Proyecto 4 - Otro Símplex Más

multiple

Curso: Investigación de Operaciones
Semestre: 2025-I

Esteban Secaida - Fabian Bustos

Fecha: 24 de noviembre de 2025

Planteamiento del Problema

Maximizar

$$Z = 1{,}000x1 + 1{,}000x2$$

Sujeto a:

$$1{,}000x1 + 1{,}000x2 \leq 1{,}0001{,}000x1 + 1{,}000x2 \leq 1{,}000x_i \geq 0 \text{ para todo } i.$$

Descripción del Método Símplex

El algoritmo Símplex, propuesto por George Dantzig en 1947, es un procedimiento iterativo que explora los vértices del poliedro factible para encontrar la solución *óptima* de un problema lineal. En cada iteración se determina una variable que entra a la base y otra que sale, hasta que no existen mejoras posibles en la función objetivo.

Tablas del Método Símplex

Cuadro 1: Tabla inicial.

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	b
Z	-1.000000	-1.000000	0.000000	0.000000	0.000000
R_1	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	1.000000
R_2	1.000000	1.000000	0.000000	1.000000	1.000000

Cuadro 2: Iteración 1: entra la columna x_1 y sale la fila R_1.

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	b
Z	-1.000000	-1.000000	0.000000	0.000000	0.000000
R_1	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	1.000000
R_2	1.000000	1.000000	0.000000	1.000000	1.000000

Fracciones $b_i/a_{i,j}$ para la columna x_1:
$R_1 = 1{,}000000$ **(mínima)**, $R_2 = 1{,}000000$.

Cuadro 3: Tabla final.

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	b
Z	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000
R_1	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	1.000000
R_2	0.000000	0.000000	-1.000000	1.000000	0.000000

Resultados y Casos Especiales

Estado del problema: **Óptimo (múltiples soluciones)**.
Valor *óptimo*: $Z^* = 1{,}000000$.

Solución *óptima*:

$$x1 = 1{,}000000,\ x2 = 0{,}000000.$$

El problema presenta **múltiples soluciones *óptimas***. Se puede obtener una familia de soluciones a lo largo de la recta de *óptimos*.

Múltiples soluciones

Se detectó una variable no básica con costo reducido cero: x_2. Esto implica la existencia de un conjunto infinito de óptimos.

Una parametrización de la arista óptima es:

$$x_2 = t, \quad x_{B_i} = b_i - a_{i,2}\,t, \quad 0 \leq t \leq 1{,}000000$$

donde $0 \leq t \leq \theta$ proviene del análisis de fracciones válidas.

Puntos adicionales sobre la arista óptima. Punto 1: $t = 0{,}250000 \Rightarrow x_1 = 0{,}750000, x_2 = 0{,}250000$.
Punto 2: $t = 0{,}500000 \Rightarrow x_1 = 0{,}500000, x_2 = 0{,}500000$.
Punto 3: $t = 0{,}750000 \Rightarrow x_1 = 0{,}250000, x_2 = 0{,}750000$.

Cuadro 4: Tabla final.

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	b
Z	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000
R_1	1.000000	1.000000	1.000000	0.000000	1.000000
R_2	0.000000	0.000000	-1.000000	1.000000	0.000000

Tabla final alterna. Solución alterna básica: $x_1 = 0{,}000000, x_2 = 1{,}000000$; Z = 1.000000.