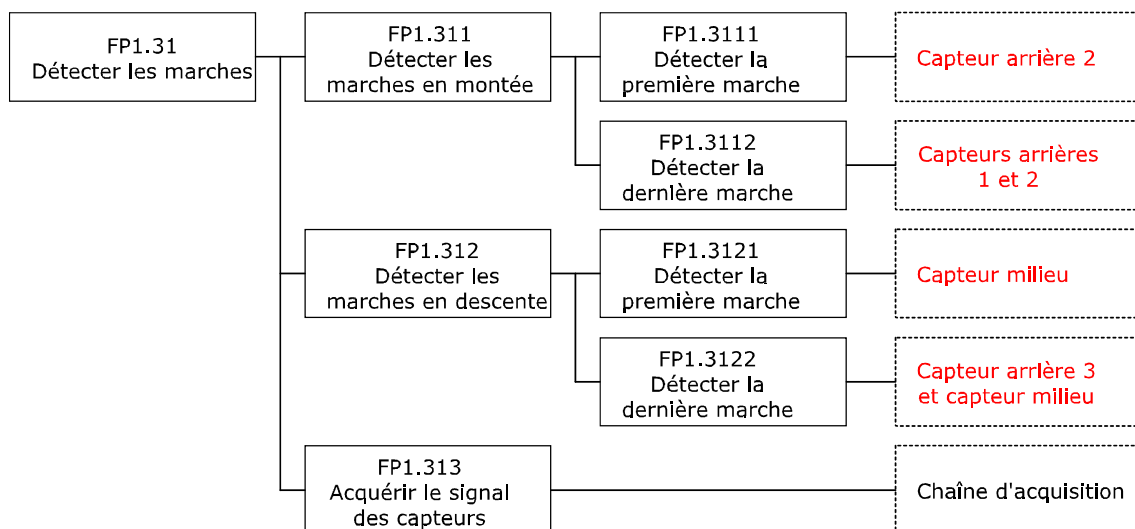
Les 3 principaux modes de fonctionnement sont :

- un mode « route »,
- un mode « chenille »,
- un mode « escalier ».

### Question 2



### Question 3



**Question 4**

Caractéristiques du capteur SHARP (référence GP2Y0A21YK0F)

Type de rayon émis	infrarouge
Tension d'alimentation recommandée	$4,5\text{ V} \leq V_{CC} \leq 5\text{ V}$
Temps maximum ( $T_m$ ) entre deux mesures	$(38,3 + 9,6)\text{ ms} = 47,9\text{ ms}$

*Commentaire : les 5 ms n'affecte que la première mesure mais sont ensuite en temps masqué.*

On en déduit la fréquence minimale  $f_m = \frac{1}{T_m} = \frac{1}{47,9 \cdot 10^{-3}} = 20,9\text{ Hz}$ .

D'après la courbe de la figure 16, la tension maximale en sortie du capteur est d'environ  $2,8\text{ V}$ .

**Question 5***Commentaire : le terme « micro-processeur » est utilisé pour cette question alors que dans la suite du sujet on emploie le terme « microcontrôleur ».*

Le signal de sortie est de nature analogique, il faut le convertir en grandeur numérique d'où la nécessité d'un convertisseur analogique/numérique. Le capteur pouvant être alimenté en  $5\text{ V}$ , on peut directement le connecter sur une entrée analogique du micro-processeur.

*Commentaire : toutefois, on n'exploitera pas le CNA au maximum de sa plage de 5V donc cela entraîne une perte de précision intrinsèque. Il aurait fallu une amplification pour exploiter la plage.***Question 6**

1.

Distance (cm)	4	9	15	30	65
Tension en sortie du capteur $v_0$ (V)	1	2	2,8	2	1

On constate que la tension de sortie est la même pour deux valeurs différentes de distance.

2. Le domaine d'emploi du capteur est une distance comprise entre  $20\text{ cm}$  et  $150\text{ cm}$ .

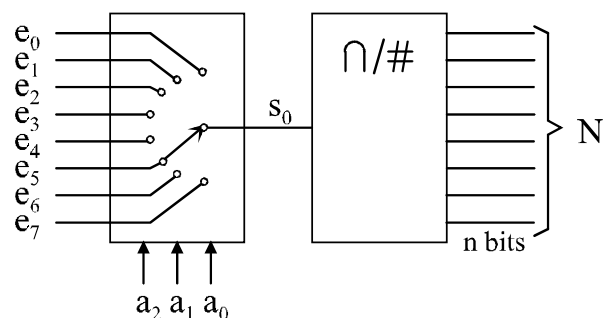
3. Sur la plage de mesure du capteur, la tension de sortie varie entre  $0,4\text{ V}$  et  $2,55\text{ V}$  lorsque la distance diminue. Si la distance est inférieure à  $20\text{ cm}$ , la tension de sortie est supérieure à  $2,55\text{ V}$ , il suffit de comparer la grandeur numérique  $N_{v_0}$  correspondant à la tension  $v_0$  à la valeur numérique  $N_{2,55}$  correspondant à  $2,55\text{ V}$ . Si  $N_{v_0} > N_{2,55}$ , la distance est inférieure à  $20\text{ cm}$ .

4. Le cahier des charges impose une détection d'obstacle dans l'intervalle  $20\text{ cm} - 60\text{ cm}$ , donc les capteurs conviennent.

*Commentaire : en annexe A-3, il est mentionné une mesure de  $10\text{ cm}$ .***Question 7**

Notion « 8 entrées multiplexées » : le micro-processeur possède un convertisseur CNA dont l'entrée est reliée à un multiplexeur ayant une sortie et 8 entrées.

Notion « résolution 8 ou 10 bits » : cela signifie que la grandeur numérique de sortie du CNA peut être codée sur 8 ou 10 bits.



**Question 8**

*Commentaire* : la notation d'un nombre codé en hexadécimal est indiquée par la lettre h ajoutée à la fin du nombre dans le sujet (page 6/19) alors qu'on ajoute le caractère \$ au début du nombre sur l'annexe A-9.4 (tableau adressage page 13/16).

1. Calcul du quantum  $q$  :  $q = \frac{(V_{rh} - V_{rl})}{2^n}$  avec  $n$  le nombre de bits du codage.

$$q_{8bits} = \frac{5,12}{2^8} = 0,02 V \quad q_{10bits} = \frac{5,12}{2^{10}} = 0,005 V .$$

2. Conversion analogique /numérique :

distance	Signal capteur	8 bits	10 bits
$\approx 150 \text{ cm}$	$0,4 V$	14	1400
$\approx 30 \text{ cm}$	$2 V$	64	6400
$\approx 20 \text{ cm}$	$2,55 V$	<b>7F</b>	<b>7F80</b>

D'après le tableau donné en page 7/16, pour une tension d'entrée égale au quantum  $N = 1$ .

Pour 8 bits,  $N = E\left(\frac{2,55}{0,02}\right) \quad v_0 = 2,55 V \rightarrow N = 127 = (01111111)_2 = 7Fh$

Pour 10 bits,  $N = E\left(\frac{2,55}{0,005}\right) \quad v_0 = 2,55 V \rightarrow N = 510 = \%0111111110$

On rajoute les 6 zéros à droite :  $\%011111111000\ 0000 = 7F80h$

3. Calcul de la précision :

La variation moyenne de la tension de sortie est de  $\Delta V_T = (2,4 - 0,4) V$  pour une variation de distance de  $150 \text{ cm}$  à  $20 \text{ cm}$ , soit  $\Delta L_T = 130 \text{ cm}$ . On cherche la variation de longueur pour laquelle on obtient une variation égale au quantum en sortie.

Pour 8 bits,  $q = 0,02 V \Rightarrow \Delta L = \frac{q \cdot \Delta L_T}{\Delta V_T} = \frac{0,02 \times 130}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta L = 1,3 \text{ cm}}$

Pour 10 bits,  $q = 0,005 V \Rightarrow \Delta L = \frac{q \cdot \Delta L_T}{\Delta V_T} = \frac{0,005 \times 130}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta L = 0,32 \text{ cm}}$

La précision attendue devant être inférieure à  $1 \text{ cm}$ , le codage sur 10 bits convient mais pas celui sur 8 bits.

*Commentaire* : si on prend la plage du CdC soit  $20 \text{ cm}$  à  $60 \text{ cm}$ , alors avec 8 bit on a  $\Delta L = 0,53 \text{ cm}$ , ce qui est suffisant !

**Question 9**

Bit 7	Bit 6	Bit 5	Bit 4	Bit 3	Bit 2	Bit 1	Bit 0
DJM	DSGN	SCAN	MULT		CC	CB	CA
0	0	1	0	0	0	0	0
Justification des données à gauche	Résultat non signé	Exécute la séquence de conversion en continu	Acquisition uniquement sur le canal sélectionné		Canal d'entrée analogique sélectionné : voie 0		

La configuration actuelle permet de réaliser une mesure sur la voie 0 en continu.

**Question 10**

1. Les adresses d'accès aux registres du CAN sont :

	Adresse	Commentaires
Registre de contrôle 2 (ATDCTL2)	302h	
Registre de contrôle 3 (ATDCTL3)	303h	
Registre de contrôle 4 (ATDCTL4)	304h	
Registre de contrôle 5 (ATDCTL5)	305h	
Registre ATDDR0H	310h	Résultat de la conversion (octet de poids fort)
Registre ATDDR0L	311h	Résultat de la conversion (octet de poids fort)

2. On doit écrire %00100000 = 20h dans le registre ATDCTL5

6400h correspond à une distance de 30 cm.

```

1  AvanceAvecDetectionObstacle (néant) : néant ;
2  Variables : valeur_Courante : entier non signé ;
3  valeur_Précédente : entier non signé ;
4  DEBUT
5  |      // initialisations des variables.
6  |      valeur_Courante <- 0 ;
7  |      valeur_Précédente <- 0 ;
8  |      // configuration de ATDCTL5
9  |      écrire_Octet( 305h, 20h ) ;
10 |      // mise en fonctionnement moteur mode Avance
11 |      écrire_Octet( 600h , 01h ) ;
12 |      // lecture de la donnée du convertisseur
13 |      valeur_Courante <- lire_2_Octets( 310h ) ;
14 |      //début de la détection
15 |      Tant que ((valeur_Courante < 6400h) ET valeur_Courante > valeur_Précédente))
16 |      faire
17 |      Début
18 |      |      // affectation de la valeur précédente ;
19 |      |      valeur_Précédente <- valeur_Courante ;
20 |      |      //temporisation entre 2 lectures
21 |      |      temporisation(50ms) ;
22 |      |      // lecture de la donnée du convertisseur
23 |      |      valeur_Courante <- lire_2_Octets( 310h ) ;
24 |      Fin (du tant que)
25 |      // mise en fonctionnement moteur mode ARRET
26 |      écrire_Octet( 600h , 00h ) ;
27  FIN (du programme)

```

**Question 11**

Le système est capable de détecter une marche avec la précision demandée et de commander le moteur.

**Question 12**

1. Inventaire des actions mécaniques extérieures appliquées sur l'ensemble {fauteuil roulant + passager} :

- action du sol sur la roue arrière au point  $I$  :  $\{A_{0 \rightarrow 9}\} = \begin{Bmatrix} N_I \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I$
- action du sol sur la chenille au point  $K$  :  $\{A_{0 \rightarrow c}\} = \begin{Bmatrix} N_K \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_K$
- action de la pesanteur sur le châssis au point  $G$  :  $\{A_{pes \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} -m_C \cdot g \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$
- action de la pesanteur sur {siège + utilisateur} au point  $U$  :  $\{A_{pes \rightarrow 7+u}\} = \begin{Bmatrix} -M_u \cdot g \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_U$

2. Théorème du moment statique appliqué à l'ensemble {fauteuil roulant + passager} au point  $I$  en projection sur  $\vec{z}_0$  :

$$-(x_U - x_I) \cdot M_U \cdot g - (x_G - x_I) \cdot m_C \cdot g + (x_K - x_I) \cdot N_K = 0$$

$$N_K = \frac{1}{x_K - x_I} [(x_U - x_I) \cdot M_U \cdot g + (x_G - x_I) \cdot m_C \cdot g]$$

Théorème du moment statique appliqué à l'ensemble {fauteuil roulant + passager} au point  $K$  en projection sur  $\vec{z}_0$  :

$$-(x_K - x_I) \cdot N_I + (x_K - x_U) \cdot M_U \cdot g + (x_K - x_G) \cdot m_C \cdot g = 0$$

$$N_I = \frac{1}{x_K - x_I} [(x_K - x_U) \cdot M_U \cdot g + (x_K - x_G) \cdot m_C \cdot g]$$

3. Applications numériques :

cas extrême (c) :	$N_K = 921,1 \text{ N}$	$N_I = 1580,4 \text{ N}$
cas extrême (e) :	$N_K = 483,5 \text{ N}$	$N_I = 2018,1 \text{ N}$

**Question 13**

*Commentaires :*

- le sujet ne précise pas dans quel vérin sont exercées  $F_r$  et  $F_v$  (même si on peut le déduire de aVant et aRrière)
- passage de l'état (c) à la phase (d) : le vérin avant ne devrait-il pas continuer à être alimenté afin de terminer l'escamotage de la roue avant (pour compenser le poids propre du train avant) ?
- passage de l'état (e) à la phase (f) : le vérin arrière ne devrait-il pas continuer à être alimenté afin de terminer l'escamotage de la roue arrière (pour compenser le poids propre du train arrière) ?

1. On suppose que  $F_r$  représente l'effort dans le vérin arrière et  $F_v$  l'effort dans le vérin avant.

Evolution de  $F_v$  :

- de 0 à 4,5 s : basculement du train avant : le vérin avant doit être alimenté ( $F_v > 0$ ). L'effort du sol sur la roue avant  $N_j$  augmente et la cinématique évolue donc  $F_v$  croît.
- à 4,5 s : position limite (c) : le vérin avant cesse d'être alimenté ( $F_v = 0$ ).

Evolution de  $F_r$  :

- de 0 à 4,5 s : le basculement du train avant implique un déplacement du châssis (1) et donc du siège (7). Le vérin arrière doit être alimenté ( $F_r > 0$ ) afin de maintenir l'horizontalité du siège (7). L'effort sur la roue arrière  $N_I$  diminue durant cette phase, ce qui justifie la diminution de  $F_r$ .
- de 4,5 s à 5 s :  $F_r$  suit l'évolution de  $N_I$ .
- à 5 s à 8,5 s : basculement du train arrière : le vérin arrière continue d'être alimenté ( $F_r > 0$ ). L'effort du sol sur la roue arrière  $N_I$  augmente et la cinématique évolue donc  $F_r$  croît de manière importante.
- à 8,5 s : position limite (e) : le vérin arrière cesse d'être alimenté ( $F_r = 0$ ).

Valeurs limites de  $F_r$  durant la phase d'escamotage du train arrière :  $F_{rmin} = 1750 \text{ N}$  et  $F_{rmax} = 7750 \text{ N}$ .

2. L'annexe A-9.1 indique une force de poussée nominale de  $8000 \text{ N}$  pour le vérin choisi. Le choix fait par le constructeur est donc validé ( $F_{rmax} < 8000 \text{ N}$ ).

### Question 14

*Commentaires : erreurs sur le DR6*

- L6<sub>a</sub> : rotule de centre  $E_I$  (au lieu de  $F_I$ )
- L6<sub>b</sub> : linéaire annulaire de centre  $E_2$  (au lieu de  $F_2$ ) d'axe  $(E_2, \vec{z}_1)$  (au lieu de  $(F_2, \vec{z}_1)$ )
- L7<sub>b</sub> : pivot d'axe  $(R_1, \vec{z}_1)$  (au lieu de  $(Q_1, \vec{z}_1)$ )
- L8<sub>b</sub> : pivot d'axe  $(R_2, \vec{z}_1)$  (au lieu de  $(Q_2, \vec{z}_1)$ )
- L4 : hélicoïdale d'axe  $(D_2, \vec{x}_7)$  (au lieu de  $(D, \vec{x}_7)$ )

1. Identification des liaisons :

L1<sub>a</sub> : rotule de centre  $F_I$

L1<sub>b</sub> : linéaire annulaire de centre  $F_2$  d'axe  $(F_2, \vec{z}_1)$

L2 : pivot d'axe  $(D, \vec{z}_1)$

L3 : pivot d'axe  $(D_1, \vec{x}_7)$

L5 : pivot d'axe  $(P, \vec{z}_1)$

2. Nombre cyclomatique :  $\mu = L - P + 1 = 12 - 8 + 1 = 5$

### Question 15

1. Degré de mobilité :  $m = 1$

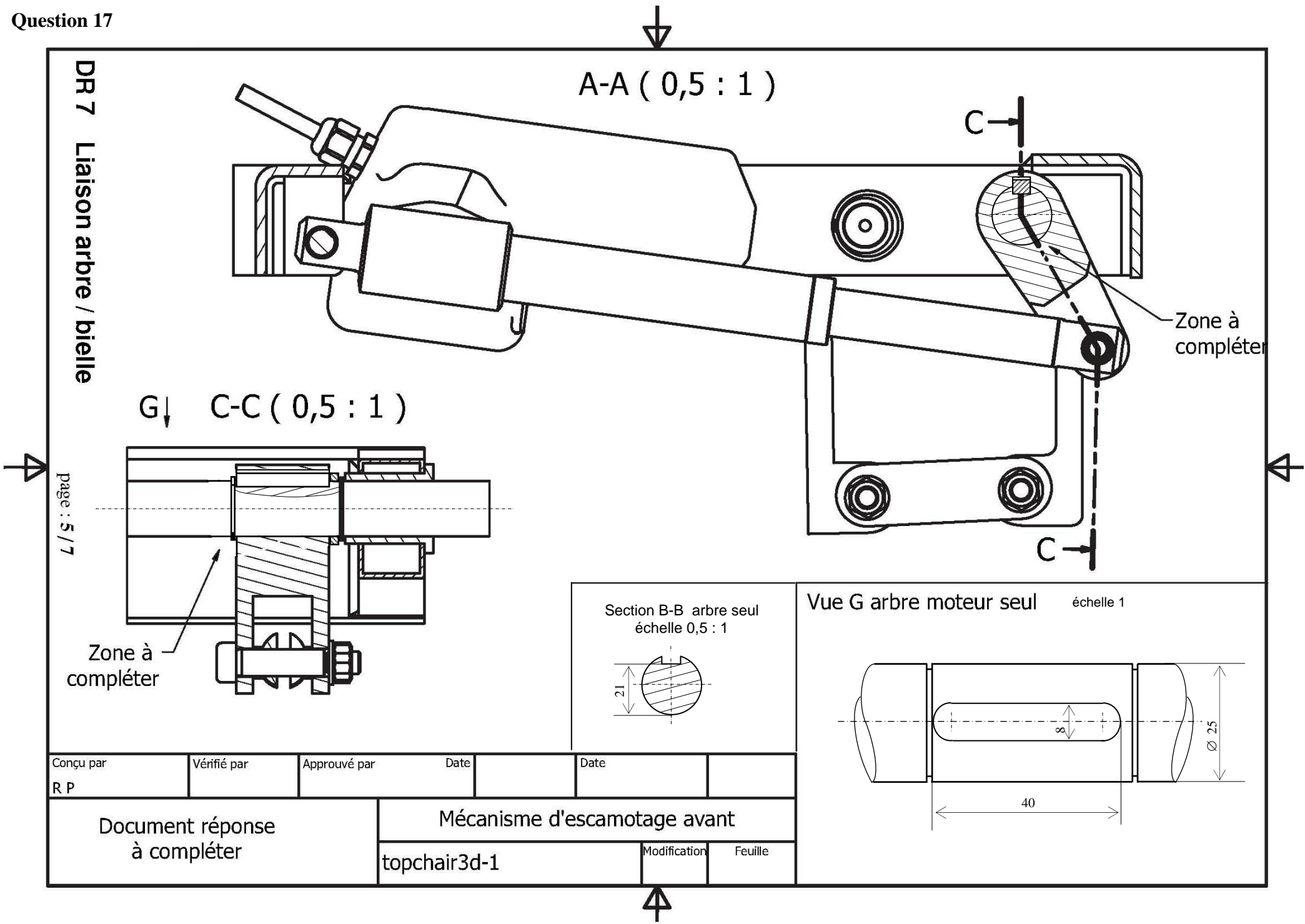
2. Degré d'hyperstaticité :  $h = 6 \cdot \mu + m - I_c = 6 \cdot 5 + 1 - 22 = 9$  : le mécanisme est hyperstatique de degré 9.

3. Le concepteur a fait le choix d'une structure hyperstatique car les efforts à transmettre sont importants, une structure hyperstatique étant plus rigide qu'une structure isostatique (mais également plus onéreuse).

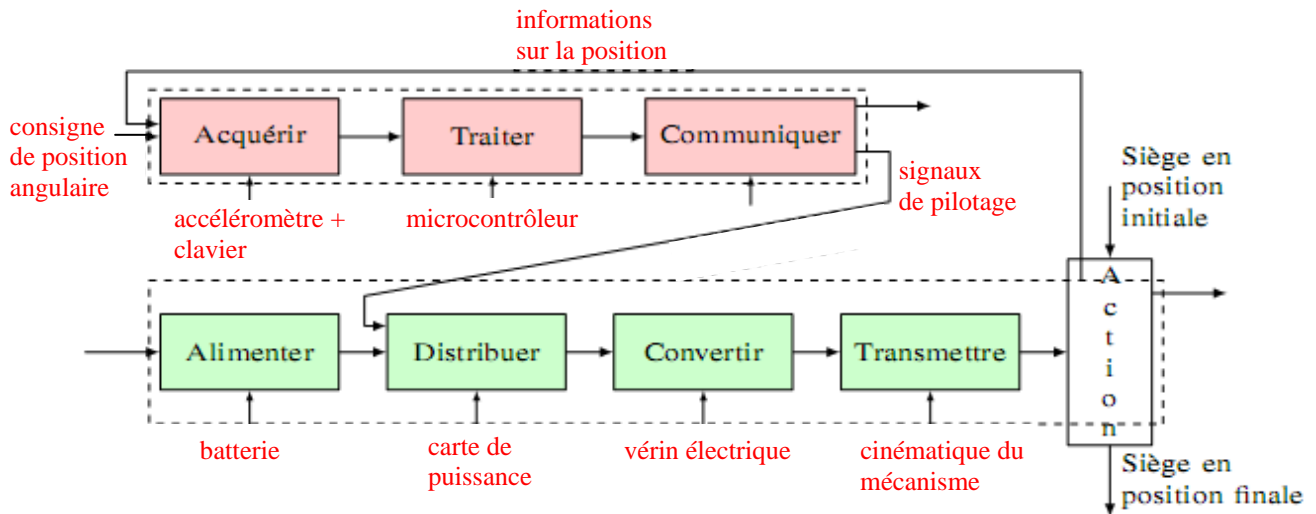
### Question 16

Autres solutions technologiques pour réaliser la liaison entre le levier et l'arbre :

- cannelures ou dentelures avec deux anneaux élastiques
- manchon de blocage / frette d'assemblage
- goupille radiale
- par pincement élastique.



## Question 18



## Question 19

1. Les résistances (R93 et R94) servent à fixer l'état logique à 0 en entrée des circuits logiques lorsque les signaux de pilotage sont en haute impédance ("en l'air").

2. Table de vérité du pilotage moteur :

Incliner siège	Redresser siège	$v_1$	$v_2$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
z	z	0	0

Équations logiques des sorties :

$$v_1 = \text{« Incliner siège »} \bullet \overline{\text{« Redresser siège »}}$$

$$v_2 = \overline{\text{« Incliner siège »}} \bullet \text{« Redresser siège »}$$

3. Cette structure réalise un verrouillage évitant ainsi d'avoir tout mouvement lorsque l'on désire obtenir l'inclinaison et le redressement du siège en même temps.

## Question 20

Pont en H (hacheur 4 quadrants).

## Question 21

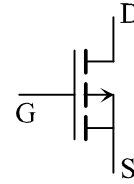
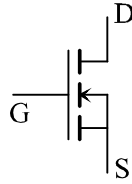
Pour obtenir  $u_{\text{moteur}} > 0$ , il faut commander les interrupteurs K8 et K9.

Pour obtenir  $u_{\text{moteur}} < 0$ , il faut commander les interrupteurs K7 et K10.



**Question 22**

Les résistances R9, R10 et le transistor Q3 permettent de réaliser une fonction NON. De même pour les résistances R12, R13 et le transistor Q4.



T7 et T8 : Transistor MOSFET à canal N

T9 et T10 : Transistor MOSFET à canal P

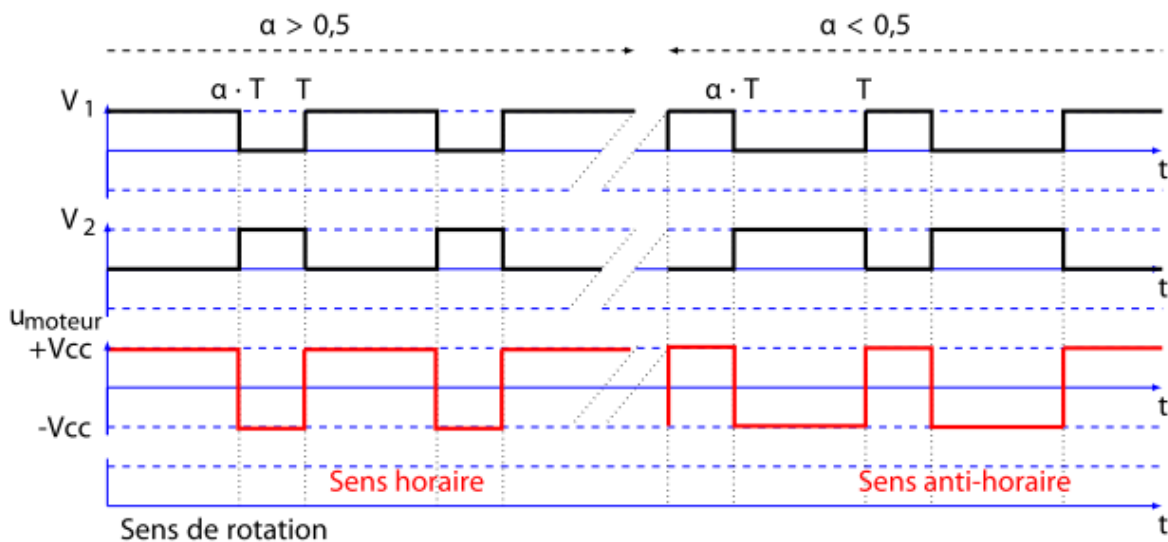
Les transistors T7 et T8 sont passants quand leur tension  $v_{GS} > 0$  et bloqués quand  $v_{GS} = 0$ .

Les transistors T9 et T10 sont passants quand leur tension  $v_{GS} = 0$  et bloqués quand  $v_{GS} > 0$ .

$v_1$	$v_2$	Signe tension moteur
1	0	$u_{moteur} > 0$
0	1	$u_{moteur} < 0$

**Question 23**

1. Chronogrammes de la tension aux bornes du moteur :

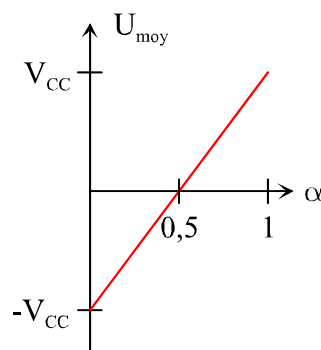


2. Calcul de  $\langle u_{moteur} \rangle$  :

En utilisant la méthode des aires :  $U_{moy} = \frac{\alpha T V_{CC} - (1 - \alpha) V_{CC}}{T}$

$$U_{moy} = (2\alpha - 1)V_{CC}$$

3. Allure de  $U_{moy}$  :



**Question 24**

Commande MLI (PWM). La fonction « distribuer » est capable d'obtenir une vitesse variable dans les deux sens du siège.

**Question 25**

*Commentaire : erreur dans le sujet p15/19 :  $\gamma = \alpha + \theta$  (au lieu de  $\gamma = \alpha + \beta$ ).*

$$\{V_{10/0}\} = {}_U \left\{ \overrightarrow{\Omega(10/0)} \quad \overrightarrow{V(U \in 10/0)} \right\}$$

$$\{V_{10/0}\} = {}_U \left\{ \frac{d\theta}{dt} \cdot \overrightarrow{z_0} \quad -R_u \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot \overrightarrow{x_{10}} \right\}$$

$$\{V_{10/0}\} = {}_U \left\{ \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \omega_m \cdot \overrightarrow{z_0} \quad -R_u \cdot \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \omega_m \cdot \overrightarrow{x_{10}} \right\}$$

**Question 26**

Sachant que toutes les masses et inerties sont négligées devant  $M_u$  et  $J_u$ , l'énergie cinétique de

l'ensemble S s'écrit :  $Ec(S / R_g) = \frac{1}{2} \cdot J_u \cdot \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \cdot J_u \cdot \left( \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \omega_m \right)^2$ .

$$Ec(S / R_g) = \frac{1}{2} \cdot J_u \cdot \frac{r^2 \cdot p_a^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot b^2} \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} \cdot J_e \cdot \omega_m^2$$

**Question 27**

1. Puissance développée par le moteur sur le système S :  $P_m = c_m \cdot \omega_m$ .

2. Puissance due au poids de l'ensemble  $E = \{\text{siège} + \text{passager}\}$  :

$$P(pes \rightarrow E, 0) = (-M_u \cdot g \cdot \overrightarrow{y_0}) \cdot \overrightarrow{V(U \in 10/0)} = (-M_u \cdot g \cdot \overrightarrow{y_0}) \cdot (-R_u \cdot \dot{\theta} \cdot \overrightarrow{x_{10}})$$

$$\text{Donc : } P(pes \rightarrow E, 0) = M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \gamma$$

3. Puissance des efforts extérieurs au système S :

Les liaisons étant supposées parfaites, il n'y a pas de puissance développée aux liaisons en V et B.

Donc :  $P(ext \rightarrow S, 0) = c_m \cdot \omega_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \gamma$ .

$$P(ext \rightarrow S, 0) = \left( c_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \sin \gamma \right) \cdot \omega_m$$

**Question 28**

Théorème de l'énergie cinétique appliqué au système S :  $\frac{dEc(S / R_g)}{dt} = P(ext \rightarrow S, 0) + P(int)$ .

Or les liaisons sont supposées parfaites donc les puissances intérieures sont nulles.

$$\text{D'où : } J_e \cdot \omega_m \cdot \dot{\omega}_m = \left( c_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \sin \gamma \right) \cdot \omega_m$$

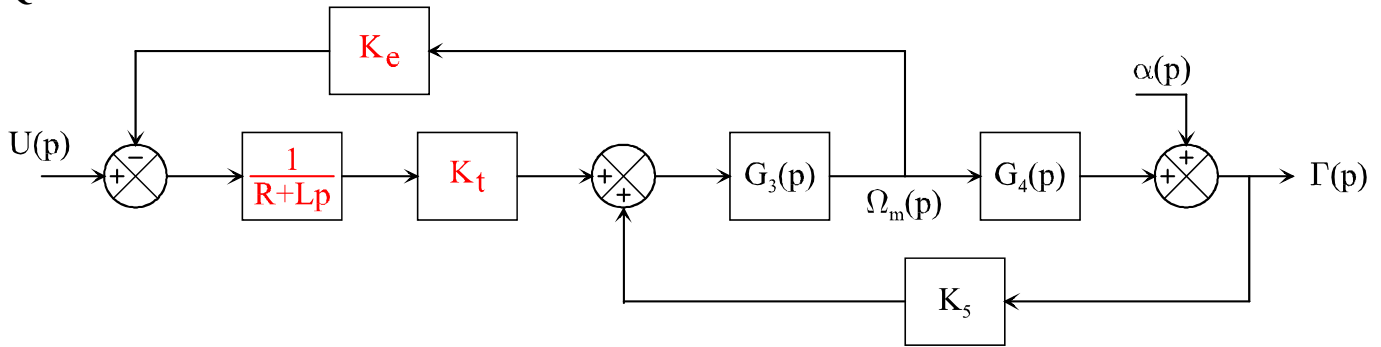
$$\text{On obtient : } J_e \cdot \dot{\omega}_m = c_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \sin \gamma$$

$\gamma$  est considéré petit donc  $\sin \gamma \simeq \gamma$

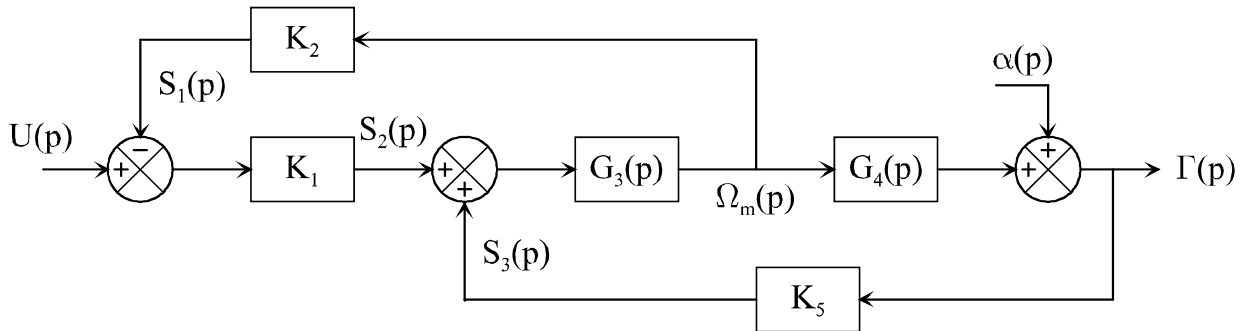
$$J_e \cdot \dot{\omega}_m = c_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \gamma$$

$$\text{L'équation devient : } J_e \cdot \dot{\omega}_m = c_m + M_u \cdot g \cdot R_u \cdot \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot (\alpha + \theta)$$

## Question 29



## Question 30



Les équations de départ sont :

$$\begin{aligned} S_1(p) &= K_2 \cdot \Omega_m(p) & S_2(p) &= K_1 \cdot [U(p) - S_1(p)] \\ S_3(p) &= K_5 \cdot \Gamma(p) & \Omega_m(p) &= G_3(p) \cdot [S_2(p) + S_3(p)] \\ \Gamma(p) &= G_4(p) \cdot \Omega_m(p) + \alpha(p) \end{aligned}$$

Détails des calculs :

$$S_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{G_3(p)} - S_3(p) = K_1 \cdot [U(p) - K_2 \cdot \Omega_m(p)]$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{G_3(p)} + K_1 \cdot K_2 \cdot \Omega_m(p) = K_1 \cdot U(p) + S_3(p) = K_1 \cdot U(p) + K_5 \cdot \Gamma(p)$$

$$\Omega_m(p) (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)) = K_1 \cdot G_3(p) \cdot U(p) + K_5 \cdot G_3(p) \cdot \Gamma(p)$$

$$\Omega_m(p) = \frac{\Gamma(p) - \alpha(p)}{G_4(p)}$$

$$\left( \frac{\Gamma(p) - \alpha(p)}{G_4(p)} \right) (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)) = K_1 \cdot G_3(p) \cdot U(p) + K_5 \cdot G_3(p) \cdot \Gamma(p)$$

$$\Gamma(p) \left[ \left( \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)}{G_4(p)} \right) - K_5 \cdot G_3(p) \right] = K_1 \cdot G_3(p) \cdot U(p) + \left( \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)}{G_4(p)} \right) \alpha(p)$$

$$\Gamma(p) [1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p) - K_5 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)] = K_1 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p) \cdot U(p) + (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)) \alpha(p)$$

$$\left( \frac{\Gamma(p) - \alpha(p)}{G_4(p)} \right) (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)) = K_1 \cdot G_3(p) \cdot U(p) + K_5 \cdot G_3(p) \cdot \Gamma(p)$$

$$\Gamma(p) \left[ \left( \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)}{G_4(p)} \right) - K_5 \cdot G_3(p) \right] = K_1 \cdot G_3(p) \cdot U(p) + \left( \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)}{G_4(p)} \right) \alpha(p)$$

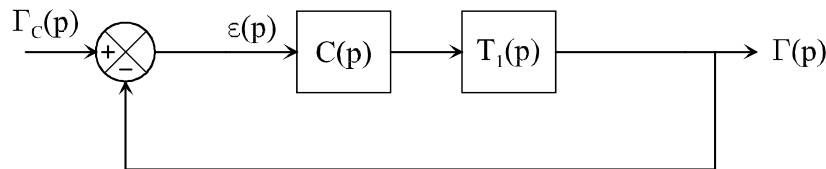
$$\Gamma(p) [1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p) - K_5 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)] = K_1 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p) \cdot U(p) + (1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)) \alpha(p)$$

$$\Gamma(p) = \frac{K_1 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p) \cdot U(p) + [1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p)] \cdot \alpha(p)}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p) - K_5 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)}$$

$$T_1(p) = \frac{K_1 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p) - K_5 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)} \quad T_2(p) = \frac{(1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p))}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3(p) - K_5 \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)}$$

### Question 31

On applique la formule de Black-Nichols en considérant que  $\alpha(p) = 0$  :



$$F_1(p) = \frac{C(p) \cdot T_1(p)}{1 + C(p) \cdot T_1(p)} = \frac{K_r \cdot \frac{6,5 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4}}}{1 + K_r \cdot \frac{6,5 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4}}} = \frac{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r}$$

$$F_1(p) = \frac{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r - 3,2 \cdot 10^{-4}}$$

$$\text{Stable} \Rightarrow 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r - 3,2 \cdot 10^{-4} > 0 \Leftrightarrow \boxed{K_r > 4,92}.$$

### Question 32

1. Application du théorème de la valeur finale :

$$\varepsilon_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) \text{ avec } \varepsilon(p) = \frac{\Gamma_c(p)}{1 + C(p) \cdot T_1(p)}.$$

$$\varepsilon(p) = \frac{\Gamma_c(p)}{1 + K_r \cdot \frac{6,5 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4}}} = \frac{(p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p + 3,2 \cdot 10^{-4}) \Gamma_c(p)}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r}$$

On applique un échelon en entrée d'amplitude  $\gamma_0$  :  $\Gamma_c(p) = \frac{\gamma_0}{p}$ .

$$\varepsilon_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \frac{3,2 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma_0}{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r - 3,2 \cdot 10^{-4}} = \frac{32 \cdot \gamma_0}{6,5 \cdot K_r - 32}$$

$$2. \text{ On veut } \left| \frac{\varepsilon_\infty}{\gamma_0} \right| < 0,1 \Leftrightarrow \boxed{K_r > 54,15}.$$

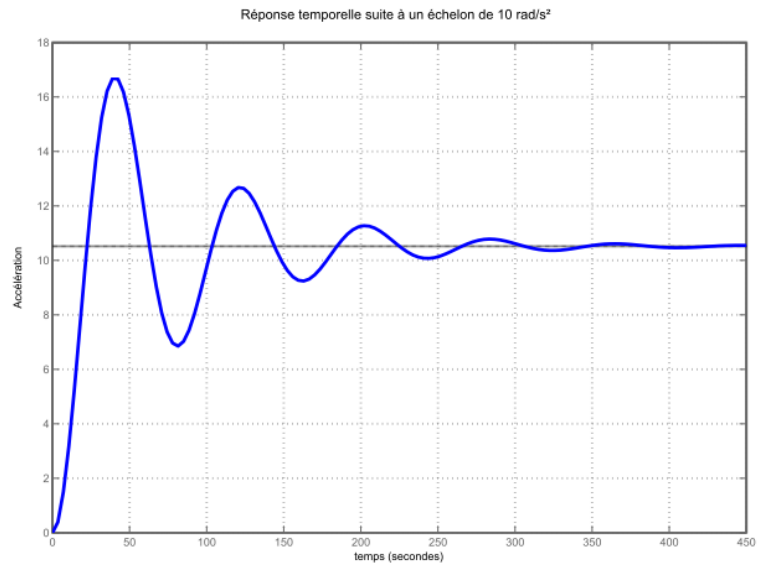
### Question 33

1.

$$K_r = 100 \quad F_1(p) = \frac{6,5 \cdot 10^{-3}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p + 6,18 \cdot 10^{-3}} = \frac{K_s}{1 + 2z \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

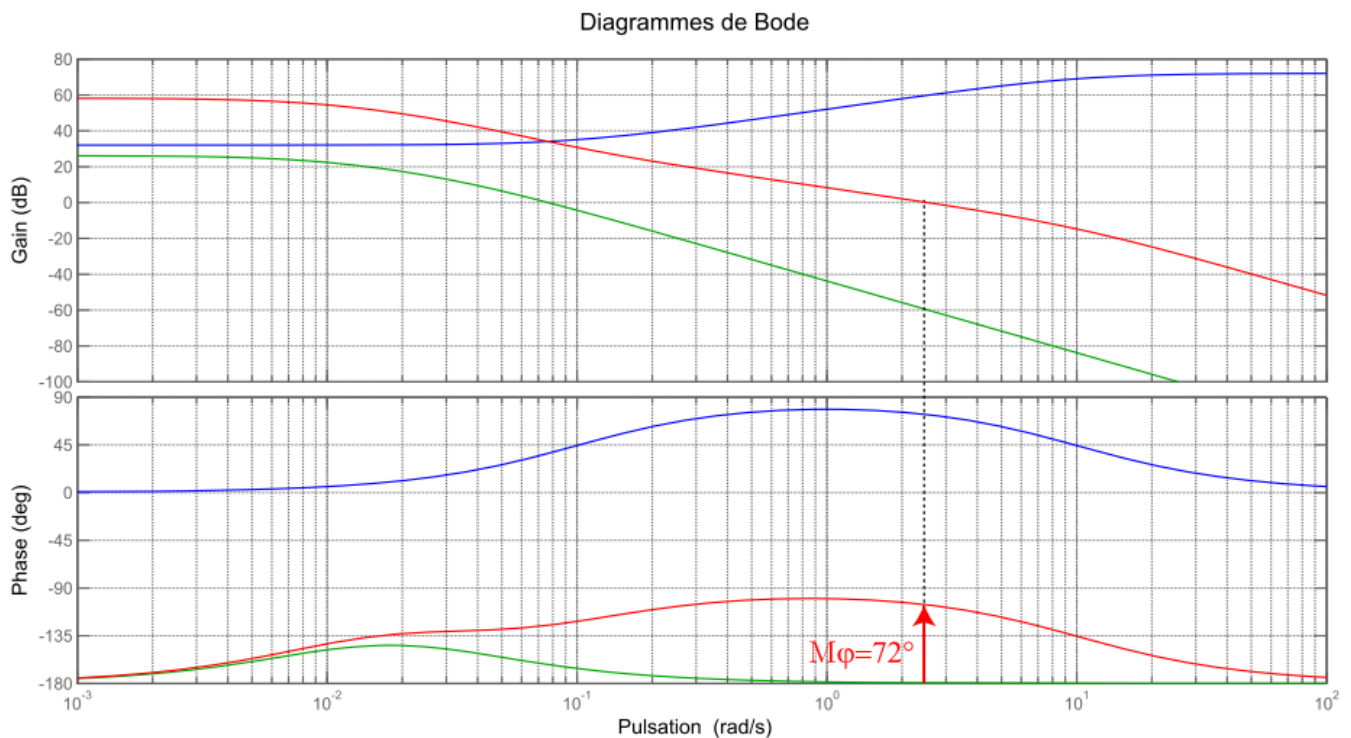
$$K_s = \frac{6,5}{6,18} = 1,05 \quad \omega_n = \sqrt{6,18 \cdot 10^{-3}} = 78,6 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s} \quad z = \frac{2,6 \cdot 10^{-2}}{2 \times 6,18 \cdot 10^{-3}} \omega_n = \frac{2,6 \cdot 10^{-2}}{2 \times \sqrt{6,18 \cdot 10^{-3}}} = 0,16$$

2. Le coefficient d'amortissement est faible, il y aura beaucoup d'oscillations en sortie pour un échelon en entrée.



### Question 34

1.  $C_2(p)$  est un correcteur à avance de phase, il permet d'augmenter la marge de phase (système plus stable).
2. Il suffit de faire la somme des deux diagrammes.



En rouge les diagrammes de Bode de  $BO_1(p)$ .

En bleu les diagrammes de Bode de  $C_2(p)$ .

En vert les diagrammes de Bode de  $BO(p)$ .

3. La marge de phase vaut  $72^\circ$ . La marge de gain ne peut être déterminée.

4. Le cahier des charges est bien respecté :

- précision à 10% ( $K_r > 49,3$ ),
- marge de phase supérieure à  $70^\circ$  ( $M\varphi = 72^\circ$ ).