

Universidad Nacional de Córdoba
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Síntesis de Redes Activas
Trabajo Práctico N°3

Docentes:
Dr. Ing. Pablo Ferreyra
Ing. César Reale

Autores:
Matías Lucas Morales Robles
José Ignacio Torres
Esteban Samuel Suárez

Índice

1. Enunciado	2
1.1. Circuito Propuesto	2
1.1.1. VFA-VFA	2
1.1.2. VFA-CFA	3
1.1.3. VFA-CFA Compensado	3
2. Desarrollo	4
2.1. VFA-VFA	4
2.1.1. Ganancia de lazo $T(s)$	5
2.1.2. Ganancia de lazo abierto $A_v(s)$	5
2.1.3. Ganancia de lazo cerrado $A_{vf}(s)$	6
2.1.4. Simulaciones	8
2.2. VFA-CFA	9
2.2.1. Simulaciones	11
2.3. VFA-CFA Compensado	12
2.3.1. Simulaciones	16

1. Enunciado

En este trabajo se analizarán tres configuraciones de amplificadores:

- Amplificador VFA–VFA.
- Amplificador VFA–CFA.
- Amplificador VFA–CFA con red de compensación.

Para cada circuito, se llevarán a cabo análisis teóricos y simulaciones con el objetivo de comparar su comportamiento y evaluar el efecto de cada arquitectura.

1.1. Circuito Propuesto

En la siguiente figura se presenta un amplificador compuesto que deberá ser diseñado para alcanzar una ganancia global de $A_{vf} = 20\text{ dB}$, aplicando la compensación necesaria para obtener la máxima planicidad del módulo, correspondiente a un margen de fase de $M_\phi = 65^\circ$.

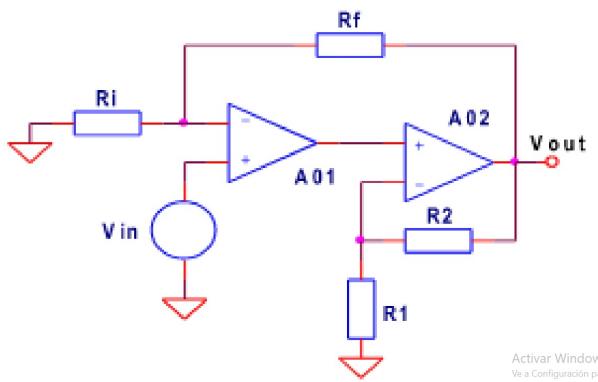


Figura 1: Circuito a analizar

1.1.1. VFA-VFA

Utilizando las tecnologías VFA + VFA. Como amplificador VFA se utilizará un LM324 de dos polos ($A_{d0} = 100[\text{dB}]$, $f_T = 1[\text{MHz}]$, $f_1 = 10[\text{Hz}]$, $f_2 = 5,06[\text{MHz}]$).

- Diseñar el amplificador compuesto VFA – VFA.
- Calcular el ancho de banda potencial, la frecuencia del polo de la función de transferencia a lazo cerrado y el ancho de banda a -3 dB.
- Medir el ancho de banda a -3 dB.
- Estimar el margen de fase obtenido en base a la respuesta al escalón del amplificador compuesto.

1.1.2. VFA-CFA

Utilizando las tecnologías VFA + CFA. Se sugiere como amplificador VFA un LM324 de dos polos ($A_{d0} = 100 \text{ dB}$, $f_T = 1 \text{ MHz}$, $f_1 = 10 \text{ Hz}$, $f_2 = 5.06 \text{ MHz}$) y como CFA un LM6181 con ($R_T = 2,37 \text{ M}\Omega$, $C_T = 4,8 \text{ pF}$), cuya transimpedancia Z_T presenta también dos polos ($f_1 = 14 \text{ kHz}$, $f_2 = 82,3 \text{ MHz}$).

- Diseñar el amplificador compuesto VFA – CFA para la máxima planicidad de módulo y que además cumpla con un ancho de banda potencial aproximado de $f_g = 2 \text{ MHz}$, teniendo en cuenta la presencia del segundo polo del VFA.
- Calcular el ancho de banda potencial, la frecuencia del polo de la función de transferencia a lazo cerrado y el ancho de banda a -3 dB .
- Medir el ancho de banda a -3 dB .
- Estimar el margen de fase obtenido en base a la respuesta al escalón del amplificador compuesto.

1.1.3. VFA-CFA Compensado

Insertar en la configuración anterior una red de compensación cero-polo (a la salida del VFA) de modo que el cero de la red cancele el segundo polo del VFA. Ubicar el polo de la red a una octava por encima de su cero. Retocar la ganancia del CFA realimentando para compensar la atenuación introducida por la red. Constatar la mejora del margen de fase mediante la respuesta al escalón.

- Calcular y medir el margen de fase, el ancho de banda potencia, la frecuencia del polo de la función de transferencia a lazo cerrado y el ancho de banda a -3 dB .
- Calcular el ancho de banda potencial, la frecuencia del polo de la función de transferencia a lazo cerrado y el ancho de banda a -3 dB .
- Medir el ancho de banda a -3 dB .
- Estimar el margen de fase obtenido en base a la respuesta al escalón del amplificador compuesto.

2. Desarrollo

2.1. VFA-VFA

El amplificador operacional de tecnología VFA LM324 presenta las siguientes características, según la hoja de datos del fabricante:

- Ganancia en continua: $A_{d0} = 100 \text{ dB}$
- Frecuencia de ganancia unitaria: $f_T = 1 \text{ MHz}$
- Primer polo dominante: $f_1 = 10 \text{ Hz}$
- Segundo polo: $f_2 = 5,06 \text{ MHz}$

Para el análisis se considerará el circuito mostrado a continuación, asumiendo que el amplificador operacional AO₂ se comporta como un dispositivo ideal. A partir de esta configuración, se procederá a determinar la ganancia de lazo $T(s)$ y la ganancia de lazo cerrado $A_{vf}(s)$. Posteriormente, se implementará la compensación necesaria para lograr la máxima planicidad del módulo de la respuesta en frecuencia.

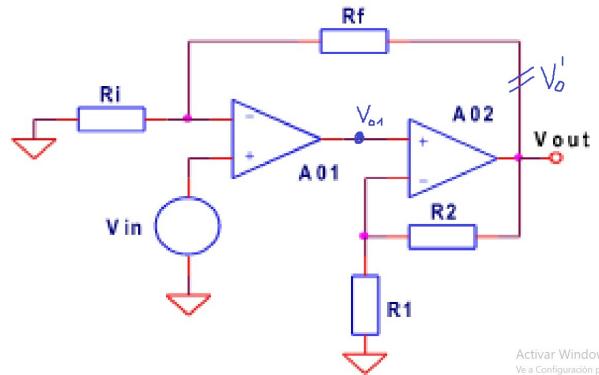


Figura 2: Amplificador Compuesto VFA-VFA

La respuesta de segundo orden del primer amplificador operacional se describe mediante la siguiente función de transferencia:

$$A_d(s) = \frac{A_{d0}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)}.$$

Dicha expresión refleja el comportamiento dinámico del dispositivo, modelado como un sistema con dos polos dominantes ubicados en las frecuencias angulares ω_1 y ω_2 .

A continuación se muestra graficada la respuesta en frecuencia del VFA LM324:

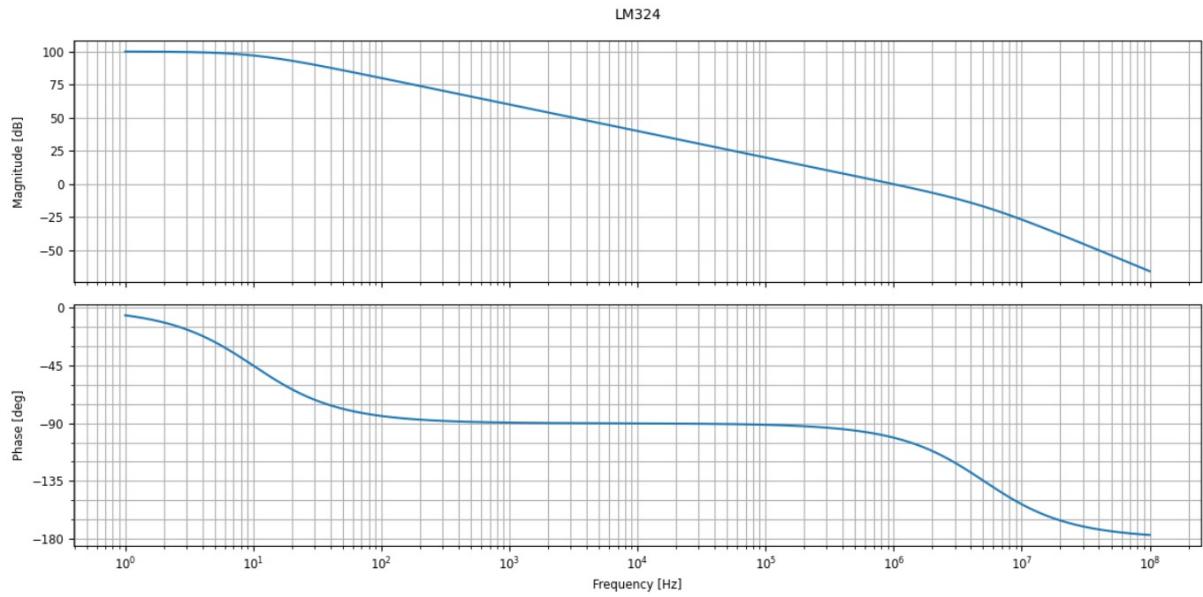


Figura 3: Respuesta en frecuencia del LM324

2.1.1. Ganancia de lazo $T(s)$

Se define de la siguiente manera:

$$T(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V'_o}$$

Entonces calculando su expresión resulta lo siguiente:

$$T(s) = \frac{R_i}{R_i + R_f} [-A_d(s)] \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$T(s) = -\frac{A_{do}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_f} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

2.1.2. Ganancia de lazo abierto $A_v(s)$

Para determinar la función de ganancia en lazo cerrado, es necesario obtener la siguiente expresión:

$$A_v(s) = \left. \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right|_{V'_o=0}$$

La ganancia puede escribirse como:

$$A_v(s) = A_d(s) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = A_d(s) k_1$$

Siendo la función de transferencia del amplificador operacional:

$$A_d(s) = \frac{A_{do}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)}$$

Por lo tanto, la expresión final de la ganancia queda:

$$A_v(s) = \frac{A_{do}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

2.1.3. Ganancia de lazo cerrado $A_{vf}(s)$

La ganancia en lazo cerrado puede definirse, según el criterio de Black, como:

$$A_{vf}(s) = \frac{A_v(s)}{1 - T(s)}$$

Si reemplazamos las expresiones correspondientes y simplificamos la función, considerando el caso en el que $A_{d0} \rightarrow \infty$, se obtiene:

$$A_{vf}(s) = \frac{A_d(s) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{1 + A_d(s) \frac{R_i}{R_i + R_f} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Entonces, bajo la hipótesis de amplificador ideal, la ganancia en lazo cerrado resulta:

$$\boxed{A_{vf} = \frac{R_i + R_f}{R_i}}$$

Se requiere obtener una ganancia en lazo cerrado de $A_{vf} = 20 \text{ dB} = 10$. De este modo, la relación entre las resistencias debe satisfacer:

$$\frac{R_f}{R_i} = 9 \quad \Rightarrow \quad R_f = 9 \text{ k}\Omega, \quad R_i = 1 \text{ k}\Omega$$

Se verifica que la ganancia en lazo cerrado prácticamente no depende de los valores de R_1 y R_2 . Estas resistencias se utilizarán como parámetros de ajuste para lograr el margen de fase deseado de $M_\phi = 65^\circ$.

Por lo tanto, la función de transferencia en lazo cerrado resulta:

$$\boxed{A_{vf}(s) = \frac{A_v(s)}{1 + 0,1 A_v(s)}}$$

Para hallar el margen de fase, y utilizando las herramientas de Bode (simplificando asintóticamente), se parte de la siguiente expresión:

$$-20 = \frac{20 - (A_{d0}|_{dB} + k_1|_{dB})}{\log(\omega_g) - \log(\omega_1)}.$$

De donde se obtiene:

$$\omega_g = 628230 \cdot (1,122)^{k_1}.$$

Si imponemos el margen de fase deseado de $M_\phi = 65^\circ$:

$$65^\circ = 180^\circ - \arctan\left(\frac{628230(1,122)^{k_1}}{\omega_1}\right) - \arctan\left(\frac{628230(1,122)^{k_1}}{\omega_2}\right),$$

De donde se despeja:

$$k_1 = 27,46 \text{ dB.}$$

Por lo tanto, en términos de veces, se obtiene $k_1 = 23,6$. Recordando que $k_1 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$, se determinan las resistencias:

$$\boxed{R_1 = 1 \text{ k}\Omega} \quad \boxed{R_2 = 22,6 \text{ k}\Omega}$$

A continuación, podemos verificar los valores calculados mediante Python, obteniéndose la siguiente respuesta:

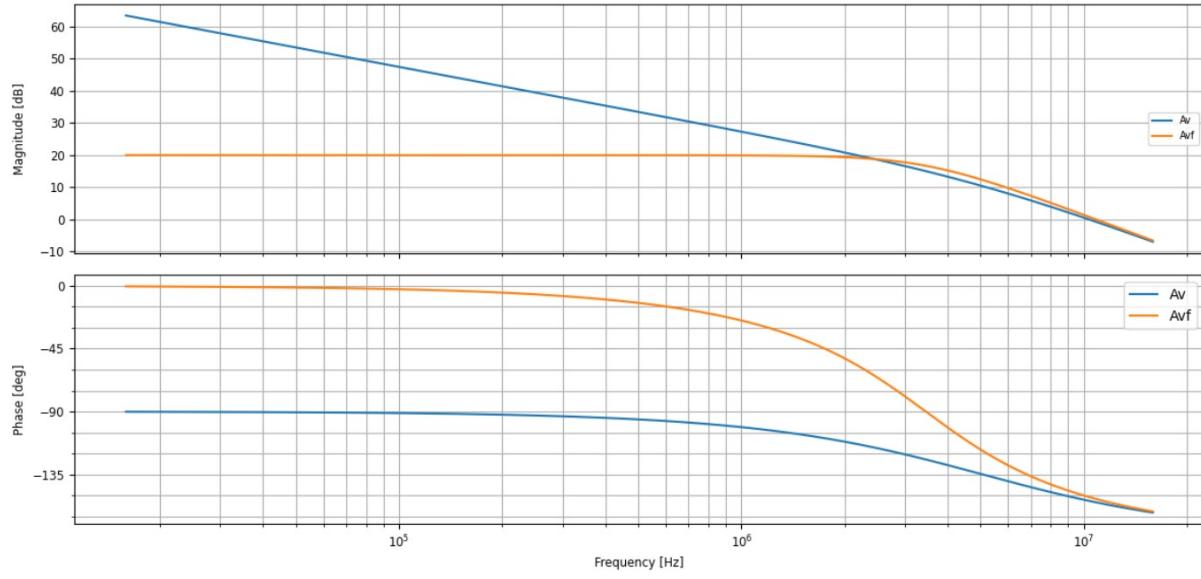


Figura 4: Respuesta en lazo cerrado

Ahora, el ancho de banda potencial puede estimarse utilizando la constante previamente determinada, de modo que:

$$\omega_g = 628230 \cdot (1,122)^{k_1}$$

A partir de esta expresión, obtenemos la siguiente frecuencia de ganancia unitaria:

$$f_g = 2,36 \text{ MHz}$$

A continuación se muestra la respuesta al escalón del sistema:

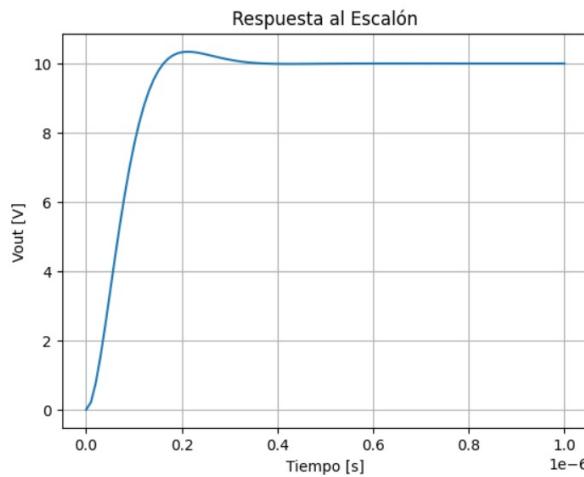


Figura 5: Respuesta al escalón

Como puede verse, el valor obtenido para el factor de amortiguamiento ζ es 0,73. Por lo tanto, calculando el margen de fase se obtiene:

$$M_\varphi = 100 \zeta = 73^\circ$$

2.1.4. Simulaciones

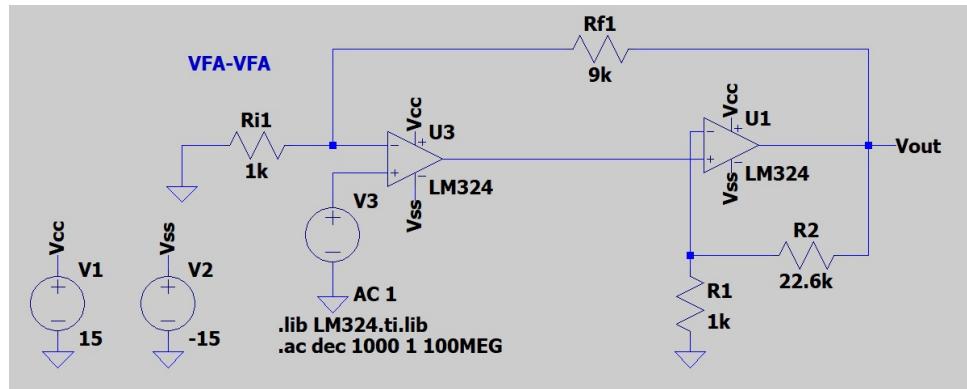


Figura 6: Esquemático VFA-VFA

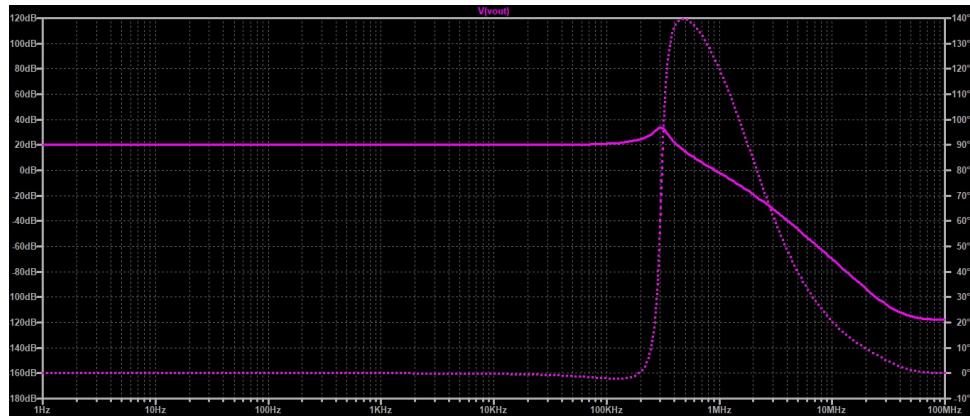


Figura 7: Diagrama de Bode VFA-VFA

La respuesta en frecuencia obtenida se explica por las limitaciones del ancho de banda de los amplificadores operacionales reales, las capacitancias parasitarias internas y las interacciones entre los componentes pasivos del circuito. Estos efectos provocan la aparición de un pico de resonancia en una banda de frecuencia determinada, resultado de la realimentación y del comportamiento dinámico del sistema.

Finalmente, la ganancia disminuye a altas frecuencias debido a la limitación impuesta por el producto ganancia-ancho de banda (GBW) de los amplificadores operacionales.

2.2. VFA-CFA

Para desarrollar esta parte, se considerará el mismo comportamiento del VFA analizado en el caso anterior. En cuanto al CFA, su polo de alta frecuencia presenta un efecto despreciable sobre la respuesta del amplificador en lazo cerrado. Bajo este criterio, el margen de fase queda determinado por la siguiente expresión:

$$M_\varphi = 180^\circ - \arctan\left(\frac{f_g}{f_{1,VFA}}\right) - \arctan\left(\frac{f_g}{f_{2,VFA}}\right) - \arctan\left(\frac{f_g}{f_{CFA}}\right)$$

Reemplazando con los valores correspondientes y considerando que se desea un ancho de banda potencial de $f_g = 2 \text{ MHz}$:

$$65,5^\circ = 180^\circ - \arctan\left(\frac{2 \text{ MHz}}{10 \text{ Hz}}\right) - \arctan\left(\frac{2 \text{ MHz}}{5,06 \text{ MHz}}\right) - \arctan\left(\frac{2 \text{ MHz}}{f_{CFA}}\right)$$

De esta relación se obtiene que la frecuencia de corte a -3 dB que deberá presentar el CFA en lazo cerrado es:

$$f_{CFA} = 39,03 \text{ MHz}$$

A partir de la frecuencia de corte obtenida, y conociendo la respuesta de un CFA no inversor en lazo cerrado, puede determinarse el valor de la resistencia R_2 mediante:

$$\omega_{CFA} = \frac{1}{C_T R_2}$$

Despejando R_2 :

$$R_2 = \frac{1}{C_T \omega_{CFA}}$$

Reemplazando los valores numéricos:

$$R_2 = \frac{1}{4,8 \text{ pF} \cdot 2\pi \cdot 39,03 \text{ MHz}} = 850 \Omega$$

$$R_2 = 850 \Omega$$

A continuación, es necesario determinar el valor de R_1 . Para ello utilizamos el producto ganancia-ancho de banda que debe cumplir el CFA:

$$A_{vf} f_g = A_{d0} f_1 A_{vf,CFA}$$

Despejando, y considerando la ganancia ideal de lazo cerrado requerida para el CFA, se obtiene:

$$A_{vf,CFA} = 20$$

Y conociendo además que la ganancia de un amplificador no inversor es:

$$A_{vf,CFA} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Por lo que la resistencia faltante será:

$$R_1 = 44,7 \Omega$$

Para obtener una ganancia total en lazo cerrado de 20 dB , se emplean las mismas resistencias en el VFA que en el caso anterior, dado que la condición de ganancia requerida no se ha modificado.

A continuación, se representa mediante Python el diagrama de Bode tanto del lazo abierto como del lazo cerrado. De esta manera, es posible verificar que el sistema cumple con las especificaciones establecidas en términos de ganancia y comportamiento en frecuencia.

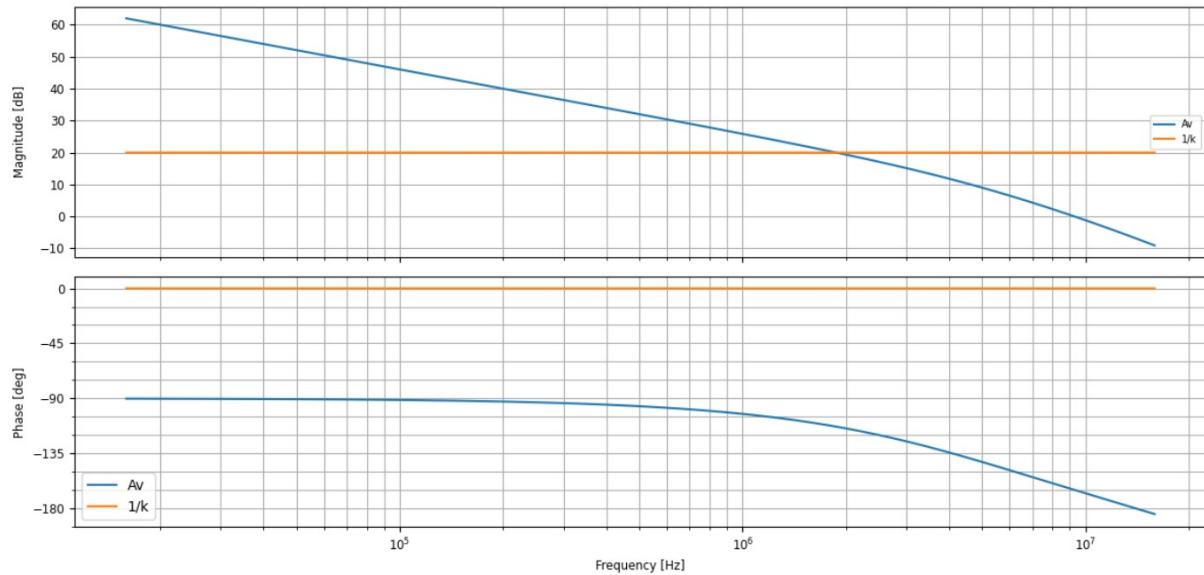


Figura 8: Lazo abierto del amplificador VFA-CFA

2.2.1. Simulaciones

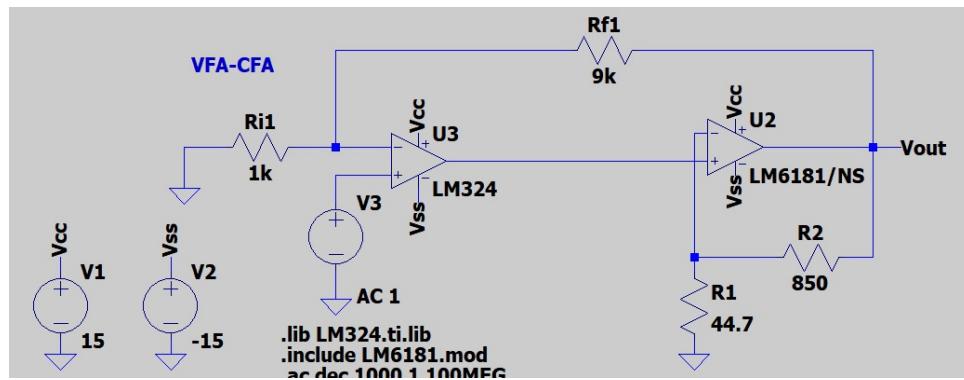


Figura 9: Esquemático VFA-CFA

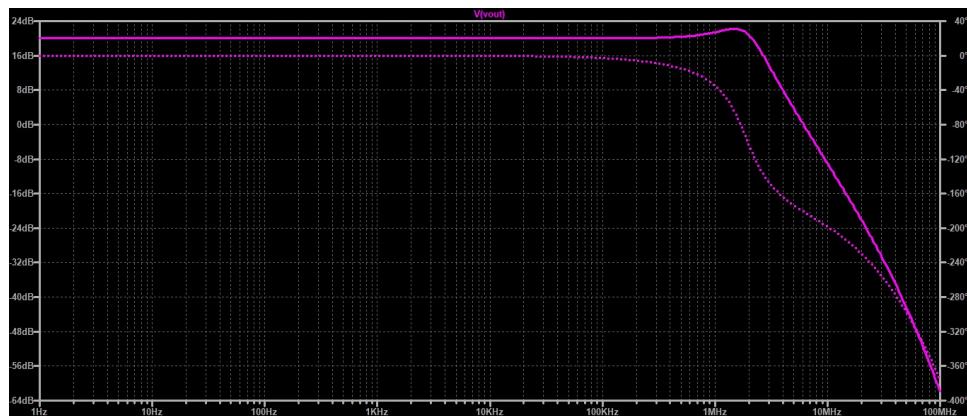


Figura 10: Diagrama de Bode VFA-CFA

La combinación de un amplificador de retroalimentación de voltaje (VFA) con uno de retroalimentación de corriente (CFA) mejora el desempeño en altas frecuencias gracias al mayor ancho de banda característico del CFA, lo que atenúa la caída de ganancia de manera más gradual.

A bajas frecuencias, la ganancia se mantiene prácticamente constante y está determinada por las resistencias del circuito. No obstante, a frecuencias muy elevadas, las limitaciones internas de ambos amplificadores, junto con las capacitancias parasitarias presentes en la implementación física, provocan una disminución final en la ganancia.

2.3. VFA-CFA Compensado

A la configuración previamente definida se le añade una *red de compensación cero-polo*, cuyo propósito es cancelar el polo de alta frecuencia del VFA, ubicado en 5,06 MHz. Esta red de compensación se sitúa en la salida del VFA, de modo tal que modifica la respuesta en lazo abierto del sistema en su totalidad, permitiendo ajustar el margen de fase sin alterar la ganancia en lazo cerrado.

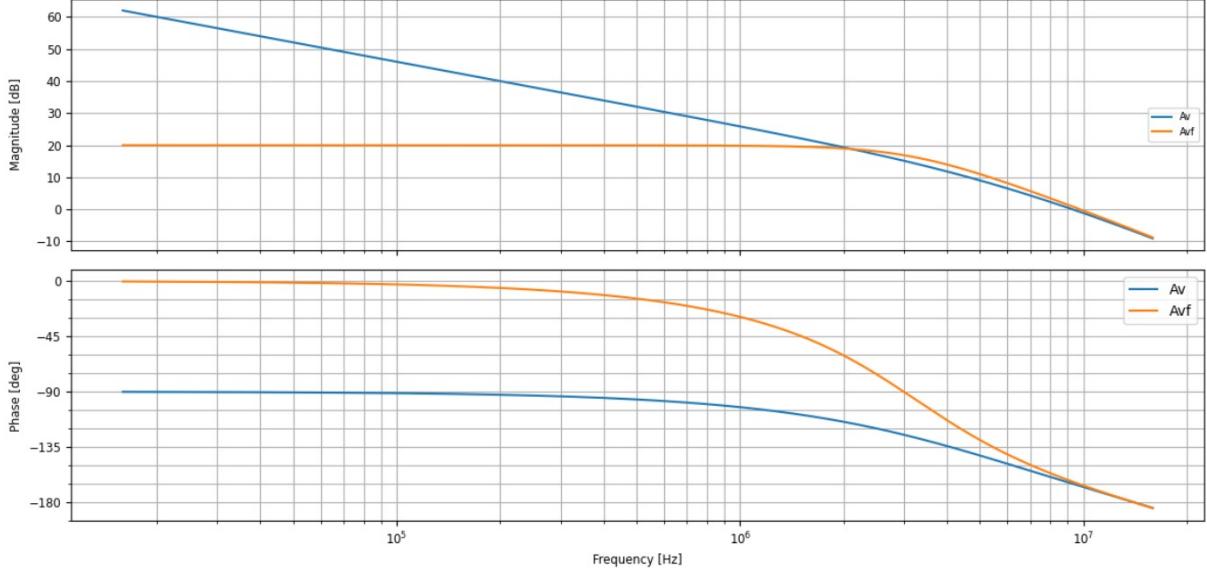


Figura 11: Lazo cerrado del amplificador VFA-CFA

La función de transferencia de la red de compensación queda definida como:

$$C(s) = \frac{R_b}{R_a + R_b} \cdot \frac{1 + s C_a R_a}{1 + s C_a (R_a \parallel R_b)}.$$

En esta expresión, los parámetros relevantes permiten reescribir la red en la forma estándar cero-polo:

$$C(s) = \text{Comp}(0) \frac{1 + s/\omega_z}{1 + s/\omega_p}.$$

$$\boxed{C(s) = \text{Comp}(0) \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}}$$

Donde:

$$\text{Comp}(0) = \frac{R_b}{R_a + R_b} \quad (\text{Ganancia estática})$$

$$\omega_z = \frac{1}{C_a R_a} \quad (\text{Cero de la función de transferencia})$$

$$\omega_p = \frac{1}{C_a (R_a \parallel R_b)} \quad (\text{Polo de la función de transferencia})$$

Puesto que deseamos cancelar el segundo polo del VFA mediante el cero de la red de compensación, se impone la siguiente condición:

$$\boxed{\omega_z = \omega_2 = 2\pi \cdot 5,06 \text{ MHz}}$$

Además, se solicita que el polo de la red de compensación se ubique una octava por encima del cero. Por lo tanto, se cumple que:

$$\boxed{\omega_p = \omega_z \cdot 2 = 2\pi \cdot 10,12 \text{ MHz}}$$

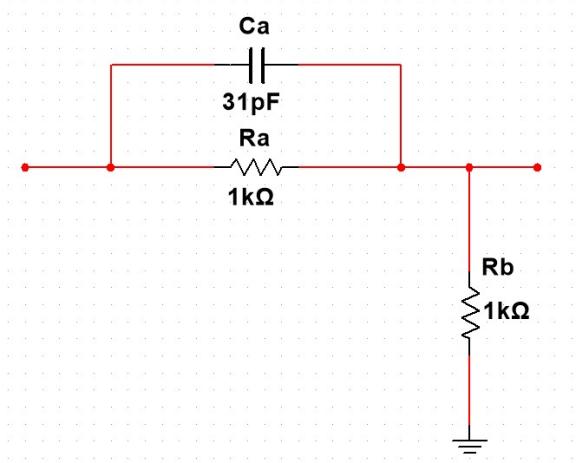


Figura 12: Red de Compensación Cero-Polo

Una relación fundamental que proviene del diseño de esta red, y que permite calcular directamente la ganancia estática, es:

$$\boxed{\text{Comp}(0) = \frac{\omega_z}{\omega_p} = 0,5}$$

Con este valor, procedemos a determinar las resistencias de la red. La ganancia estática de la compensación también puede escribirse como:

$$\text{Comp}(0) = \frac{R_b}{R_a + R_b}$$

Igualando ambas expresiones:

$$0,5 = \frac{R_b}{R_a + R_b} \implies R_a = R_b$$

Por lo tanto, los valores de resistencia requeridos son:

$$\boxed{R_a = R_b = 1 \text{k}\Omega}$$

Además, el valor del capacitor queda determinado por la condición del cero:

$$\omega_z = \frac{1}{C_a R_a}$$

Despejando C_a :

$$C_a = \frac{1}{\omega_z R_a}$$

Dado que el cero debe ubicarse en

$$\omega_z = 2\pi \cdot 5,06 \text{ MHz},$$

y usando $R_a = 1 \text{k}\Omega$, resulta:

$$\boxed{C_a = 31 \text{ pF}}$$

Al incorporar este compensador, la respuesta total a lazo abierto —despreciando el segundo polo del CFA— puede expresarse como:

$$A_v(s) = \frac{A_{d0}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)} \cdot \text{Comp}(0) \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_p}} \cdot \frac{A_{vf,CFA}}{1 + \frac{s}{\omega_{CFA}}}.$$

Luego de simplificar, la función de transferencia a lazo abierto queda:

$$A_v(s) = A_{d0} \text{Comp}(0) A_{vf,CFA} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{CFA}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_p}\right)}.$$

$$A_v(s) = \frac{A_{d0} \text{Comp}(0) A_{vf,CFA}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{CFA}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_p}\right)}$$

Podemos observar que, al incorporar la red de compensación, la ganancia en lazo abierto se ve reducida. Para contrarrestar esta atenuación, es necesario ajustar la ganancia del CFA de modo que restaure el nivel requerido.

Por lo tanto, si duplicamos la ganancia del CFA de manera que:

$$A_{vf,CFA} = 40 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Considerando que $R_2 = 850\Omega$ (valor que permanecerá fijo), se obtiene para la resistencia restante:

$$R_1 = 21,8\Omega$$

El margen de fase del sistema compensado queda determinado por:

$$M_\phi = 180^\circ - \arctan\left(\frac{f_g}{f_1}\right) - \arctan\left(\frac{f_g}{f_p}\right) - \arctan\left(\frac{f_g}{f_{CFA}}\right)$$

Reemplazando los valores numéricos correspondientes:

$$M_\phi = 180^\circ - \arctan\left(\frac{2 \text{ MHz}}{10 \text{ Hz}}\right) - \arctan\left(\frac{2 \text{ MHz}}{10,12 \text{ MHz}}\right) - \arctan\left(\frac{2 \text{ MHz}}{39,03 \text{ MHz}}\right)$$

$$M_\phi = 75,89^\circ$$

Por lo que podemos ver, se logró mejorar el margen de fase del sistema al incorporar la red de compensación.

A continuación se presentan los diagramas de Bode a lazo cerrado y a lazo abierto correspondientes a este sistema.

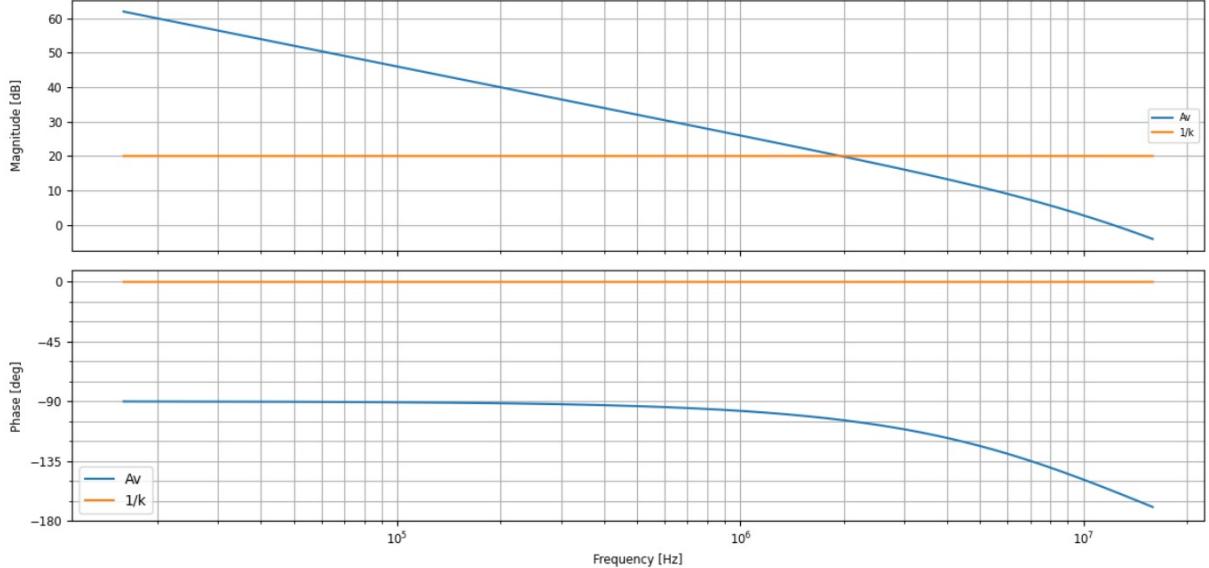
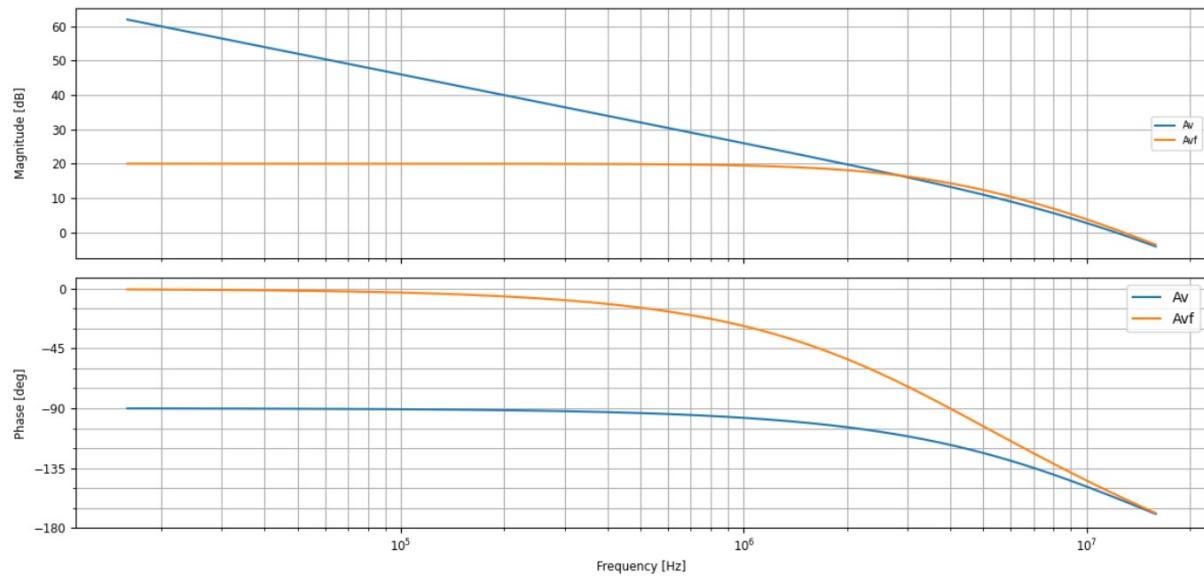


Figura 13: Lazo abierto del amplificador VFA-CFA Compensado



Margen de Fase: 76.04511045587688

Figura 14: Lazo cerrado del amplificador VFA-CFA Compensado

2.3.1. Simulaciones

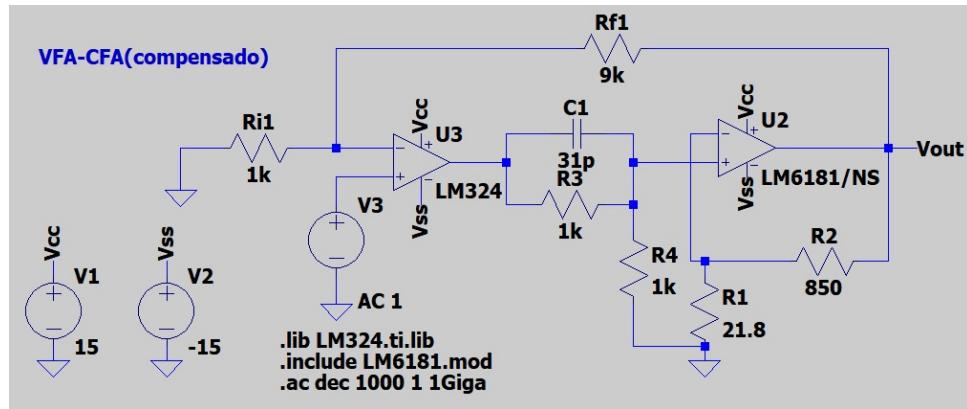


Figura 15: Esquemático VFA-CFA Compensado

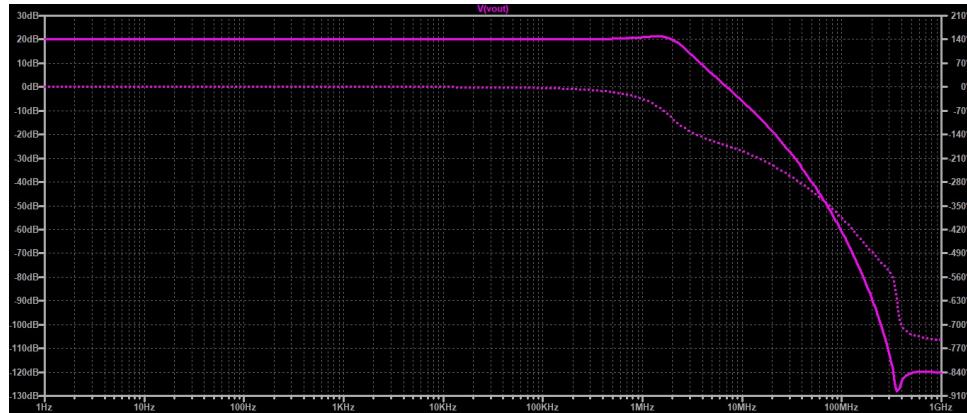


Figura 16: Diagrama de Bode VFA-CFA Compensado

La colocación de una compensación polo-cero entre el VFA y el CFA permite mejorar significativamente la estabilidad y la respuesta en frecuencia del circuito. El polo introduce una reducción controlada de la ganancia a altas frecuencias, limitando posibles oscilaciones y atenuando los efectos de las capacitanças parasitarias y del ancho de banda finito de los amplificadores.

Por otro lado, el cero compensa parcialmente esta caída al incrementar la ganancia en una banda de frecuencia específica, suavizando la transición y evitando la presencia de resonancias pronunciadas. De esta manera, la combinación polo-cero no solo optimiza el margen de fase, sino que también mejora el desempeño dinámico del sistema, logrando un comportamiento más estable y predecible en todo el rango de operación.