

Proyecto 4 - Otro Símplex Más

problema2

Curso: Investigación de Operaciones
Semestre: 2025-I

Esteban Secaida - Fabian Bustos

Fecha: 24 de noviembre de 2025

Planteamiento del Problema

Maximizar

$$Z = -3,000x_1 + 6,000x_2$$

Sujeto a:

$$5,000x_1 + 7,000x_2 \leq 35,000 - 1,000x_1 + 2,000x_2 \leq 2,000x_i \geq 0 \text{ para todo } i.$$

Descripción del Método Simplex

El método Simplex, desarrollado por George Dantzig en 1947, es un algoritmo iterativo para resolver problemas de programación lineal en forma estándar. Su fundamento teórico radica en que, si el conjunto factible es un poliedro convexo y la función objetivo es lineal, entonces la solución *óptima* se alcanza necesariamente en uno de los vértices del poliedro.

El algoritmo parte de una solución básica factible inicial, representada por una base de variables. En cada iteración, el Simplex calcula los costos reducidos o indicadores de mejora para determinar qué variable no básica debe entrar a la base (variable entrante). Simultáneamente, se aplica la prueba de razón mínima para identificar la variable que debe abandonar la base (variable saliente), garantizando la factibilidad de la solución.

Tras actualizar la base y la tabla correspondiente, el proceso se repite hasta que todos los costos reducidos indican que no existen mejoras posibles en la función objetivo; en ese punto, la solución básica actual es **óptima**. En caso de que no exista variable saliente, el problema es no acotado. Si ninguna solución factible puede construirse desde el inicio, se declara el problema como infactible.

El método Simplex es eficiente en la práctica debido a que explora sólo una pequeña fracción de los vértices del poliedro factible, y constituye uno de los algoritmos más influyentes en optimización matemática y operaciones.

Tablas del Método Simplex

Cuadro 1: Tabla inicial.

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	b
Z	3.000000	-6.000000	0.000000	0.000000	0.000000
R_1	5.000000	7.000000	1.000000	0.000000	35.000000
R_2	-1.000000	2.000000	0.000000	1.000000	2.000000

Cuadro 2: Iteración 1: entra la columna x_2 y sale la fila R_2 .

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	b
Z	3.000000	-6.000000	0.000000	0.000000	0.000000
R_1	5.000000	7.000000	1.000000	0.000000	35.000000
R_2	-1.000000	2.000000	0.000000	1.000000	2.000000

Fracciones $b_i/a_{i,j}$ para la columna x_2 :
 $R_1 = 5,000000$, $R_2 = 1,000000$ (**mínima**).

Cuadro 3: Tabla final.					
Base	x_1	x_2	y_1	y_2	b
Z	0.000000	0.000000	0.000000	3.000000	6.000000
R_1	8.500000	0.000000	1.000000	-3.500000	28.000000
R_2	-0.500000	1.000000	0.000000	0.500000	1.000000

Resultados y Casos Especiales

Estado del problema: **Óptimo (múltiples soluciones)**.

Valor *óptimo*: $Z^* = 6,000000$.

Solución *óptima*:

$$x_1 = 0,000000, \quad x_2 = 1,000000.$$

El problema presenta **múltiples soluciones óptimas**. Se puede obtener una familia de soluciones a lo largo de la recta de *óptimos*.

Múltiples soluciones

Se detectó una variable no básica con costo reducido cero: x_1 . Esto implica la existencia de un conjunto infinito de óptimos.

Una parametrización de la arista óptima es:

$$x_1 = t, \quad x_{B_i} = b_i - a_{i,1} t, \quad 0 \leq t \leq 3,294118$$

donde $0 \leq t \leq \theta$ proviene del análisis de fracciones válidas.

Puntos adicionales sobre la arista óptima. Punto 1: $t = 0,823529 \Rightarrow x_1 = 0,823529, x_2 = 1,411765$.

Punto 2: $t = 1,647059 \Rightarrow x_1 = 1,647059, x_2 = 1,823529$.

Punto 3: $t = 2,470588 \Rightarrow x_1 = 2,470588, x_2 = 2,235294$.

Cuadro 4: Tabla final.					
Base	x_1	x_2	y_1	y_2	b
Z	0.000000	0.000000	0.000000	3.000000	6.000000
R_1	1.000000	0.000000	0.117647	-0.411765	3.294118
R_2	0.000000	1.000000	0.058824	0.294118	2.647059

Tabla final alterna. Solución alterna básica: $x_1 = 3,294118, x_2 = 2,647059; \quad Z = 6.000000$.