

Partie 1 - Solution technique pour assurer l'exigence de stabilité des planchers mobiles

Remarque : le schéma cinématique proposé *figure 11* ne permet pas un mouvement de translation rectiligne vertical de la plateforme 2. Il aurait fallu que les distances DB , AB et BC soient égales pour obtenir ce mouvement.

Q1.

$L_{0/1a}$: glissière de direction \vec{y}_0	$L_{0/5}$: pivot glissant d'axe (A, \vec{z}_0)
$L_{1a/2}$: sphère-plan de normale (E_a, \vec{y}_0)	$L_{4/2}$: sphérique de centre C
$L_{0/1b}$: glissière de direction \vec{y}_0	$L_{0/3}$: pivot d'axe (A, \vec{x}_0)
$L_{1b/2}$: sphère-plan de normale (E_b, \vec{y}_0)	$L_{3/4}$: sphérique de centre B

Q2. Calcul du degré d'hyperstatisme du mécanisme :

$$h = 6\gamma + m - I_c$$

$$\gamma = 5$$

$$m = m_u + m_i = 2 + 0 \text{ (deux Spiralifts)}$$

$$I_c = 28$$

D'où $h = 6 \times 5 + 2 - 28 \Rightarrow \boxed{h = 4}$: le mécanisme est hyperstatique d'ordre 4.

Q3. L'exigence « déformations » 13.1.2.3.1.2 est « le guidage en translation doit être rigide et minimiser les déplacements dans un plan horizontal ».

Le mécanisme étant hyperstatique, il est donc rigide. L'exigence est respectée.

Q4.

	Exigence « déformation »	Exigence « inclinaison »
$R_x = 0$		X
$R_y = 0$	X	
$R_z = 0$		X
$T_x = 0$	X	
$T_z = 0$	X	

Q5.

	Guides charnières	Guide lambda	Un Spiralift seul	Combinaison de deux Spiralifts
$R_x = 0$				X
$R_y = 0$	X			
$R_z = 0$	X			
$T_x = 0$	X	X		
$T_z = 0$		X		

Remarque : il n'y a qu'un seul « guide lambda », donc erreur dans le document réponse (pas de pluriel à « guide lambda »).

Q6. Les solutions de guidage choisies sont donc à même de supprimer l'ensemble des degrés de liberté nécessaires à la prise en compte des exigences « déformation » et « inclinaison ».

Partie 2 - Vérification des exigences relatives au retournement d'une rangée de siège

Q7. Pour déterminer la vitesse de rotation du moteur N_{moteur} , il suffit de diviser la vitesse de rotation des sièges N_{max} par le rapport de réduction du réducteur : $N_{\text{moteur}} = \frac{N_{\text{max}}}{r}$.

A.N. $N_{\text{moteur}} = \frac{2,5}{1,67 \cdot 10^{-3}} \Leftrightarrow \boxed{N_{\text{moteur}} = 1497 \text{ tr/min}}$.

La fréquence d'alimentation du moteur étant de 50 Hz , la vitesse de synchronisme du moteur est 1500 tr/min (sous multiple de 3000 tr/min immédiatement supérieur à N_{moteur}). On en déduit que le moteur possède 2 paires de pôles.

Q8. Le couple de pesanteur agissant sur les sièges est maximal lorsque le vecteur \overrightarrow{OG} est horizontal (bras de levier le plus grand) : $\boxed{\beta = 0}$.

Q9. Le couple maximal dû à la pesanteur vaut $C_{\text{pesm}} = x_G \cdot n_s \cdot m_s \cdot g$. On en déduit que le couple maximal C_m en sortie du moteur sachant que le réducteur possède un rendement η est : $C_m = \frac{r C_{\text{pesm}}}{\eta} \Leftrightarrow \boxed{C_m = \frac{r \cdot x_G \cdot n_s \cdot m_s \cdot g}{\eta}}$

A.N. $C_m = \frac{1,67 \cdot 10^{-3} \times 0,32 \times 25 \times 41,57 \times 9,81}{0,55} \Leftrightarrow \boxed{C_m = 9,9 \text{ Nm}}$

Remarque : comme le couple n'est pas constant pendant la phase de retournement, on aurait dû calculer le couple thermique équivalent pour le choix du moteur.

Q10. Le moteur doit fournir la puissance utile maximale quand $\beta = 0$, ce qui correspond à $P_u = C_m \Omega_m$.

$P_u = 9,9 \times \frac{2\pi}{60} 1497 = 1552 \text{ W}$.

On doit choisir un moteur ayant 4 pôles, dont la puissance utile est $1,5 \text{ kW}$. Le moteur choisi possède la référence suivante :

4P	LS	90	L	1,5 kW	IFT/NIE	IM3001 (IM B5)	230 / 400 V 50Hz	UG	FBB	1	24 Nm
----	----	----	---	--------	---------	-------------------	---------------------	----	-----	---	-------

Q11. On suppose que le rendement du moteur est constant pendant la phase de retournement et égal à sa valeur nominale $\eta_m = 0,792$.

L'expression du couple moteur pour retourner une rangée de siège est $c_m(\beta) = C_m \cos(\beta)$ avec $-\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$.

La puissance instantanée est donnée par $p_m(\beta) = C_m \cos(\beta) \frac{1}{r} \frac{d\beta}{dt}$ avec $\frac{1}{r} \frac{d\beta}{dt} = \frac{2,5}{1,67 \cdot 10^{-3}} \text{ tr/min} = 156,76 \text{ rad/s}$.

On calcule la puissance moyenne pour retourner une rangée : $P_m = \langle p_m \rangle = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} C_m \cos(\beta) \frac{1}{r} \frac{d\beta}{dt} d\beta$

$P_m = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} C_m \cos(\beta) \frac{1}{r} \frac{d\beta}{dt} d\beta = \frac{1}{r} \frac{d\beta}{dt} \frac{2C_m}{\pi} [\sin(\beta)]_0^{\frac{\pi}{2}} \Leftrightarrow P_m = \frac{1}{r} \frac{d\beta}{dt} \frac{2C_m}{\pi}$

La puissance absorbée par le moteur est $P_{am} = \frac{P_m}{\eta_m} \Leftrightarrow \boxed{P_{am} = \frac{1}{r} \frac{d\beta}{dt} \frac{2C_m}{\pi \eta_m}}$

A.N. $P_{am} = \frac{156,76 \times 2 \times 9,9}{\pi \times 0,792} \Leftrightarrow \boxed{P_{am} = 1247,5 \text{ W}}$

Q12. On peut retourner simultanément $51 \left(\frac{100}{1,9595} \right)$ rangées de sièges. Le moteur fonctionnant à puissance variable, on utilise la puissance absorbée maximale $\frac{P_u}{\eta_m} = \frac{1552}{0,792}$.

Partie 3 - Choix d'un modèle de Spiralift

Partie 3.1

Q13. Fermeture géométrique : $\overrightarrow{B_6 A_7} + \overrightarrow{A_7 B_7} + \overrightarrow{B_7 B_6} = \vec{0}$

$$-\overrightarrow{l y_6} + \overrightarrow{l y_7} - \lambda \overrightarrow{y_0} = \vec{0}$$

$$-l(\cos \alpha_6 \overrightarrow{y_0} + \sin \alpha_6 \overrightarrow{z_0}) + l(\cos \alpha_7 \overrightarrow{y_0} + \sin \alpha_7 \overrightarrow{z_0}) - \lambda \overrightarrow{y_0} = \vec{0}$$

Sur $\overrightarrow{y_0}$: $-l \cos \alpha_6 + l \cos \alpha_7 - \lambda = 0$

$$-l \cos(\pi - \alpha_7) + l \cos \alpha_7 - \lambda = 0 \text{ d'où } l \cos \alpha_7 + l \cos \alpha_7 - \lambda = 0$$

On obtient ainsi : $\lambda = 2l \cos \alpha$

Remarque : la relation aurait pu être obtenue plus rapidement grâce à la relation $\cos \alpha = \frac{\lambda}{2l}$

Partie 3.2

Remarque : $\frac{d\alpha}{dt}$ sera noté $\dot{\alpha}$ et $\frac{d\lambda}{dt}$ sera noté $\dot{\lambda}$

Q14. $\{V_{6/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{(6/0)}} \\ \overrightarrow{V_{B_6, 6/0}} \end{array} \right\}_{B_6}$

$$\overrightarrow{\Omega_{(6/0)}} = \dot{\alpha}_6 \overrightarrow{x_0}. \text{ Or } \alpha_6 = \pi - \alpha_7 \text{ donc } \dot{\alpha}_6 = -\dot{\alpha}_7 : \overrightarrow{\Omega_{(6/0)}} = -\dot{\alpha}_7 \overrightarrow{x_0} = -\dot{\alpha} \overrightarrow{x_0}$$

$$\overrightarrow{V_{B_6, 6/0}} = \vec{0}$$

Ainsi $\{V_{6/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} -\dot{\alpha} \overrightarrow{x_0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{B_6}$

$$\overrightarrow{V_{G_6, 6/0}} = \overrightarrow{V_{B_6, 6/0}} + \overrightarrow{G_6 B_6} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(6/0)}} = \frac{l}{2} \overrightarrow{y_6} \wedge (-\dot{\alpha} \overrightarrow{x_0}) = \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_6}$$

Ainsi $\{V_{6/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} -\dot{\alpha} \overrightarrow{x_0} \\ \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_6} \end{array} \right\}_{G_6}$

Q15. $\{V_{7/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{(7/0)}} \\ \overrightarrow{V_{B_7, 7/0}} \end{array} \right\}_{B_7}$

$$\overrightarrow{\Omega_{(7/0)}} = \dot{\alpha}_7 \overrightarrow{x_0} = \dot{\alpha} \overrightarrow{x_0}$$

$$\overrightarrow{V_{B_7, 7/0}} = \dot{\lambda} \overrightarrow{y_0}$$

Ainsi $\{V_{7/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha} \overrightarrow{x_0} \\ \dot{\lambda} \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{B_7}$

$$\overrightarrow{V_{G_7, 7/0}} = \overrightarrow{V_{B_7, 7/0}} + \overrightarrow{G_7 B_7} \wedge \overrightarrow{\Omega_{(7/0)}} = \dot{\lambda} \overrightarrow{y_0} + \frac{l}{2} \overrightarrow{y_7} \wedge (\dot{\alpha} \overrightarrow{x_0}) = \dot{\lambda} \overrightarrow{y_0} - \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_7}$$

Ainsi $\{V_{7/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha} \overrightarrow{x_0} \\ \dot{\lambda} \overrightarrow{y_0} - \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_7} \end{array} \right\}_{G_7}$

Partie 3.3

$$\mathbf{Q16.} \{C_{6/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} m_6 \overrightarrow{V_{G_6,6/0}} \\ \overrightarrow{\sigma_{G_6,6/0}} \end{array} \right\}_{G_6}$$

$$\overrightarrow{\sigma_{G_6,6/0}} = \overline{I}(G_6, 6) \cdot \overrightarrow{\Omega_{(6/0)}} = \begin{pmatrix} A_6 & 0 & 0 \\ 0 & B_6 & -D_6 \\ 0 & -D_6 & C_6 \end{pmatrix}_{R_6} \cdot \begin{pmatrix} -\dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_6} = -A_6 \dot{\alpha} \overrightarrow{x_0}$$

$$\{C_{6/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} m_6 \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_6} \\ -A_6 \dot{\alpha} \overrightarrow{x_0} \end{array} \right\}_{G_6}$$

$$T_{6/0} = \frac{1}{2} \{V_{6/0}\} \otimes \{C_{6/0}\} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{c} -\dot{\alpha} \overrightarrow{x_0} \\ \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_6} \end{array} \right\}_{G_6} \otimes \left\{ \begin{array}{c} m_6 \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_6} \\ -A_6 \dot{\alpha} \overrightarrow{x_0} \end{array} \right\}_{G_6}$$

$$\text{Ainsi } T_{6/0} = \frac{1}{2} \left(A_6 \dot{\alpha}^2 + m_6 \frac{l^2}{4} \dot{\alpha}^2 \right)$$

$$\mathbf{Q17.} \{C_{7/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} m_7 \overrightarrow{V_{G_7,7/0}} \\ \overrightarrow{\sigma_{G_7,7/0}} \end{array} \right\}_{G_7}$$

$$\{C_{7/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} m_7 \left(\dot{\lambda} \overrightarrow{y_0} - \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_7} \right) \\ A_7 \dot{\alpha} \overrightarrow{x_0} \end{array} \right\}_{G_7}$$

$$T_{7/0} = \frac{1}{2} \{V_{7/0}\} \otimes \{C_{7/0}\} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha} \overrightarrow{x_0} \\ \dot{\lambda} \overrightarrow{y_0} - \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_7} \end{array} \right\}_{G_7} \otimes \left\{ \begin{array}{c} m_7 \left(\dot{\lambda} \overrightarrow{y_0} - \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_7} \right) \\ A_7 \dot{\alpha} \overrightarrow{x_0} \end{array} \right\}_{G_7}$$

$$T_{7/0} = \frac{1}{2} \left(A_7 \dot{\alpha}^2 + m_7 \left(\dot{\lambda} \overrightarrow{y_0} - \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_7} \right) \cdot \left(\dot{\lambda} \overrightarrow{y_0} - \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{z_7} \right) \right)$$

$$T_{7/0} = \frac{1}{2} \left(A_7 \dot{\alpha}^2 + m_7 \left(\dot{\lambda}^2 - \dot{\lambda} \frac{l}{2} \dot{\alpha} \overrightarrow{y_0} \cdot \overrightarrow{z_7} - \frac{l}{2} \dot{\alpha} \dot{\lambda} \overrightarrow{z_7} \cdot \overrightarrow{y_0} + \frac{l^2}{4} \dot{\alpha}^2 \right) \right)$$

$$\text{Ainsi } T_{7/0} = \frac{1}{2} \left(A_7 \dot{\alpha}^2 + m_7 \left(\dot{\lambda}^2 + l \dot{\lambda} \dot{\alpha} \sin \alpha + \frac{l^2}{4} \dot{\alpha}^2 \right) \right)$$

$$\mathbf{Q18.} T_{E/0} = T_{6/0} + T_{7/0} = \frac{1}{2} \left(A_6 \dot{\alpha}^2 + m_6 \frac{l^2}{4} \dot{\alpha}^2 + A_7 \dot{\alpha}^2 + m_7 \left(\dot{\lambda}^2 + l \dot{\lambda} \dot{\alpha} \sin \alpha + \frac{l^2}{4} \dot{\alpha}^2 \right) \right)$$

$$T_{E/0} = \frac{1}{2} \left((A_6 + A_7) \dot{\alpha}^2 + (m_6 + m_7) \frac{l^2}{4} \dot{\alpha}^2 + m_7 (\dot{\lambda}^2 + l \dot{\lambda} \dot{\alpha} \sin \alpha) \right)$$

$$\text{Remarque : } \dot{\lambda} = -2l \dot{\alpha} \sin \alpha \text{ donc } T_{E/0} = \frac{\dot{\alpha}^2}{2} \left((A_6 + A_7) + (m_6 + m_7) \frac{l^2}{4} + 2m_7 l^2 \sin^2 \alpha \right)$$

Q19. Bilan des actions mécaniques extérieures agissant sur E :

- pivot en B_6 ;
- pesanteur sur 6 ;
- pesanteur sur 7 ;
- extérieur sur 7.

Calcul des puissances extérieures à E :

- $P_{0 \rightarrow 6,0} = 0$ car la liaison est parfaite ;
- $P_{pes \rightarrow 6,0} = \vec{P}_6 \cdot \vec{V}_{G_6,6/0} = -m_6 g \vec{y}_0 \cdot \frac{l}{2} \dot{\alpha} \vec{z}_6 = -m_6 g \frac{l}{2} \dot{\alpha} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_6\right) = m_6 g \frac{l}{2} \dot{\alpha} \sin(\alpha_6) = m_6 g \frac{l}{2} \dot{\alpha} \sin(\alpha)$
- $P_{pes \rightarrow 7,0} = \vec{P}_7 \cdot \vec{V}_{G_7,7/0} = -m_7 g \vec{y}_0 \cdot \left(\dot{\lambda} \vec{y}_0 - \frac{l}{2} \dot{\alpha} \vec{z}_7\right) = -m_7 g \dot{\lambda} - m_7 g \frac{l}{2} \dot{\alpha} \sin(\alpha)$
- $P_{ext \rightarrow 7,0} = \vec{F}_{ext \rightarrow 7} \cdot \vec{V}_{B_7,7/0} = F \vec{y}_0 \cdot \dot{\lambda} \vec{y}_0 = F \dot{\lambda}$.

Donc $P_{ext \rightarrow E,0} = m_6 g \frac{l}{2} \dot{\alpha} \sin \alpha - m_7 g \dot{\lambda} - m_7 g \frac{l}{2} \dot{\alpha} \sin \alpha + F \dot{\lambda}$

Ainsi $P_{ext \rightarrow E,0} = (m_6 - m_7) g \frac{l}{2} \dot{\alpha} \sin \alpha - m_7 g \dot{\lambda} + F \dot{\lambda}$

Q20. Les liaisons sont supposées parfaites donc $P_{int} = 0$

Q21. Théorème de l'énergie cinétique appliqué à E : $P_{ext \rightarrow E,0} + P_{int} = \frac{dT_{E/0}}{dt}$

Remarque : il y a une erreur dans l'expression de F_D : $F_D = \frac{1}{2} m \ddot{\lambda} - \frac{1}{l \sin \alpha} \left(A + m \frac{l^2}{4} \right) \ddot{\alpha}$

Q22. A.N. $F_p = mg = 413,98 \times 9,81$ donc $F_p = 4061 \text{ N}$

F_D est donc négligeable devant F_p ($F_D = 8 \text{ N}$), la charge s'appliquant sur un Spiralift sera donc considéré comme étant F_p .

Partie 3.4

Q23.

Remarque : si on respecte la géométrie du sujet, la question ne peut pas être traitée avec les outils du programme car le système est hyperstatique (poutre sur 4 appuis). Il faut approximer les espacements entre les Spiralifts 1-2 et 3-4 ($5 \text{ N} \approx 4,8 \text{ N}$) pour obtenir une symétrie et ainsi admettre que la charge est « également » répartie sur les 4 Spiralifts.

Les quatre Spiralifts supportent :

- 25 spectateurs : $P_{sp} = 25 \times m_{sp} g = 19620 \text{ N}$
- 25 fauteuils : $P_s = 25 \times m_s g = 10195 \text{ N}$
- 2 charnières : $F_{ctot} = 2 \times F_c = 8000 \text{ N}$
- 1 allée : $F_{allée} = S_{26B} \times C_{Sp} = 52205 \text{ N}$
- 1 guide lambda : action négligée.

Donc les quatre Spiralifts supportent 90020 N .

Ainsi la force exercée par chacun des quatre Spiralifts sur la plateforme est de 22505 N .

La charge maximale admissible par un Spiralift de type ND9 est $C_{max} = 100000 \text{ N}$.

Avec un coefficient de sécurité de 2, la charge maximale admissible est de 50000 N .

On peut donc en conclure qu'un Spiralift de type ND9 est capable de supporter le chargement.

Pour actionner la plateforme du point de vue de la charge, on peut se limiter à 2 Spiralifts.

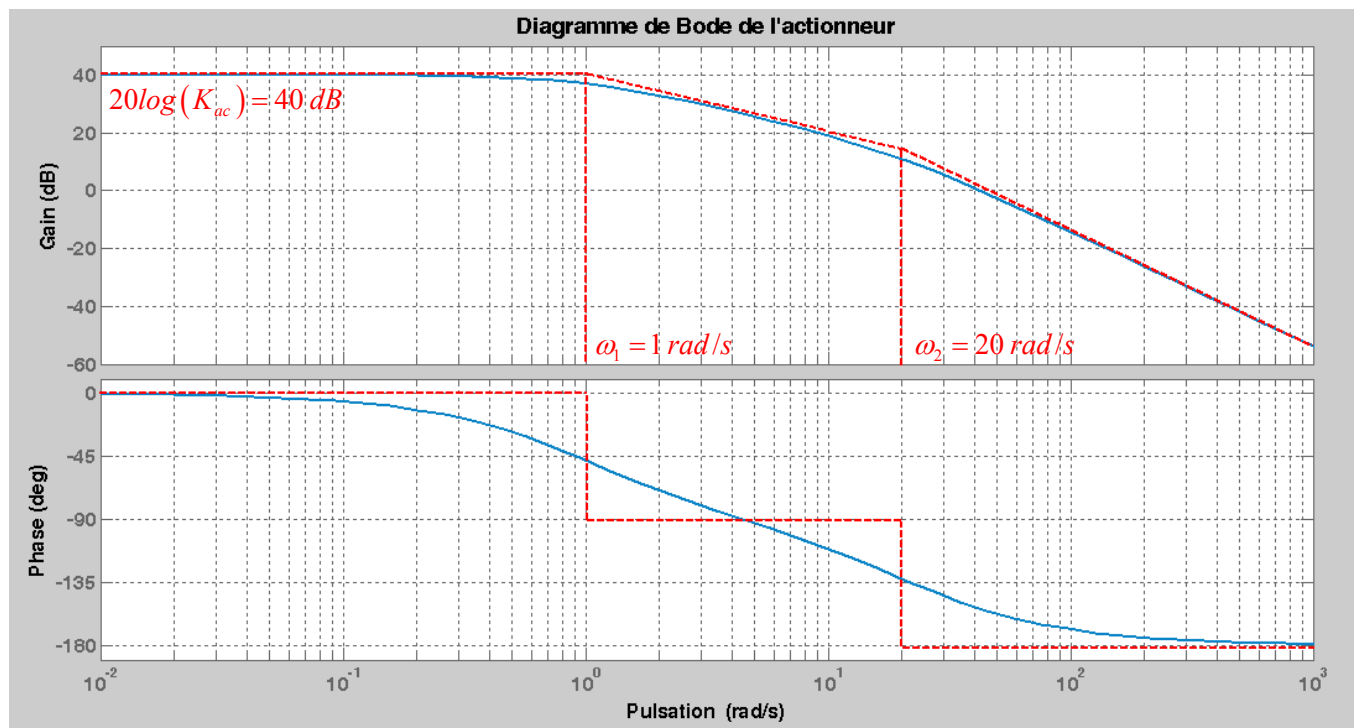
Q24. En tenant compte du principe de redondance, 4 Spiralifts sont nécessaires pour actionner la plateforme (ce qui correspond au choix du concepteur).

Partie 4 - Asservissement de l'altitude d'une plate-forme de l'ascenseur d'orchestre

Partie 4.1 - Étude de la boucle de vitesse

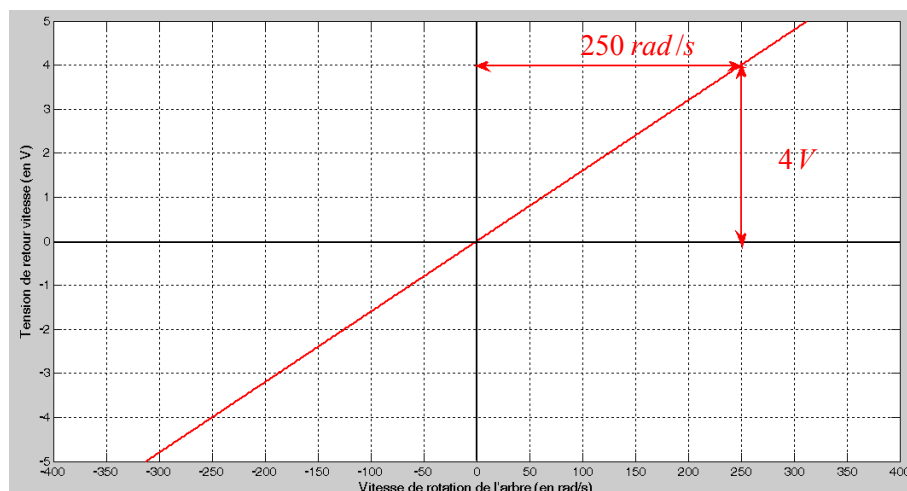
Q25. Le tracé asymptotique du gain est constitué de trois segments de droite ayant des pentes respectives de 0 dB/dec , -20 dB/dec et -40 dB/dec . Il s'agit donc du tracé d'une fonction de transfert du second ordre dont le facteur d'amortissement est supérieur à 1 (on peut également le voir sur le diagramme de la phase avec les trois palier à 0 , $-\frac{\pi}{2}$ et $-\pi$). La fonction de transfert est de la forme : $T_{\text{actionneur}}(p) = \frac{K_{ac}}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}$.

Le gain statique K_{ac} se détermine grâce au gain en basses fréquences. Les pulsations ω_1 et ω_2 sont déterminées par les changements de pente sur le diagramme de gain asymptotique.



$$K_{ac} = 100 \text{ rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}, \quad \omega_1 = 1 \text{ rad.s}^{-1} \quad \text{et} \quad \omega_2 = 20 \text{ rad.s}^{-1}.$$

Q26. Le coefficient d'amplification (gain) de la fonction de transfert $K_{\text{revit}}(p) = \frac{U_{\text{revit}}(p)}{\Omega_{\text{arbre}}(p)}$ est donné par la pente de la caractéristique.



$$K_{\text{revit}}(p) = \frac{4}{250} = 16 \text{ mVs/rad}.$$

Q27. Le schéma-bloc de la fonction de transfert en boucle ouverte est le suivant :



La fonction de transfert $FTBO_{vitesse}(p)$ est donnée par $FTBO_{vitesse}(p) = \frac{U_{revit}(p)}{\varepsilon_{vitesse}(p)} = K_{vit} \cdot T_{actionneur}(p) \cdot K_{revit}$.

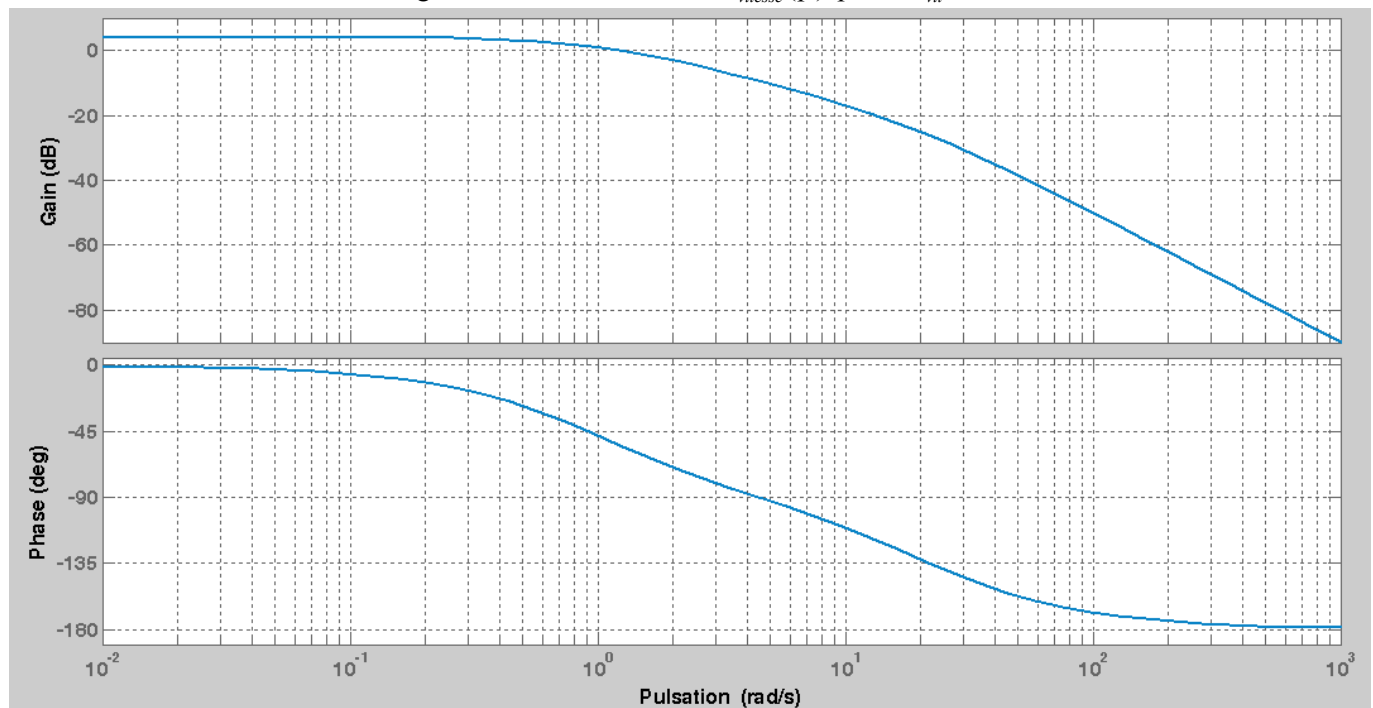
$$FTBO_{vitesse}(p) = \frac{K_{ac} \cdot K_{revit} \cdot K_{vit}}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}.$$

Q28. On désire tracer le diagramme de Bode de $FTBO_{vitesse}(p)$ pour $K_{vit} = 1$, c'est-à-dire pour la fonction de transfert $K_{revit} \cdot T_{actionneur}(p)$.

On a donc $G_{FTBO_{vitesse}} = G_{T_{actionneur}} + 20\log(K_{revit})$ et $\varphi_{FTBO_{vitesse}} = \varphi_{T_{actionneur}}$ car $\text{Arg}(K_{revit}) = 0$.

Les diagrammes de phases de $FTBO_{vitesse}(p)$ et $T_{actionneur}(p)$ sont identiques. Le diagramme de gain de $FTBO_{vitesse}(p)$ s'obtient à partir de celui de $T_{actionneur}(p)$ en faisant une translation verticale de $20\log(K_{revit}) = -35,9 \text{ dB}$.

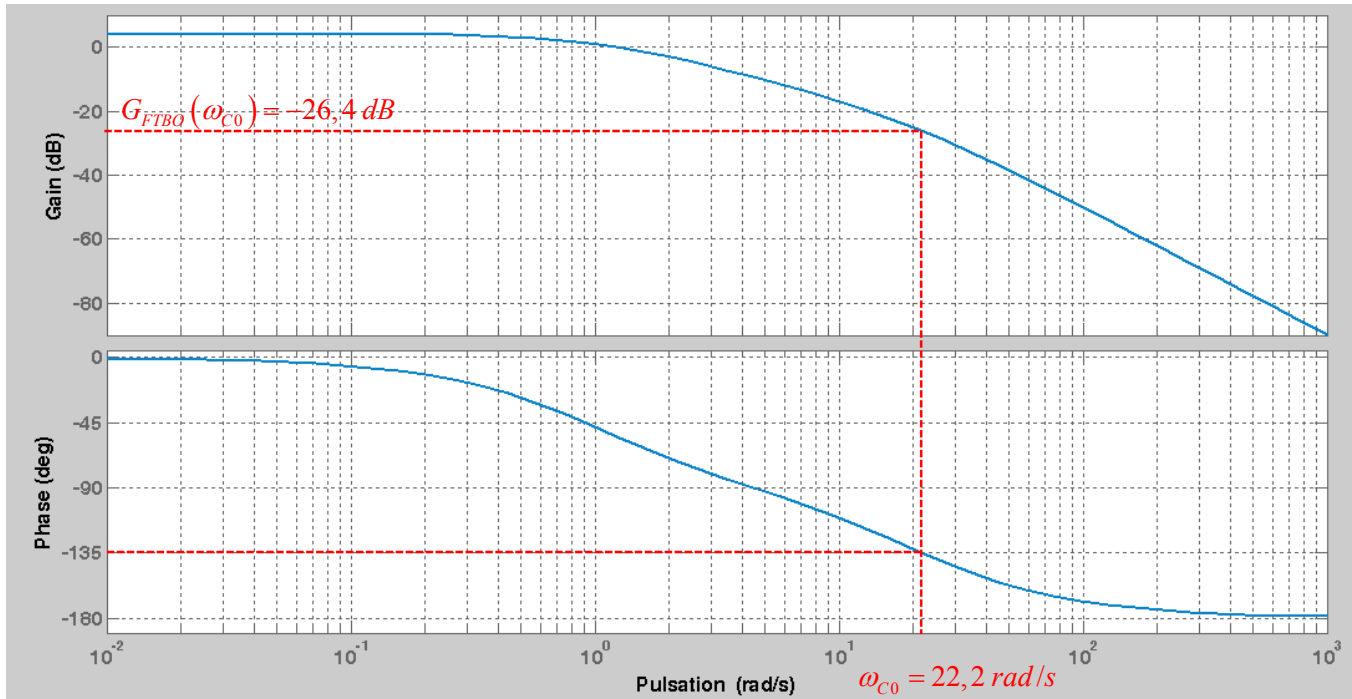
Diagramme de Bode de $FTBO_{vitesse}(p)$ pour $K_{vit} = 1$



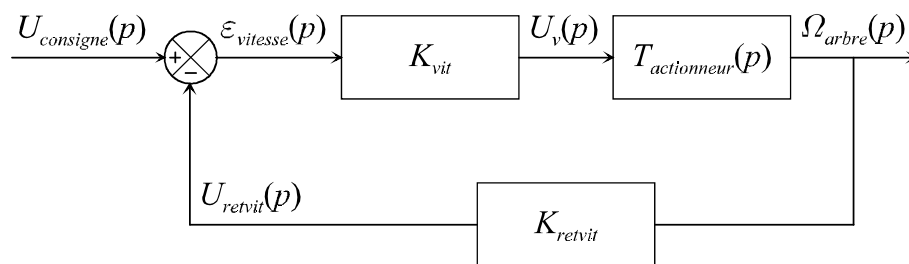
Q29. La marge de phase est définie par $M\varphi = \varphi_{FTBO}(\omega_{C0}) - (-\pi)$ avec $G_{FTBO}(\omega_{C0}) = 0$. Pour avoir une marge de phase de 45° , il faut que pour la pulsation pour laquelle la phase vaut -135° , le gain total soit de 0 dB .

Il faut remonter la courbe de gain de $26,4 \text{ dB} \Rightarrow 20\log(K_{vit}) = 26,4$ (voir figure page suivante).

A.N. $20\log(K_{vit}) = 26,4 \Leftrightarrow \log(K_{vit}) = \frac{26,4}{20} \Leftrightarrow K_{vit} = 10^{1,32} \Leftrightarrow K_{vit} = 20,9$.



Q30. On applique la formule de Black-Nicholls :



$$FTBF_{vitesse}(p) = \frac{\Omega_{arbre}(p)}{U_{consigne}(p)} = \frac{K_{vit} \cdot T_{actionneur}(p)}{1 + K_{vit} \cdot T_{actionneur}(p) \cdot K_{retvit}} = \frac{\frac{K_{ac} \cdot K_{vit}}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}}{1 + \frac{K_{ac} \cdot K_{retvit} \cdot K_{vit}}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}} = \frac{K_{ac} \cdot K_{vit}}{K_{ac} \cdot K_{retvit} \cdot K_{vit} + \left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}$$

$$FTBF_{vitesse}(p) = \frac{K_{ac} \cdot K_{vit}}{1 + K_{ac} \cdot K_{retvit} \cdot K_{vit} + \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 \omega_2}\right)p + \frac{p^2}{\omega_1 \omega_2}}$$

$$FTBF_{vitesse}(p) = \frac{K_{ac} \cdot K_{vit}}{(1 + K_{ac} \cdot K_{retvit} \cdot K_{vit}) \left[1 + \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{(1 + K_{ac} \cdot K_{retvit} \cdot K_{vit}) \omega_1 \omega_2} \right) p + \frac{p^2}{(1 + K_{ac} \cdot K_{retvit} \cdot K_{vit}) \omega_1 \omega_2} \right]}$$

On trouve bien $FTBF_{vitesse}(p) = \frac{A}{\left[1 + 2m \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right]}$ avec $A = \frac{K_{ac} \cdot K_{vit}}{(1 + K_{ac} \cdot K_{retvit} \cdot K_{vit})}$

$$\omega_0 = \sqrt{(1 + K_{ac} \cdot K_{retvit} \cdot K_{vit}) \omega_1 \omega_2}$$

$$\frac{2m}{\omega_0} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{(1 + K_{ac} \cdot K_{retvit} \cdot K_{vit}) \omega_1 \omega_2} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \frac{\omega_1 + \omega_2}{\sqrt{(1 + K_{ac} \cdot K_{retvit} \cdot K_{vit}) \omega_1 \omega_2}}$$

Q31. Pour optimiser le temps de réponse à 5%, il faut le rendre minimal. Il faut donc choisir $m = 0,69$ d'après l'abaque du temps de réponse réduit à 5%.

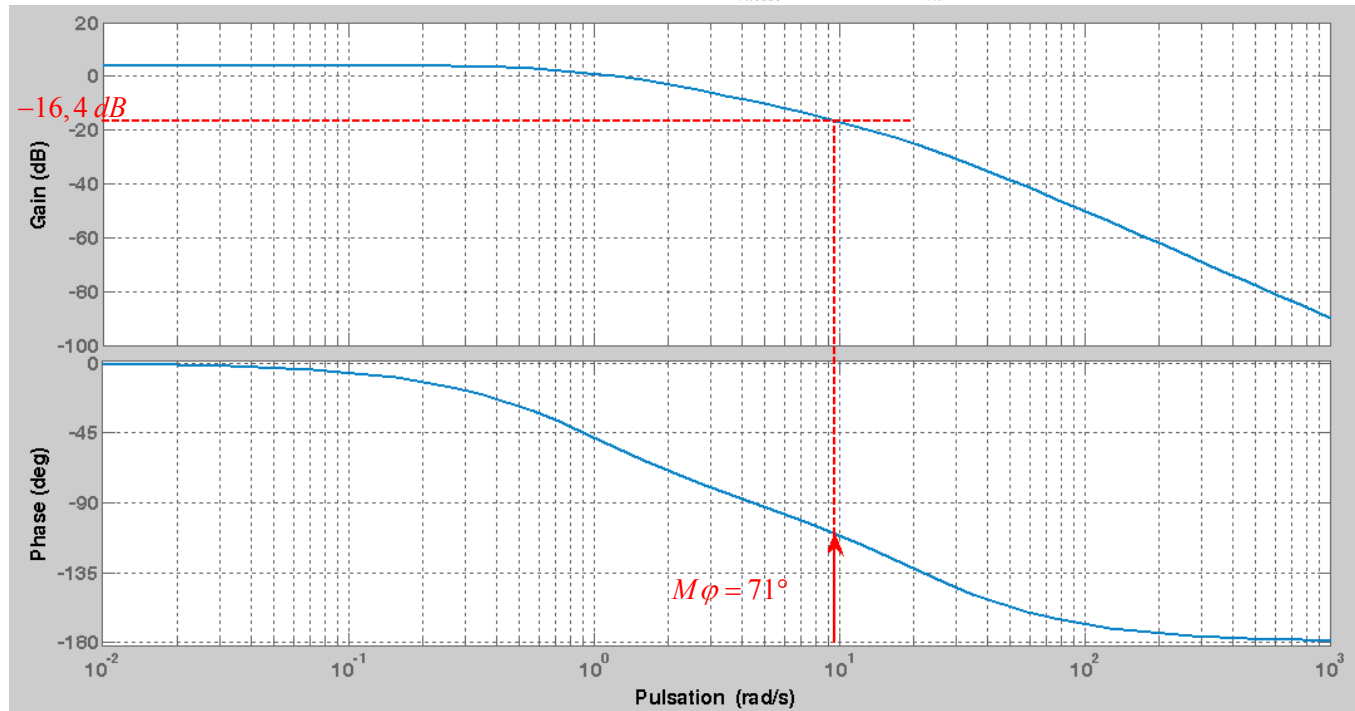
$$\text{On obtient donc l'égalité } \frac{1}{2} \frac{\omega_1 + \omega_2}{\sqrt{(1 + K_{ac} \cdot K_{revit} \cdot K_{opt}) \omega_1 \omega_2}} = m \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(1 + K_{ac} \cdot K_{revit} \cdot K_{opt}) \omega_1 \omega_2}}{(\omega_1 + \omega_2)} = \frac{1}{2m}$$

$$\frac{\sqrt{(1 + K_{ac} \cdot K_{revit} \cdot K_{opt}) \omega_1 \omega_2}}{(\omega_1 + \omega_2)} = \frac{1}{2m} \Leftrightarrow 1 + K_{ac} \cdot K_{revit} \cdot K_{opt} = \frac{(\omega_1 + \omega_2)^2}{4m^2 \omega_1 \omega_2} \Leftrightarrow K_{opt} = \frac{1}{K_{ac} \cdot K_{revit}} \left[\frac{(\omega_1 + \omega_2)^2}{4m^2 \omega_1 \omega_2} - 1 \right]$$

$$\text{A.N. } K_{opt} = \frac{1}{100 \times 0,016} \left[\frac{(1+20)^2}{4 \times 0,69^2 \times 20} - 1 \right] \Leftrightarrow K_{opt} = 6,61$$

Q32. Pour la valeur de K_{opt} , le diagramme de gain est obtenu en décalant celui de $FTBO_{vitesse}(p)$ de $20 \log(K_{opt}) = +16,4 \text{ dB}$. Pour déterminer la marge de phase pour la valeur K_{opt} , on cherche la pulsation ω_{C1} pour laquelle $G_{FTBO_{vitesse}}(\omega_{C1}) = -16,4 \text{ dB}$. On reporte cette pulsation sur le diagramme de phase pour connaître la phase correspondante et on détermine la marge de phase en faisant la différence par rapport à -180° .

Diagramme de Bode de $FTBO_{vitesse}(p)$ pour $K_{vit} = 1$



On trouve une marge de phase d'environ 71° .

Q33. L'exigence "13.1.2.5.3" de stabilité est bien respectée puisque la marge de phase doit être au minimum égale à 45° .

Partie 4.2 - Étude de la boucle de position

Q34. La relation liant la vitesse angulaire à la position angulaire dans le domaine temporel est : $\omega_{arbre} = \frac{d\theta_{arbre}}{dt}$.

On applique la transformée de Laplace à cette équation en supposant nulles les conditions initiales :

$\Omega_{arbre}(p) = p\Theta_{arbre}(p)$ (dériver dans le domaine temporel revient à multiplier par p dans le domaine de Laplace).

$$T_i(p) = \frac{1}{p} = \frac{\Theta_{arbre}(p)}{\Omega_{arbre}(p)}$$

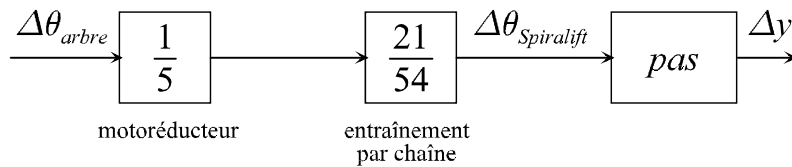
Q35. La fonction de transfert $FTBO_{posarbre}(p)$ est de classe 1 (présence d'un intégrateur dans la chaîne directe).

L'erreur de position angulaire suite à un échelon sera nulle.

Q36. L'exigence "13.1.2.5.5" est bien respectée (erreur de position nulle).

Partie 4.3 - Vérification de la conformité de la résolution du capteur d'altitude

Q37. La transmission reliant l'arbre moteur au déplacement vertical peut être représenté par le schéma-bloc suivant :



On a $\Delta y = \frac{pas}{2\pi} \frac{1}{5} \frac{21}{54} \cdot \Delta\theta_{arbre}$ (quand la couronne du Spiralift a tourné d'un angle de 2π , le déplacement vertical est le pas).

Le codeur incrémental est placé sur l'arbre moteur et délivre 32 impulsions par tour. L'écart angulaire $\Delta\theta_{arbre}$ correspondant à une impulsion est donc $\Delta\theta_{arbre} = \frac{2\pi}{32}$ radians. L'écart d'altitude correspondant est donné par

$$\Delta y = \frac{pas}{2\pi} \frac{1}{5} \frac{21}{54} \cdot \Delta\theta_{arbre}.$$

$$\text{A.N. } \Delta y = \frac{1}{5} \frac{21}{54} \frac{52,9}{32} \Leftrightarrow \boxed{\Delta y = 0,13 \text{ mm}}$$

Autre méthode : pour un tour de la couronne du Spiralift, le déplacement vertical est le pas . Le codeur incrémental est placé sur l'arbre moteur et délivre 32 impulsions par tour. Soit r_{global} le rapport de transmission global entre la couronne du Spiralift et l'arbre moteur alors

$$\boxed{\Delta y = \frac{pas}{32 r_{global}}}$$

L'exigence "mesure de position" est bien vérifiée : $0,13 \text{ mm} < 2 \text{ mm}$.

Q38. On a vu à la question Q37 qu'une impulsion correspondait à un déplacement linéaire de $0,1286 \text{ mm}$.

On transcrit le nombre $0x184E$ en base décimale.

$$0x184E = 1 \times 16^3 + 8 \times 16^2 + 4 \times 16^1 + 14 \times 16^0 = 4096 + 8 \times 256 + 64 + 14 = 6222$$

$0x184E$ correspond à 6222 impulsions, soit un déplacement de $6222 \times 0,1286 = 800 \text{ mm}$.

L'altitude du plancher de la zone de stockage est de 80 cm par rapport à la position basse de l'ascenseur d'orchestre.

Q39. Pour avoir le nombre N_{max} codant la position maximale, il suffit de diviser la course totale CT par le déplacement correspondant à une impulsion Δy .

$$N_{max} = \frac{CT}{\Delta y} = \frac{5600}{0,1286} = 43545$$

Pour coder N_{max} en binaire, on exprime N_{max} en fonction des puissances de 2.

$$43545 = 32768 + 10777 = 32768 + 8192 + 2585 = 32768 + 8192 + 2048 + 537 = 32768 + 8192 + 2048 + 512 + 25$$

$$43545 = 32768 + 8192 + 2048 + 512 + 16 + 8 + 1 = 2^{15} + 2^{13} + 2^{11} + 2^9 + 2^4 + 2^3 + 2^0$$

$$43545 = (1010101000011001)_2.$$

Autre méthode : on aurait aussi pu faire la division euclidienne par 2.

Pour passer du binaire à l'hexadécimal, on fait des paquets de 4 en partant de la droite que l'on transcrit en hexadécimal car $16 = 2^4$.

$$(1010101000011001)_2 = \underbrace{1010}_{10} \underbrace{1010}_{10} \underbrace{0001}_1 \underbrace{1001}_9 = 0xA419$$

Il faut donc 16 bits pour coder l'altitude, soit 2 octets. Ce résultat est bien conforme à l'exigence "codage"

Q40. Les exigences satisfaites au niveau de l'asservissement sont les suivantes :

- la marge de phase doit être supérieure à 45° ;
- le temps de réponse à 5% doit être optimisé ;
- l'erreur de position suite à un échelon de consigne doit être nulle ;
- la mesure de la hauteur d'une plate-forme doit pouvoir détecter un déplacement de $0,2 \text{ mm}$;
- la valeur représentative de l'altitude doit être codée sur 2 octets.

Partie 5 - Estimation du temps de transformation d'une salle

Q41. Le déplacement d'une colonne se faisant à vitesse constante, le temps $t_{\text{hauteur sécu}}$ pour élever une plate-forme

de $d_{\text{secur}} = 1,8 \text{ m}$ est donné par : $t_{\text{hauteur sécu}} = \frac{d_{\text{secur}}}{v_{\text{élévation}}}$.

A.N. $t_{\text{hauteur sécu}} = \frac{1,8}{1,5} \Leftrightarrow t_{\text{hauteur sécu}} = 1,2 \text{ min}$.

Q42. Pour chaque rangée, le temps de retournement est donné $t_{\text{retournement rangée}} = t_{\text{hauteur sécu}} + t_r + t_{\text{hauteur sécu}}$ (monter la plate-forme, pivoter les sièges et redescendre la plate-forme).

Soit t_h le temps nécessaire pour déplacer une rangée à une hauteur $h = 170 \text{ mm}$ $t_h = \frac{h}{v_{\text{élévation}}}$.

Le temps nécessaire pour positionner la rangée n à une hauteur $h_n = nh$ est $t_{nh} = nt_h$. Le temps nécessaire pour positionner les 26 rangées est donc : $t_{\text{positionner rangées}} = t_h + 2t_h + 3t_h + \dots + 25t_h + 26t_h$.

$$t_{\text{positionner rangées}} = t_h (1 + 2 + 3 + \dots + 25 + 26) = \frac{26 \times 27}{2} t_h = 351 t_h$$

Finalement $t_{\text{stratégie 1}} = 26 t_{\text{retournement rangée}} + t_{\text{positionner rangées}} \Leftrightarrow t_{\text{stratégie 1}} = 26(2t_{\text{hauteur sécu}} + t_r) + 351 t_h$.

A.N. $t_{\text{stratégie 1}} = 26(2 \times 1,2 + 0,2) + 351 \times \frac{0,17}{1,5} \Leftrightarrow t_{\text{stratégie 1}} = 107,4 \text{ min}$

L'exigence concernant le temps de transformation n'est pas respectée.

Q43. Un seul mouvement étant fait à chaque instant, le pic de puissance consommée est égal à $P_v = 11 \text{ kW}$. L'exigence concernant le pic de puissance est respectée.

Q44. Q45. Pour améliorer le temps de transformation il faut faire plusieurs mouvements en même temps. La puissance pour déplacer une rangée étant de 11 kW , on peut en déplacer simultanément 9 tout en respectant l'exigence de la puissance consommée.

Une stratégie possible est la suivante :

#(Retournement des rangées en même temps)

Monter les plates-formes 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25 à la hauteur de sécurité

Faire pivoter les sièges des rangées 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25 afin de les mettre en place

Redescendre les plates-formes 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25 au niveau de référence

Monter les plates-formes 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 à la hauteur de sécurité

Faire pivoter les sièges des rangées 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 afin de les mettre en place

Redescendre les plates-formes 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 au niveau de référence

Monter les plates-formes 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 à la hauteur de sécurité

Faire pivoter les sièges des rangées 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 afin de les mettre en place

Redescendre les plates-formes 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 au niveau de référence

#(Mise en place de chaque rangées)

Positionner les plates-formes 1, 2, 3, 4, 5, 6, au niveau h

Positionner les plates-formes 7, 8, 9, 10, 11, 12 au niveau $7h$

Positionner les plates-formes 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 au niveau 13h
 Positionner les plates-formes 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 au niveau 20h

Rangées en position : 1, 7, 13 et 20

Déplacer de +h les plates-formes 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11
 Déplacer de +h les plates-formes 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21 et 22
 Déplacer de +h les plates-formes 23, 24, 25 et 26

Rangées en position : 1, 2, 7, 8, 13, 14, 20 et 21

Déplacer de +h les plates-formes 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 15
 Déplacer de +h les plates-formes 15, 16, 17, 18, 19, 22, 23, 24 et 25
 Déplacer de +h la plate-forme 26

Rangées en position : 1, 2, 3, 7, 8, 9, 13, 14, 15, 20, 21 et 22

Déplacer de +h les plates-formes 4, 5, 6, 10, 11, 12, 16, 17, 18
 Déplacer de +h les plates-formes 23, 24, 25 et 26

Rangées en position : 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 15, 16, 20, 21, 22 et 23

Déplacer de +h les plates-formes 5, 6, 11, 12, 17, 18, 19, 24
 Déplacer de +h les plates-formes 25 et 26

Rangées en position : 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21, 22, 23 et 24

Déplacer de +h les plates-formes 6, 12, 18, 19, 25 et 26

Rangées en position : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 24 et 25

Déplacer de +h les plates-formes 19 et 26

Le temps nécessaire pour mettre toutes les rangées en place est donc $t_{rang2} = (1 + 7 + 13 + 20 + 3 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1)t_h$

Pour cette stratégie, le temps de transformation est : $t_{stratégie\ 2} = 3(2t_{hauteur\ sécu} + t_r) + 53t_h$

$$A.N\ t_{stratégie\ 2} = 3(2 \times 1,2 + 0,2) + 53 \times \frac{0,17}{1,5} \Leftrightarrow t_{stratégie\ 2} = 13,8\ min$$

Cette stratégie permet de satisfaire simultanément les deux exigences (temps de transformation et pic de puissance).

Partie 6 - Synthèse globale de l'étude

Q46.

	Asservissement de l'altitude "Id=13.1.2.5.2"	Puissance Consommée "Id=13.1.4"	Déformations "Id=13.1.2.3.1.2"	Normes de sécurité "Id=13.1.3"
Partie 1 : stabilité des plates-formes			oui	
Partie 2 : choix de la motorisation		oui		
Partie 3 : validation du nombre de Spiralifts ND9				oui
Partie 4 : réglage des performances de l'asservissement	oui			
Partie 5 : validation du temps de transformation		oui		