Concours ATS SI 2011 – Panneaux déroulant

2. Etude de la fonction FP1 : « enrouleur ou dérouleur d'affiche »

2.1 Calcul de l'inertie du rouleau et du bandeau d'affiches

Q1 :

Par définition : $J_{roul} = \int_{P\in S} r^2 dm$ avec $dm = \rho_{roul} dv$

En coordonnées cylindriques : $dv = r d\theta dr dz$ avec $\begin{cases} \theta \in [0, 2\pi] \\ z \in [0, L] \\ r \in [r_1, r_2] \end{cases}$

On a donc $J_{roul} = \rho_{roul} \int_0^L dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr = 2\pi\rho_{roul} L \dfrac{r_2^4 - r_1^4}{4}$

D'où : $\boxed{J_{roul} = \pi\rho_{roul} L \dfrac{d_2^4 - d_1^4}{32}}$

Q2 :

AN : $\boxed{J_{roul} = \pi \times 2700 \times 3,2 \times \dfrac{0,14^4 - 0,129^4}{32} = 9,096\times10^{-2} kg.m^2 = 9,096\times10^4 kg.mm^2}$

Q3 :

$J_{\text{roul modèle}}$ correspond à Izz de la matrice d'inertie.

$\boxed{J_{\text{roul modèle}} = 89535,61\, kg.mm^2 = 8,9.10^{-2} kg.m^2}$

Q4 :

De même que pour Q1 : $\boxed{J_b = \pi\rho_b L \dfrac{d_3^4 - d_2^4}{32}}$

Q5 :

AN : $\boxed{J_b = \pi \times 1500 \times 3,2 \times \dfrac{0,152^4 - 0,14^4}{32} = 7,051\times10^{-2} kg.m^2 = 7,051\times10^4 kg.mm^2}$

Q6 :

L'inertie du rouleau évolue donc entre J_{roul} et $J_{roul} + J_b$. AN : $\left[9,1.10^{-2}; 16,2.10^{-2}\right] kg.m^2$

2.2 Détermination de la loi de variation angulaire du rouleau au cours de l'enroulement des affiches

Q7 :

La loi de variation de vitesse est : $R(t) = R_i + \left[\dfrac{\theta(t)}{2\pi}\right].e$

Par dérivation, on a donc : $\boxed{\dfrac{dR(t)}{dt} = \left[\dfrac{e}{2\pi}\right].\dfrac{d\theta(t)}{dt} = \left[\dfrac{e}{2\pi}\right].\Omega(t) = \left[\dfrac{e}{2\pi}\right].\dfrac{V_0}{R(t)}}$

Q8 :

L'expression précédente peut se mettre sous la forme : $R(t)dR(t) = \frac{eV_0}{2\pi}dt$

En intégrant entre de 0 à t, on obtient : $\frac{R(t)^2 - R(0)^2}{2} = \frac{eV_0}{2\pi}t$. Comme $R(0) = R_i$

On a : $\boxed{R(t) = \sqrt{R_i^2 + \frac{eV_0}{\pi}t}}$

Q9 :

En négligent les phases d'accélération et de décélération on a :

$$\boxed{R_f = R(Tf) = \sqrt{R_i^2 + \frac{eV_0}{\pi}Tf} = \sqrt{70^2 + \frac{0,2\times 1000}{\pi}14} = 76,10mm}$$

Q10 :

Par définition, la vitesse de défilement étant constante on a :

$\Omega(t) = \frac{V_0}{R(t)}$ et donc $\boxed{\Omega_{\max} = \frac{V_0}{R_i} = \frac{1000}{70} = 14,29rd/s}$ et $\boxed{\Omega_{\min} = \frac{V_0}{R_f} = \frac{1000}{76,10} = 13,14rd/s}$

Q11 :

$$\boxed{\frac{\Omega_{\max} - \Omega_{\min}}{\Omega_{\max}} = \frac{14,29 - 13,14}{14,29} = 8,02\times 10^{-2}}$$

La variation de vitesse est faible (8%). On peut légitimement considérer la vitesse angulaire des rouleaux comme constante.

3. Etude de la fonction FP13 : « gérer le défilement des affiches »

3.1 Réglage de la temporisation de commande du moteur d'entraînement

Q12 :

Pour parcourir la distance d, il faut $2T_a$. La vitesse étant la dérivée de la position, d correspond à l'air sous le profil de vitesse.

On a donc : $d = (2Ta - 1).V_0$ et donc $\boxed{Ta = \frac{1}{2}\left(\frac{d}{V_0} + 1\right)}$

AN : $\boxed{Ta = \frac{1}{2}\left(\frac{2300}{1000} + 1\right) = 1,65s}$

Remarque : On peut aussi trouver la relation en intégrant : $d = \int_0^{2Ta} V(t)dt$

Q13 :

$\boxed{Tp = Ta - 1 = 0,65s}$

4. Etude de la fonction FP12 : « tendre l'affiches »

4.1 Analyse de la solution 1

Q21 :

Dans le sens horaire.

Q22 :

La tension est assurée par le contrepoids.

Q23 :

- Système lourd et encombrant
- Bruits indésirables
- A-coups entrainant un déchirement de la bande
- Longueur de bande limitée par la course du contrepoids

(2 raisons demandées parmi les 4 enoncés)

4.2 Analyse de la solution à deux motorisations à commande alternée

Q24 :

$V_0 = R.\Omega_{roul}$

Or $\Omega_{roul} = k_{pc}\Omega_{asr}$ et $\Omega_{asr} = k_r\Omega_m$

On a donc $\boxed{V_0 = R.k_{pc}.k_r.\Omega_m}$

Q25 :

Le rayon d'enroulement R est supposé constant donc il suffit de dériver l'expression précédente. On a donc :

$\boxed{\gamma = R.k_{pc}.k_r.\dot{\Omega}_m}$

Q26 :

L'énergie cinétique de l'ensemble peut s'écrire :

$$T(S_{bas}/0) = \frac{1}{2}\left[J_m\Omega_m{}^2 + J_{eqr}\Omega_m{}^2 + \left(J_{roul} + J_b\right)\Omega_{roul}{}^2\right]$$

Comme $\Omega_{roul} = k_{pc}.k_r.\Omega_m$ on a $\boxed{T(S_{bas}/0) = \frac{1}{2}\left[\frac{J_m + J_{eqr}}{\left(k_{pc}.k_r\right)^2} + \left(J_{roul} + J_b\right)\right].\Omega_{roul}{}^2}$

Q27 :

On a donc : $\boxed{J_{eqb} = \left[\frac{J_m + J_{eqr}}{\left(k_{pc}.k_r\right)^2} + \left(J_{roul} + J_b\right)\right]}$

Q28 :

AN : $\boxed{J_{eqb} = \left[\frac{120 + 1,5}{\left(2.\frac{1}{19,5}\right)^2} + 161500\right] = 173050 kg.mm^2}$

Remarque : k_{pc} et k_r sont définis à la question 32.

4.2.1 Détermination de la tension dans l'affiche en régime établi

Q29 :

On isole, l'ensemble Σ = (rouleau du bas + bandeau du bas)

BAME :

- Liaison pivot avec frottement d'axe (B, $\overrightarrow{X_0}$)
- $\vec{R}(bandeauhaut \rightarrow bandeaubas) = Taff.\overrightarrow{Z_0}$ en K

PFS : (Equation des moments en B en projection sur $\overrightarrow{x_0}$)

$$-Cfr + (\overrightarrow{BK} \wedge Taff\,\overrightarrow{Z_0}).\overrightarrow{X_0} = 0$$

On a donc : $\boxed{Cfr = R.Taff}$

Q30 :

AN : $\boxed{Cfr = 76 \times 40 = 3040\,Nmm}$

4.2.2 Détermination de la tension dans l'affiche en régime transitoire

Q31 :

On isole, l'ensemble Σ = (rouleau du bas + bandeau du bas)

BAME :

- Liaison pivot avec frottement d'axe (B, $\overrightarrow{X_0}$)
- $\vec{R}(bandeauhaut \rightarrow bandeaubas) = Taff.\overrightarrow{Z_0}$ en K

PFD : (Equation des moments en B en projection sur $\overrightarrow{x_0}$)

$$-Cfr + (\overrightarrow{BK} \wedge Taff\,\overrightarrow{Z_0}).\overrightarrow{X_0} = J_{eqb}\dot{\Omega}_{roul}$$

On a donc : $-Cfr + R.Taff = J_{eqb}\dot{\Omega}_{roul}$

Comme : $\gamma = R.\dot{\Omega}_{roul}$

$$\boxed{\text{On a : } -Cfr + R.Taff = \frac{J_{eqb}}{R}\gamma \text{ et donc } Taff = \frac{1}{R}\left(\frac{J_{eqb}}{R}\gamma + Cfr\right)}$$

Q32 :

AN : $\boxed{Taff = \frac{1}{76}\left(\frac{173.10^3}{76}1 + 3000\right) = 69,4N}$

Remarque : les valeurs numériques de k_{pc} et k_r sont inutiles ici

Q33 :

La tension indiquée dans le cahier des charges (40 N + ou – 10 N) n'est pas respectée en régime transitoire.

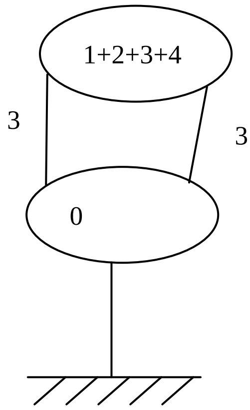
4.3 Analyse du comportement de la solution 2

4.3.1 Réglage de la vitesse du moteur asynchrone

5. Etude de la fonction FP14 : « guider le rouleau par rapport au châssis »

Q60 :

Etant donnée les immobilisations par vis l'ensemble (1 + 2 + 3 +4) correspond au même ensemble cinématiquement équivalent. On a donc le graph des inconnues suivant :



Méthode Statique	Méthode Cinématique
Nombre d'équations statiques	1 boucle => $Ec = 6$
$Es = 6\times1=6$	Nombre d'inconnues cinématiques
Nombre de mobilités	$Ic = 3 + 3$
$m_c = 1$	Nombre de mobilités
Nombre d'équations utiles	$m_c = 1$
$Eu = Es - m_c = 5$	Or
Nombre d'inconnues statiques	$Ic – Ec = m_c-h$
$Is = 3+3=6$	D'où :
$Eu – Is = - 1$ => **le système est hyperstatique d'ordre 1**	$h= 1$ => **le système est hyperstatique d'ordre 1**

Q61 :

Le montage étant hyperstatique, il faut soit imposer des spécifications géométriques (1 par pièce de la boucle), soit prévoir un moyen de réglage, ce qui est fait ici au grâce à la liaison « Pivot glissant + vis de pression » entre 1 et 3.

Q62 :

Les roulements proposés sont des roulements à rotule sur billes. Ils sont donc parfaitement adaptés à cette situation puisqu'il tolère un grand angle de rotulage (2 à 4°).

Q63 :

La tension dans la courroie ne sera pas uniforme suivant la largeur ce qui peut avoir une incidence sur sa durée de vie.

Q64 :

Le défaut de parallélisme maximal est acceptable est $d_{//max} = 1$ mm.m^{-1}. Si on répartit ce défaut sur le montage des 2 rouleaux, on a $\frac{e_{\max}}{L} = \frac{d_{//\max}}{2}$.

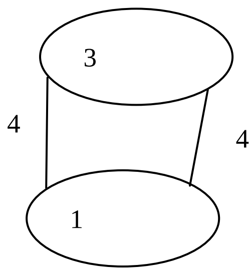
D'où : $\boxed{e_{\max} = \frac{d_{//\max}}{2} \times L = \frac{1}{2} \times 3,2 = 1,6mm}$ par rouleaux

Q65 :

Glissière + vis
de pression

Q66 :

On a le graph des inconnues suivant :



Méthode Statique	Méthode Cinématique
Nombre d'équations statiques	1 boucle => $Ec = 6$
$Es = 6 \times 1 = 6$	Nombre d'inconnues cinématiques
Nombre de mobilités	$Ic = 2 + 2$
$m_c = 2$	Nombre de mobilités
Nombre d'équations utiles	$m_c = 2$
$Eu = Es - m_c = 4$	Or
Nombre d'inconnues statiques	$Ic - Ec = m_c - h$
$Is = 4 + 4 = 8$	D'où :
$Eu - Is = -4$ => **le système est hyperstatique d'ordre 4**	$h = 4$ => **le système est hyperstatique d'ordre 4**

Q67 :

Pour limiter les effets de l'hyperstatisme les deux portées de roulement doivent être coaxiales.

Q68 :

(Question hors programme)

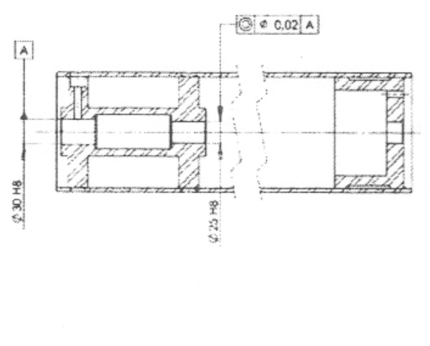
Document Réponse DR1 - Tableau d'analyse de spécification géométrique

Analyse d'une spécification par zone de tolérance

Tolérancement normalisé	Éléments non idéaux		Éléments idéaux		
Symbole de la spécification					
Nom de la spécification :	Élément(s) tolérancé(s)	Élément(s) de référence	Référence(s) spécifiée(s)	Zone de tolérance	
Type de spécification : •Forme ☐ •Orientation ☐ •Position ☒	• unique ☒ • groupe ☐	• unique ☒ • multiples ☐	• simple ☒ • commune ☐ • système ☐	• simple ☒ • composée ☐	Contraintes Orientation et/ou position par rapport à la référence spécifiée
Condition de conformité : l'élément tolérancé doit se situer tout entier dans la zone de tolérance	Axe réel du cylindre	Surface réputé cylindrique A	Axe du plus grand cylindre tangent (à l'élément de référence A) coté libre de la matière, critère min-max	Volume simple limité par un cylindre d'axe C et de diamètre 0,02 mm	L'axe C est coaxial à la référence spécifiée A

Schéma

Extrait du dessin de définition



Q69 :

Pour qu'un mécanisme hyperstatique soit montable, il faut que les défauts sur les pièces soit compatibles avec la déformation des pièces et le jeu dans les liaisons. Borner par de la cotation les défauts admissibles permet donc de limiter les effets de l'hyperstatisme.

Q70 :