

DS 06 - Robot Sphéro

Avec Correction

PTSI

Mercredi 5 juin 2019

Table des matières

1	Présentation du support	2
2	Étude préliminaire et respect de l'exigence 2 de maniabilité	3
3	Interfaçage utilisateur / Sphero (exigence 1 de contrôle)	5
4	Architecture détaillée du robot Sphero	8
5	Déplacement et réglage de cap du robot Sphero	9
6	Performances en changement de cap du Sphero (exigence 2.1 de suivi de cap)	13
7	Étude de spécifications	17
8	Montage de roulements	17
9	Documents réponse	19

Robot Sphéro

1 Présentation du support

1.1 Description du robot SPHERO

Une nouvelle génération de robots à mobilité non conventionnelle a vu le jour avec la conception de robots en forme de sphère. Ces robots commencent à être utilisés dans des environnements difficiles (centrale nucléaire, terrain irrégulier) pour des missions d'inspection et de surveillance. Ce type de robot est aussi présent dans l'industrie du divertissement sous la forme d'objets connectés contrôlables avec un smartphone (ou tablette). C'est le cas du robot Sphero créé par la société Orbotix et qui sert de support d'étude pour ce sujet.

Créé pour le loisir et l'éducation, le robot Sphero roule sur lui-même pour se déplacer. Une base robotique appelée module interne et dite différentielle (plateforme munie de deux roues motrices indépendantes, de même axe) est placée dans une sphère (le corps du robot) qui sert de liaison au sol et permet le déplacement (figure 1). Le Sphero est commandé par un smartphone avec lequel l'utilisateur guide le robot.



Figure 1 – Constitution du SPHERO

Même si les consignes de l'utilisateur correspondent au comportement attendu du Sphero (cap et vitesse du corps sphérique), c'est en réalité le module interne que l'utilisateur commande grâce à son smartphone. Le principe de déplacement du Sphero peut être comparé à celui d'une roue de hamster : quand l'animal court à l'intérieur, il déplace le centre de gravité du système, ce qui fait tourner la roue. Ainsi, les deux roues motrices du module interne créent le roulement du corps sphérique du Sphero.

1.2 Manipulation et déplacement du robot SPHERO

Pour commander le robot l'utilisateur dispose d'une application sur son smartphone (ou sa tablette). Une fois la connexion bluetooth établie entre le Sphero et le smartphone, l'utilisateur peut mettre en mouvement le robot grâce à une interface tactile (figure 2). L'utilisateur place son doigt au centre du cadran (sur le curseur ayant le sigle Sphero) puis le déplace dans le cadran. La position du doigt sur le cadran fournit une consigne de cap (par rapport à la marche avant) et de vitesse au robot : plus le doigt est éloigné du centre du cadran plus le robot va vite.

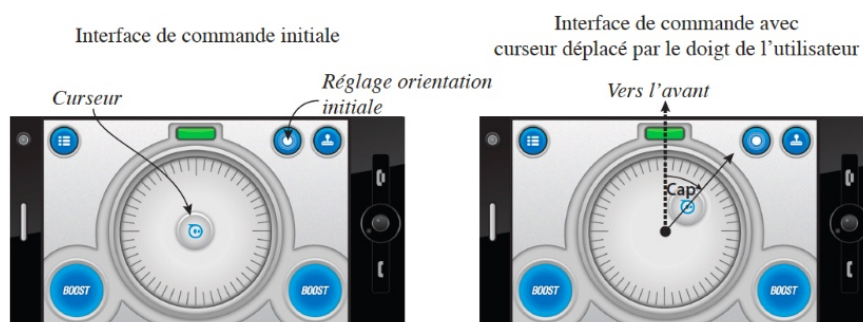


Figure 2 – Interface Homme Machine (IHM) de commande du Sphero

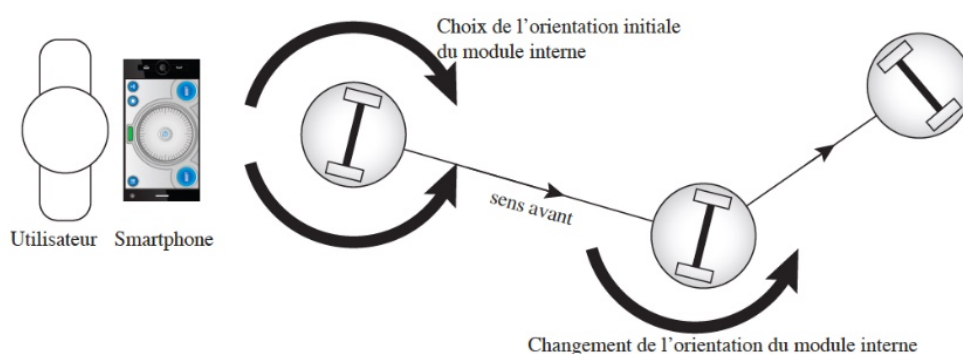


Figure 3 – Déplacement du robot

Un exemple de déplacement du robot Sphero est décrit par la figure 3. Pour un cap donné le Sphero se déplace selon une trajectoire rectiligne. Lorsque le cap est changé par l'utilisateur, le module interne change son orientation autour d'un axe vertical de lacet et une nouvelle direction est ainsi imposée au Sphero. Ce dernier reprend un déplacement en ligne droite suivant le nouveau cap. Afin que l'utilisation du robot soit à la hauteur des attentes de l'utilisateur, le robot Sphero doit satisfaire les exigences définies figure 4.

2 Étude préliminaire et respect de l'exigence 2 de maniabilité

Objectif : Évaluer les solutions techniques mises en jeu dans la conception du Sphero et déterminer une commande du Sphero permettant à ce robot d'atteindre les exigences de stabilité, de maniabilité et de respect des consignes de l'utilisateur. Un essai est réalisé avec le Sphero en mode non asservi. Les capteurs du robot ne sont pas utilisés pour la commande de ce dernier (figure 5).

La figure 5 montre la trajectoire suivie par le Sphero lors de l'essai. Le Sphero est en mode non asservi et connecté à un ordinateur (liaison sans fil). A l'écran de l'ordinateur est affiché un parcours délimité par deux lignes et l'utilisateur peut cliquer à l'écran pour imposer au Sphero une consigne de cap. Celle-ci correspond à la direction du vecteur ayant pour origine la position mesurée du Sphero au moment du clic et pour extrémité le point cliqué à l'écran. L'expérimentation est réalisée en intérieur et sans aucune perturbation pouvant altérer le fonctionnement du robot. La vitesse du robot est

volontairement limitée à 50% de sa vitesse maximale afin de rendre la manipulation plus aisée pour l'utilisateur.

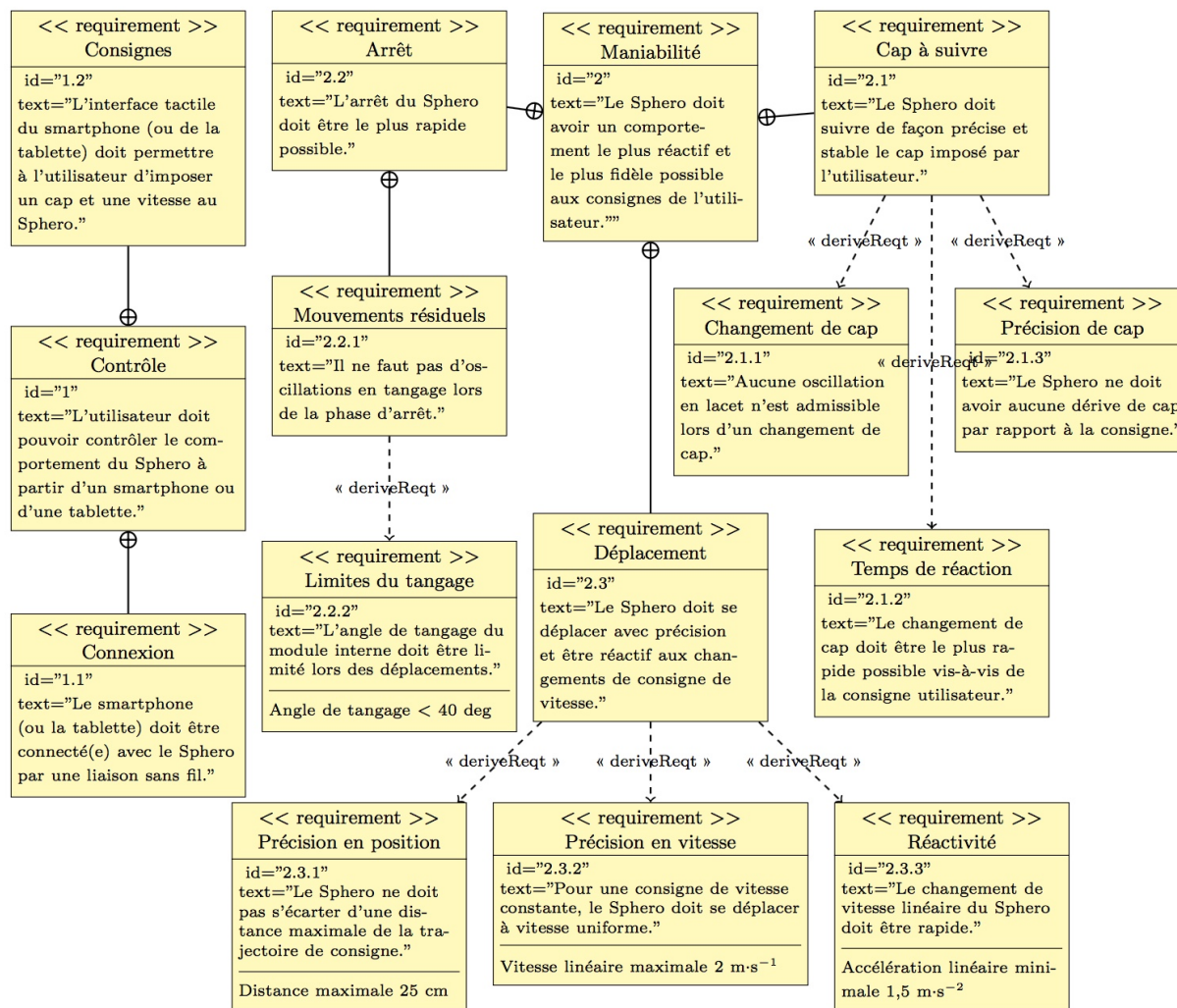


Figure 4 – Diagramme des exigences du SPHERO

- Question 1** En considérant le Sphero comme parfaitement asservi aux consignes de clic de l'utilisateur, quel serait le nombre minimal de consignes de changement de cap nécessaire pour faire évoluer le robot selon la trajectoire théorique ? Pour chacune de ces consignes de changement de cap quelle est la valeur du cap imposé (à l'instant initial, le cap est de 0 deg) ?
- Question 2** D'après l'expérimentation, l'exigence 2 de maniabilité est-elle respectée ? Justifier la réponse à partir du nombre d'actions de changement de cap réalisées par l'utilisateur lors de l'expérimentation.

Au vu de l'essai analysé précédemment il apparaît que sans commande spécifique le robot Sphero n'atteint pas toutes les exigences attendues. Le comportement précédemment observé impose à l'utilisateur de compenser sans cesse les défauts de trajectoire du Sphero, ce qui rend ce dernier difficilement maniable et donc inutilisable.

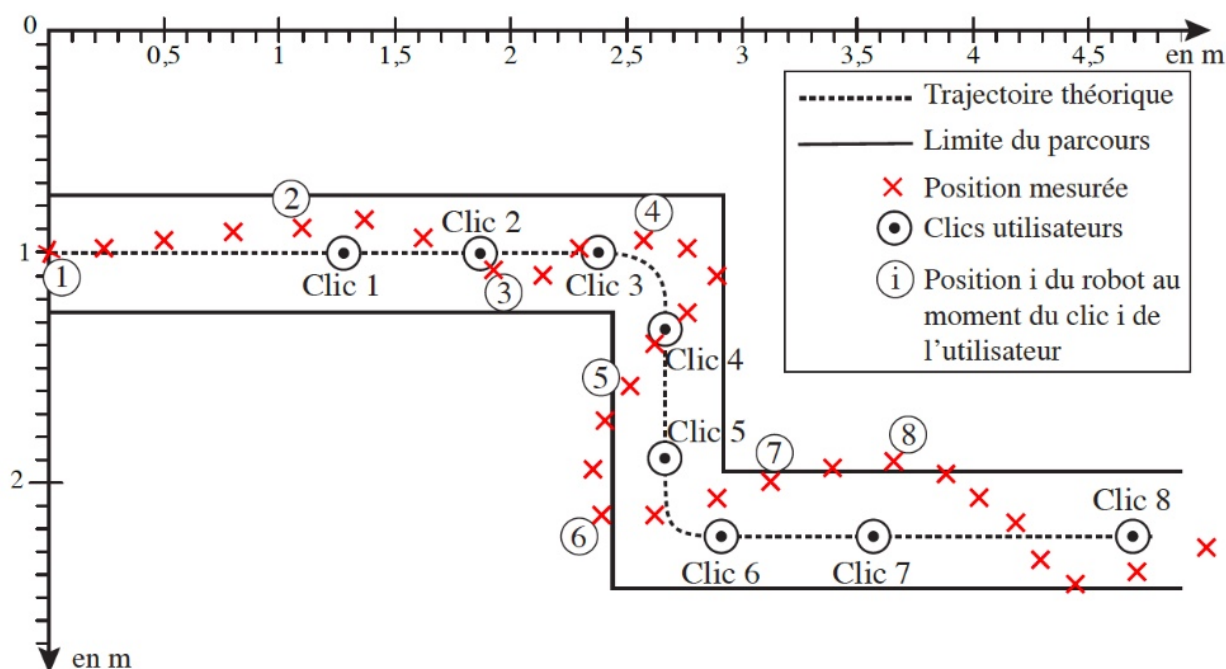


Figure 5 – Trajectoire du SPHERO

La suite du sujet vise à résoudre ce problème. Deux aspects de la commande du robot Sphero seront étudiés : la génération des consignes de cap et de vitesse envoyées au Sphero et le principe de commande de la chaîne d'énergie du Sphero.

3 Interfaçage utilisateur / Sphero (exigence 1 de contrôle)

Une première approche de la commande du robot Sphero concerne la génération des consignes de cap et de vitesse à envoyer au robot.

Objectif : Concevoir un algorithme générant les consignes d'utilisation du Sphero (vitesse et cap) à partir de la manipulation de l'interface tactile.

3.1 Présentation de la technologie des écrans tactiles capacitifs

Dans les écrans tactiles capacitifs simples, la surface de l'écran est recouverte d'une couche conductrice protégée par une couche isolante (verre, plastique, etc.). Lorsqu'un objet conducteur (comme le doigt de l'utilisateur) touche la couche isolante, il crée une capacité à l'endroit du contact. Etant donné que la couche conductrice est résistante, l'impédance mesurée à chaque coin de l'écran est différente et la comparaison des mesures effectuées aux quatre coins permet de localiser le point de contact.

Les écrans tactiles capacitifs plus élaborés fonctionnent sur le même principe mais utilisent un réseau d'électrodes au lieu d'une couche conductrice continue, ce qui permet la détection de plusieurs points de contacts simultanés. Une unité de traitement récupère les mesures des capteurs et construit une matrice A, de mêmes dimensions que celles du réseau d'électrodes. La valeur d'un terme de A est d'autant plus élevée que l'électrode correspondante est plus proche d'un point de contact.

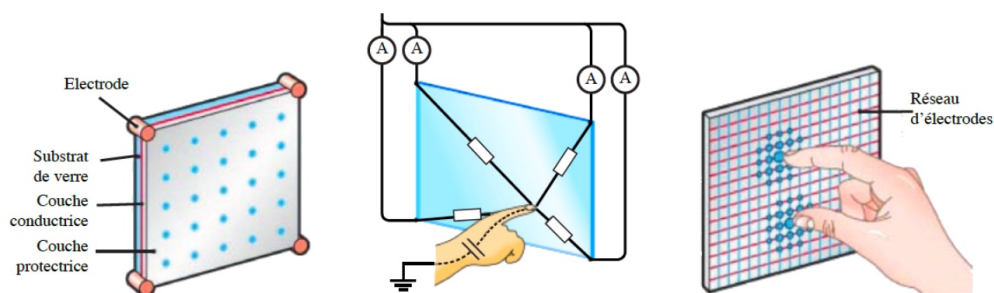


Figure 6 – Écran tactile

3.2 Interface graphique et respect de l'exigence 1

La zone d'interface graphique utilisée pour guider le robot à partir d'un smartphone est présentée sur la figure 7. En faisant glisser le curseur à l'intérieur du cadran, l'utilisateur indique au SPHERO un consigne de cap et de vitesse.

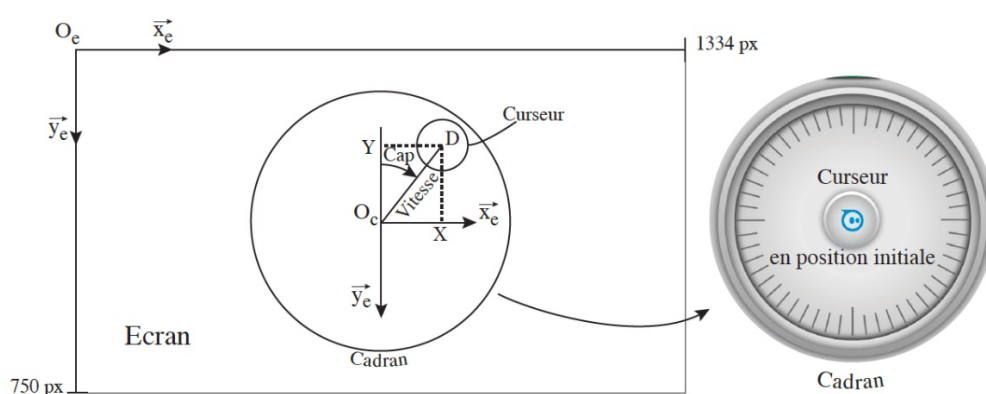


Figure 7 – Paramétrage de l'interface tactile

L'écran considéré a une taille de 1334×750 pixels. On suppose que les pixels sont carrés et qu'à chaque pixel d'affichage est associé un point du réseau d'électrodes.

- Question 3** En déduire la largeur et la hauteur de l'écran en cm sachant que sa diagonale est de 4,7 pouces (11,938 cm).
- Question 4** En déduire la taille en cm d'un pixel.
- Question 5** Calculer, en pixels, les dimensions de la surface de contact d'un doigt sachant qu'elle correspond approximativement à un carré d'une surface de 1 cm^2 .
- Question 6** Le curseur circulaire de l'interface graphique est contenu dans un carré de largeur 170 pixels. Le choix du curseur est-il compatible avec le contrôle du Sphero par l'utilisateur ?

Dans le programme Python de contrôle du Sphero à partir de l'interface tactile, la détection du doigt sur l'écran est gérée par trois fonctions :

- `Get_A()` renvoie la matrice A qui indique les points de contact sur l'écran tactile (voir section 3.1),
- `On_cursor(A)` renvoie `True` si le doigt de l'utilisateur est posé sur le curseur,
- `On_dial(A)` renvoie `True` si le doigt de l'utilisateur est à l'intérieur du cadran.

3.3 Consignes utilisateur

Les consignes de cap à suivre et de vitesse sont élaborées à partir de la position du curseur (et donc du doigt) sur le cadran. La figure 7 montre le repérage du curseur dans le cadran. Le repère $(O_e, \vec{x}_e, \vec{y}_e)$ est lié à l'écran (avec O_e correspondant au bord supérieur gauche) et le point O_c est au centre de l'écran et du cadran. A l'état initial le curseur se trouve au point O_c . La matrice A possède 750 lignes et 1334 colonnes. Le terme $A[0][0]$ correspond géométriquement au point O_e et les indices des termes de la matrice A correspondent aux coordonnées des pixels dans le repère $(O_e, \vec{x}_e, \vec{y}_e)$.

Lors de la manipulation du curseur, son centre (noté D) est confondu avec le centre de la surface de contact du doigt avec l'écran. Ses coordonnées dans le repère $(O_e, \vec{x}_e, \vec{y}_e)$ sont notées (X, Y) . La fonction `Get_XY(A)`, qui prend la matrice A en paramètre, renvoie un couple d'entiers correspondant aux coordonnées (X, Y) de D , exprimées en pixels.

Question 7 Donner l'expression de X et Y en fonction des indices du terme de la matrice A correspondant au point D .

L'interface tactile permet de fournir les consignes de cap et de vitesse au Sphero. La consigne de cap est une consigne en degrés et celle de vitesse est une consigne en pourcentage (0% pour l'arrêt et 100% pour la vitesse maximale) qui correspond à l'éloignement du curseur par rapport au centre du cadran ; elle vaut 100% quand $O_c D = 305$ pixels. Quant à la consigne de cap, elle est fournie par l'angle $(-\vec{y}_e, \overrightarrow{O_c D})$ exprimé en degrés dans l'intervalle $[0, 360[$.

Question 8 Écrire en langage Python la fonction `Get_CV(X, Y)` qui prend en paramètre deux entiers correspondant à la position du curseur en pixels par rapport au centre du cadran et renvoie un couple de flottants (C, V) correspondant aux consignes de cap et de vitesse correspondantes. Cette fonction renvoie $(None, None)$ si le point (X, Y) n'est pas à l'intérieur du cadran.

La fonction `Set_heading(C)`, prenant pour argument C , transmet la consigne de cap C à la carte électronique du Sphero. Une seconde fonction `Set_speed(V)`, prenant pour argument V , transmet la consigne de vitesse à la carte électronique du Sphero.

3.4 Architecture détaillée du robot Sphero

Le cahier des charges de l'interface tactile impose le fonctionnement suivant pour la commande du Sphero : si le doigt de l'utilisateur est posé sur le curseur alors, tant que ce dernier est à l'intérieur du cadran, le Sphero doit avancer dans la direction et à la vitesse indiquée par la position du curseur dans le cadran. Dès que le doigt de l'utilisateur n'est plus en contact avec le curseur, le Sphero doit s'arrêter (le curseur retourne au centre du cadran). Le curseur accompagne toujours le doigt tant qu'il n'est pas levé. Si le curseur quitte le cadran, alors le Sphero poursuit sa route avec les dernières consignes de cap et de vitesse. L'utilisateur pourra reprendre le contrôle en remplaçant le curseur dans le cadran.

Question 9 Ecrire en Python l'algorithme de commande respectant le fonctionnement décrit précédemment et utilisant les fonctions données précédemment (qu'il n'est pas demandé d'écrire en Python). L'algorithme attendu a pour fonction d'explicititer la logique générale de commande du Sphero, il commencera ainsi :

```
while True: # tant que le Sphero n'est pas éteint
    A = Get_A()
    ...
```

La génération des consignes de cap et de vitesse ainsi que l'interfaçage support tactile/Sphero étant définis par l'étude menée précédemment, il convient de s'intéresser à l'architecture détaillée du robot et à ses performances. Ces dernières devant être en accord avec les exigences attendues, il est nécessaire d'évaluer les capacités du robot afin de déterminer la nécessité ou non d'une commande spécifique.

4 Architecture détaillée du robot Sphero

La composition du robot est fournie par le diagramme de définition des blocs figure 8.

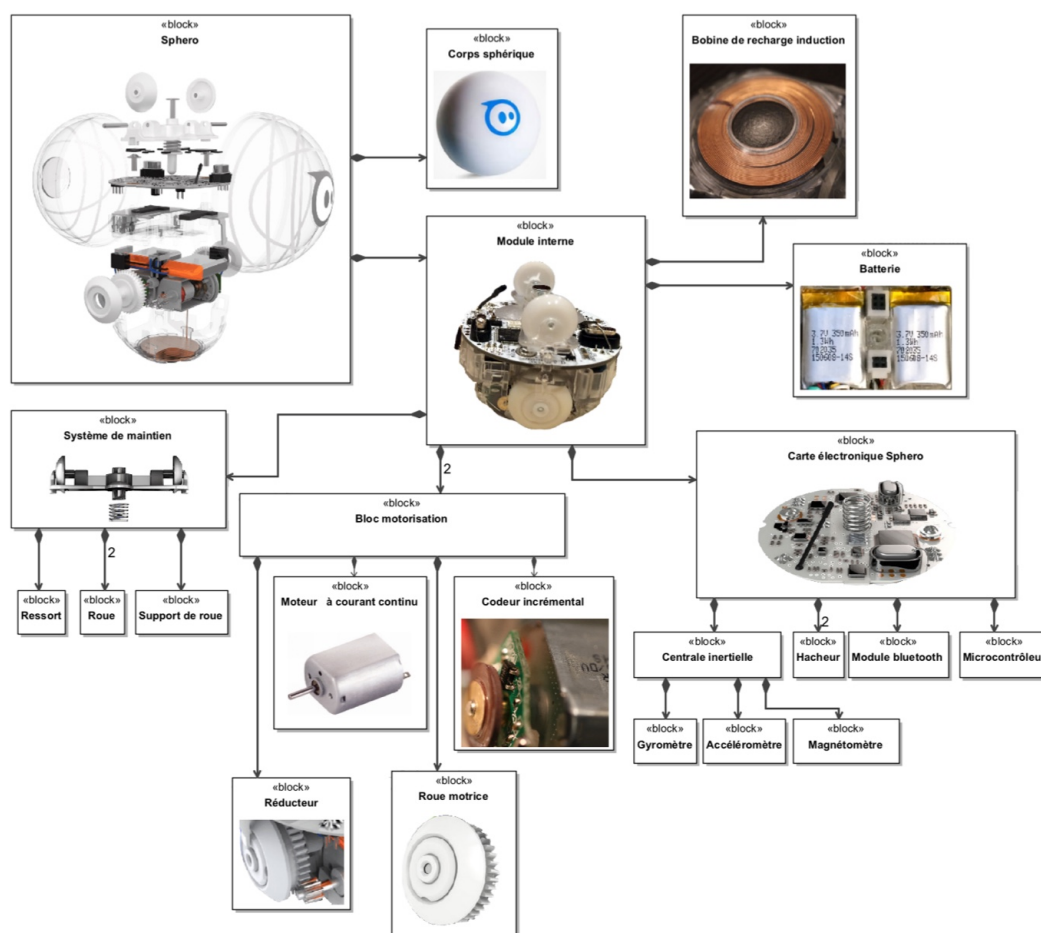


Figure 8 – Diagramme de définition des blocs du Sphero

L'avance et l'orientation du robot sont créées par le module interne qui possède deux blocs de motorisation identiques et indépendants (comprenant chacun en particulier une roue motrice et un moteur). Le module interne est également équipé d'une centrale inertielle composée d'un magnétomètre (mesure du champ magnétique terrestre), d'un accéléromètre numérique (qui calcule les déplacements selon trois axes par double intégration des accélérations mesurées) ainsi que d'un gyromètre (mesure des vitesses de rotation en $(deg.s^{-1})$ autour de trois axes) permettant d'acquérir les informations décrites par la figure 9.

Question 10 Compléter sur la figure du document réponse la description chaîne d'information / chaîne d'énergie du robot Sphero.

La composition du robot est fournie par le diagramme de définition des blocs figure 8.

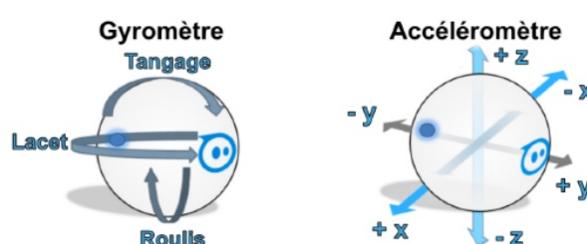


Figure 9 – Illustration des informations acquises par la centrale inertielle

5 Déplacement et réglage de cap du robot Sphero

Le robot est équipé de deux actionneurs (moteurs électriques à courant continu) indépendants. Il est de fait nécessaire de mettre en évidence le lien entre le comportement du robot Sphero et celui des actionneurs.

Objectif : Mettre en évidence la relation entre les actionneurs et le comportement du Sphero, afin de déterminer la façon dont les actionneurs doivent être commandés.

5.1 Modélisation et paramétrage

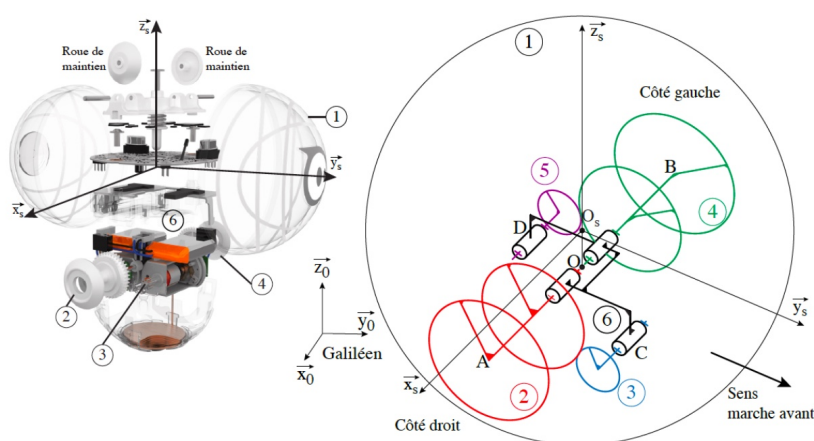


Figure 10 – Schéma cinématique 3D du Sphero (sans le système de maintien)

1 désigne le corps sphérique du robot, 2 la roue motrice droite, 3 l'arbre moteur denté droit, 4 la roue motrice gauche, 5 l'arbre moteur denté gauche et 6 le châssis du module interne. Par la suite la désignation « module interne » correspond à l'ensemble 2+3+4+5+6.

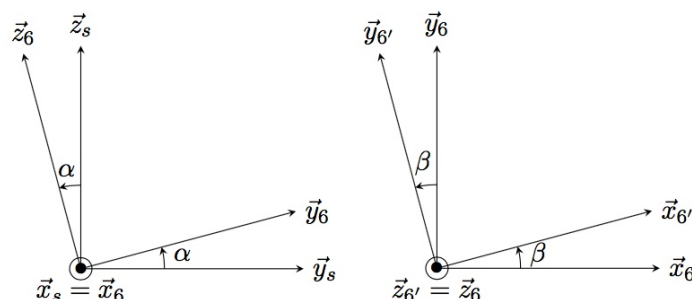


Figure 11 – Définition des repères R_G et $R_{G'}$

Le repère $R_S(O_S, \vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$ accompagne le robot Sphero et est tel que $\vec{z}_S = \vec{z}_0$ à chaque instant du mouvement, avec \vec{z}_0 la verticale du lieu et \vec{y}_S dans la direction d'avance du robot. Le point O_S correspond au centre du corps sphérique du robot.

Le châssis du module interne possède une mobilité en lacet et une en tangage par rapport au corps du Sphero. Le roulis du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 n'est pas possible du fait de la forme des roues et de leur matière.

Le repère $R_6(O, \vec{x}_6 = \vec{x}_S, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$ se déduit du repère R_S par rotation d'angle α autour de l'axe (O, \vec{x}_S) . Cet angle α définit l'angle de tangage du châssis du module interne par rapport au repère R_S .

Le repère $R_{6'}(O, \vec{x}_{6'} = \vec{x}_S, \vec{y}_{6'}, \vec{z}_{6'} = \vec{z}_6)$ lié au châssis du module interne, se déduit du repère R_6 par rotation d'angle β autour de l'axe (O, \vec{z}_6) . Cet angle β définit l'angle de lacet du châssis du module interne par rapport au repère R_S .

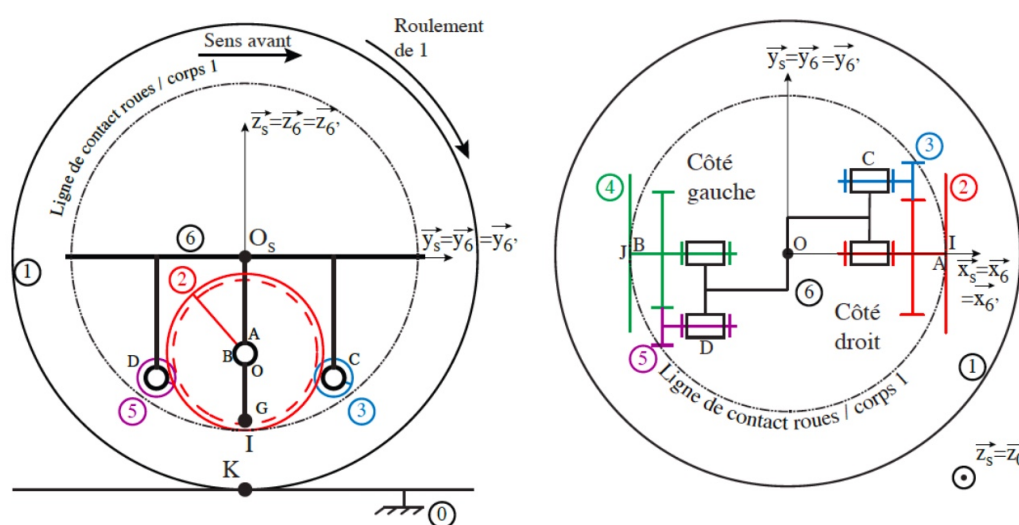


Figure 12 – Schéma cinématique du Sphero pour $\alpha = 0$ et $\beta = 0$ (vue de côté et vue de dessus)

La figure 12 propose un schéma cinématique du Sphero projeté dans le plan $(O, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$ ainsi que dans le plan $(O, \vec{x}_S, \vec{y}_S)$ (le système de maintien n'est pas pris en compte).

Le graphe des liaisons du robot Sphéro (sans le système de maintien) est présenté figure 13.

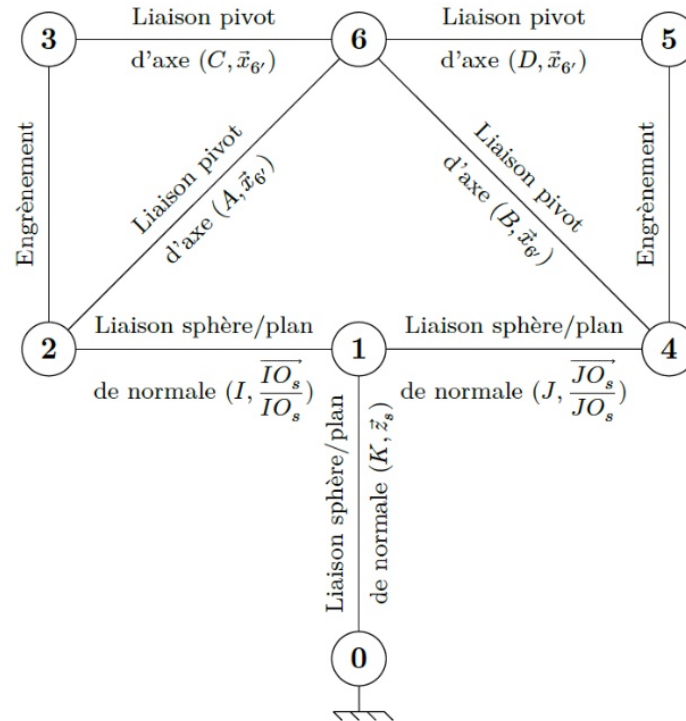


Figure 13 – Graphe des liaisons du Sphero

Hypothèses :

L'hypothèse de roulement sans glissement sera adoptée au point I (point de contact 2/1), au point J (point de contact 4/1) et au point K (point de contact 1/0).

Modèles cinématiques :

— les torseurs cinématiques sont notés :

$$\{V_{i/j}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{xij} & V_{xMij} \\ \omega_{yij} & V_{yMij} \\ \omega_{zij} & V_{zMij} \end{Bmatrix}_{M, R_{6'}} = \left\{ \frac{\vec{\omega}_{i/j}}{\vec{V}_{M, i/j}} \right\}_M,$$

— Le torseur cinématique de la liaison 2/1 s'écrit en I :

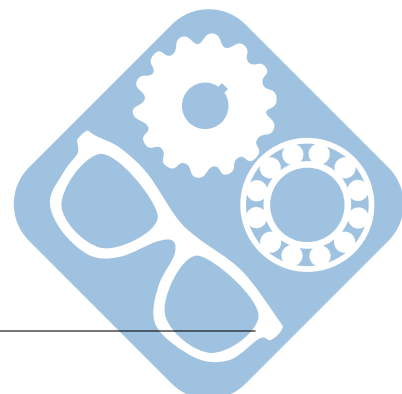
$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x21} & V_{xI21} \\ \omega_{y21} & V_{yI21} \\ \omega_{z21} & V_{zI21} \end{Bmatrix}_{I, R_{6'}} = \left\{ \begin{array}{l} \omega_{x21} \cdot \vec{x}_{6'} + \omega_{y21} \cdot \vec{y}_{6'} + \omega_{z21} \cdot \vec{z}_{6'} \\ V_{xI21} \cdot \vec{x}_{6'} + V_{yI21} \cdot \vec{y}_{6'} + V_{zI21} \cdot \vec{z}_{6'} \end{array} \right\}_I$$

— Le torseur cinématique de la liaison 4/1 s'écrit en J :

$$\{V_{4/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x41} & V_{xJ41} \\ \omega_{y41} & V_{yJ41} \\ \omega_{z41} & V_{zJ41} \end{Bmatrix}_{J, R_{6'}} = \left\{ \begin{array}{l} \omega_{x41} \cdot \vec{x}_{6'} + \omega_{y41} \cdot \vec{y}_{6'} + \omega_{z41} \cdot \vec{z}_{6'} \\ V_{xJ41} \cdot \vec{x}_{6'} + V_{yJ41} \cdot \vec{y}_{6'} + V_{zJ41} \cdot \vec{z}_{6'} \end{array} \right\}_J$$

— Le torseur cinématique $\{V_{6/1}\}$ en O_S est de la forme :

$$\{V_{6/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x61} & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z61} & 0 \end{Bmatrix}_{O_S, R_{6'}} = \left\{ \begin{array}{l} \omega_{x61} \cdot \vec{x}_{6'} + \omega_{z61} \cdot \vec{z}_{6'} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_S}$$



- ω_{x61} correspond à la vitesse angulaire en tangage du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 du Sphero, et ω_{z61} correspond à la vitesse angulaire en lacet du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 du Sphero.
- Les autres liaisons mécaniques ont aussi leur torseur cinématique défini dans le repère $R_{6'}$.

Données :

- $\vec{IA} = R\vec{z}_{6'} = \vec{JB}$ avec $R = 8mm$ rayon de la roue motrice 2,
- $\vec{OA} = L\vec{x}_{6'} = -\vec{OB}$,
- $\vec{O_S K} = -R_S\vec{z}_S$ avec $R_S = 74mm$ rayon du corps sphérique 1,
- $\vec{OO_S} = h_r\vec{z}_{6'}$ avec $h_r = 15mm$,
- le rapport de réduction entre 2 et 3 (et entre 4 et 5) est noté k avec $k = 0,21 = \left| \frac{\omega_{26}}{\omega_{36}} \right| = \left| \frac{\omega_{46}}{\omega_{56}} \right|$

- Question 11** En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement en I et en J, simplifier les expressions de $\{V_{2/1}\}$ et $\{V_{4/1}\}$
- Question 12** En exploitant la fermeture cinématique 2-6-4-1 en J, montrer qu'il est possible d'écrire que $\omega_{z21} = k \frac{R}{2L} (\omega_{x36} - \omega_{x56})$ avec ω_{x36} la vitesse angulaire du moteur droit et ω_{x56} celle du moteur gauche.
- Question 13** Écrire la composition des vecteurs vitesse angulaire entre les pièces 1, 2 et 6. En déduire une relation entre ω_{z61} , ω_{x61} et ω_{z21} .
- Question 14** En déduire une relation de la forme $\omega_{z61} = \lambda(\omega_{x36} - \omega_{x56})$ avec λ à déterminer.
- Question 15** Écrire une composition de vecteurs vitesses au point A entre les pièces 6, 1 et 2. En déduire une relation entre ω_{x21} et ω_{z61} .
- Question 16** En déduire une relation de la forme $\omega_{x61} = \mu(\omega_{x36} + \omega_{x56})$ avec μ à déterminer.

Pour la suite, on prendra $\lambda = 0,074$ et $\mu = 0,105$.

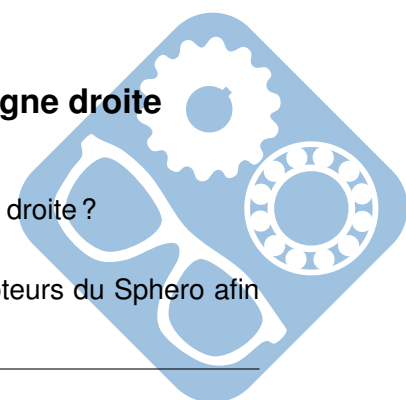
Lors d'un changement de cap du Sphero le châssis du module interne admet un mouvement de lacet autour de l'axe $(O_S, \vec{z}_{6'})$. Le cap du robot Sphero est en fait imposé par celui du module interne. Le lacet du châssis du module interne ne doit pas induire de tangage car l'avance et le changement de cap du Sphero doivent être indépendants.

5.2 Comportement des actionneurs pour un changement de cap

- Question 17** Quelle doit être la valeur de ω_{x61} lors d'un changement de cap ?
- Question 18** En déduire la relation entre les vecteurs vitesse angulaire des moteurs du Sphero lors d'un changement de cap.

5.3 Comportement des actionneurs pour un déplacement en ligne droite

- Question 19** Quelle est la valeur de ω_{z61} lorsque le Sphero se déplace en ligne droite ?
- Question 20** En déduire la relation entre les vecteurs vitesse angulaire des moteurs du Sphero afin que ce dernier puisse se déplacer en ligne droite.



5.4 Vitesse d'avance et respect de l'exigence 2.3 de déplacement

Au point K de contact entre le corps 1 et le sol noté 0, il y a roulement sans glissement et donc le torseur cinématique de la liaison 1/0 s'écrit en K : $\{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x10} \cdot \vec{x}_S + \omega_{y10} \cdot \vec{y}_S + \omega_{z10} \cdot \vec{z}_S \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_K$

Question 21 Lors d'un mouvement d'avance en ligne droite, donner la relation entre ω_{x10} , R_S et v la vitesse d'avance du robot par rapport au sol ($v = \vec{V}_{O_S \in 1/0} \cdot \vec{y}_S$)

Pour cette étude, on se place en régime établi où l'angle de tangage α du module interne est constant.

Question 22 Pour α constant et toujours lors d'un déplacement en ligne droite ($\vec{x}_S = \vec{x}_6 = \vec{x}_{6'}$), que vaut la composante $\omega_{x60} = \vec{\Omega}_{6/0} \cdot \vec{x}_S$ correspondant à la vitesse de tangage du module interne par rapport au sol ?

Question 23 En déduire la relation entre ω_{x10} et ω_{x61} .

Le constructeur du robot Sphero annonce une vitesse maximale d'avance en ligne droite $v = \vec{V}_{O_S \in 1/0} \cdot \vec{y}_S = 2m.s^{-1}$ alors que les moteurs possèdent une vitesse angulaire maximale de $1200tr.min^{-1}$.

Question 24 Déterminer l'expression de v en fonction de ω_{x36} et ω_{x56} . Faire l'application numérique et conclure sur le respect de l'exigence 2.3

6 Performances en changement de cap du Sphero (exigence 2.1 de suivi de cap)

Objectif : déterminer la loi de commande en lacet du mode interne qui permettra le respect des exigences de cap lors de l'utilisation du Sphero (exigences 2.1, 2.1.1 et 2.1.2).

Lors d'un réglage de cap le module interne admet un mouvement de lacet d'angle β (voir figure 14). Le cap du robot Sphero est imposé par celui du module interne.

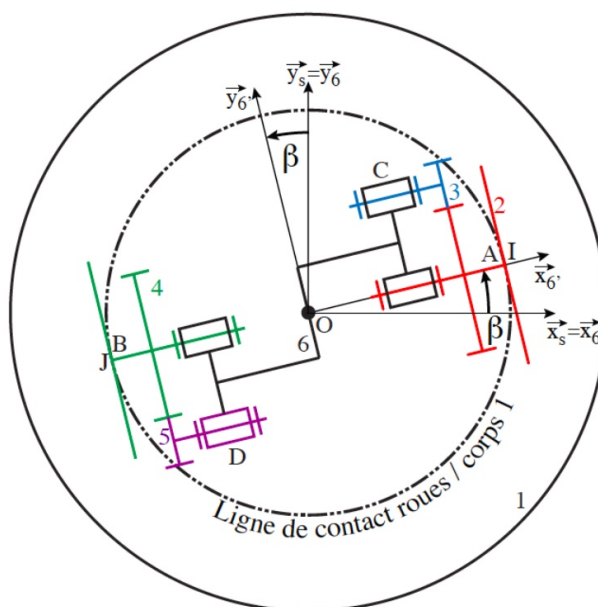
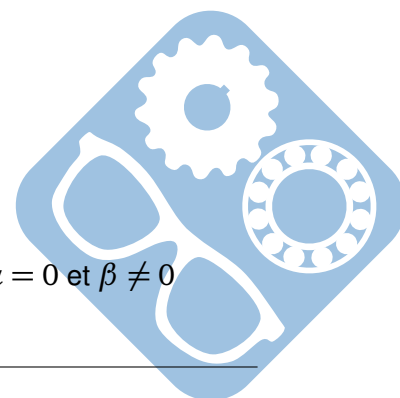


Figure 14 – Schéma cinématique plan du Sphero en vue de dessus avec $\alpha = 0$ et $\beta \neq 0$



Lors de la rotation du module interne autour de l'axe $(O, \vec{z}_{6'})$ aucun mouvement de lacet du corps sphérique 1 n'est induit. Ceci est rendu possible du fait de l'action combinée des deux moteurs associée à la résistance au roulement au niveau du contact Sphéro/sol.

L'étude proposée dans cette partie est réalisée robot à l'arrêt. Si les performances en lacet du module sont satisfaisantes dans ces conditions, elles le seront également en mouvement car le fait que le robot avance n'induit pas de perturbations sur le lacet du module interne.

Lors du réglage de cap, le mouvement du module interne est un mouvement de rotation autour de l'axe $(O, \vec{z}_{6'})$, le corps 1 étant considéré immobile $\vec{z}_{6'} = \vec{z}_6$.

Les moteurs devant avoir la même vitesse angulaire, la notation suivante est adoptée : $\omega_{x36} = \omega_m(t) = \omega_{x56}$.

Afin que les exigences 2.1, 2.1.1 et 2.1.2 soient vérifiées par le robot, les performances données tableau 2 doivent être atteintes.

Performance	Critère	Niveau
Précision angulaire	Erreur en position en régime permanent	Nulle pour une entrée en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5%	$t_{r5\%} \leq 0,3s$
Stabilité	Dépassement	aucun

Tableau 1 – Exigences du système

La loi entrée-sortie de la transmission mécanique étant connue, l'objectif est maintenant d'évaluer les performances de la commande en lacet du module interne. Dans un premier temps la commande étudiée sera sans correction afin de mettre en évidence les performances intrinsèques liées au choix de l'architecture de commande. La commande en lacet du module interne est décrite figure 15.

La commande des motorisations se fait directement par l'acquisition de la vitesse de tangage $\omega_{z61}(t)$ du module interne et par une tension de consigne $u_c(t)$. Cette tension $u_c(t)$ est générée par un correcteur à partir de la différence entre l'orientation de consigne $\beta_c(t)$ du module interne et son orientation réelle $\beta(t)$ (information fournie par la centrale inertielle).

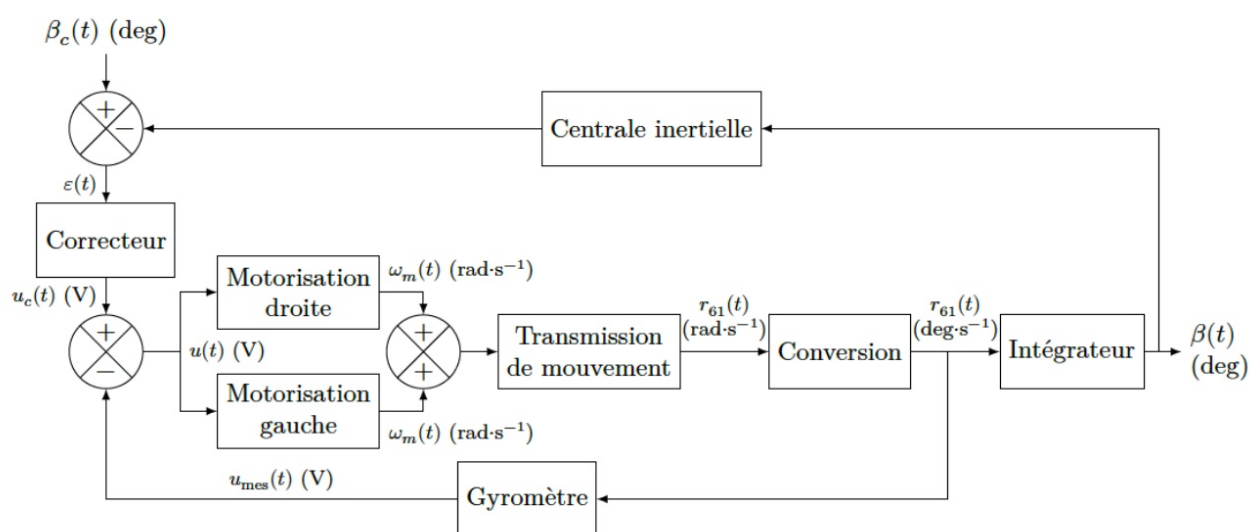
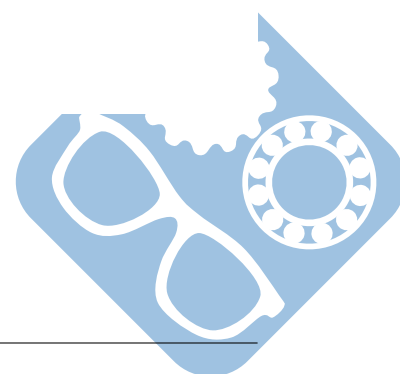


Figure 15 – Schéma fonctionnel de l'asservissement en lacet



Données :

- la centrale inertielle est modélisée par un gain unité ;
- la fonction de transfert du correcteur est noté $C(p)$;
- la sensibilité du gyromètre est de $K_g = 0,028 V.s.deg^{-1}$;
- les blocs motorisation ont la même fonction de transfert $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{1+\tau_m \cdot p}$. Le bloc motorisation modélise l'ensemble hacheur+moteur : $-\omega_{z61} = 2\lambda\omega_m(t)$.

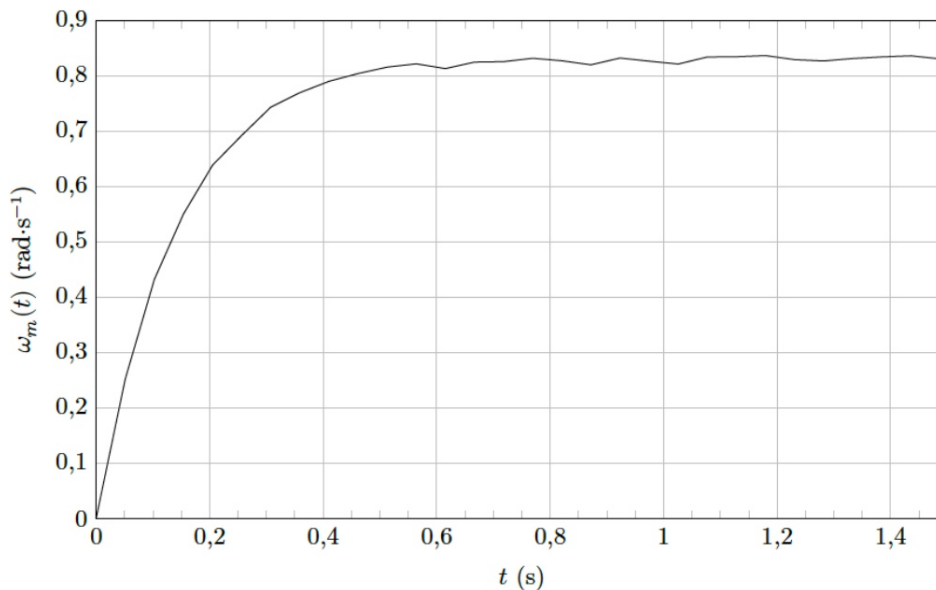


Figure 16 – Réponse indicielle du moteur droit

La figure 16 représente la réponse indicielle du moteur droit pour un essai avec un échelon d'entrée $u(t)=1V$. (Le bloc gauche donne la même réponse à la même sollicitation en entrée).

Question 25 En se plaçant dans le domaine de Laplace, compléter sur la figure du document réponse le schéma bloc de l'asservissement de l'angle de lacet du module interne.

Dans cette première étude de la commande, il n'y a pas de correction : $C(p) = 1$.

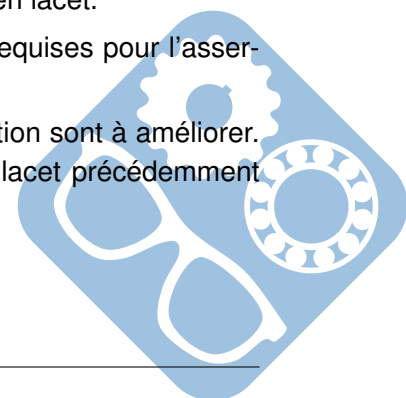
Question 26 Déterminer l'expression sous forme canonique de la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{\beta(p)}{\beta_c(p)}$

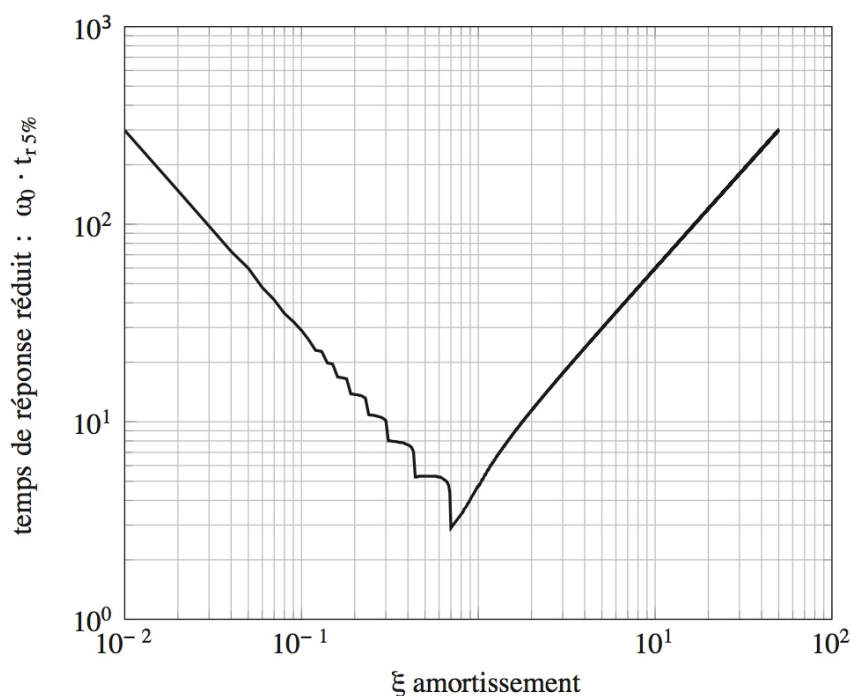
Pour la suite, la forme numérique de $H(p)$ est $H(p) = \frac{1}{ap^2+bp+1}$ avec $a = 0,019s^2$ et $b = 0,17s$.

Question 27 En utilisant l'abaque de la figure 17 fournissant la valeur de $t_{r5\%}$ en fonction de ξ , déterminer le temps de réponse à 5% du système de commande en lacet.

Question 28 D'après les questions précédemment traitées, les performances requises pour l'asservissement sont-elles atteintes ? Justifier les réponses apportées.

Il apparaît que certaines performances de la commande en lacet sans correction sont à améliorer. L'utilisation d'un correcteur est nécessaire à l'optimisation du comportement en lacet précédemment mis en évidence.



Figure 17 – Abaque $\omega_0 \cdot t_{r5\%} = f(\xi)$

6.1 Optimisation de la commande de lacet

La figure 18 représente le comportement en lacet du module interne pour un essai indiciel $\beta_c = 10 \text{ deg}$. Cet essai a été réalisé avec un correcteur à avance de phase (programme de PT) de la forme $C(p) = K_c \frac{1+bp}{1+ap}$ avec $a = 0,01s$ et $b = 0,12s$.

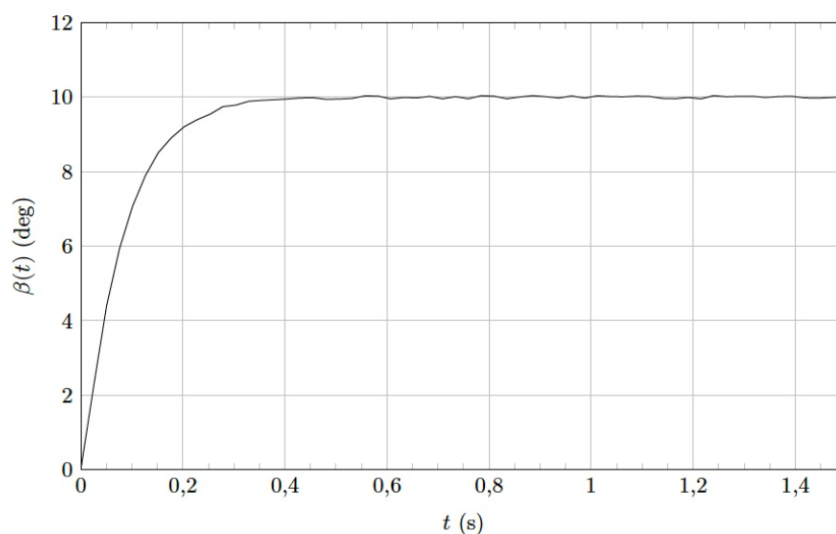
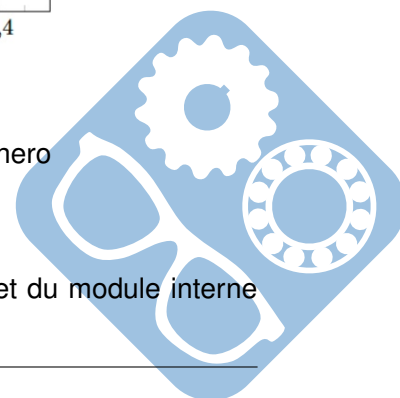


Figure 18 – Réponse temporelle de la commande corrigée du Sphero

Question 29 Conclure sur les performances du système de commande en lacet du module interne une fois la correction appliquée.



7 Étude de spécifications

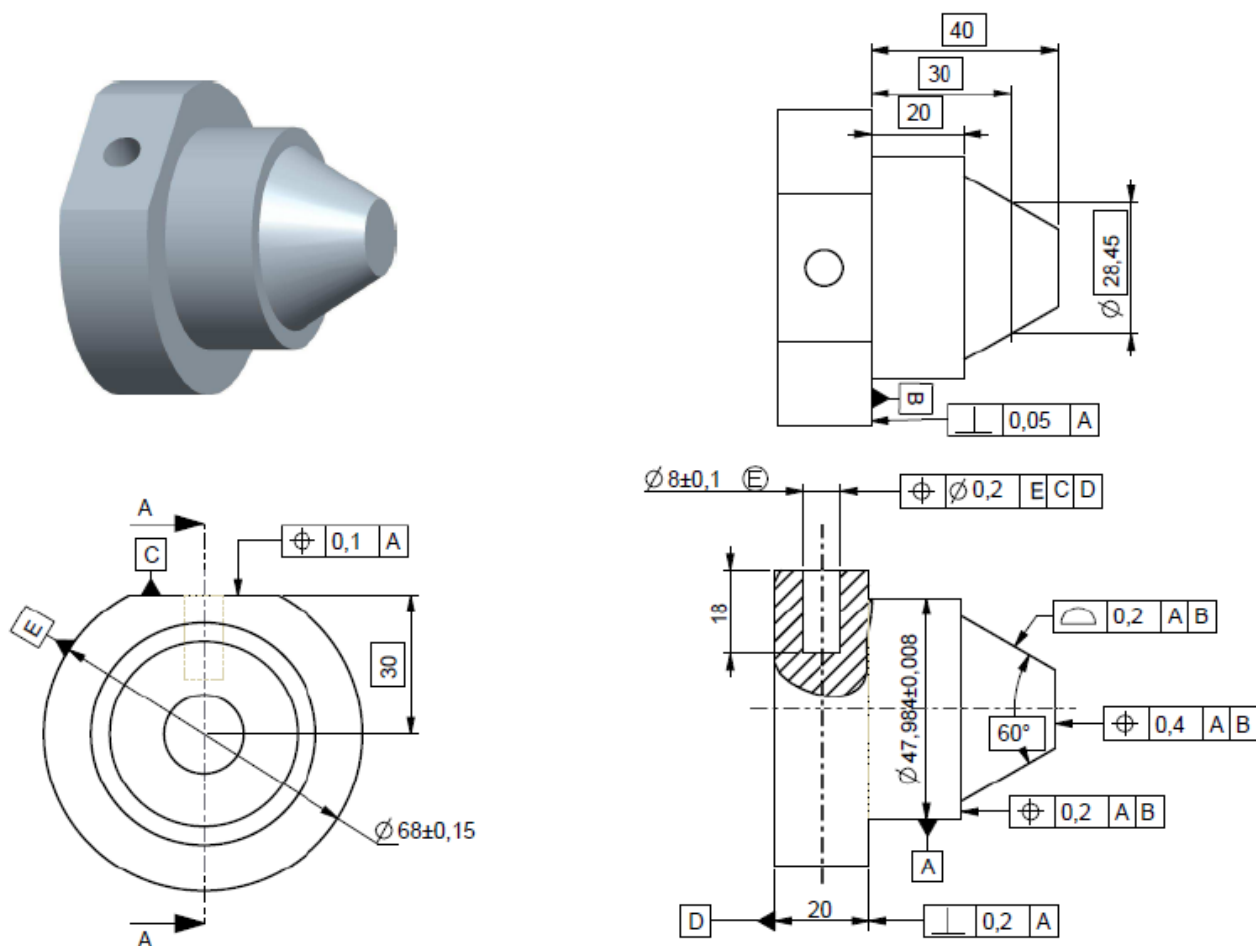


Figure 19 – Dessin de définition

Question 30 Expliciter la spécification dimensionnelle $\varnothing 8 \pm 0,1 \text{ (E)}$.

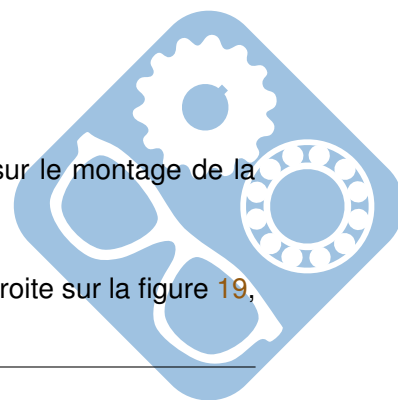
Question 31 Décrire les spécifications géométriques suivantes.



8 Montage de roulements

Nous proposons dans cette partie de concevoir un montage de roulements sur le montage de la figure 20.

Question 32 Donner le plus d'informations possibles sur le montage présent à droite sur la figure 19, justifier ces choix.



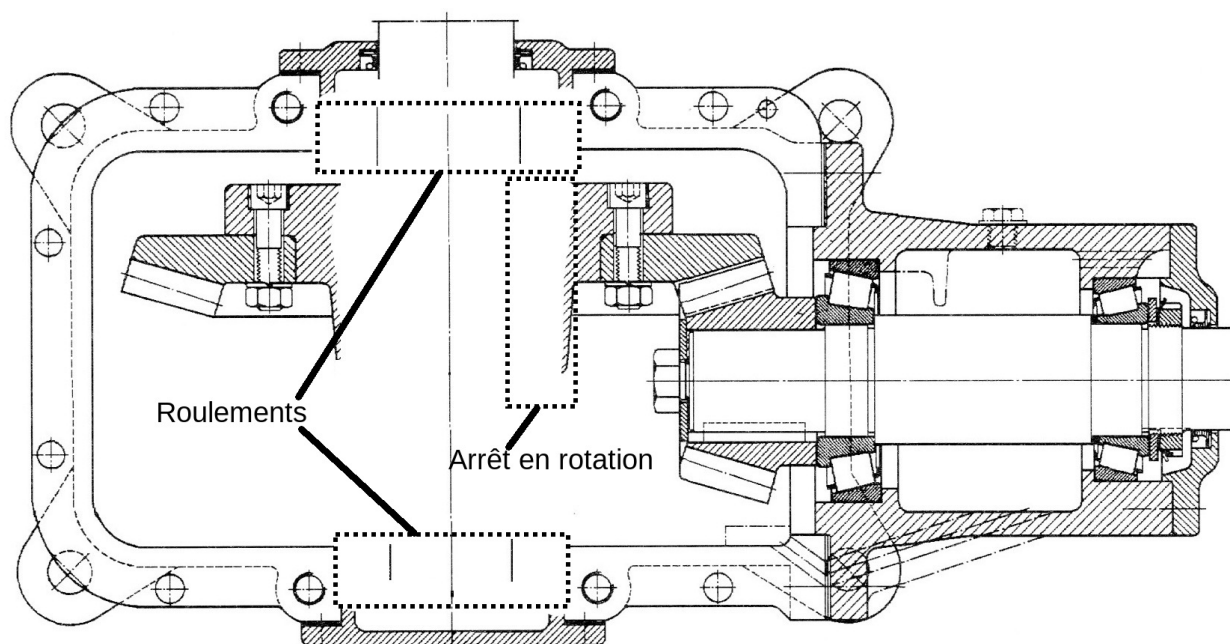


Figure 20 – Boîte de transmission

Le montage de roulement de gauche a été effacé, il est constitué de roulements à rouleaux coniques de même type que ceux du montage de droite. On remarquera que le carter dans lequel s'installe ces roulements n'est pas hachuré (contrairement à celui de droite).

Question 33 Expliquer pourquoi le carter n'est pas hachuré.

Question 34 Proposer et justifier un montage de roulements pour cette zone.

Dans la suite, il est demandé de concevoir l'assemblage de la liaison pivot effacée. Il faudra donc :

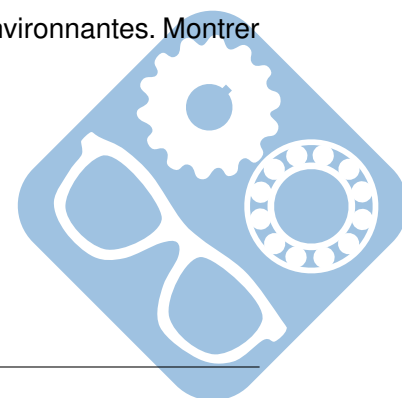
- Mettre en place les roulements au niveau des cadres en pointillés (la position de l'arbre est présente sur le dessin),
- Mettre en place les arrêts axiaux en fonction du montage choisi à la question précédente et ainsi terminer la représentation des autres pièces,
- Montrer comment le réglage du jeu sera effectué,
- Mettre en place une solution par obstacle pour arrêter la rotation entre l'arbre et le pignon dans le cadre « Arrêt en rotation »,
- Mettre en place les ajustements correspondants.

Question 35 Mettre en place les roulements et compléter le dessin des pièces environnantes. Montrer que le réglage du jeu dans le roulement est prévu.

Question 36 Concevoir l'arrêt en rotation.

Question 37 Mettre en place les ajustements nécessaires.

FIN DE L'ENONCE



Nom: Prénom:

9 Documents réponse

Question 1:

Nombre minimal de consignes : 3.

Le trajet comporte 3 lignes droites et 2 virages.

Cap 0° à l'instant initial

Cap -90° pour le premier virage

Cap $+90^\circ$ pour le 2ème virage

Question 2:

Le Sphero n'a pas une trajectoire précise :

- oscillation de 0,8m à 1,2m pour la première ligne droite
- de 2,4m à 2,9m pour la seconde ligne droite
- de 1,5m à 2,6m pour la troisième ligne droite

Il ne respecte pas l'exigence 2.

Il y a 8 clip utilisateurs, et de gros écarts (notamment entre les clics 6 et 8).

2.3.1 : la distance doit être inférieure à 25cm : non validée.

2.1.1 : aucune oscillation en lacet : non validée.

2.1.3 : aucune dérive de cap : non validée.

Question 3:

Diagonale de 4,7 pouces soit 11,938 cm. Astuce : en construisant un triangle rectangle, on peut approximer la largeur et la longueur de l'écran (on prend un triangle rectangle de 7,5cm par 13,34cm, pour garder les proportions des pixels de l'écran et on mesure la diagonale, qui fait environ 15,3 cm, correspondant à 15300 pixels et à la diagonale de 12cm dans la réalité. En prenant la bonne échelle, on trouve le résultat).

On obtient environ (6cm * 10,5cm)

Question 4:

Si 750 pixels représentent 6cm alors 1 pixel mesure $\frac{6}{750}$ cm de largeur soit environ 8.10^{-3} cm (selon les candidats, les approximations vont varier, l'important est de garder une démarche cohérente par rapport à la question 3)

Question 5:

Si 750 pixels représentent 6cm alors 1 cm représente $\frac{750}{6}$ cm soit 125 pixels.

1cm contient alors 125.125 pixels soit 15625 pixels

Question 6:

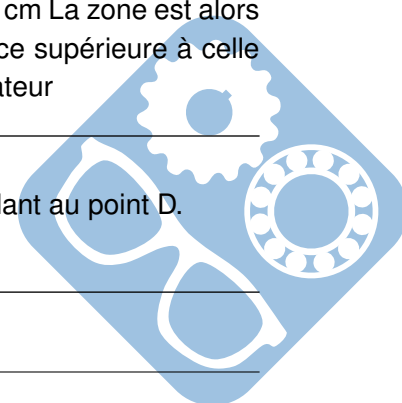
Curseur circulaire contenu dans un carré de 170 pixels de largeur, soit $170.8.10^{-3}$ cm La zone est alors de La surface du doigt est de Le curseur circulaire étant contenu dans une surface supérieure à celle du doigt, le choix du curseur est compatible avec le contrôle du Sphero par l'utilisateur

Question 7:

Expression de X et Y en fonction des indices du terme de la matrice A correspondant au point D.

$$X = X_D - 667, Y = Y_D - 375$$

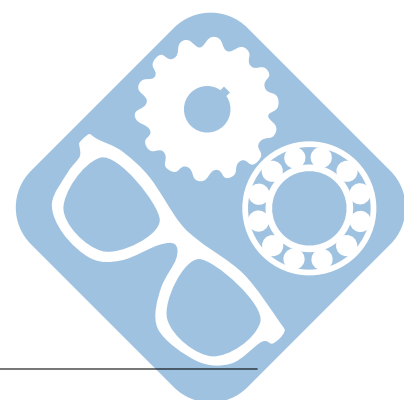
Question 8:



```
import math as m
def Get_CV(X,Y) :
    if m.sqrt(X**2+Y**2)>305 :
        return (None,None)
    else :
        V=m.sqrt(X**2+Y**2)*100/305
        if Y<0 :
            C=m.acos(X/V)*180/m.pi
        else :
            C=(2*m.pi-m.acos(X/V))*180/m.pi
        return (C,V)
```

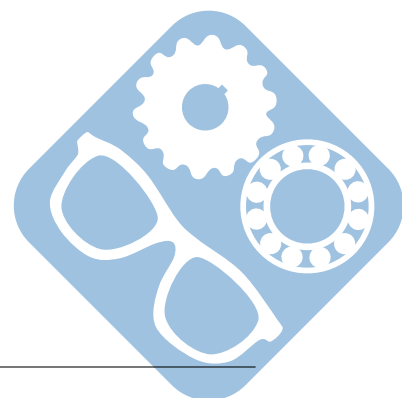
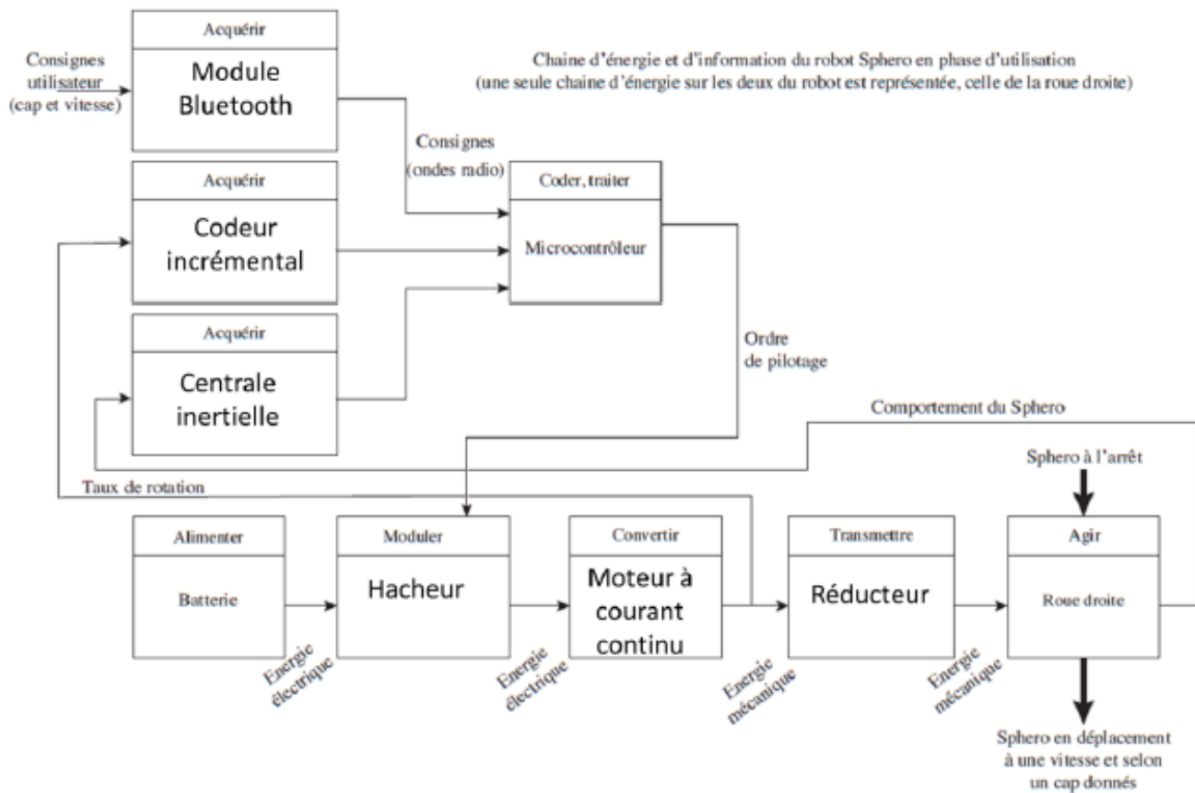
Question 9:

```
while True: # tant que le Sphero n'est pas éteint A = Get_A()
while On_Cursor(A)==True :
    while On_dial(A)==True :
        (X,Y)=Get_XY(A)
        (C,V)=Get_CV(X,Y)
        Set_heading(c)
        Set_speed(V)
        A=Get_A()
    A=Get_A()
Set_speed(0)
```



Nom: Prénom:

Question 10:



Question 11:

Hypothèse roulement sans glissement en I et J

$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{21} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I = \begin{Bmatrix} \omega_{x21} \cdot \vec{x}_{6'} + \omega_{y21} \cdot \vec{y}_{6'} + \omega_{z21} \cdot \vec{z}_{6'} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I$$

$$\{V_{4/1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{21} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_J = \begin{Bmatrix} \omega_{x41} \cdot \vec{x}_{6'} + \omega_{y41} \cdot \vec{y}_{6'} + \omega_{z41} \cdot \vec{z}_{6'} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_J$$

Question 12:

$$\{V_{4/1}\} = \{V_{4/6}\} + \{V_{6/2}\} + \{V_{2/1}\}$$

$$\{V_{4/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x41} \cdot \vec{x}_{6'} + \omega_{y41} \cdot \vec{y}_{6'} + \omega_{z41} \cdot \vec{z}_{6'} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_J$$

$$\{V_{4/6}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x46} \cdot \vec{x}_{6'} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \omega_{x46} \cdot \vec{x}_{6'} \\ \vec{JB} \wedge \omega_{x46} \cdot \vec{x}_{6'} \end{Bmatrix}_J = \begin{Bmatrix} \omega_{x46} \cdot \vec{x}_{6'} \\ R\omega_{x46} \cdot \vec{y}_{6'} \end{Bmatrix}_J$$

$$\{V_{6/2}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x62} \cdot \vec{x}_{6'} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \omega_{x62} \cdot \vec{x}_{6'} \\ \vec{JA} \wedge \omega_{x62} \cdot \vec{x}_{6'} \end{Bmatrix}_J = \begin{Bmatrix} \omega_{x62} \cdot \vec{x}_{6'} \\ R\omega_{x62} \cdot \vec{y}_{6'} \end{Bmatrix}_J$$

$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x21} \cdot \vec{x}_{6'} + \omega_{y21} \cdot \vec{y}_{6'} + \omega_{z21} \cdot \vec{z}_{6'} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I = \begin{Bmatrix} \omega_{x21} \cdot \vec{x}_{6'} + \omega_{y21} \cdot \vec{y}_{6'} + \omega_{z21} \cdot \vec{z}_{6'} \\ \vec{JI} \wedge (\omega_{x21} \cdot \vec{x}_{6'} + \omega_{y21} \cdot \vec{y}_{6'} + \omega_{z21} \cdot \vec{z}_{6'}) \end{Bmatrix}_J$$

$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x21} \cdot \vec{x}_{6'} + \omega_{y21} \cdot \vec{y}_{6'} + \omega_{z21} \cdot \vec{z}_{6'} \\ 2L\omega_{y21} \cdot \vec{z}_{6'} - 2L\omega_{z21} \cdot \vec{y}_{6'} \end{Bmatrix}_J$$

On utilise l'équation en projection sur $\vec{y}_{6'}$

$$-2L\omega_{z21} + R\omega_{x62} + R\omega_{x46} = 0$$

$$\omega_{z21} = \frac{R}{2L}(\omega_{x62} + \omega_{x46}) = \frac{R}{2L}(\omega_{46} - \omega_{26})$$

On sait que

$$\omega_{26} = -k\omega_{36} \text{ et } \omega_{46} = -k\omega_{56}$$

$$\text{Donc, } \omega_{z21} = \frac{R}{2L} \cdot k \cdot (\omega_{x36} - \omega_{x56})$$

Question 13:

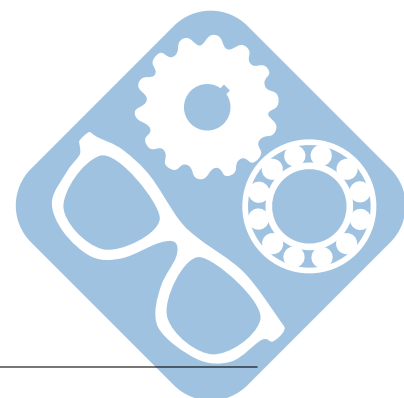
$$\vec{\Omega}_{6/1} = \vec{\Omega}_{6/2} + \vec{\Omega}_{2/1}$$

$$\omega_{x61} = \omega_{x62} + \omega_{x21} = -\omega_{x26} + \omega_{x21} = k\omega_{x36} + \omega_{x21}$$

$$\omega_{y61} = \omega_{y62} + \omega_{y21} \text{ (on pourra remarquer qu'avec les données de la question 12, } 0 = 0 + 0)$$

$$\omega_{z61} = \omega_{z62} + \omega_{z21} \text{ (on pourra remarquer qu'avec les données de la question 12, } \omega_{z62} = 0)$$

$$\omega_{z61} = \omega_{z21}$$



Nom: Prénom:

Question 14:

$$\omega_{z61} = \omega_{z21} = \frac{Rk}{2L}(\omega_{x36} - \omega_{x56}) \text{ avec } \lambda = \frac{Rk}{2L}$$

Question 15:

$$\vec{V}_{A \in 6/1} + \vec{V}_{A \in 1/2} + \vec{V}_{A \in 2/6} = \vec{0} \quad \vec{V}_{A \in 2/6} = \vec{0} \text{ car A est sur l'axe de la liaison pivot entre 2 et 6.}$$

$$\text{Donc } \vec{V}_{A \in 6/1} + \vec{V}_{A \in 1/2} = \vec{0}$$

$$\vec{V}_{A \in 6/1} = \vec{V}_{O_S \in 6/1} + \vec{AO_S} \wedge \vec{\Omega}_{6/1}$$

$$\vec{V}_{O_S \in 6/1} = \vec{0} \text{ car } O_S \text{ est sur l'axe de la liaison pivot entre 6 et 1.}$$

$$\vec{V}_{A \in 6/1} = (-L \vec{x}_{6'} + h_r \vec{z}_{6'}) \wedge \vec{\Omega}_{6/1} = (h_r \omega_{x61} + L \omega_{z61}) \vec{y}_{6'}$$

$$\vec{V}_{A \in 1/2} = \vec{V}_{I \in 1/2} + \vec{AI} \wedge \vec{\Omega}_{1/2}$$

$$\vec{V}_{I \in 1/2} = \vec{0} \text{ avec hypothèse roulement sans glissement de 1 par rapport à 2 en I.}$$

$$\vec{V}_{A \in 1/2} = -R \omega_{x12} \cdot \vec{y}_{6'}$$

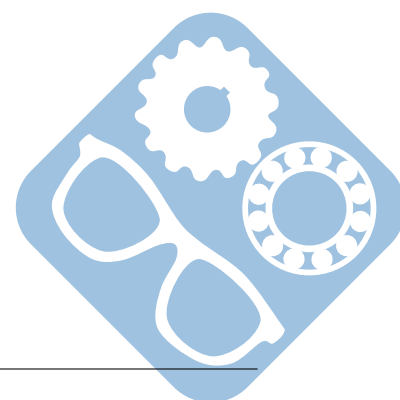
$$\text{En écrivant l'équation des vitesses en projection sur } \vec{y}_{6'}: h_r \omega_{x61} + L \omega_{z61} - R \omega_{x12} = 0$$

Question 16:

$$h_r \omega_{x61} = -L \omega_{z61} - R \omega_{x21} = -L \frac{Rk}{2L}(\omega_{x36} - \omega_{x56}) - R \omega_{x21} = -L \frac{Rk}{2L}(\omega_{x36} - \omega_{x56}) - R \omega_{x21}$$

$$\text{d'après question 13 : } \omega_{x61} = \omega_{x62} + \omega_{x21} \text{ donc } h_r \omega_{x61} = -L \frac{Rk}{2L}(\omega_{x36} - \omega_{x56}) - R(\omega_{x61} - \omega_{x62})$$

$$(R + h_r) \cdot \omega_{x61} = \frac{Rk}{2}(\omega_{x36} + \omega_{x56}) \text{ on en déduit que } \mu = \frac{RK}{2(h_r + R)}$$



Question 17:

S'il ne doit pas y avoir tangage alors $\omega_{x61} = 0$

Question 18:

On veut une relation entre ω_{x36} et ω_{x56} d'après Q16 : $\omega_{x61} = \mu(\omega_{x36} + \omega_{x56})$ et d'après Q17 $\omega_{x61} = 0$ sachant que μ ne peut pas être nul, on en déduit $\omega_{x36} = -\omega_{x56}$

Question 19:

En ligne droite, $\omega_{z61} = 0$

Question 20:

D'après Q14 $\omega_{z61} = \lambda(\omega_{x36} - \omega_{x56})$

Comme λ ne peut pas être nul, on en déduit $\omega_{x36} = \omega_{x56}$

Question 21:

$$\vec{V}_{O_S \in 1/0} = \vec{V}_{K \in 1/0} + \vec{O_S K} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$$

$$\vec{V}_{K \in 1/0} = \vec{0} \text{ car K est le CIR}_{10} \text{ donc } \vec{V}_{O_S \in 1/0} = \vec{O_S K} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = -R_S \omega_{x10} \vec{y}_S + R_S \omega_{y10} \vec{x}_S$$

$$v = \vec{V}_{O_S \in 1/0} \cdot \vec{y}_S = -R_S \omega_{x10}$$

Question 22:

$\omega_{x60} = 0$ si α est une constante

Question 23:

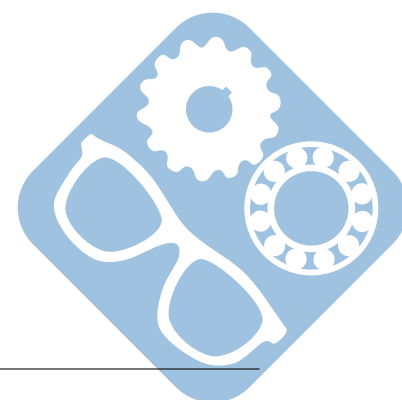
sachant que $\omega_{x60} = \omega_{x61} + \omega_{x10} = 0$ on en déduit $\omega_{x61} = -\omega_{x10}$

Question 24:

$$v = -R_S \omega_{x10} = R_S \omega_{x61} = R_S \mu(\omega_{x36} + \omega_{x56})$$

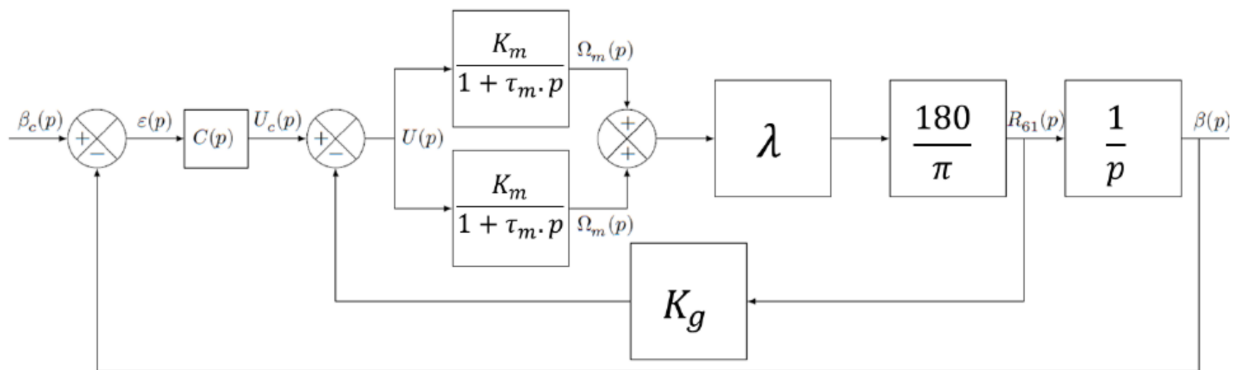
1200tr.min^{-1} correspond à une vitesse angulaire d'environ 120rad.s^{-1} , les 2 moteurs tournent à la même vitesse, on calcule $v = R_S \mu(\omega_{x36} + \omega_{x56}) = 0,074.0,105(120 + 120) = 1,86 \text{m.s}^{-1}$

Cette vitesse est inférieure à la vitesse linéaire max admissible de 2m.s^{-1} donnée dans le cahier des charges . Donc exigence validée.



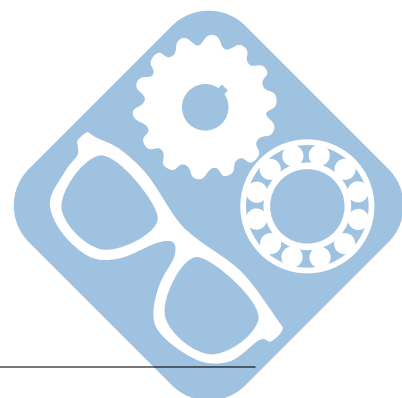
Nom: Prénom:

Question 25:



Question 26:

$$H(p) = \frac{1}{1 + (K_g + \frac{\pi}{360\lambda K_m})p + \frac{\pi \cdot \tau_m}{360\lambda K_m} p^2}$$



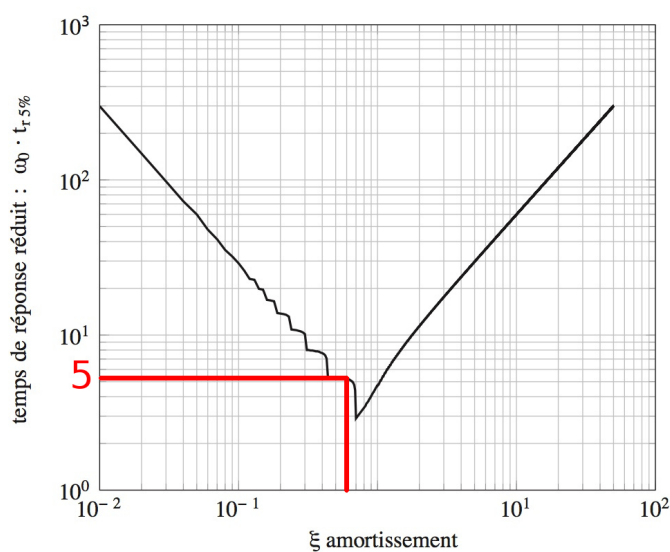
Question 27:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0,019}} = \sqrt{\frac{100}{1,9}} \approx \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$\omega_0 = 10 \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 7,1 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\xi = \frac{0,17}{\sqrt{0,019}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{0,17 \cdot 7,1}{2} = \frac{1,2}{2} = 0,6$$

$$t_{r5\%} \cdot \omega_0 = 5 \text{ on en déduit } t_{r5\%} = \frac{5}{7,1} \approx 0,7 \text{ s}$$

**Question 28:**

Il y a dépassement, et le temps de réponse est supérieur à 0,3 s donc le cahier des charges n'est pas respecté.

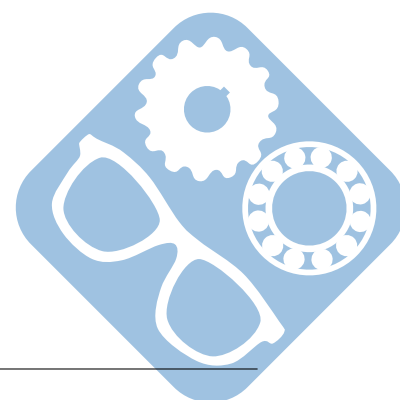
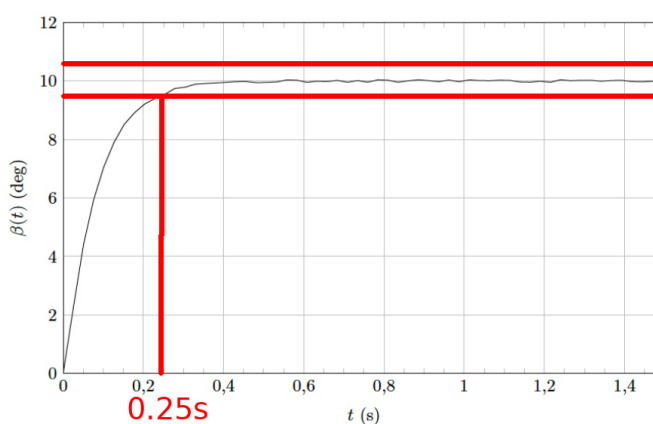
Question 29:

Valeur finale : 10° (pas d'erreur statique)

$t_{r5\%} = 0,25 \text{ s} < 0,3 \text{ s}$

Pas de dépassement

On en déduit que le cahier des charges est maintenant respecté.



Nom: Prénom:

Question 30:

Toutes les dimensions au diamètre du cylindre doivent être comprises entre 7,9mm et 8,1mm. Un cylindre parfait de diamètre 7,9mm doit pouvoir rentrer à l'intérieur de la surface réputée cylindrique.

Question 31:

		0,05	A
--	--	------	---

Élément tolérancé : Surface nominalement plane

Élément de référence : Surface nominalement cylindrique

Référence spécifiée : Axe du plus petit cylindre circonscrit.

Zone de tolérance : Deux plans parallèles distants de 0,05mm perpendiculaires à la référence spécifiée.

\oplus	0,4	A	B
----------	-----	---	---

Élément tolérancé : Surface nominalement plane

Élément de référence : A : Surface nominalement cylindrique

B : Surface nominalement plane **Référence spécifiée :** A : Axe du plus petit cylindre circonscrit

B : Plan perpendiculaire à A, tangent extérieur matière minimisant les écarts maximum. **Zone de tolérance :** Deux plans parallèles distants de 0,4mm perpendiculaires à A et dont le plan médian est à 40mm de B.

Question 32:

Le montage à droite est un montage en O car les efforts sont à l'extérieur des roulements. La charge (pignon du montage de gauche) est tournante par rapport à l'arbre, il serait judicieux de serrer les roulements sur l'arbre mais cela n'est pas possible à cause des arrêts axiaux, on suppose qu'il y aura quand même un serrage mais qu'il sera faible. Les arrêts axiaux sont des épaulements sauf sur les extrémités de l'arbre où on trouve une vis/rondelle à gauche et un écrou/rondelle à encoches à droite. Des épaulements sur l'arbre entre les deux roulements permettent de gérer le serrage. Un joint à lèvres est présent à droite, son orientation permet de supposer que la lubrification se fait à l'huile.

Question 33:

Le carter n'est pas hachuré car il n'a pas été coupé sur cette vue, il est en deux parties afin de pouvoir enlever le pignon du montage de gauche. Une seule des deux parties est présentée ici.

Question 34:

Ici les efforts sont à l'intérieur des roulements, il faut donc mettre en place un montage en X. La charge est toujours tournante par rapport à l'arbre, donc on essaiera de serrer les bagues des roulements sur l'arbre.

Question 35:

Question 36:

Question 37:

