Proyecto 4 - Otro Símplex Más

problema4

Curso: Investigación de Operaciones
Semestre: 2025-I

Esteban Secaida - Fabian Bustos

Fecha: 24 de noviembre de 2025

Planteamiento del Problema

Maximizar

$$Z = 5{,}000x_1 + 3{,}000x_2$$

Sujeto a:

$4{,}000x_1 + 2{,}000x_2 \leq 12{,}0004{,}000x_1 + 1{,}000x_2 \leq 10{,}0001{,}000x_1 + 1{,}000x_2 \leq 4{,}000x_i \geq 0$ para todo i.

Descripción del Método Símplex

El método Símplex, desarrollado por George Dantzig en 1947, es un algoritmo iterativo para resolver problemas de programación lineal en forma estándar. Su fundamento teórico radica en que, si el conjunto factible es un poliedro convexo y la función objetivo es lineal, entonces la solución *óptima* se alcanza necesariamente en uno de los vértices del poliedro.

El algoritmo parte de una solución básica factible inicial, representada por una base de variables. En cada iteración, el Símplex calcula los costos reducidos o indicadores de mejora para determinar qué variable no básica debe entrar a la base (variable entrante). Simultáneamente, se aplica la prueba de razón mínima para identificar la variable que debe abandonar la base (variable saliente), garantizando la factibilidad de la solución.

Tras actualizar la base y la tabla correspondiente, el proceso se repite hasta que todos los costos reducidos indican que no existen mejoras posibles en la función objetivo; en ese punto, la solución básica actual es **óptima**. En caso de que no exista variable saliente, el problema es no acotado. Si ninguna solución factible puede construirse desde el inicio, se declara el problema como infactible.

El método Símplex es eficiente en la práctica debido a que explora sólo una pequeña fracción de los vértices del poliedro factible, y constituye uno de los algoritmos más influyentes en optimización matemática y operaciones.

Tablas del Método Símplex

Cuadro 1: Tabla inicial.

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	b
Z	-5.000000	-3.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
R_1	4.000000	2.000000	1.000000	0.000000	0.000000	12.000000
R_2	4.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	10.000000
R_3	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000	1.000000	4.000000

Resultados y Casos Especiales

Estado del problema: **Óptimo**.
Valor *óptimo*: $Z^* = 16{,}000000$.

Solución *óptima*:

$$x_1 = 2{,}000000,\ x_2 = 2{,}000000.$$

Cuadro 2: Iteración 1: entra la columna x_1 y sale la fila R_2.

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	b
Z	-5.000000	-3.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
R_1	4.000000	2.000000	1.000000	0.000000	0.000000	12.000000
R_2	4.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	10.000000
R_3	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000	1.000000	4.000000

Fracciones $b_i/a_{i,j}$ para la columna x_1:
$R_1 = 3{,}000000$, $R_2 = 2{,}500000$ **(mínima)**, $R_3 = 4{,}000000$.

Cuadro 3: Iteración 2: entra la columna x_2 y sale la fila R_1.

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	b
Z	0.000000	-1.750000	0.000000	1.250000	0.000000	12.500000
R_1	0.000000	1.000000	1.000000	-1.000000	0.000000	2.000000
R_2	1.000000	0.250000	0.000000	0.250000	0.000000	2.500000
R_3	0.000000	0.750000	0.000000	-0.250000	1.000000	1.500000

Fracciones $b_i/a_{i,j}$ para la columna x_2:
$R_1 = 2{,}000000$ **(mínima)**, $R_2 = 10{,}000000$, $R_3 = 2{,}000000$.

Nota: Se detectó degeneración (al menos un ratio mínimo fue 0). Se aplicó la regla de Bland para evitar ciclos.

Cuadro 4: Iteración 3: entra la columna y_2 y sale la fila R_3.

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	b
Z	0.000000	0.000000	1.750000	-0.500000	0.000000	16.000000
R_1	0.000000	1.000000	1.000000	-1.000000	0.000000	2.000000
R_2	1.000000	0.000000	-0.250000	0.500000	0.000000	2.000000
R_3	0.000000	0.000000	-0.750000	0.500000	1.000000	0.000000

Fracciones $b_i/a_{i,j}$ para la columna y_2:
$R_2 = 4{,}000000$, $R_3 = 0{,}000000$ **(mínima)**.

Cuadro 5: Tabla final.

Base	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	b
Z	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	16.000000
R_1	0.000000	1.000000	-0.500000	0.000000	2.000000	2.000000
R_2	1.000000	0.000000	0.500000	0.000000	-1.000000	2.000000
R_3	0.000000	0.000000	-1.500000	1.000000	2.000000	0.000000